

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук
«Лаборатория лазерной диагностики плазмы и взаимодействия плазмы с поверхностью»

Руководство

«Получение и обработка данных диагностики томсоновского рассеяния.»
(GTS-core 2020)

Выполнил _____ Н.С. Жильцов <https://rezenter.github.io/>

Санкт-Петербург
2019-22

Содержание

1	Краткое руководство оператора	3
	Подготовка к эксперименту	3
	Проведение эксперимента	3
	Завершение эксперимента	3
2	Обработка данных	4
	Код	4
	Формат файлов	4
	База данных	4
3	Схема эксперимента	5
4	Данные шумовой дорожки	6
5	Принцип расчёта T_e и n_e	7
	Расчёт температуры электронов T_e	8
	Расчёт концентрации электронов n_e	9
6	Оценка погрешности	10
	Принцип оценки ошибок	10
	Таки оценка ошибок	12
7	Калибровка	13
	Расчёт ожидаемых сигналов f_i	13
	Спектральная калибровка	15
	Абсолютная калибровка	15
	Обозначения, использованные в разделе	16
	Расчёт геометрического фактора A	17
8	Измерения LabSphere т15-м полихроматором	18
9	Оценка пределов измерения полихроматора	22
	Список литературы	23

1 Краткое руководство оператора

Подготовка к эксперименту

Проведение эксперимента

Завершение эксперимента

2 Обработка данных

Код

Формат файлов

База данных

3 Схема эксперимента

4 Данные шумовой дорожки

Для определения области шумовой дорожки сначала необходимо найти положение отклика на лазерный импульс. Для любого из АЦП, регистрирующих сигнал ТР, есть соответствующий ему сигнал лазера. Величина сигнал/шум для такого сигнала значительно выше, чем для сигналов ТР. Положение максимума отклика на лазерный импульс можно определить по данному сигналу. Файл конфигурации для каждого из полихроматоров содержит поле *timeOffset*, которое описывает на сколько тактов АЦП максимум лазерного импульса в каждом из каналов полихроматора позже(правее) положения максимума в сигнале лазера. Общее смещение лазерного сигнала относительно сигнала ТР вызвано, например, разностью хода этих сигналов. Относительное смещение отдельных каналов в одном приборе вызвано дополнительным временем, требующимся лучу для достижения следующего фильтра. Эти величины подобраны на глаз без статистически значимой выборки. Поиск максимума производится бегущим средним, размер окна которого описывается в поле **!!!ref!!!** для цифровых приборов.

Для каждой страницы данных по области шумовой дорожки считается среднее значение, которое принимается за уровень фона и вычитается из всех точек данной страницы. (Для t15х приборов возможно стоит вычитать не постоянный фон, а т.н. функцию прибора, которая была статистически набрана в опытах с LabSphere ([Измерения LabSphere t15-м полихроматором](#)).) Дальнейшие расчёты производятся над приведённой к нулю страницей данных.

Также в этой области считается корень дисперсии сигнала шумовой дорожки (среднеквадратичное отклонение, стандартное отклонение, standard deviation) готовой функцией `numpy.std(...)`, реализующей формулу

$$\sigma_{noise} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

5 Принцип расчёта T_e и n_e

Ожидаемый сигнал в i -м канале полихроматора определяется формулой

$$W_i(T_e, n_e) = AE_L n_e \int_{\Delta\lambda_i} K(\lambda)_i \sigma_{TS}(T_e, \lambda, \theta, \varphi) d\lambda \quad (1)$$

Для конкретного прибора интеграл возможно предподсчитать. Интеграл предподсчитывается в кривые ожидаемых сигналов (overload!) в зависимости от температуры. Назовём эту зависимость f_i .

Тогда измеренные сигналы в одной пространственной точке соответствуют таким T_e и n_e , для которых величина

$$\chi^2 = \sum_{i \in ch} \frac{(U_i - An_e E_L f_i(T_e))^2}{\sigma_i^2} \quad (2)$$

достигает минимума. Из этого следует, что частные производные выражения (2) обращаются в ноль в искомой точке, в том числе и $\frac{\partial \chi^2}{\partial T_e}$:

$$\sum_{i \in ch} \frac{2(U_i - An_e E_L f_i(T_e)) A E_L f_i}{\sigma_i^2} = 0$$

Из данного уравнения можно выразить концентрацию электронов:

$$\begin{aligned} \sum_{i \in ch} \frac{2(U_i - An_e E_L f_i(T_e)) A E_L f_i}{\sigma_i^2} &= 0 \Rightarrow \\ \sum_{i \in ch} \frac{U_i f_i(T_e)}{\sigma_i^2} &= An_e E_L \sum_{i \in ch} \frac{f_i^2(T_e)}{\sigma_i^2} \Rightarrow \\ n_e &= \frac{\sum_{i \in ch} \frac{U_i f_i(T_e)}{\sigma_i^2}}{A E_L \sum_{i \in ch} \frac{f_i^2(T_e)}{\sigma_i^2}} \end{aligned} \quad (3)$$

При подстановке 3 в исходное уравнение (2) получается выражение, зависящее только от T_e :

$$\chi^2 = \sum_{i \in ch} \frac{\left(U_i - \frac{\sum_{i \in ch} \frac{U_i f_i(T_e)}{\sigma_i^2}}{\sum_{i \in ch} \frac{f_i^2(T_e)}{\sigma_i^2}} f_i(T_e) \right)^2}{\sigma_i^2} \quad (4)$$

Такое выражение может быть минимизировано перебором потенциальных значений T_e с некоторым шагом дискретизации (порядка $1eV$). Для повышения точности, можно использовать градиентный спуск в окрестности точки, найденной перебором. (Сейчас код работает так, однако ошибки определения сигналов значительно превышают ту, что возникает от дискретизации шкалы температур. Для ускорения вычислений можно безболезненно отбросить поиск точного минимума)

Найдя значение T_e , приводящее к минимальному значению выражение (4), можно найти соответствующее значение n_e по формуле (3)

Рассказать о квантилях.

Расчёт температуры электронов T_e

Перебором по дискретным температурам кривых ожидаемых сигналов ведётся поиск минимума выражения (4)

$$\chi^2 = \sum_{i \in ch} \frac{(U_i - C f_i(T_e))^2}{\sigma_{int}^2},$$
$$C = \frac{\sum_{i \in ch} \frac{U_i f_i(T_e)}{\sigma_i^2}}{\sum_{i \in ch} \frac{f_i^2(T_e)}{\sigma_i^2}} \quad (5)$$

Далее методом линейной интерполяции производится градиентный спуск от найденной перебором точки, реализован на основе функций *numpy.interp(...)* и *scipy.optimize.minimize_scalar(...)*. После рассчитывается T_e и $\sigma_{T_e}^2$ с помощью отношений сигналов во всевозможных парах каналов. Эта информация необходима на этапе валидации данных.

Расчёт концентрации электронов n_e

По формуле (3), зная значение множителя C (5) при найденной температуре и энергию лазерного импульса E_l из предшествующих расчётов и геометрический фактор A из файла конфигурации, рассчитывается концентрация электронов n_e .

$$n_e = \frac{\sum_{i \in ch} \frac{U_i f_i(T_e)}{\sigma_i^2}}{A E_l \sum_{i \in ch} \frac{f_i^2(T_e)}{\sigma_i^2}} = \frac{C}{A E_l}$$

6 Оценка погрешности

Принцип оценки ошибок

Необходимо вычислить погрешность определения T_e и n_e , считая их случайными величинами, так как они получены из анализа случайных величин U_i .

$$\sigma_{T_e}^2 = \frac{\sum_{i \in ch} \frac{a_i^2}{\sigma_i^2}}{\sum_{i \in ch} \frac{a_i^2}{\sigma_i^2} \sum_{i \in ch} \frac{b_i^2}{\sigma_i^2} - \left(\sum_{i \in ch} \frac{a_i b_i}{\sigma_i^2} \right)^2}$$

$$\sigma_{n_e}^2 = \frac{\sum_{i \in ch} \frac{b_i^2}{\sigma_i^2}}{\sum_{i \in ch} \frac{a_i^2}{\sigma_i^2} \sum_{i \in ch} \frac{b_i^2}{\sigma_i^2} - \left(\sum_{i \in ch} \frac{a_i b_i}{\sigma_i^2} \right)^2}$$

, где

$$a_i = \left. \frac{\partial W_i}{\partial n_e} \right|_{T_e, n_e} = AE_l f_i(T_e)$$

$$b_i = \left. \frac{\partial W_i}{\partial T_e} \right|_{T_e, n_e} = AnE_l \left. \frac{\partial f_i}{\partial T_e} \right|_{T_e}$$

Формулы внаглую взяты из методички [1] с адаптацией обозначений. В оригинале они значатся как следующие из общих теорем математической статистики. Что-то подобное выводится из рассмотрения ковариаций искомых величин, однако весь путь до результата я не проделал.

Подстановка частных производных в данные формулы упрощает выражения, однако выплёскивается и математический смысл.

$$\sigma_{T_e}^2 = \frac{\sum_{i \in ch} \left(\frac{AE_l f_i(T_e)}{\sigma_i} \right)^2}{\sum_{i \in ch} \left(\frac{AE_l f_i(T_e)}{\sigma_i} \right)^2 \sum_{i \in ch} \left(\frac{AnE_l \left. \frac{\partial f_i}{\partial T_e} \right|_{T_e}}{\sigma_i} \right)^2 - \left(\sum_{i \in ch} \frac{AE_l f_i(T_e) AnE_l \left. \frac{\partial f_i}{\partial T_e} \right|_{T_e}}{\sigma_i^2} \right)^2} =$$

$$= \frac{\sum_{i \in ch} \left(\frac{f_i(T_e)}{\sigma_i} \right)^2}{(AnE_l)^2 \left(\sum_{i \in ch} \left(\frac{f_i(T_e)}{\sigma_i} \right)^2 \sum_{i \in ch} \left(\frac{\left. \frac{\partial f_i}{\partial T_e} \right|_{T_e}}{\sigma_i} \right)^2 - \left(\sum_{i \in ch} \frac{f_i(T_e) \left. \frac{\partial f_i}{\partial T_e} \right|_{T_e}}{\sigma_i^2} \right)^2 \right)} \quad (6)$$

$$\sigma_{n_e}^2 = \frac{\sum_{i \in ch} \left(\frac{AnE_l \left. \frac{\partial f_i}{\partial T_e} \right|_{T_e}}{\sigma_i} \right)^2}{\sum_{i \in ch} \left(\frac{AE_l f_i(T_e)}{\sigma_i} \right)^2 \sum_{i \in ch} \left(\frac{AnE_l \left. \frac{\partial f_i}{\partial T_e} \right|_{T_e}}{\sigma_i} \right)^2 - \left(\sum_{i \in ch} \frac{AE_l f_i(T_e) AnE_l \left. \frac{\partial f_i}{\partial T_e} \right|_{T_e}}{\sigma_i^2} \right)^2} =$$

$$= \frac{\sum_{i \in ch} \left(\frac{\left. \frac{\partial f_i}{\partial T_e} \right|_{T_e}}{\sigma_i} \right)^2}{(AE_l)^2 \left(\sum_{i \in ch} \left(\frac{f_i(T_e)}{\sigma_i} \right)^2 \sum_{i \in ch} \left(\frac{\left. \frac{\partial f_i}{\partial T_e} \right|_{T_e}}{\sigma_i} \right)^2 - \left(\sum_{i \in ch} \frac{f_i(T_e) \left. \frac{\partial f_i}{\partial T_e} \right|_{T_e}}{\sigma_i^2} \right)^2 \right)} \quad (7)$$

Таки оценка ошибок

На этом этапе можно вычислить значения множителей, входящие в $\sigma_{T_e}^2$ (6)

$$M_{err_T} = \frac{\sum_{i \in ch} \left(\frac{f_i(T_e)}{\sigma_i} \right)^2}{\sum_{i \in ch} \left(\frac{f_i(T_e)}{\sigma_i} \right)^2 \sum_{i \in ch} \left(\frac{\frac{\partial f_i}{\partial T_e} \Big|_{T_e}}{\sigma_i} \right)^2 - \left(\sum_{i \in ch} \frac{f_i(T_e) \frac{\partial f_i}{\partial T_e} \Big|_{T_e}}{\sigma_i^2} \right)^2} \quad (8)$$

и $\sigma_{n_e}^2$ (7)

$$M_{err_n} = \frac{\sum_{i \in ch} \left(\frac{\frac{\partial f_i}{\partial T_e} \Big|_{T_e}}{\sigma_i} \right)^2}{\sum_{i \in ch} \left(\frac{f_i(T_e)}{\sigma_i} \right)^2 \sum_{i \in ch} \left(\frac{\frac{\partial f_i}{\partial T_e} \Big|_{T_e}}{\sigma_i} \right)^2 - \left(\sum_{i \in ch} \frac{f_i(T_e) \frac{\partial f_i}{\partial T_e} \Big|_{T_e}}{\sigma_i^2} \right)^2} \quad (9)$$

Далее по формуле (6), зная множитель M_{err_T} (8), вычисляется $\sigma_{T_e}^2$

$$\sigma_{T_e}^2 = \frac{M_{err_T}}{(AnE_l)^2}.$$

Аналогично, из (7), зная множитель M_{err_n} (9), вычисляется $\sigma_{n_e}^2$

$$\sigma_{n_e}^2 = \frac{M_{err_n}}{(AE_l)^2}.$$

С точки зрения программирования, величины M_{err_T} и M_{err_n} удобнее вычислить сразу после расчёта T_e .

7 Калибровка

Расчёт ожидаемых сигналов f_i

Все выкладки в данном разделе приводятся для одной пространственной точки (одного полихроматора).

Число фотонов в зондирующем импульсе, считая энергию в области зондирования E_{las} :

$$N_{las} = E_{las} \cdot \frac{\lambda_0}{h \cdot c} \quad [\text{шт}] \quad (10)$$

Число фотонов (ХРЕНОВО, нет длины рассеяния) ТР с выбранной длиной волны λ , рассеянных на свободных электронах с концентрацией n_e :

$$N_{ph}^{TS}(\lambda) = N_{las} \cdot n_e \cdot \sigma_{TS} \cdot \rho_{s.p.}(T_e, \lambda, \theta, \lambda_0) \quad [\text{шт}] \quad (11)$$

где σ_{TS} – полное сечение ТР в 4π на всех длинах волн (вероятность взаимодействия фотона и свободного электрона), $\rho_{s.p.}(T_e, \lambda, \theta)$ – спектральная плотность мощности рассеяния на конкретной длине волны λ с конкретным углом рассеяния θ на электронах с максвелловским распределением при температуре T_e . При этом $\rho_{s.p.}$ нормирована на 1 по всему спектру, т.е. интеграл по длинам волн = 1. Последний аргумент – λ_0 соответствует зондирующей длине волн.

Из этого количества фотонов лишь часть достигнет детекторов в полихроматоре. Потери включают в себя слишком много разнородных величин: коэффициент передачи энергии от лазера до области зондирования; длину рассеяния (расстояние на хорде зондирования, которое вырезает область наблюдения); телесный угол сбора излучения; меняющееся во времени пропускание вакуумного окна; пропускание объектива системы сбора излучения; потери излучения на упаковке оптоволоконного жгута; пропускание оптоволоконного жгута; потери излучения в полихроматоре на входе и при передаче излучения от канала к каналу; и т.д. Определять все эти величины по отдельности нецелесообразно. Достаточно представить потери в виде двух множителей: спектрально селективной $\mathfrak{ae}'(\lambda)$ и спектрально не селективной A' . Так как используется полихроматор с конечной шириной спектральных каналов, $\mathfrak{ae}'(\lambda)$ имеет смысл представить в виде одного среднего численного коэффициента для каждого спектрального канала i полихроматора: $\mathfrak{ae}'_i = \frac{\int_{\lambda} \mathfrak{ae}'(\lambda) \cdot d\lambda}{\int_{\lambda} d\lambda}$. Для удобства интерпретации удобно нормировать набор \mathfrak{ae}'_i на значение для первого спектрального канала \mathfrak{ae}'_1 :

$$\mathfrak{ae}_i = \frac{\mathfrak{ae}'_i}{\mathfrak{ae}'_1} \quad [\text{безразмерн.}], \quad (12)$$

а дополнительный множитель \mathfrak{ae}'_1 внести в A' :

$$A = A' \cdot \mathfrak{ae}'_1 \quad [???]. \quad (13)$$

В A внесён также коэффициент потерь ЛИ на пути от лазера до области зондирования и пересчёт измеряемой энергии в "выходную" энергию лазера:

$$E_{las} = E_{out} \cdot c_{las} \quad [\text{Дж}]. \quad (14)$$

Тогда качественно A описывает передачу излучения от лазера до первого спектрального канала, а набор множителей \mathfrak{a}_i – чувствительность спектральных каналов относительно первого.

В детектор каждого спектрального канала i полихроматора за импульс лазера попадает $N_{ph,i}$ фотонов ТР:

$$N_{ph,i} = A \cdot \mathfrak{a}_i \cdot \int_{\lambda} N_{ph}^{TS}(\lambda) \cdot T_i(\lambda) \cdot d\lambda \quad [\text{шт}], \quad (15)$$

где $T_i(\lambda)$ – пропускание фильтра i -го спектрального канала на длине волны λ .

Фотон, достигший поверхности ЛФД, с некоторой вероятностью поглощается с образованием свободного электрона в первом слое ЛФД. Именно такой электрон общепринято называется фотоэлектроном ($phe^- = photoelectron$), но в нашей лаборатории принято в число фотоэлектронов включать и те, что образовались в ходе лавинного умножения и создают ток ЛФД. Таким образом, число фотоэлектронов связано с числом попавших на детектор фотонов следующим образом:

$$N_{phe^-} = N_{ph} \cdot Q(\lambda) \cdot M(U_{HV}, T_{APD}) \quad [\text{шт}] \quad (16)$$

где $Q(\lambda)$ – квантовый выход детектора на данной длине волны, $M(U_{HV}, T_{APD})$ – коэффициент внутреннего усиления ЛФД (лавинного умножения), зависящий от приложенного обратного напряжения U_{HV} и температуры детектора T_{APD} . Вообще коэффициент внутреннего усиления также зависит от λ , но эта зависимость уже включена в квантовый выход детектора.

Квантовый выход не паспортизируется производителем. Вместо него приводится ампер-ваттная характеристика $R(\lambda)$, из которой можно выразить квантовый выход в предположении постоянного от длины волны коэффициента внутреннего усиления:

$$Q(\lambda) = \frac{R(\lambda) \cdot h \cdot c}{\lambda \cdot q \cdot M(U_{HV}, T_{APD})} \quad [\text{шт. первичных фотоэлектронов} / \text{шт. фотонов}] \quad (17)$$

(лучше перейти на А/Вт). Полное число фотоэлектронов в спектральном канале за один импульс лазера:

$$N_{phe^-,i}^{TS} = A \cdot \mathfrak{a}_i \cdot \int_{\lambda} N_{ph}^{TS}(\lambda) \cdot T_i(\lambda) \cdot Q(\lambda) \cdot M(U_{HV}, T_{APD}) \cdot d\lambda \quad [\text{шт}] \quad (18)$$

Теперь можно подготовить таблицу для поиска значения температуры. Развернём выражение 18, подставив 10 и 11:

$$N_{phe^-,i}^{TS} = A \cdot E_{las} \cdot \frac{\lambda_0}{h \cdot c} \cdot n_e \cdot \sigma_{TS} \cdot \mathfrak{a}_i \cdot \int_{\lambda} \rho_{s.p.}(T_e, \lambda, \theta, \lambda_0) \cdot T_i(\lambda) \cdot Q(\lambda) \cdot M(U_{HV}, T_{APD}) \cdot d\lambda \quad [\text{шт}] \quad (19)$$

Если подставить выражение для квантового выхода 17:

$$N_{phe^-,i}^{TS} = A \cdot \frac{\lambda_0}{q} \cdot \sigma_{TS} \cdot E_{las} \cdot n_e \cdot \mathfrak{a}_i \cdot \int_{\lambda} \rho_{s.p.}(T_e, \lambda, \theta, \lambda_0) \cdot T_i(\lambda) \cdot \frac{R(\lambda)}{\lambda} \cdot d\lambda = A \cdot \frac{\lambda_0}{q} \cdot \sigma_{TS} \cdot E_{las} \cdot n_e \cdot f_i(T_e, \theta, \lambda_0) \quad [\text{шт}], \quad (20)$$

где f_i – "ожидаемый сигнал":

$$f_i(T_e, \theta, \lambda_0) = \mathfrak{a}_i \cdot \int_{\lambda} \rho_{s.p.}(T_e, \lambda, \theta, \lambda_0) \cdot T_i(\lambda) \cdot \frac{R(\lambda)}{\lambda} \cdot d\lambda \quad [\text{А/Вт}], \quad (21)$$

Эта величина характеризует зависимость сигнала в спектральном канале от температуры электронов

в области наблюдения. Здесь учитываются спектральные особенности диагностического комплекса для конкретной пространственной области, но опускается абсолютная чувствительность.

Спектральная калибровка

Полихроматор не знает о природе фотонов, поэтому можно определить коэффициент \mathfrak{a}_i в ходе калибровки с источником известного спектра – LabSphere. Спектр паспортизован в виде $S_{Lamp}(\lambda_{[мкм]})[\cdot^{-2} \cdot^{-1} \cdot^{-1}]$, входящие в него телесный угол и площадь сбора излучения спектрально независимы, т.е. одинаковы для всех спектральных каналов. При нормировке 12 эти множители сократятся, поэтому нет смысла их вводить. Зная ампер-ваттную характеристику детектора из его паспорта, получаем выражение для тока ЛФД:

$$I_i^{Lamp} \propto \mathfrak{a}_i \cdot \int_{\lambda} S_{Lamp}(\lambda_{[мкм]}) \cdot 10^{-3} \cdot T_i(\lambda) \cdot \frac{R(\lambda)}{\lambda} \cdot d\lambda \quad [A] \quad (22)$$

Сигнал на низкочастотном выходе полихроматора связан с током ЛФД так:

$$U_i^{low} = \frac{I_i}{R_f \cdot G_i^{low} \cdot 0.5} \quad [B], \quad (23)$$

где R_f – сопротивление обратной связи трансимпедансного усилителя, G_i^{low} – коэффициент усиления на низкочастотном выходе, а множитель 0.5 описывает выходной делитель напряжения образованный сопротивлением АЦП и 1кОм резистором (УТОЧНИТЬ!). Тогда набор коэффициентов \mathfrak{a}_i находится в ходе спектральной калибровки следующим образом:

$$\mathfrak{a}_i^{\circ} = const \cdot \frac{U_i^{low, measured}}{G_i^{low} \cdot \int_{\lambda} S_{Lamp}(\lambda_{[мкм]}) \cdot T_i(\lambda) \cdot \frac{R(\lambda)}{\lambda} \cdot d\lambda} \quad [parrot]. \quad (24)$$

$$\mathfrak{a}_i = \frac{\mathfrak{a}_i^{\circ}}{\mathfrak{a}_1^{\circ}} \quad [безразмерн.]. \quad (25)$$

Абсолютная калибровка

Последним неизвестным в выражении 20 является спектрально неселективный множитель A , характеризующий пропускание диагностики от источника ЛИ до первого спектрального канала полихроматора. его можно определить при калибровке по рамановскому рассеянию ЛИ на стационарной газовой(азотной) мишени, вместо 11 выражение:

$$N_{ph}^{RS}(\lambda) = N_{las} \cdot n_{N_2} \cdot \sigma_{RS}(T_{N_2}, \theta, \lambda_0) \quad [шт] \quad (26)$$

Обозначения, использованные в разделе

Символ	Значение	Размерность	Типичное значение
E_{las}	Энергия лазерного импульса в области наблюдения	Дж = J	0.5-2.5
E_{out}	Энергия лазерного импульса, измеренная в подвале при помощи ОМЗ за первым зеркалом и ФПУ в корзине с оцифровщиками	мВ·нс = мВ·ns	???
N_{las}	Число фотонов в зондирующем импульсе	шт	???
λ_0	Длина волны зондирующего излучения	нм = nm	1047.3, 1064.5
λ	Длина волны	нм = nm	400-1100
h	постоянная Планка	Дж·с	$6.626 \cdot 10^{-34}$
c	скорость света в вакууме	м · с	$2.998 \cdot 10^8$
$N_{ph}^{TS}(\lambda)$	1	1	1
n_e	1	1	1
σ_{TS}	1	1	1
$\rho_{s.p.}(T_e, \lambda, \theta, \lambda_0)$	1	1	1
T_e	1	1	1
θ	1	1	1
$\mathfrak{x}'(\lambda)$	1	1	1
\mathfrak{x}'_i	$\mathfrak{x}'_i = \frac{\int_{\lambda} \mathfrak{x}'(\lambda) \cdot d\lambda}{\int_{\lambda} d\lambda}$	1	1
A'	1	1	1
A	1	1	1
i	Номер спектрального канала полихроматора	1	1, 2, 3, 4, 5, 6
N_{phe^-}	1	1	1
$T_i(\lambda)$	1	1	1
$M(U_{HV}, T_{APD})$	1	1	1
U_{HV}	1	1	1
T_{APD}	1	1	1
$S_{Lamp}(\lambda_{[MKM]})$	1	1	1
I_i^{lamp}	1	1	1
R_f	1	1	1
G_i^{low}	1	1	1
q	элементарный заряд	Кл	$1.602 \cdot 10^{-19}$

Расчёт геометрического фактора A

Для нахождения геометрического фактора, сначала посмотрим на уравнение ожидаемого сигнала томсоновского рассеяния:

$$U_i^{TS} = n_e \cdot E_L \cdot A \cdot f_i(T)$$

И на уравнение ожидаемого сигнала рамановского рассеяния:

$$U_i^R = n_{N_2} \cdot E_L \cdot A \cdot \sum_{J=0}^{28} \sigma_{RS}(\lambda_J) \cdot K_i(\lambda_J)$$

из этого уравнения получим A :

$$A = \frac{U_i^R}{n_{N_2} \cdot E_L \cdot \sum_{J=0}^{28} \sigma_{RS}(\lambda_J) \cdot K_i(\lambda_J)}$$

Геометрический коэффициент A получается из неупругого (Рамановского) рассеяния на молекулярном азоте, в частности, калибровка производится на антистоксовых линиях рассеяния. При калибровке учитываются вращательно-колебательные переходы $J = 0 \rightarrow 2$ для $J \in [0, 28]$. Для данных переходов сечение рассеяния рассчитывается по формуле:

$$\sigma_{zz} = \frac{64\pi^4}{45} \frac{3J(J-1)}{2(2J+1)(2J-1)} \frac{1}{\lambda^4} \gamma^2$$

где J – квантовое число полного углового момента; γ – анизотропия поляризации молекулы, см^3 ; для чистого азота при $\lambda=1064$ нм $\gamma^2 = (0,51 \pm 0,03) \cdot 10^{-48} \text{ см}^6$; $\lambda = 1/(1/\lambda_L + B_o \cdot (4 \cdot J - 2))$ – длина волны рассеянного излучения, м.

тогда сечение рамановского рассеяния можно посчитать по формуле:

$$\sigma_J^R = \sigma_{zz} \cdot [(1 - \rho) \cdot \cos^2(\alpha) + \rho]$$

где α – угол под которым смотрим рассеянное излучение $\rho = 1$, так как входное окно расположено под брьюстером и поляризация присутствует только одна.

Так же необходимо учесть заселенность на определенном уровне. Получается:

$$\sigma_J^{RS} = \sigma_J^R \cdot F_J$$

заселенность рассчитывается следующим образом:

$$F_J = Q^{-1} \cdot g_J \cdot (2J+1) \cdot \exp\left(-\frac{E_J}{kT}\right)$$

Q такое, что

$$\sum_i F_J = 0$$

8 Измерения LabSphere т15-м полихроматором

Идея заключается в регистрации медленно и слабо изменяющегося источника излучения цифровым полихроматором. При этом различные уровни освещения симулируют различные уровни паразитного излучения плазмы, а ожидаемый сигнал ТР должен составлять 0 фотоэлектронов в любом из каналов. Зависимость дисперсии данного сигнала от уровня освещённости может позволить аргументированно оценивать погрешность для единичных измерений на реальной плазме.

07.08.2019 и 13.08.2019 проводились измерения сигнала Т15 полихроматора №35 при засветке стабильным источником излучения с известным спектром (LabSphere). Прибор в затенённой старой лазерной комнате без других источников излучения освещал торец оптоволокну, передавая свет на вход полихроматора в спектральной комнате. Сигнал запуска поступал с постоянной частотой 100Гц от генератора сигналов на блок синхронизации.

В таблице для первого дня измерений указаны показания тока через встроенный в LabSphere фотодиод, стандартное отклонение сигнала в первом канале высокочастотного выхода на первых 400 точках страницы данных, имя файла данных и количество страниц в файле.

Lamp[A]	Ch1 noise std[v]	filename	count
3.80E-09	0.0015	null	null
5.50E-10	0.0016	null	null
3.70E-09	0.0016	19_08_07-16_29_06	100
9.10E-05	0.015	19_08_07-17_09_04	100
2.76E-07	0.002	19_08_07-17_19_04	100
2.77E-07	0.002	19_08_07-17_23_42	1000
3.70E-09	0.00178	19_08_07-17_39_04	1000
6.06E-07	0.00221	19_08_07-18_07_09	1000
1.10E-06	0.0025	19_08_07-18_21_10	1000
1.50E-06	0.00274	19_08_07-18_29_40	1000
2.01E-06	0.003014	19_08_07-18_39_54	1000
2.50E-06	0.00322	19_08_07-19_10_46	1000
3.00E-06	0.00344	19_08_07-19_20_45	1000
3.57E-06	0.0036	19_08_07-19_44_59	1000
4.00E-06	0.00384	19_08_07-19_53_13	1000

Калибровка спектра LabSphere имеет силу при единственно заданном режиме работы самой лампы, поэтому освещённость изменяется с помощью размеров выходной щели.

Область в 400 точек выбрана так, как обрабатывается шумовая дорожка в процессе анализа реальных сигналов ТР на цифровых полихроматорах. Величина стандартного отклонения рассчитывалась следующим образом: в новый массив собираются первые 400 точек от каждой из страниц для одинаковой освещённости, для полученного массива считалась искомая величина. Такой метод оправдан, так как каждая из страниц считается эквивалентной друг другу.

Размер выборки, равный 1000 страниц, ограничен большим объёмом генерируемых файлов, что мешает их обработке в реальном времени на маломощных компьютерах в спектральной комнате. С другой стороны, такой размер выборки достаточен для статистически значимой оценки.

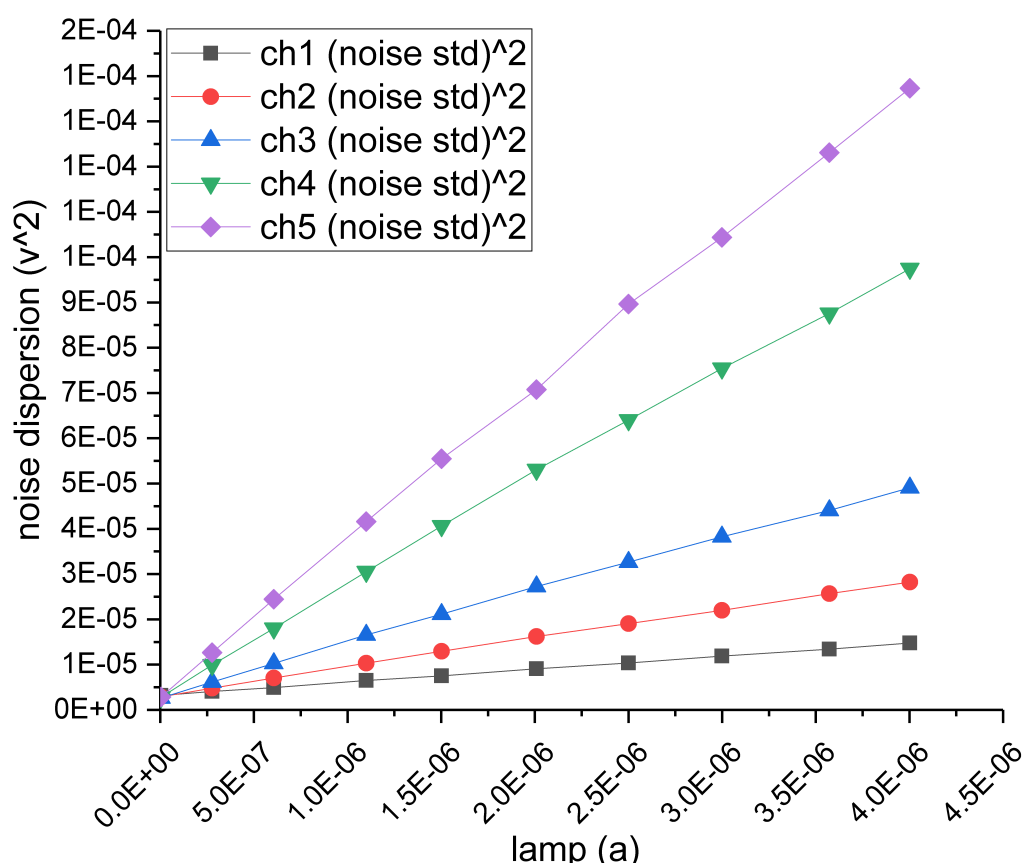


Рис. 1: Зависимость дисперсии шумовой дорожки высокочастотного выхода от освещённости, измеренной фотодиодом LabSphere

Как ожидалось, дисперсия шумовой дорожки (квадрат стандартного отклонения) линейно зависит от интенсивности падающего излучения (Рис.1). Коэффициент наклона тем больше, чем шире спектральный канал, что есть хорошо.

На Рис.2 видно, как сигналы всех каналов прибора ложатся на общую близкую к прямой зависимость от стандартного отклонения шумовой дорожки. Это подтверждает идею о том, что наклон прямых на Рис.1 связан с шириной спектрального канала. Достаточно честное наложение кривых с перехлёстом друг на друга позволяет в экспериментах с реальной плазмой оценивать вклад статистической погрешности в сигнал по дисперсии шумовой дорожки.

Стоит оговориться, что интегрирование велось не очень честно: считалась сумма амплитуд в окне от 500 до 670 такта АЦП на каждой из страниц, а затем умножалась на среднее время такта (0.2 нс). Итого, окно интегрирования соответствует 34нс. Правильнее было бы учитывать точные временные метки DRS. Ширина окна интегрирования и его положение совпадают с теми, что использовались на тот момент в обработке реальных данных ТР, полученных цифровыми полихроматорами.

На гистограмме Рис.3 приведено характерное распределение сигнала ТР со вписанным гауссовым. Из его формы можно сделать вывод о достаточной мощности выборки. Ожидалось, что среднее значение будет несмещённым относительно нуля, однако чётко прослеживается сдвиг купола.

Дальнейшее изучение смещения сигнала ТР приводит к Рис.4. Из этого графика можно сделать вывод, что смещение не связано со спектральными особенностями каналов. Кроме этого, смещение

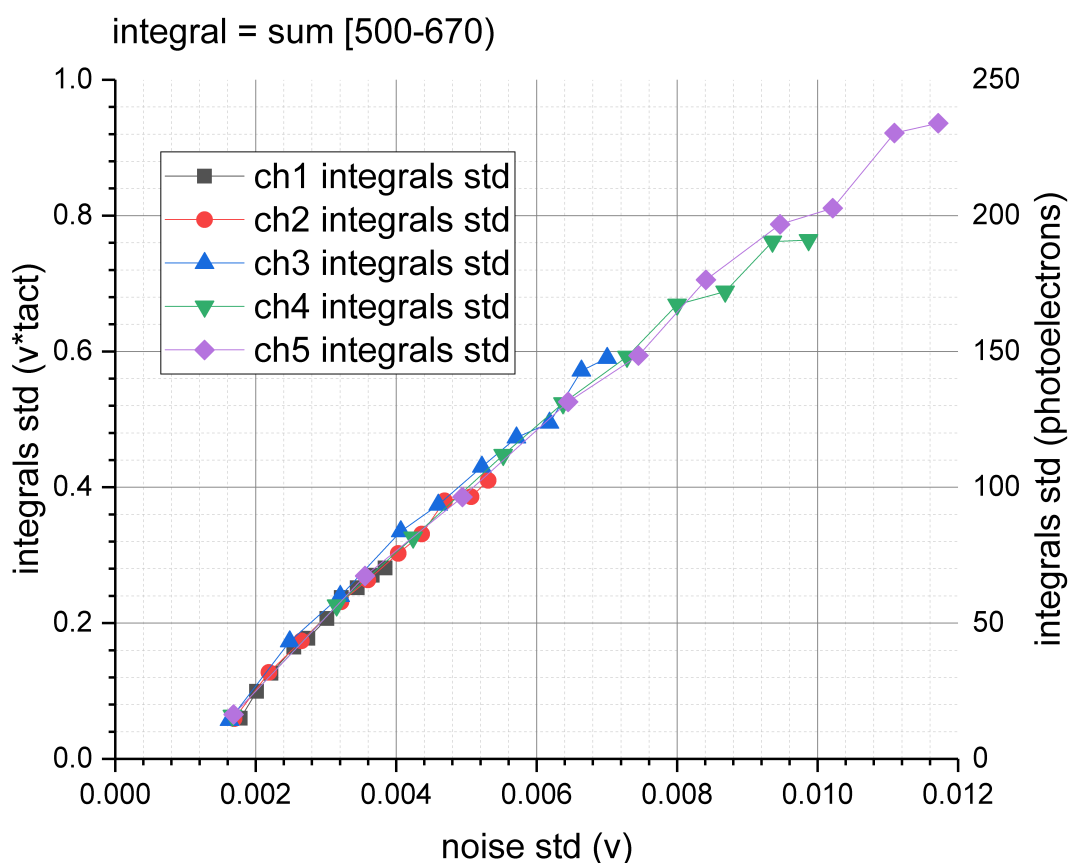


Рис. 2: Зависимость дисперсии шумовой дорожки высокочастотного выхода от освещённости, измеренной фотодиодом LabSphere

не зависит от дисперсии шумовой дорожки, т.е. является систематической ошибкой измерения числа фотоэлектронов в импульсе. Величина ошибки составляет порядка процента от определяемого сигнала для первого спектрального канала.

Математическим объяснением такого смещения служит график Рис.5, на котором показана усреднённая страница данных. Усреднение проводилось по той же выборке, что была использована для построения распределения Рис.3. График демонстрирует некоторую аппаратную функцию, которую необходимо учитывать если не в расчёте самих сигналов ТР, то в оценке их погрешности.

Перед измерением приборы работали непрерывно больше суток. Важным фактором является калибровка DRS4. В первый день измерений она проводилась непосредственно перед началом измерений и ещё один раз в середине. На следующий экспериментальный день калибровка не проводилась, вероятно это стало причиной возросшего уровня шумов.

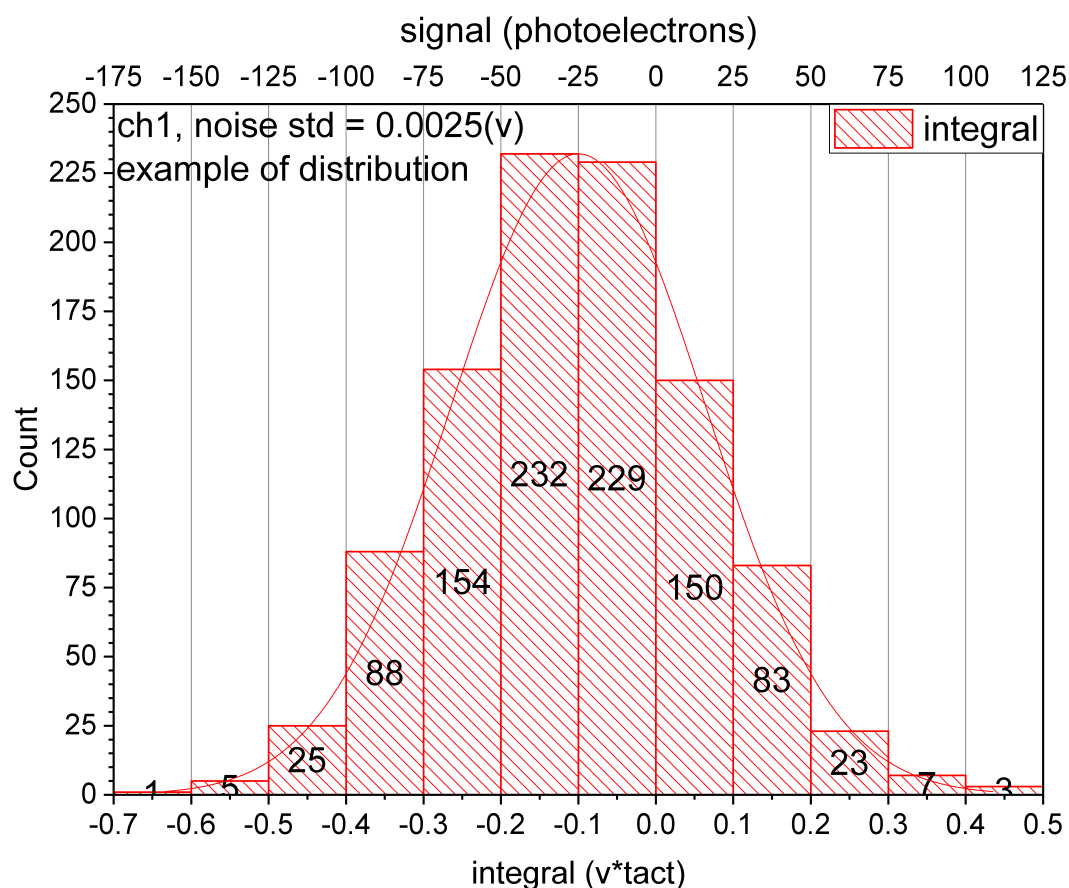


Рис. 3: Распределение сигнала в первом канале при фиксированной освещённости, соответствующей стандартному отклонению шумовой дорожки 2.5мВ.

На следующий экспериментальный день было запланировано измерение большего диапазона освещённостей с большим шагом. При этом калибровка DRS не производилась порядка двух суток. Для каждого уровня освещения записывалась тысяча страниц в той же конфигурации оборудования. Предполагалось дополнить уже имеющиеся данные, поэтому приведённые ниже зависимости будут в том числе включать в себя и результаты от 07.08.19.

filename	comment	ch1 noise std[v]	lamp[a]
2019_08_13-13_27_16	lamp off	0.0017	7.80E-12
2019_08_13-14_08_18		0.0056	7.07E-06
2019_08_13-14_31_23		0.0062	1.00E-05
2019_08_13-14_51_29		0.0082	2.00E-05
2019_08_13-17_08_37		0.0113	5.00E-05
2019_08_13-17_29_52		0.0137	8.00E-05
2019_08_13-18_08_07	Bursts 10imp @ 44hz	0.047	7.07E-06

График Рис.6 уже не так удобен для объяснения.

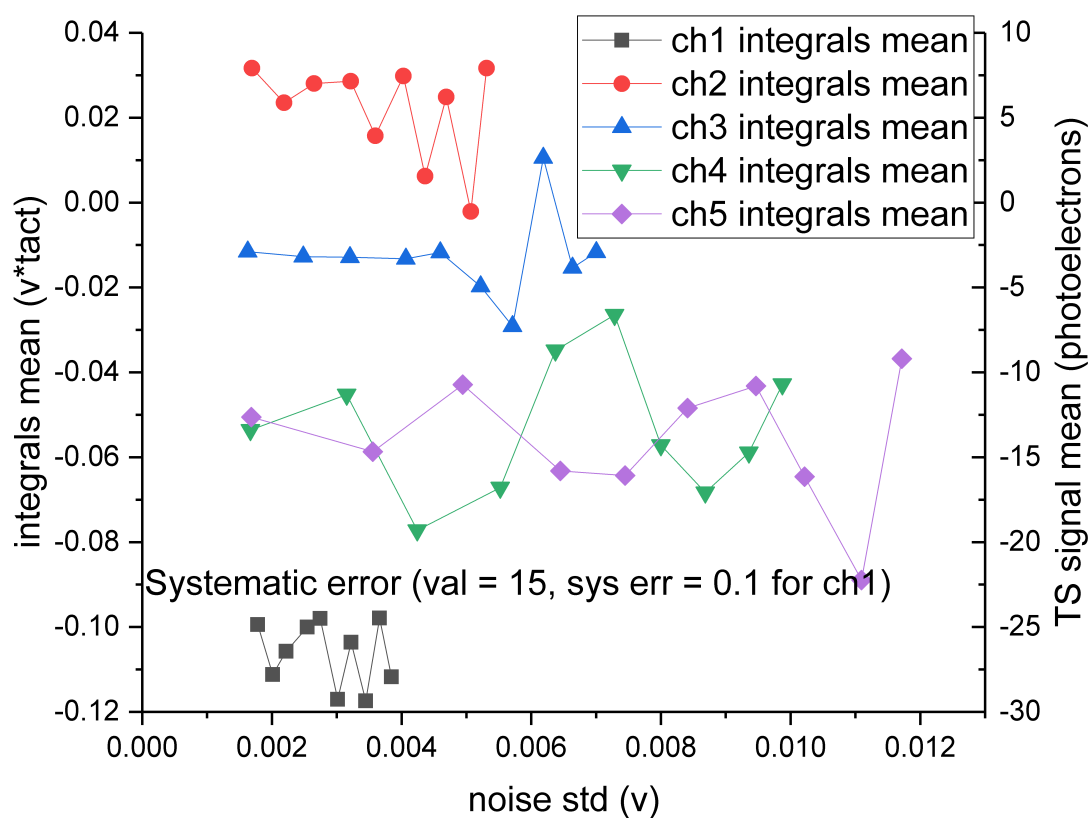


Рис. 4: Смещение среднего значения сигнала ТР для пяти каналов в зависимости от освещённости, выраженной в стандартном отклонении шумовой дорожки.

9 Оценка пределов измерения полихроматора

Раздел посвящён оценке температурного диапазона, который охватывает прибор с заданной спектральной характеристикой.

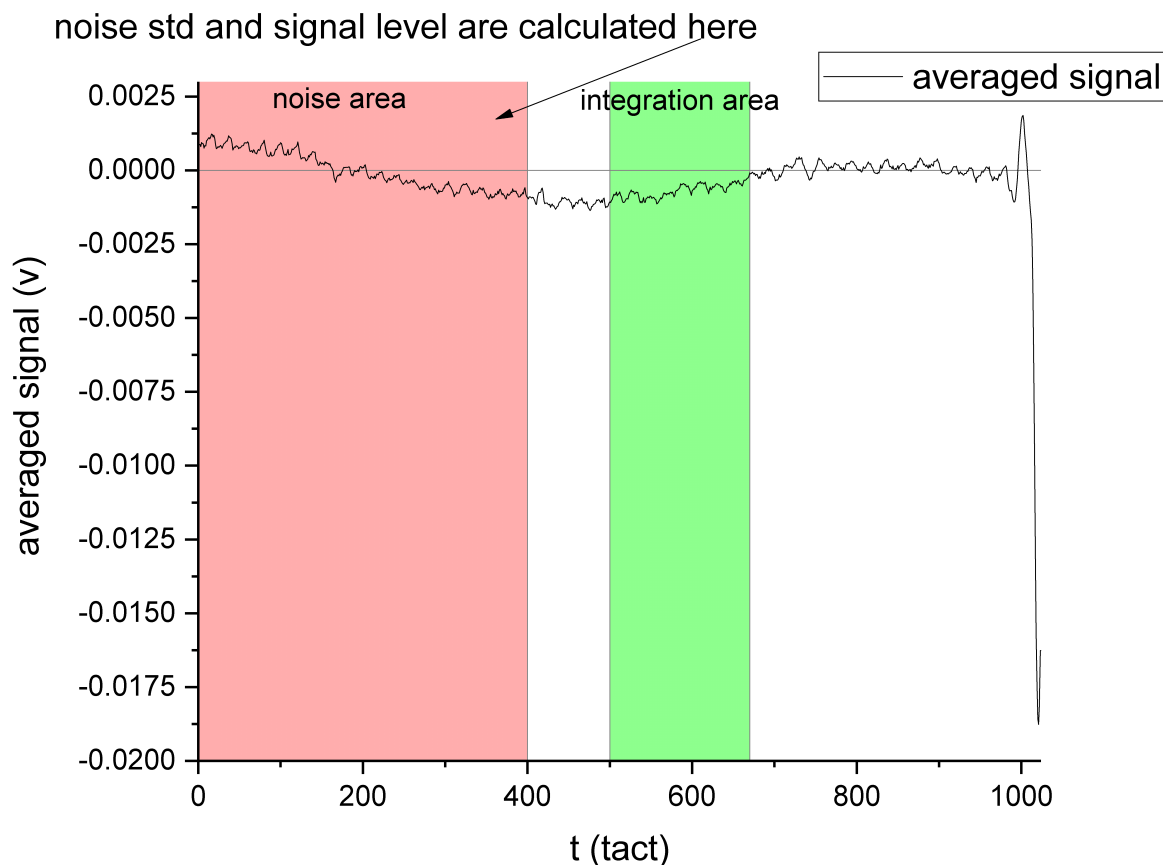


Рис. 5: Усреднённая по тысяче страница данных первого спектрального канала при фиксированной освещённости, соответствующей стандартному отклонению шумовой дорожки 2.5мВ. Усреднение проводилось следующим образом: для каждой страницы в красной области (noise area) вычислялось среднее значение, которое принималось за базовую линию, вычитающуюся из всей страницы. По зелёной области (integration area) ведётся интегрирование.

Список литературы

- [1] Т.Ю. Акатова, С.Г. Гончаров, Г.Т. Раздобарин, А.Н. Шильников
Численное моделирование эксперимента по диагностике плазмы методом томсоновского
рассеяния ФТИ им. Иоффе, Ленинград 1986
- [2] A. Neto, Filippo Sartori, Fabio Piccolo, Riccardo Vitelli, Gianmaria De Tommasi, Luca Zabeo, Antonio Barbalace, Huston Fernandes, Daniel Valcarcel, A.J.N. Batista *MARTE: A Multiplatform Real-Time Framework*.
DOI: 10.1109/TNS.2009.2037815, IEEE Transactions on Nuclear Science 57(2):479 - 486 · May 2010
- [3] M. Hron, F. Janky, J. Pipek, J. Sousa, B.B. Carvalho, H. Fernandes, P. Vondracek, P. Cahyna, J. Urban, R. Paprok, O. Mikulín, M. Aftanas, R. Panek, J. Havlicek, J. Fortunato, A.J.N. Batista, B.A. Santos, A. Duarte, T. Pereira, D. Valcarcel, COMPASS Team *Overview of the COMPASS CODAC system*.
Fusion Eng. Des. (2013)
- [4] LABBOT, LABORATORY AUTOMATION TOOLKIT
<https://labbot.tech/>

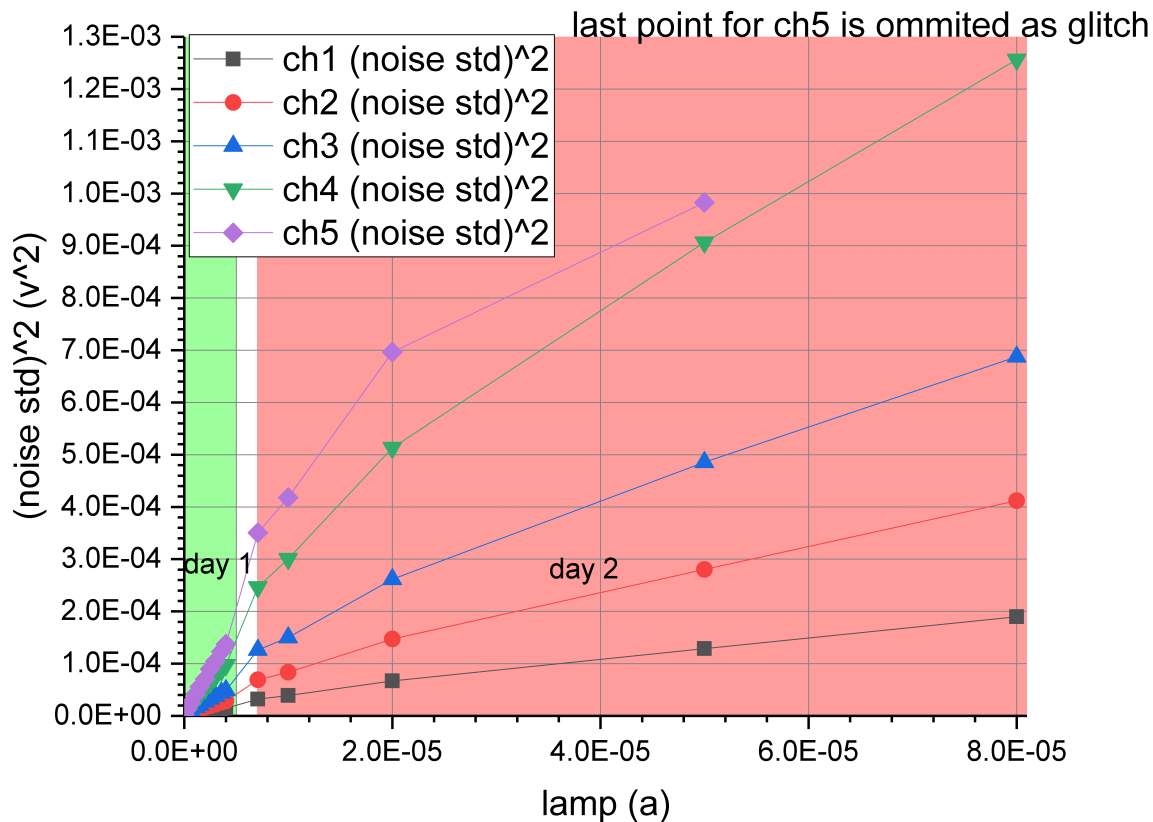


Рис. 6: Зависимость дисперсии шумовой дорожки высокочастотного выхода от освещённости, измеренной фотодиодом LabSphere. Красным цветом показана область, измерения в которой проводились в первый экспериментальный день, красным – во второй. Точка, крайняя правая точка для пятого канала исключена из отображения как выброс (вверх).

[5] T. Casper, Y. Gribov, A. Kavin, V. Lukash, R. Khayrutdinov, H. Fujieda, C. Kessel *Development of the ITER baseline inductive scenario*.

<https://doi.org/10.1088/0029-5515/54/1/013005> Nucl. Fusion 54 013005, 11 December 2013.

[6] Ю.В. Митришкин *Управление плазмой в термоядерных установках*.

ISBN: 978-5-396-00694-2, Физматлит, Москва, 2015

[7] В.Е. Голант, А.П. Жилинский, С.А. Сахаров *Основы физики плазмы*. Атомиздат, Москва, 1977.

[8] Peter C Stangeby *The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices*.

ISBN 0 7503 0559 2, IOP Publishing Ltd, 2000