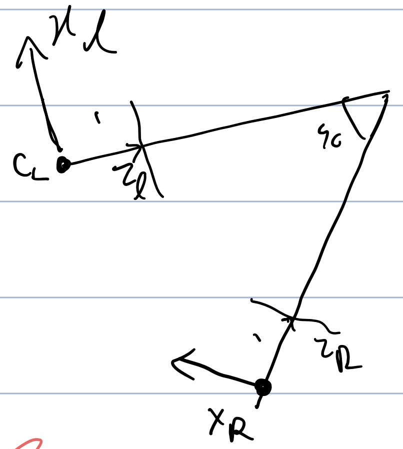
تمرین 4 بینایی سه‌بعدی

برهام رضایی 400108547

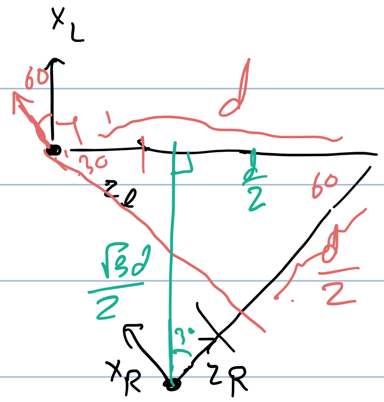
1

.a



$X_{in} - t$

محور 60 حول y پادساعتگرد چرخش.



$R_y(\frac{-\pi}{3}) \longleftarrow$ نقاط 60 ساعتگرد

$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$-\frac{x}{d} = \frac{\sqrt{3}}{2} \to x = -\frac{\sqrt{3}}{2}d$

برای x

$z_0 = d\cos 60 = \frac{d}{2}$

$\Rightarrow R = R_y(\frac{-\pi}{3})$

$T = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2}d \\ 0 \\ \frac{d}{2} \end{pmatrix}$

پس $R = \begin{bmatrix} \cos\frac{-\pi}{3} & 0 & \sin\frac{-\pi}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\frac{-\pi}{3} & 0 & \cos\frac{-\pi}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

بنابراین داریم که

$t = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2}d \\ 0 \\ \frac{d}{2} \end{pmatrix}$

$[t]_x = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{d}{2} & 0 \\ \frac{d}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}d \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}d & 0 \end{bmatrix}$

$-\frac{d}{4}$

$E = R[t]_x = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{d}{2} & 0 \\ \frac{d}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}d \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}d & 0 \end{bmatrix} =$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{d}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}d & 0 \\ \frac{d}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}d \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{d}{2}-\frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}d}{2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{d}{2} & 0 \\ \frac{d}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}d}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}d}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightsquigarrow K = I \Rightarrow F = E$$

با ضرب
فرقی نداره
تو ۱-

$$\rightarrow F = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{d}{2} & 0 \\ -\frac{d}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}d \\ 0 & \frac{\sqrt{3}d}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

ب)

$$x_b^T \underbrace{F x_a}_{l} = 0$$

$$Fx = l \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & -\frac{d}{2} & 0 \\ -\frac{d}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{3}d}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}d}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{d}{2} \\ -\frac{d}{2}-\frac{\sqrt{3}d}{2} \\ \frac{\sqrt{3}d}{2} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{d}{2} \\ -\frac{d}{2}(1+\sqrt{3}) \\ \frac{\sqrt{3}d}{2} \end{pmatrix} = \frac{d}{2}\begin{pmatrix} -1 \\ -1-\sqrt{3} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} \rightsquigarrow l = \begin{pmatrix} -1 \\ -1-\sqrt{3} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

هر ضریبیش هم همین خط.

نرمال شده:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{8+2\sqrt{3}}} \\ \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{8+2\sqrt{3}}} \\ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8+2\sqrt{3}}} \end{pmatrix}$$

a) $S_x = S_y = 1 \qquad S_\gamma = 0 \qquad O_x = O_y = 0 \qquad f = 0.03$

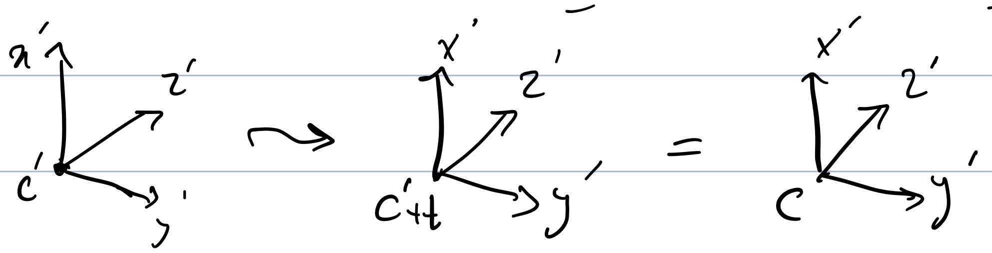
$$K = \begin{bmatrix} S_x f & S_\gamma & O_x \\ 0 & S_y f & O_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.03 & 0 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

X_{in} در دوربین اول X'_{in} در دوربین دوم نامیم.

b)

طبق ۲ $\qquad R^{-1}(X^{in'} - t) = X^{in}$

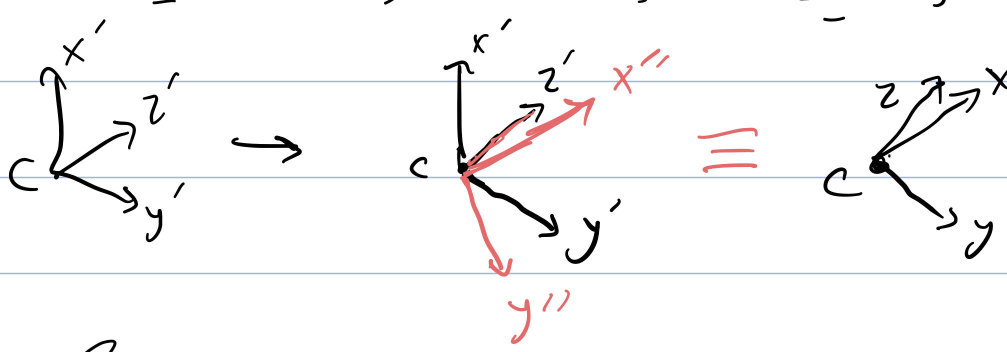
ابتدا نقاط مختصات دوربین دوم t تا کم شده یعنی محورها t تا شیفت می‌خورند.



مبدا از C آمد.

سپس نقاط R^{-1} چرخش دارند. $\qquad R = R_z\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow R^{-1} = R_z\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

پس نقاط -45° ساعتگرد می‌چرخند یعنی 45° پادساعتگرد. پس محورها باید 45° ساعتگرد بچرخند.



که معادل به مختصات دوربین اول تبدیل شد.

پس دوربین دوم 0.2 در محور y دوربین اول شیفت خورده و سپس 45° ساعتگرد چرخیده.

c) وقتی مختصات دنیا رو مختصات دوربین دوم بگیریم. حال داریم که

$$R^{-1}(X^{img}-t) \Rightarrow R' = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{در } E$$

$$t = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow [t]^{\times} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E = R'[t]^{\times} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.2 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{0.2}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{-0.2}{\sqrt{2}} \\ -0.2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = K_b^{-T} E K_a^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{100}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{100}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{0.2}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{-0.2}{\sqrt{2}} \\ -0.2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{100}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{100}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 0.03 & 0 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow K^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{100}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{100}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow F = \begin{bmatrix} \frac{100}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{100}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{0.2}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{-0.2}{\sqrt{2}} \\ -\frac{20}{3} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{20}{3\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & -\frac{20}{3\sqrt{2}} \\ -\frac{20}{3} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

d)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \lambda K [R|-t] \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

بخاطر شکل ارائه شده
مختصات رو فرض کردم از دوربین دومه.

$$x^{in,} = \lambda K X = \lambda \begin{bmatrix} 0.03 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0.03 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0.1 \\ -0.1 \\ 0.8 \end{pmatrix}$$

$$= \lambda \begin{pmatrix} 0.003 \\ -0.003 \\ 0.8 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{0.8} \Rightarrow x^{in,} = \begin{pmatrix} \frac{0.003}{0.8} \\ \frac{-0.003}{0.8} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow x^{in,} = \begin{pmatrix} \frac{0.03}{8} \\ \frac{-0.03}{8} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x^{in} = \lambda K \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1 - 0 \\ -0.1 - 0.2 \\ 0.8 - 0 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 0.03 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0.03 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.3 \\ 0.8 \end{bmatrix}$$

$$= \lambda \begin{bmatrix} 0.03 & 0 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-0.2}{\sqrt{2}} \\ \frac{-0.4}{\sqrt{2}} \\ 0.8 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} \frac{-0.006}{\sqrt{2}} \\ \frac{-0.012}{\sqrt{2}} \\ 0.8 \end{bmatrix} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{0.8}$$

$$x^{in} = \begin{pmatrix} \frac{-0.006}{0.8\sqrt{2}} \\ \frac{-0.012}{0.8\sqrt{2}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-0.03}{4\sqrt{2}} \\ \frac{-0.03}{2\sqrt{2}} \\ 1 \end{pmatrix} \leftarrow$$

تصویر رو صفحه دوربین اول

تصویر

$$x^{in^T} F x^{in,} = 0 \rightarrow x^{in,^T} \underbrace{F^T x^{in}}_{\text{epipolar خط}} = 0$$

(e

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{20}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{20}{3\sqrt{2}} & \frac{-20}{3\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-0.03}{4\sqrt{2}} \\ \frac{-0.03}{2\sqrt{2}} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{20}{3} \\ 0 \\ \frac{20}{3\sqrt{2}}\left(\frac{0.03}{2\sqrt{2}} - \frac{0.03}{4\sqrt{2}}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{20}{3} \\ 0 \\ \frac{\cancel{20}^{5} \times \cancel{0.03}^{0.01}}{\cancel{3}\sqrt{2} \times \cancel{4}\sqrt{2}_{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{20}{3} \\ 0 \\ 0.025 \end{bmatrix}$$

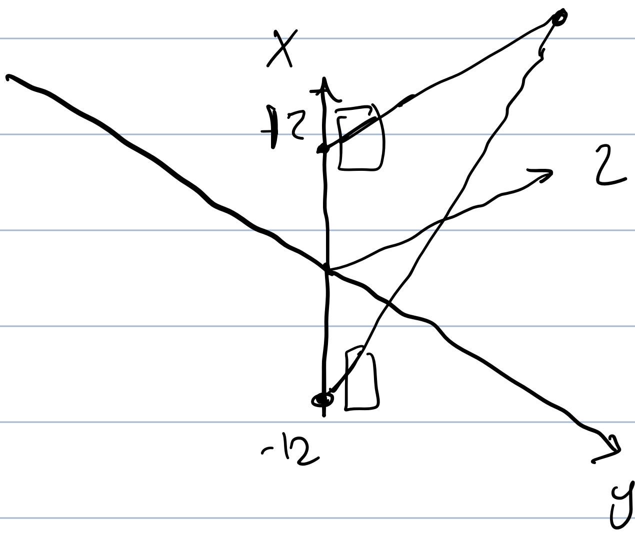
$\frac{0.05}{2} \rightarrow$

$$l' = \begin{bmatrix} -\frac{20}{3} \\ 0 \\ 0.025 \end{bmatrix} \leftarrow$$ خط متناظر

تست: باید $x^{in'T} l' = 0$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{0.03}{8} & \frac{-0.03}{8} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{20}{3} \\ 0 \\ 0.025 \end{bmatrix} = \frac{0.03}{8} \times \frac{-20}{3} + 0 + 0.025$$

$$= \frac{0.01 \times -5}{2} + 0.025 = -0.025 + 0.025 = 0 \quad \boxed{\checkmark}$$



خط دوربین اول : $\begin{pmatrix}-12\\0\\0\end{pmatrix} + k\left[\begin{pmatrix}-12\\0\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8\\7\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-12\\0\\0\end{pmatrix}\right]$

خط دوربین دوم : $\begin{pmatrix}12\\0\\0\end{pmatrix} + r\left[\begin{pmatrix}12\\0\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\7\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}12\\0\\0\end{pmatrix}\right]$

$$\begin{pmatrix}8k-12\\7k\\k\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2r+12\\7r\\r\end{pmatrix}$$

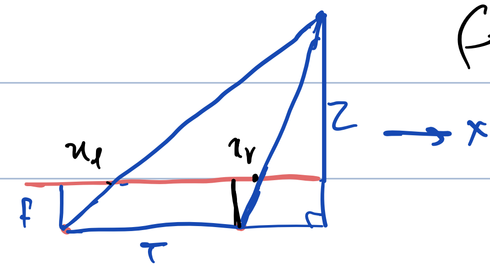
تقاطع را بدست می آوریم.

$\Rightarrow r=k \qquad 8k-12=2k+12 \Rightarrow 6k=24 \Rightarrow k=4$

نقطه $= \begin{pmatrix}12\\0\\0\end{pmatrix} + 4\begin{pmatrix}12+2-12\\7\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}12\\0\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8\\28\\4\end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix}20\\28\\4\end{pmatrix}$ ⇝ location

دوربین دوم



[illegible]

: Z

$$d = x_l - x_r = 6$$

$$\frac{T - \overbrace{x_l + x_r}^{d}}{T} = \frac{Z-f}{Z}$$

$$\frac{T-d}{T} = \frac{Z-f}{Z} \Rightarrow \frac{T}{T-d} = \frac{Z}{Z-f} \Rightarrow 1 + \frac{d}{T-d} = 1 + \frac{f}{Z-f} \Rightarrow \frac{d}{T-d} = \frac{f}{Z-f}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{24-6} = \frac{1}{Z-1} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{Z-1} \Rightarrow Z = 4$$