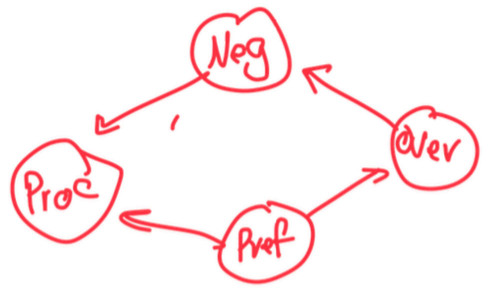
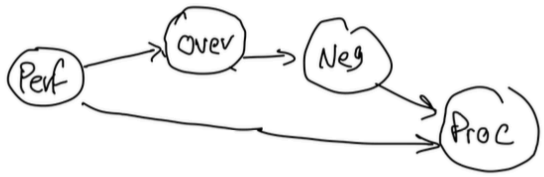
400108547

(1)



(آ)

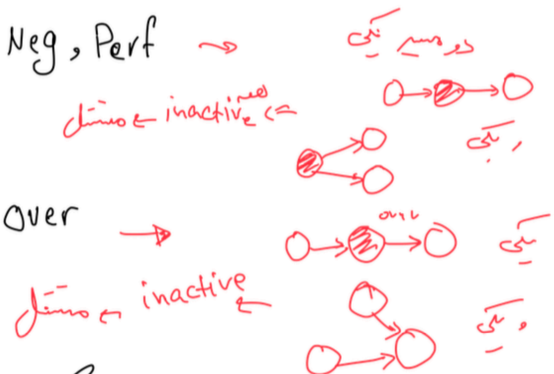


توپولوجیکال سورت

پس طبق D-seperation داریم که:

Proc ⫫ Over | Neg , Perf →

Neg ⫫ Pref | Over →



در تایی‌ها دیگه O→O اند. در حالات دیگر مسیر active ها با یا بند طبق اشکال نمایش داده شده

(ب)

overthinking → O
Procrastination → S
Perfectionism → P
Negativity → N

$P(Neg \mid Perf = T)$

ترتیب حذف S پس O

$P(N,O,S,+P) = P(+P)\,P(O|+P)\,P(N|O)\,P(S|+P,N)$

$= P(+P)\,P(O|+P)\,P(N|O) \sum_S P(S|+P,N)$

$f_1(S,+P,N)$ → $\sum_S P(S|+P,N) = 1$ تا اینجا

$= P(+P)\,P(O|+P)\,P(N|O) = P(+P) \sum_O P(O|+P)\,P(N|O)$

→ $f_2(N,O,+P) \sim P(N,O|+P)$

$\sum_O P(N,O|+P) = P(N|+P)$

→ $\sum_O f_2(N,O,+P) = f_3(N,+P)$

$= P(+P)\,P(N|+P) = P(N,+P)$ ← به طور دیگر $P(+P)\,f_3(N,+P) = f_4(N,+P)$

* $P(N,O,+P) = P(+P)\,P(O|+P)\,P(N|O)$

⇒ $P(O|+P)\,P(N|O) = \frac{P(N,O,+P)}{P(+P)} = P(N,O|+P)$

در نهایت رسیدیم $P(N|+P)$ با $P(+P)$ داریم.

پرهام رضایی 400108547

② الف)

$$P(C|A,B,D) = \frac{P(C,A,B,D)}{P(A,B,D)} \overset{c}{\propto} P(C|B)\,P(D|A,C)$$

$$P(C|{-a},+b,+d) \propto P(C|+b)\,P(+d|+a,C)$$

$+c:\quad 0.1 \times 0.6 = 0.06 \xrightarrow{\text{نرمالایز}} \frac{0.06}{0.06+0.09} = \boxed{0.4} \rightarrow$ احتمال $+c$

$-c:\quad 0.9 \times 0.1 = 0.09 \qquad \frac{0.09}{0.09+0.06} = 0.6$

ب)

$-a\ -b$

$+a\ -b$

رد می‌شوند چون مشاهده $B=+b$ داشته‌ایم.

ج)

weight	d	b	
0.2	0.5	0.4	$-a\ +b\ -c\ +d$
0.08	0.1	0.8	$+a\ +b\ -c\ +d$
0.08	0.1	0.8	$+a\ +b\ -c\ +d$
0.08	0.2	0.4	$-a\ +b\ +c\ +d$
0.48	0.6	0.8	$+a\ +b\ +c\ +d$

وزن

$$P(+a|+b,+d) = \frac{0.08+0.08+0.48}{0.2+0.08+0.08+0.08+0.48} = \frac{64}{92} \approx 0.695$$

پرهام رضایی 400108547

☆ کل با یک سطر کشتر برای هر شرطی جواب کامل است. چون جمع احتمال ۱ است.

(3)

اگر d اندازه دامنه باشد ← $d-1$

(A) جداول

$X_1 | Y$ ← دو سطر کامنه (از + منفی درصاد) — $(D_{X_1}-1)D_Y$

$X_2 | Y$ ← دو — $(D_{X_2}-1)D_Y$

$X_3 | Y$ ← دو — $(D_{X_3}-1)D_Y$

Y ← ۱ سطر — D_Y-1

$1+2+2+2=7$ ← با تیک‌ها 14

$$D_{X_1}D_Y - D_Y + D_{X_2}D_Y - D_Y + D_{X_3}D_Y - D_Y + D_Y - 1 = D_Y(D_{X_1}+D_{X_2}+D_{X_3}-2)-1$$

(B) جدول $Y | X_1, X_2, X_3$ — $2\times2\times2=8$ — $(D_Y-1)D_{X_1}D_{X_2}D_{X_3}$

X_1 — 1 — $D_{X_1}-1$

X_2 — 1 — $D_{X_2}-1$

X_3 — 1 — $D_{X_3}-1$

$8+1+1+1=11$ ← با این تیکی 22 هم می‌شه گرفت که نکته منفی

$$D_{X_1}+D_{X_2}+D_{X_3}-1+D_{X_1}D_{X_2}D_{X_3}(D_Y-1)$$

(C)

Y ← D_Y-1

$X_1 | Y$ ← $(D_{X_1}-1)D_Y$

$X_2 | Y, X_1$ ← $(D_{X_2}-1)D_Y D_{X_1}$

$X_3 | X_2, Y$ ← $(D_{X_3}-1)D_{X_2}D_Y$

چون بعد از تفاضل ۱ درصد دیگر کلشو تکمیل می‌کنیم

اگر دامنه دو باشد: $4+4+2+1=11$ ← با این تیک ها $2\times11=22$

$$D_Y-1+D_{X_1}D_Y-D_Y+D_YD_{X_1}D_{X_2}-D_YD_{X_1}+D_{X_3}D_{X_2}D_Y-D_{X_2}D_Y = D_YD_{X_2}(D_{X_1}+D_{X_3})-1$$

(D)

Y ← 1 — D_Y-1

$X_1 | Y$ ← 2 — $(D_{X_1}-1)D_Y$

$X_2 | Y, X_1$ ← $4=2\times2$ — $(D_{X_2}-1)D_YD_{X_1}$

$X_3 | Y, X_1, X_2$ ← $8=2\times2\times2$ — $(D_{X_3}-1)D_YD_{X_1}D_{X_2}$

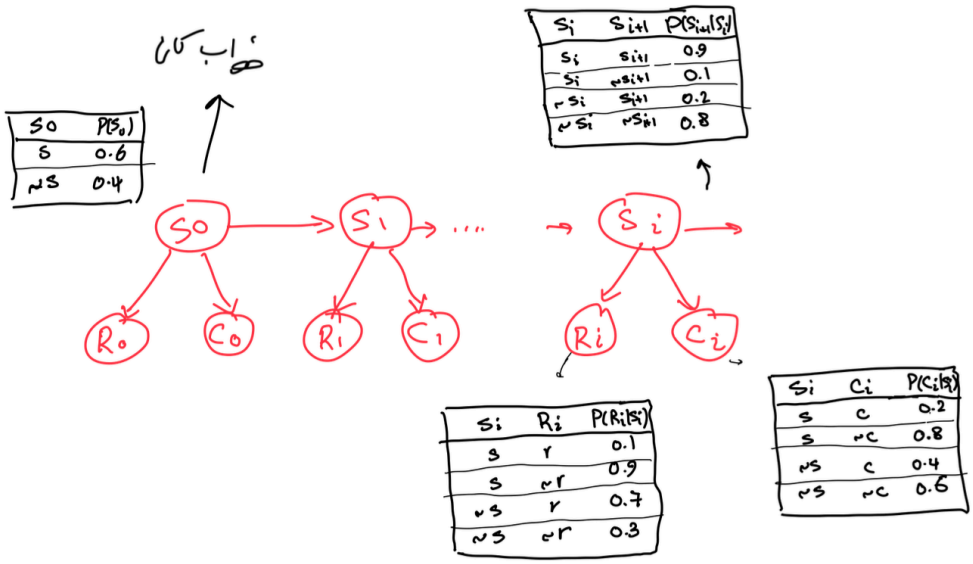
$8+4+2+1=15$ ← با تیک‌ها 30

$$D_Y-1+D_{X_1}D_Y-D_Y+D_{X_2}D_YD_{X_1}-D_YD_{X_1}+D_{X_3}D_YD_{X_1}D_{X_2}-D_YD_{X_1}D_{X_2} = D_{X_3}D_YD_{X_1}D_{X_2}$$

(4)

۴

الف)



S_0	$P(S_0)$
s	0.6
ns	0.4

S_i	S_{i+1}	$P(S_{i+1}\|S_i)$
s	s	0.9
s	ns	0.1
ns	s	0.2
ns	ns	0.8

S_i	R_i	$P(R_i\|S_i)$
s	r	0.1
s	nr	0.9
ns	r	0.7
ns	nr	0.3

S_i	C_i	$P(C_i\|S_i)$
s	c	0.2
s	nc	0.8
ns	c	0.4
ns	nc	0.6

ب)

* $P(S_1) = \sum_{S_0} P(S_1|S_0)P(S_0)$

چون D-seperation

$$P(S_1|r_1,c_1) = \frac{P(S_1,r_1,c_1)}{P(r_1,c_1)} = \frac{P(r_1,c_1|S_1)P(S_1)}{P(r_1,c_1)} \rightarrow (*) = \frac{P(r_1|S_1)P(c_1|S_1)P(S_1)}{P(r_1,c_1)}$$

$$\propto P(r_1|S_1)P(c_1|S_1)\sum_{S_0} P(S_1|S_0)P(S_0)$$

از تبدیل سازی این عبارت که طبق تقسیم بر $P(S_1|r_1,c_1)$ است (*) بدست آمده.

طبق جدول داریم

طبق جدول داریم

* $P(S_2|r_{1:2},c_{1:2}) = \frac{P(S_2,r_{1:2},c_{1:2})}{P(r_{1:2},c_{1:2})} = \frac{\sum_{S_1} P(S_2,r_{1:2},c_{1:2},S_1)}{P(r_{1:2},c_{1:2})} \propto$

$$\sum_{S_1} P(r_2|S_2)P(c_2|S_2)P(r_1|S_1)P(c_1|S_1)P(S_1)P(S_2|S_1)$$

$$= P(r_2|S_2)P(c_2|S_2)\sum_{S_1} P(r_1|S_1)P(c_1|S_1)P(S_1)P(S_2|S_1)$$

که هر جمله طبق جدول داریم به جز $P(S_1)$ که از * باز طبق جداول داریم

$$P(S_3|r_{1:3},c_{1:3}) \propto P(r_3,c_3|S_3)P(S_3|r_{1:2},c_{1:2})$$

$$= P(r_3|S_3)P(c_3|S_3)\sum_{S_2} P(S_3|S_2)P(S_2|r_{1:2},c_{1:2})$$

طبق جداول — طبق بخش قبل *

غیر نرمال است باید نرمالسازی کنیم

الف $P(S_2|r_{1:3},c_{1:3}) \propto P(S_2|r_{1:2},c_{1:2})P(r_3,c_3|S_2)$

$$= P(S_2|r_{1:2},c_{1:2})\sum_{S_3} P(r_3,c_3|S_3)P(S_3|S_2)$$

طبق بخش قبل سوال داریم — $P(r_3|S_3)P(c_3|S_3)$ جدول‌ها — جدول — پس نرمالسازی

ج $P(S_3|r_{1:3},c_{1:3}) \propto P(r_3,c_3|S_3)P(S_3|r_{1:2},c_{1:2})$

$$= P(r_3|S_3)P(c_3|S_3)\sum_{S_2} P(S_3|S_2)P(S_2|r_{1:2},c_{1:2}) \rightarrow \text{نرمالسازی}$$

D-sep — جدول‌ها — جدول‌ها — بخش ب سوال

400108547

ب)

$$P(S_1) = \sum_{S_0} P(S_1|S_0)P(S_0) = 0.6\times0.2+0.4\times0.2 = 0.62$$

$$\rightarrow P(\neg S_1) = 0.38$$

$$P(S_1|\neg r_1, \neg c_1) \propto P(\neg r_1, \neg c_1|S_1)P(S_1) = 0.2\times0.8\times0.62 = 0.4464$$

از ضرب $P(\neg r_1, \neg c_1)$ در فیلتر

$$P(\neg S_1|\neg r_1, \neg c_1) \propto P(\neg r_1, \neg c_1|\neg S_1)P(\neg S_1) = 0.3\times0.6\times0.38 = 0.0684$$

$$\Rightarrow P(S_1|\neg r_1, \neg c_1) = \frac{0.4464}{0.4464+0.0684} = 0.867$$

$$\rightarrow P(\neg S_1|\neg r_1, \neg c_1) = 1-0.867 = 0.133$$

$$P(S_2|\neg r_1, \neg c_1) = \sum_{S_1} P(S_2|S_1)P(S_1|\neg r_1, \neg c_1) = 0.2\times0.867+0.2\times0.133 = 0.2$$

$$\Rightarrow P(\neg S_2|\neg r_1, \neg c_1) = 0.193$$

$$P(S_2|r_{1:2}, c_{1:2}) \propto P(r_2, \neg c_2|S_2)P(S_2|\neg r_1, \neg c_1) = 0.1\times0.8\times0.2 = 0.06456$$

$$P(\neg S_2|r_{1:2}, c_{1:2}) \propto P(r_2, \neg c_2|\neg S_2)P(\neg S_2|\neg r_1, \neg c_1) = 0.7\times0.6\times0.193 = 0.08156$$

$$\Rightarrow P(S_2|r_{1:2}, c_{1:2}) = \frac{0.06456}{0.06456+0.08156} = 0.442 \Rightarrow P(\neg S_2|r_{1:2}, c_{1:2}) = 0.558$$

$P(S_3|r_{1:3}, c_{1:3})$ و سوال قبلیه

$$P(S_3|r_{1:2}, c_{1:2}) = \sum_{S_2} P(S_3|S_2)P(S_2|r_{1:2}, c_{1:2}) = 0.9\times0.442+0.2\times0.558 = 0.5094$$

$$\rightarrow P(\neg S_3|r_{1:2}, c_{1:2}) = 0.4906$$

$$P(S_3|r_{1:3}, c_{1:3}) \propto P(r_3, c_3|S_3)P(S_3|r_{1:2}, c_{1:2}) = 0.1\times0.2\times0.5094 = 0.0102$$

$$P(\neg S_3|r_{1:3}, c_{1:3}) \propto P(r_3, c_3|\neg S_3)P(\neg S_3|r_{1:2}, c_{1:2}) = 0.7\times0.4\times0.4906 = 0.1374$$

$$\rightarrow P(S_3|r_{1:3}, c_{1:3}) = \frac{0.0102}{0.0102+0.1374} = 0.069 \quad \sim \quad P(\neg S_3|r_{1:3}, c_{1:3}) = 0.931$$

$$P(S_3|r_{1:3}, c_{1:3}) = 0.069$$

همون قبلیات.

پرهام رضایی 400108547

$P(S_2 | r_{1:3}, C_{1:3}$

$$P(s_2 | r_{1:3}, c_{1:3}) \propto P(s_2 | r_{1:2}, c_{1:2}) \, P(r_3, c_3 | s_2)$$

$$= P(s_2 | r_{1:2}, c_{1:2}) \left(\sum_{s_3} P(r_3, c_3 | s_3) \, P(s_3 | s_2) \right) =$$

$$0.442 (0.2 \times 0.9 + 0.28 \times 0.1) = 0.442 \times 0.046 = 0.0203$$

$$P(\sim s_2 | r_{1:3}, c_{1:3}) \propto P(\sim s_2 | r_{1:2}, c_{1:2}) \, P(r_3, c_3 | \sim s_2)$$

$$= P(\sim s_2 | r_{1:2}, c_{1:2}) \sum_{s_3} P(r_3, c_3 | s_3) \, P(s_3 | \sim s_2)$$

$$= 0.558 \times 0.228 = 0.127$$

$$\Rightarrow P(s_2 | r_{1:3}, c_{1:3}) = \frac{0.0203}{0.0203 + 0.127} = 0.138$$

$$\Rightarrow P(\sim s_3 | r_{1:3}, c_{1:3}) = 0.862$$

★ اگر S_1 را داشتیم به عنوان اطلاع قبلی مقدارها به ترتیب:

$0.6 \to 0.237 \to 0.0396 \to 0.0396$

$\to 0.059$

می‌شد.

ج)

$$P(S_k \mid r_{1:n}, c_{1:n}) = \frac{P(S_k, r_{1:k}, c_{1:k} \mid r_{k+1:n}, c_{k+1:n})}{P(r_{1:k}, c_{1:k} \mid r_{k+1:n}, c_{k+1:n})} = \frac{P(r_{k+1:n}, c_{k+1:n} \mid S_k, r_{1:k}, c_{1:k})\, P(S_k, r_{1:k}, c_{1:k})}{P(r_{k+1:n}, c_{k+1:n})\, P(r_{1:k}, c_{1:k} \mid r_{k+1:n}, c_{k+1:n})} =$$

$$\frac{P(r_{k+1:n}, c_{k+1:n} \mid S_k, r_{1:k}, c_{1:k})\, P(S_k \mid r_{1:k}, c_{1:k})\, P(r_{1:k}, c_{1:k})}{P(r_{1:n}, c_{1:n})} =$$

بدلیل اینکه تمام مسیر ها طبق d-sep غیرفعال => independent اند

$$= \frac{P(r_{k+1:n}, c_{k+1:n} \mid S_k)\, P(S_k \mid r_{1:k}, c_{1:k})}{P(r_{k+1:n}, c_{k+1:n} \mid r_{1:k}, c_{1:k})}$$

مستقل به شرط s_{k+1} اند. (طبق D-sep)

$$P(r_{k+1:n}, c_{k+1:n} \mid S_k) = \sum_{s_{k+1}} P(r_{k+1:n}, c_{k+1:n}, s_{k+1} \mid S_k) = \sum_{s_{k+1}} P(s_{k+1} \mid S_k)\, P(r_{k+1:n}, c_{k+1:n} \mid S_k, s_{k+1})$$

$$= \sum_{s_{k+1}} P(r_{k+1} \mid s_{k+1})\, P(c_{k+1} \mid s_{k+1})\, P(r_{k+2:n}, c_{k+2:n} \mid s_{k+1})\, P(s_{k+1} \mid S_k)$$

$$P(S_k \mid r_{1:n}, c_{1:n}) = \frac{1}{P(r_{k+1:n}, c_{k+1:n} \mid r_{1:k}, c_{1:k})} \sum_{s_{k+1}} P(s_{k+1} \mid S_k)\, P(r_{k+1} \mid s_{k+1})\, P(c_{k+1} \mid s_{k+1})\, P(r_{k+2:n}, c_{k+2:n} \mid s_{k+1})$$

میشه حذف کرد. فقط تهش نرمال سازی کرد

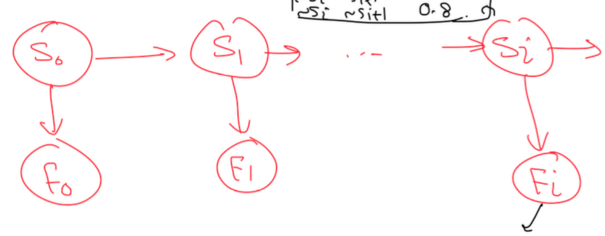
طبق جداول

حالا طبق این فرمول از خود S_n هی میایم عقب همش ساخته میشه

د)

S_0	$P(S_0)$
s	0.6
~s	0.4

S_i	S_{i+1}	$P(S_{i+1} \mid S_i)$
s_i	s_{i+1}	0.9
s_i	$\sim s_{i+1}$	0.1
$\sim s_i$	s_{i+1}	0.2
$\sim s_i$	$\sim s_{i+1}$	0.8



S_i	F_i	$P(F_i \mid S_i)$	
s	c, r	0.02	0.2×0.1
s	c, ~r	0.18	0.2×0.9
s	~c, r	0.08	0.8×0.1
s	~c, ~r	0.72	0.8×0.9
~s	c, r	0.28	0.4×0.7
~s	c, ~r	0.12	0.4×0.3
~s	~c, r	0.42	0.6×0.7
~s	~c, ~r	0.18	0.6×0.3

ه) خیر. هردو ارکوئی درستی از حیث، معادل هم اند چون تأثیری بین R_i, C_i حالا که مجزا باشند رو باقی S_iها وجود ندارد و
صرفاً توأم آنها اهمیت دارد که در این حالت د هم در نظر گرفته شده است.

پرهام رضایی 400108547

(5)

$P(G_{i+1}, A_i, B_i, C_i, D_i \mid X_i) = P(A_i|X_i)P(B_i|X_i)P(C_i|X_i)P(D_i|X_i)P(G_{i+1}|X_i)$

$\downarrow$

* $A_i \perp\!\!\!\perp G_{i+1} \mid X_i$ ⟵ D-sep طبق ⟶ $A_i \perp\!\!\!\perp B_i \mid X_i$
B_i و
C_i ... در برو
D_i

اسم G_{i+1} اساساً تاثیری در وزن ها ندارد (Parent اش X_t ندارد)

الف)

$X_t = 2$: $P(A=ON \mid X_t=2) = 1$ $P(B=off \mid X_t=2) = 0.6$ $P(C=ON \mid X_t=2) = 0.4$
$P(D=off \mid X_t=2) = 0.6$ $\overset{\text{ضرب}}{=} 0.144$

$X_t = 12$: $P(A=ON \mid X_t=12) = 0.4$ $P(B=off \mid X_t=12) = 0.6$ $P(C=ON \mid X_t=12) = 0.4$
$P(D=off \mid X_t=2) = 0$ $\overset{\text{ضرب}}{=} 0$

$X_t = 13$: $P(A=ON \mid X_t=13) = 0.4$ $P(B=off \mid X_t=13) = 0.6$ $P(C=ON \mid X_t=13) = 1$
$P(D=off \mid X_t=13) = 0.6$ $\overset{\text{ضرب}}{=} 0.144$

ب) فرق این است که $P(C=ON \mid X_t=x_t) = 1$ می شود

$\Rightarrow X_t = 2$ $1 \times 0.6 \times 1 \times 0.6 = 0.36$

$X_t = 12$ $0.4 \times 0.6 \times 0.6 \times 0 = 0$

$X_t = 13$ $0.4 \times 0.6 \times 1 \times 0.6 = 0.144$

ج) به نسبت وزن نرمال شده تولید می شود

$$P = \frac{w_{11}}{w_8 + w_{14} + w_{11}} = \frac{0.16}{0.16 + 0.1 + 0.24} = \frac{0.16}{0.5} = 0.32$$

Expected $\Rightarrow$ $100 \times P = 100 \times 0.32 = \boxed{32}$

Binomial ~ np

پرهام رضایی 400108547