ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

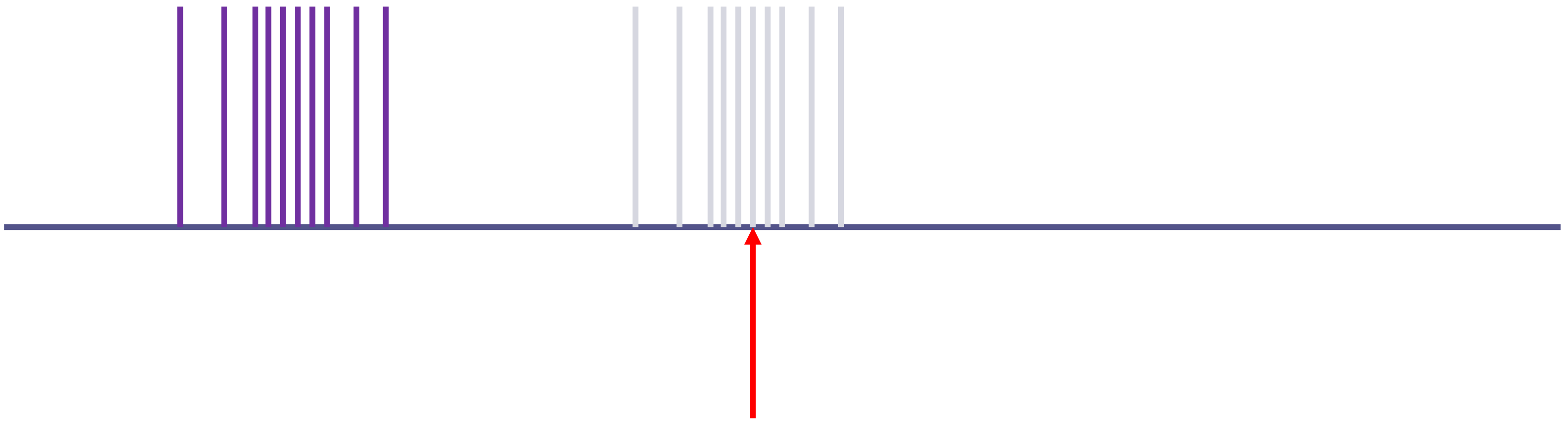
Лекция 5

Лекция 5

- Систематические погрешности
- Методы исключения постоянных систематических погрешностей
- Методы исключения переменных систематических погрешностей

Классификация погрешностей

- Случайные
- Систематические
- Грубые (промахи)



Систематические погрешности

- Ошибки, природу которых мы точно знаем и можем оценить их величину. Такие ошибки могут быть устранены с помощью поправок.

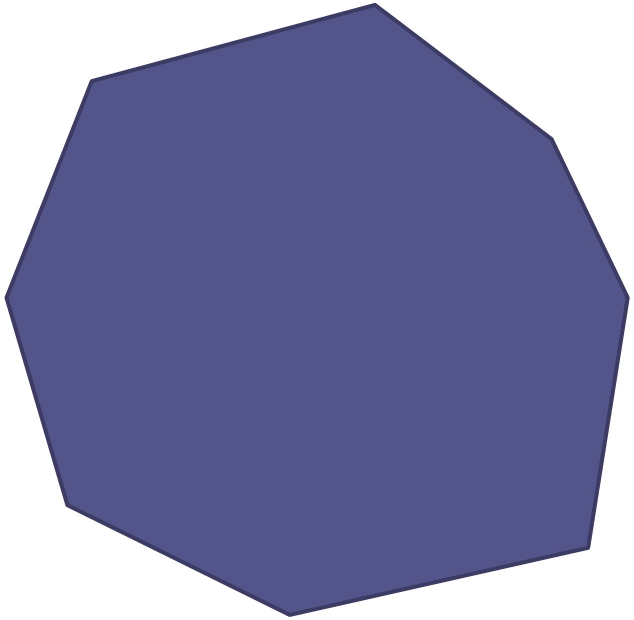
Систематические погрешности

- Ошибки, природу которых мы точно знаем и можем оценить их величину. Такие ошибки могут быть устранены с помощью поправок.
- Ошибки известного происхождения, но неизвестной величины. К их числу относится погрешность измерительных приборов.

Систематические погрешности

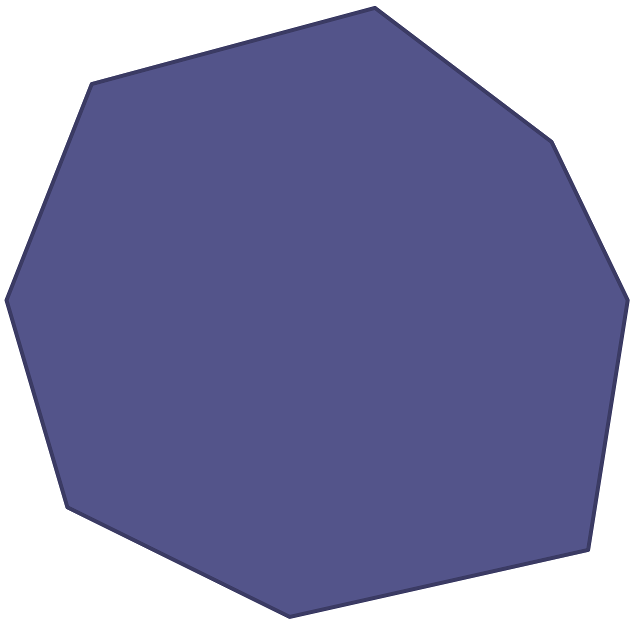
- Ошибки, природу которых мы точно знаем и можем оценить их величину. Такие ошибки могут быть устранены с помощью поправок.
- Ошибки известного происхождения, но неизвестной величины. К их числу относится погрешность измерительных приборов.
- Ошибки, о которых мы не подозреваем.

Ошибки, о которых мы не подозреваем



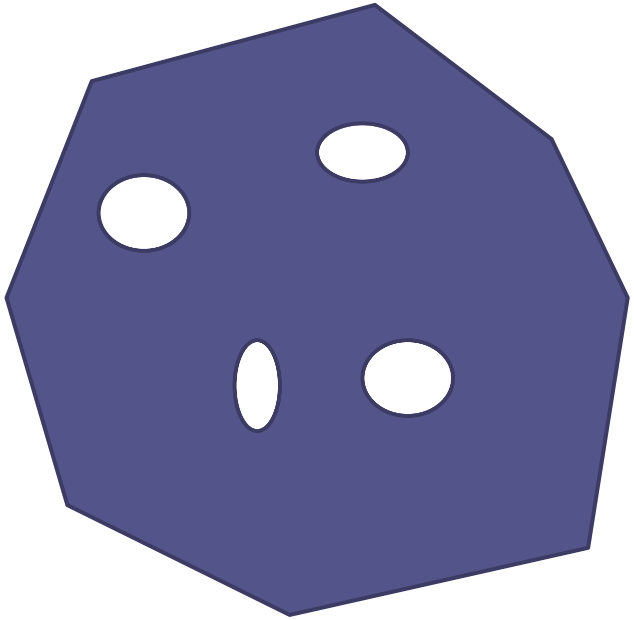
$\rho = ?$

Ошибки, о которых мы не подозреваем



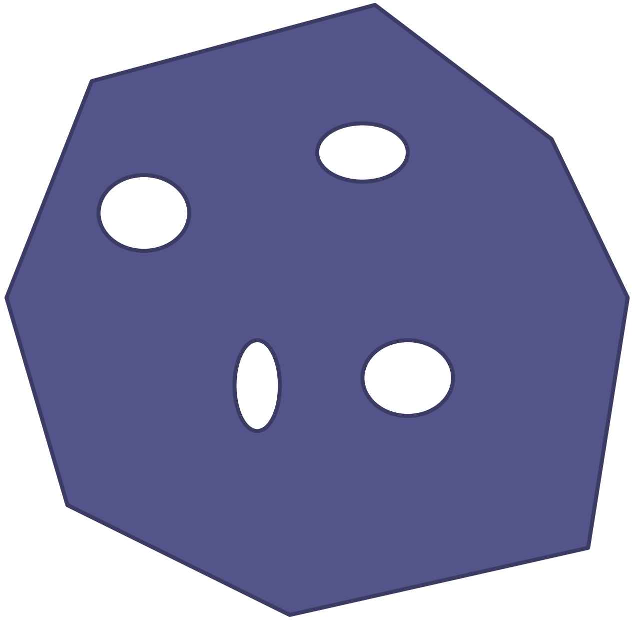
$$\rho = \frac{m}{V}$$

Ошибки, о которых мы не подозреваем



$$\rho = \frac{m}{V}$$

Ошибки, о которых мы не подозреваем



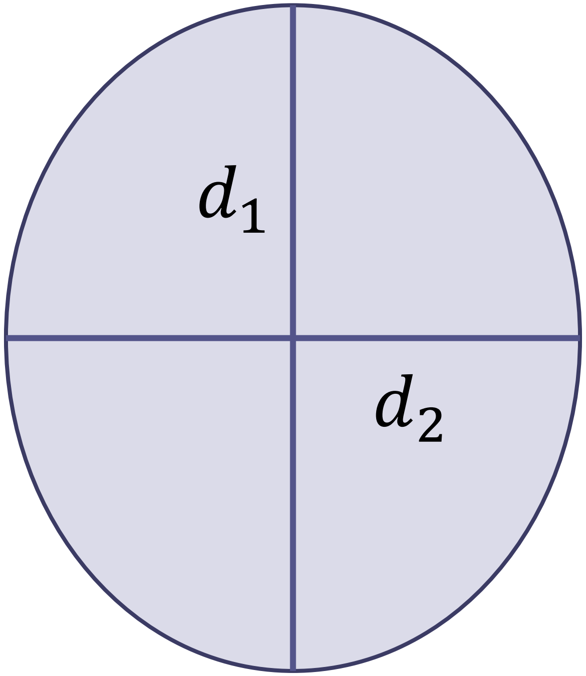
$$\rho \neq \frac{m}{V}$$

Необходимо провести измерение другим способом!

Систематические погрешности

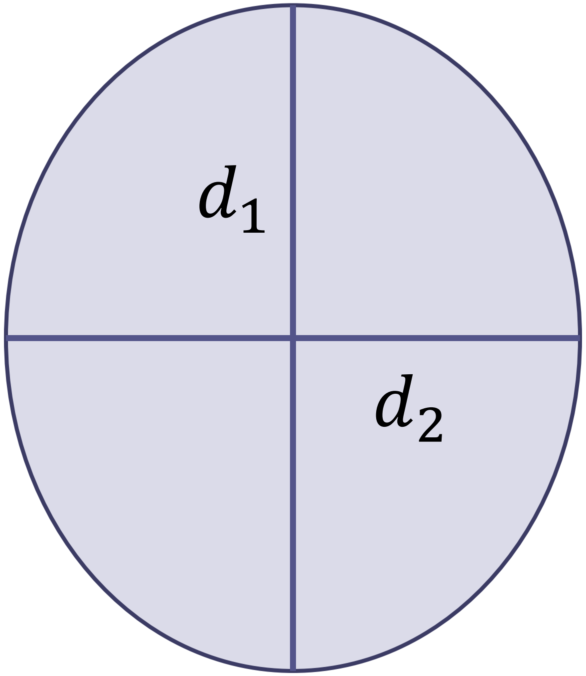
- Ошибки, природу которых мы точно знаем и можем оценить их величину. Такие ошибки могут быть устранены с помощью поправок.
- Ошибки известного происхождения, но неизвестной величины. К их числу относится погрешность измерительных приборов.
- Ошибки, о которых мы не подозреваем.
- Ошибки, связанные с неоднозначностью измеряемого свойства объекта – пороговое несоответствие.

Ошибки, связанные с неоднозначностью объекта

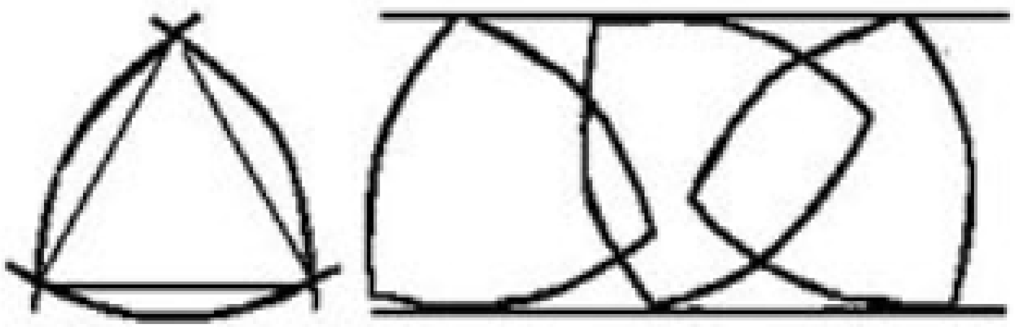


Ошибки, связанные с неоднозначностью объекта

$d_1 > d_2$



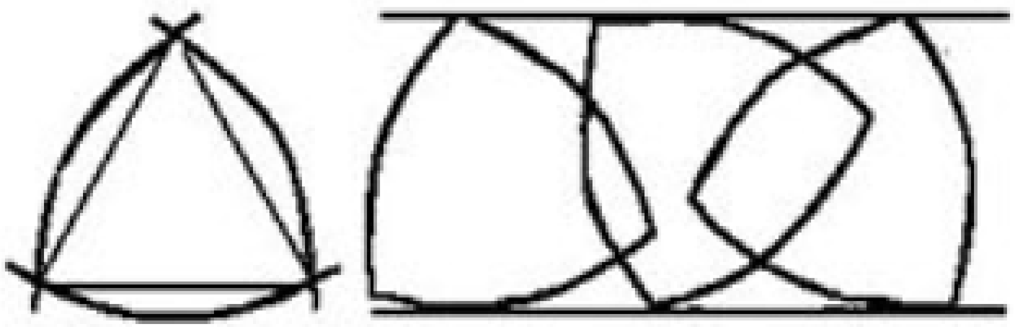
Ошибки, связанные с неоднозначностью объекта



$$S_1 = \frac{\pi d^2}{4}$$

Фигура с ложным диаметром *d*

Ошибки, связанные с неоднозначностью объекта

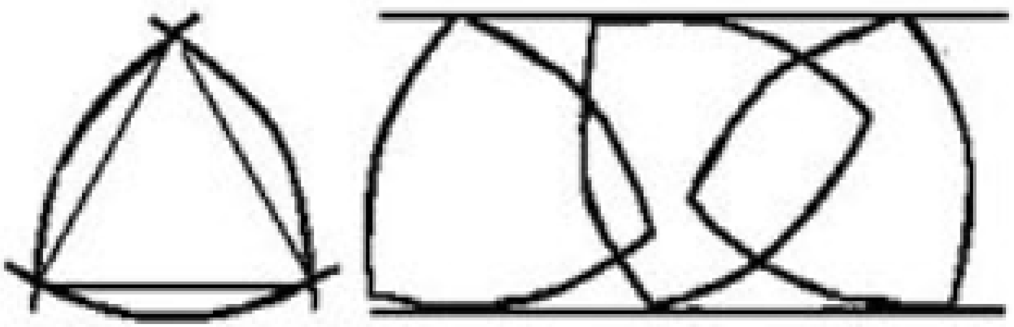


$$S_1 = \frac{\pi d^2}{4}$$

Фигура с ложным диаметром *d*

$$S = \frac{d^2}{2}\left(\pi - \sqrt{3}\right) \qquad \Delta = \frac{S_1 - S}{S}$$

Ошибки, связанные с неоднозначностью объекта



$$S_1 = \frac{\pi d^2}{4}$$

Фигура с ложным диаметром *d*

$$S = \frac{d^2}{2}\left(\pi - \sqrt{3}\right)$$

$$\Delta = \frac{S_1 - S}{S} = \frac{2\sqrt{3} - \pi}{2\left(\pi - \sqrt{3}\right)} = 0.11$$

Постоянные систематические погрешности

Постоянная систематическая погрешность **не может быть найдена** методами совместной обработки результатов измерений

$$x_i = X + \Delta_i + Q_i$$

$$\bar{x} = X + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta_i + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Q_i$$

Постоянные систематические погрешности

Постоянная систематическая погрешность **не может быть найдена** методами совместной обработки результатов измерений

$$x_i = X + \Delta_i + Q_i$$

$$\bar{x} = X + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta_i + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Q_i$$

$$\bar{x} = X + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta_i + Q$$

Постоянные систематические погрешности

Постоянная систематическая погрешность **не может быть найдена** методами совместной обработки результатов измерений

$$x_i = X + \Delta_i + Q_i$$

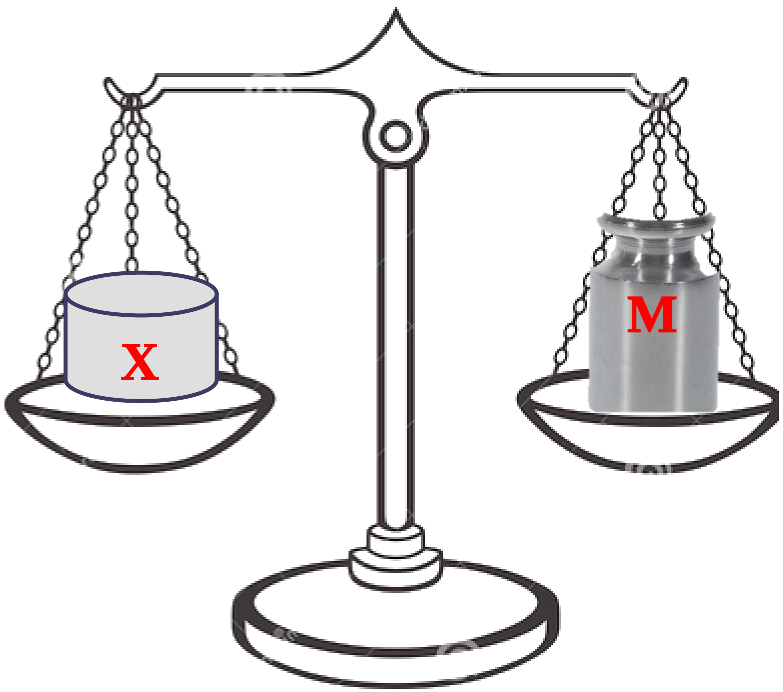
$$\bar{x} = X + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta_i + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Q_i$$

Постоянная систематическая погрешность НЕ искажает оценки характеристик случайной погрешности и аппроксимацию ее распределения

Исключение постоянных систематических погрешностей

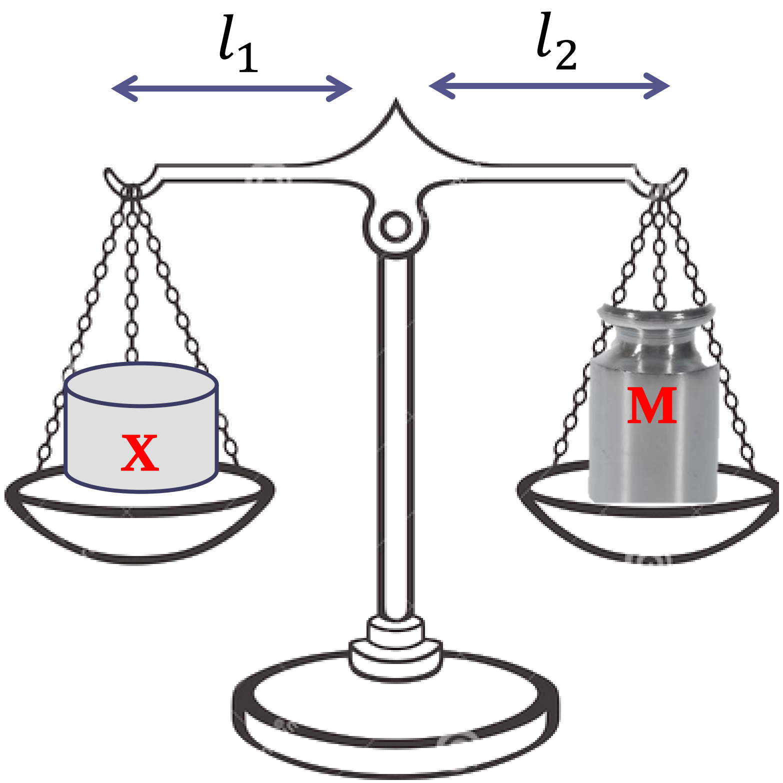
- *Метод замещения*
- *Метод противопоставления*
- *Метод компенсации погрешности по знаку*
- *Метод рандомизации*

Метод замещения. Взвешивание по методу Борда



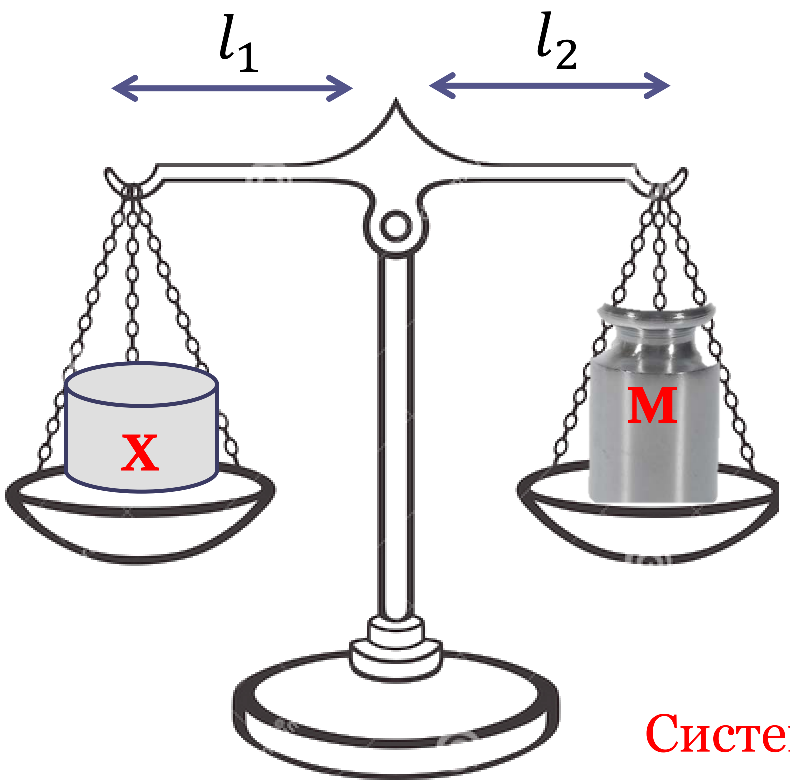
$$X = M$$

Метод замещения. Взвешивание по методу Борда



$$X = \frac{l_2}{l_1} M$$

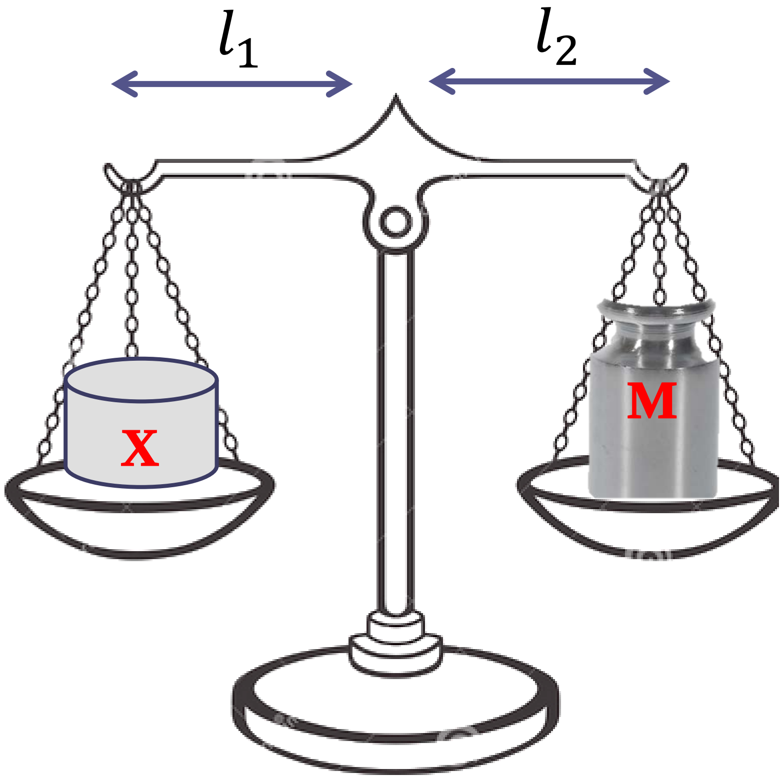
Метод замещения. Взвешивание по методу Борда



$$X = \frac{l_2}{l_1} M$$

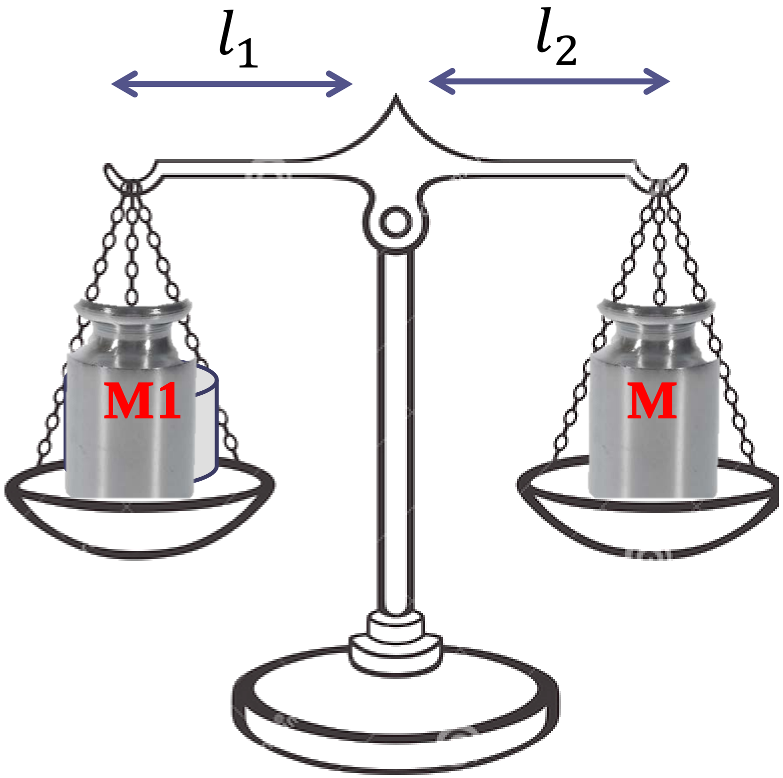
Систематическая ошибка, природу которой мы точно знаем. Можно ввести поправку, если известны l_1 и l_2.

Метод замещения. Взвешивание по методу Борда



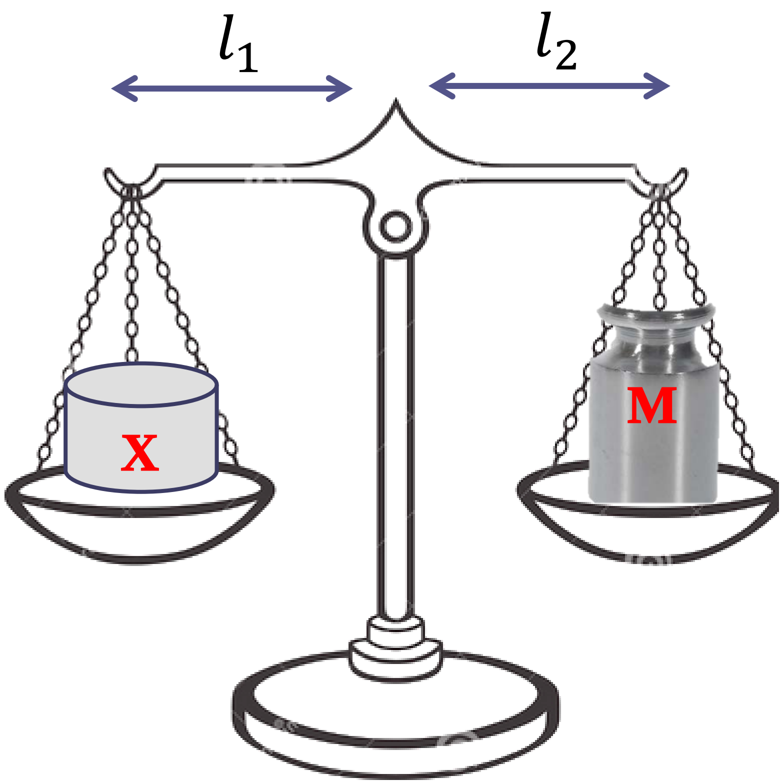
$$X = \frac{l_2}{l_1} M$$

Метод замещения. Взвешивание по методу Борда



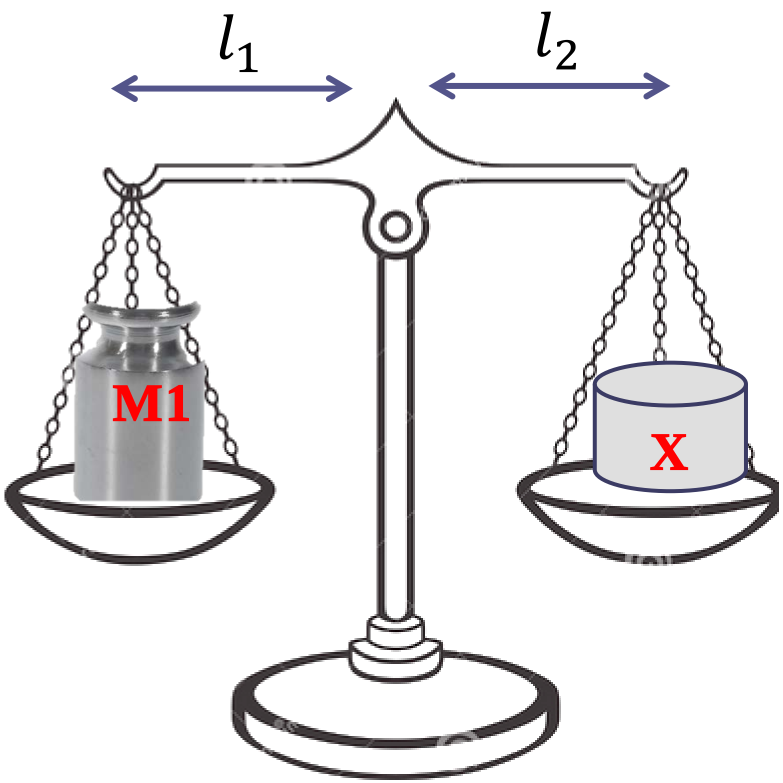
$X = M_1$

Метод противопоставления. Взвешивание по методу Гаусса



$$X = \frac{l_2}{l_1} M$$

Метод противопоставления. Взвешивание по методу Гаусса

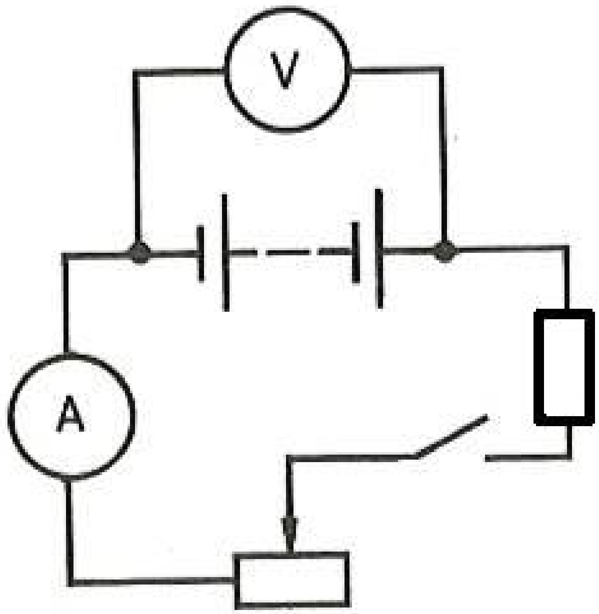


$$X = \frac{l_2}{l_1} M$$

$$X = \frac{l_1}{l_2} M_1$$

$$X = \sqrt{M \cdot M_1}$$

Метод компенсации погрешности по знаку



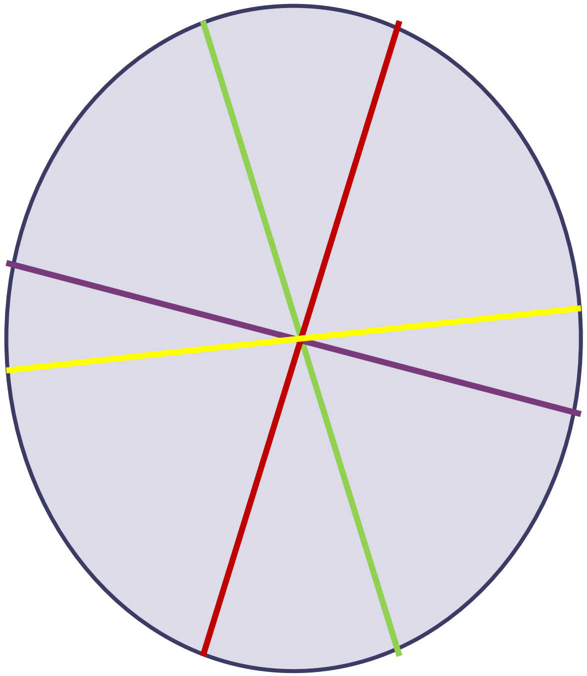
$$\varepsilon_1 = \varepsilon + \Delta\varepsilon$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon - \Delta\varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}$$

Метод рандомизации

$$d = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d_i$$



Сведение систематической погрешности к случайной

В тех случаях, когда для измеряемой величины известны некоторые точные соотношения, эти соотношения можно использовать для уменьшения погрешности измерения.

Например, если измеряют углы плоского треугольника, то нужно учесть, что их сумма равна 180^{o}.

Переменные систематические погрешности

- монотонно изменяющиеся

(разрядка батареи)

- периодические

(суточные колебания температуры)

- изменяющиеся по сложному закону

Переменные систематические погрешности

- монотонно изменяющиеся
(разрядка батареи)

- периодические
(суточные колебания температуры)

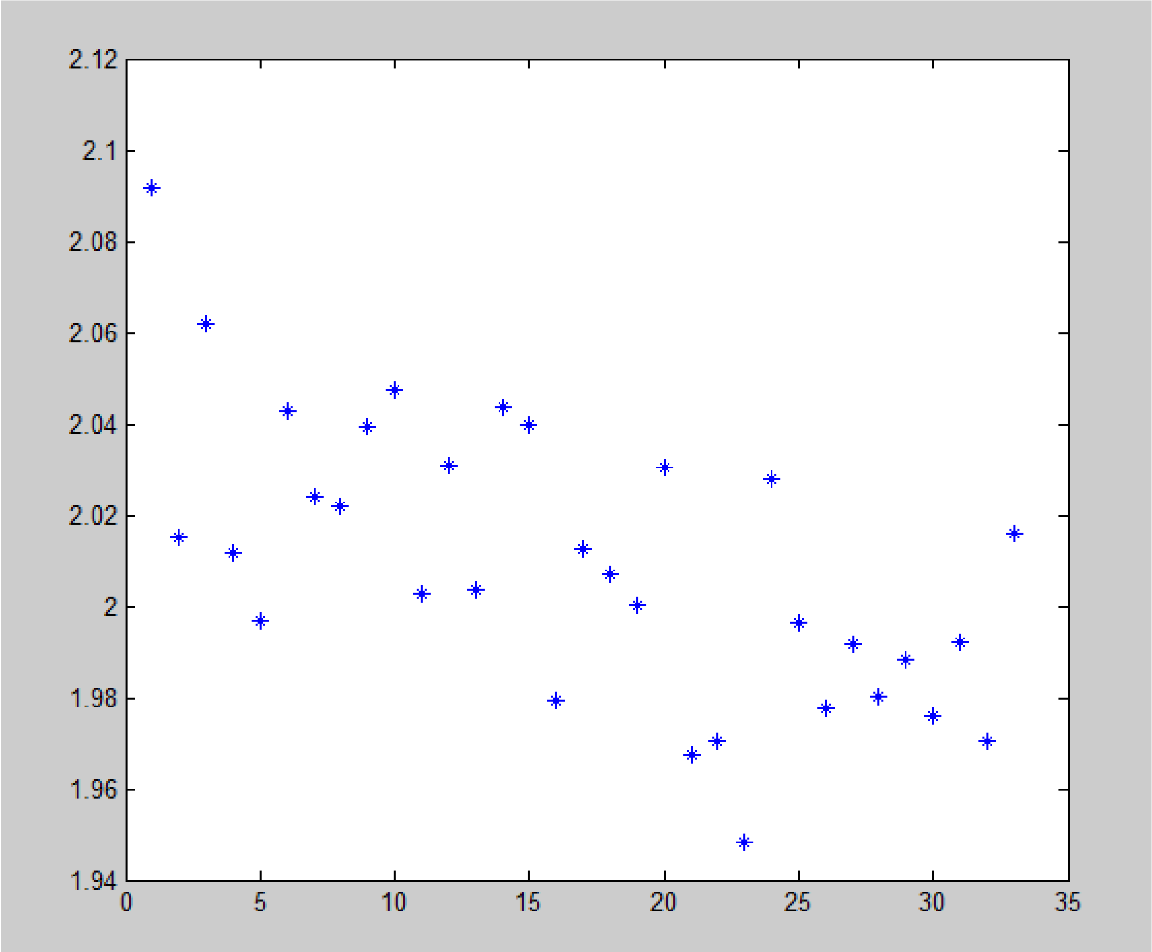
- изменяющиеся по сложному закону

Переменная систематическая погрешность искажает оценки характеристик случайной погрешности и аппроксимацию ее распределения

Обнаружение переменных систематических погрешностей

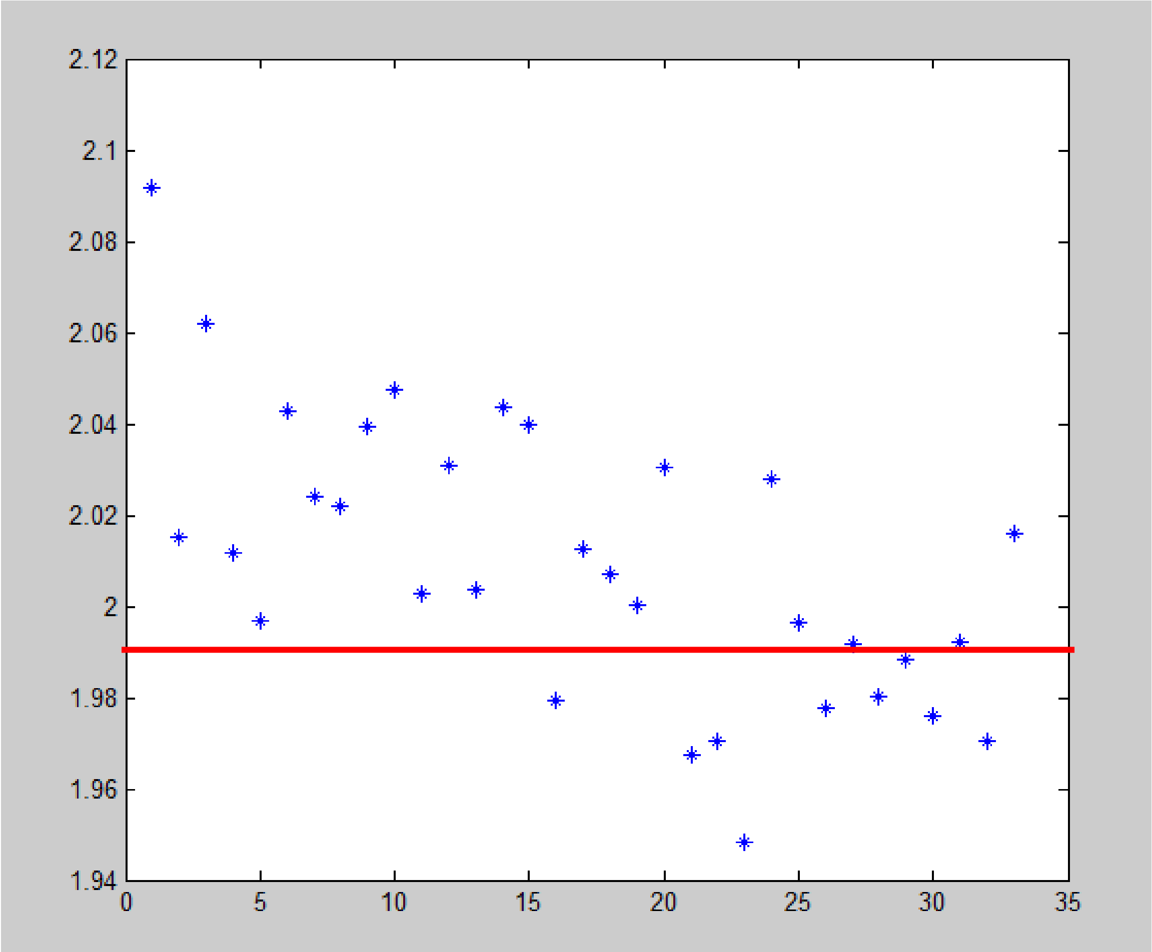
- *Графический метод*
- *Метод симметричных наблюдений*
- *Дисперсионный анализ*
  - *Метод Аббе*
  - *Метод Фишера*

Графический метод



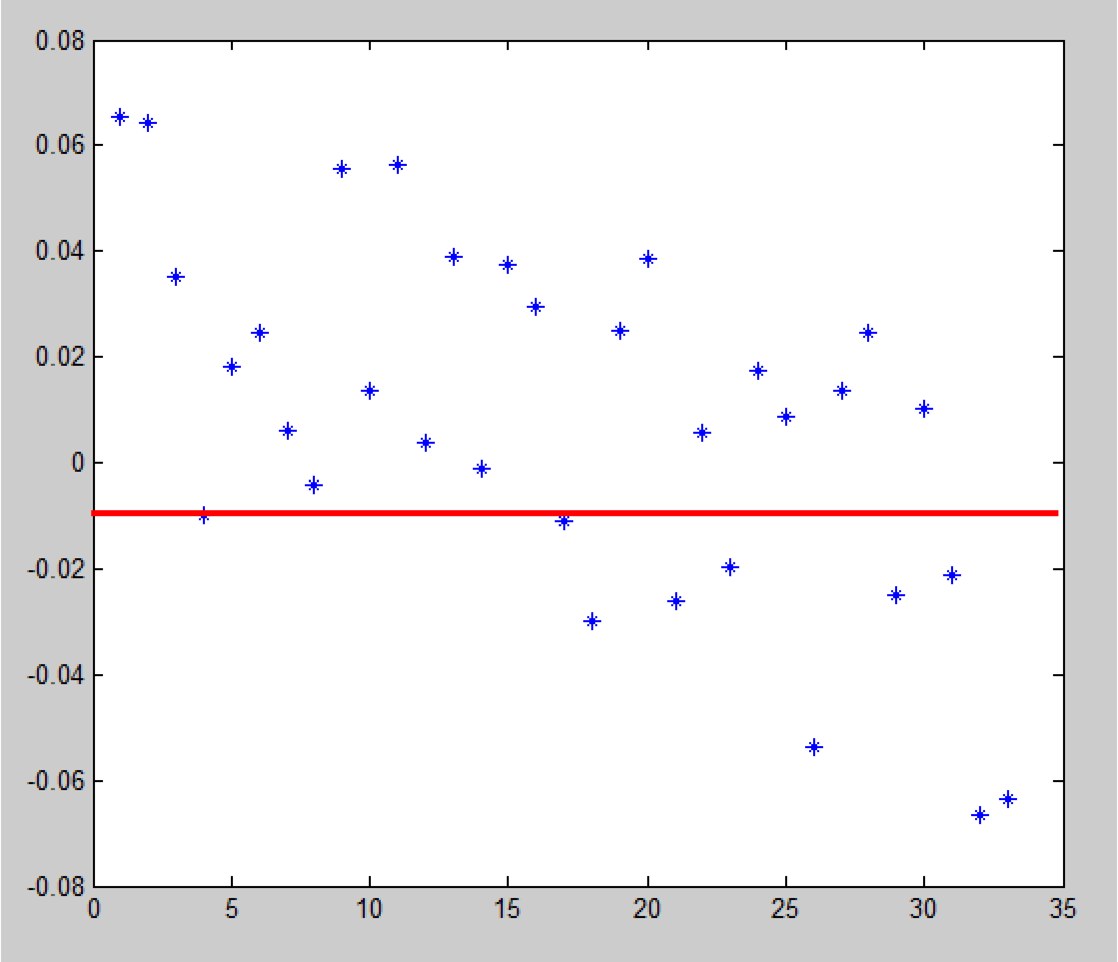
Графический метод

$$\bar{x} = 1.99$$



Анализ знаков неисправленных погрешностей

$$y_i = x_i - \bar{x}$$



Устранение погрешности, изменяющейся по линейному закону.

$$y = x + kt, \Delta = y - x = kt$$

Устранение погрешности, изменяющейся по линейному закону.

$$y = x + kt, \Delta = y - x = kt$$

$$y_1 = x_1 + kt_1$$

$$y_2 = x_2 + kt_2$$

Устранение погрешности, изменяющейся по линейному закону.

$$y = x + kt, \Delta = y - x = kt$$

$$y_1 = x + kt_1$$

$$y_2 = x + kt_2$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{y_1 t_2 - y_2 t_1}{t_2 - t_1}$$

Устранение погрешности, изменяющейся по линейному закону. Метод симметричных наблюдений

$$y_0 = kx_0$$

$$y_1 = (k + \alpha\tau)x$$

$$y_1 = (k + 2\alpha\tau)x_0$$

Устранение погрешности, изменяющейся по линейному закону. Метод симметричных наблюдений

$$y_0 = kx_0$$

$$y_1 = (k + \alpha\tau)x$$

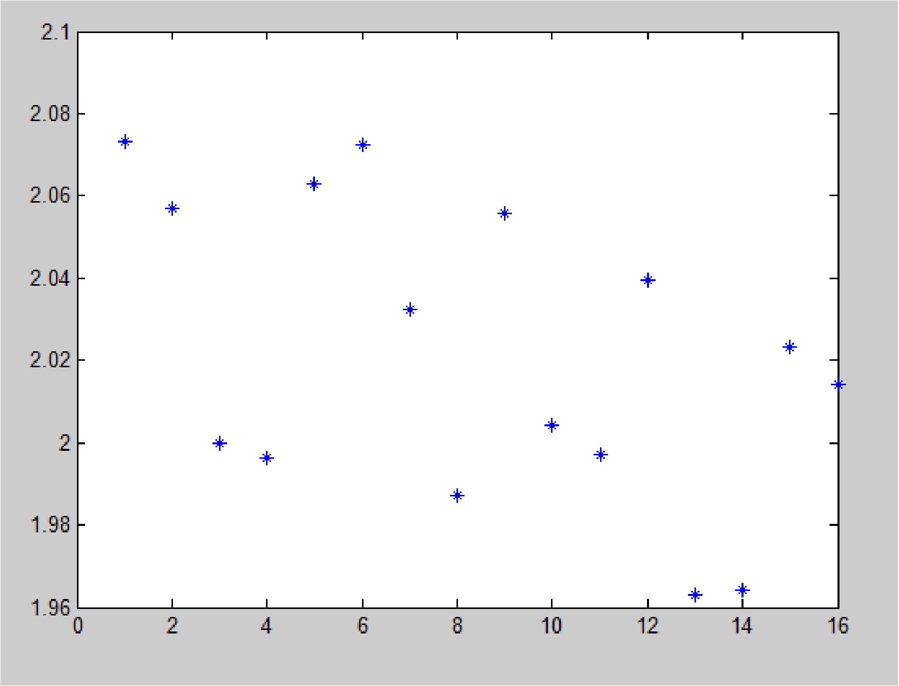
$$x = \frac{2x_0 y_1}{y_0 + y_2}$$

$$y_2 = (k + 2\alpha\tau)x_0$$

Дисперсионный анализ. Метод Аббе

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

$$Q^2 = \frac{1}{2(n-1)}\sum_{i=2}^{n}(x_i - x_{i-1})^2$$



$$\nu = \frac{Q^2}{S^2}$$

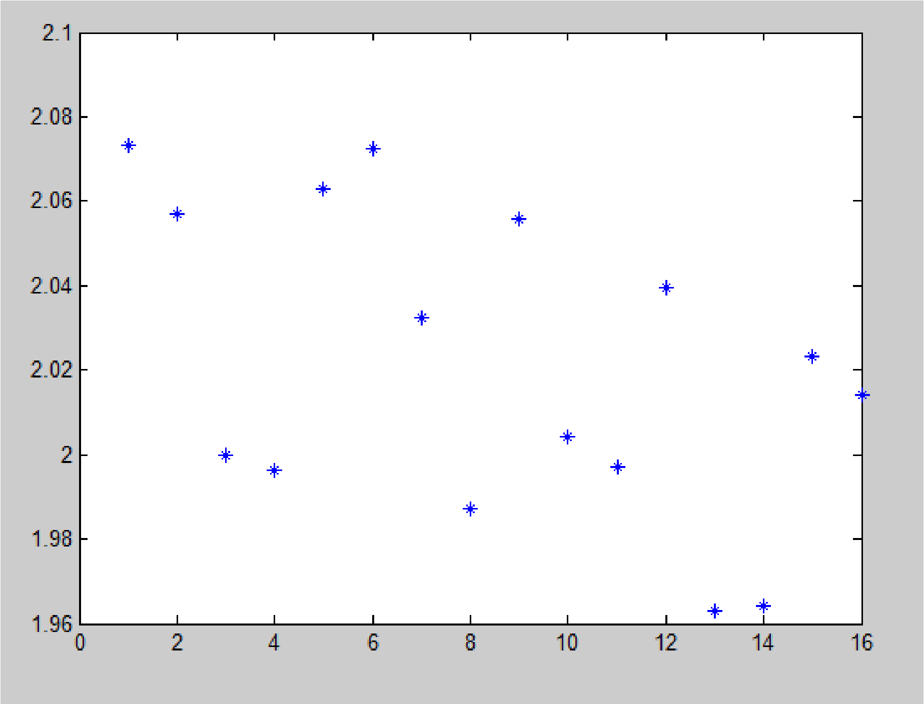
Критическая область $\nu < \nu_q$

Дисперсионный анализ. Метод Аббе

$$S^2 = 0.0013$$

$$Q^2 = 0.0010$$

$$\nu = \frac{Q^2}{S^2} = 0.77$$



$n = 16$

$q = 1\%$

n	ν_q при q, равном			n	ν_q при q, равном		
	0.001	0,01	0.05		0,001	0,01	0.05
4	0,295	0,313	0.390	13	0.295	0,431	0.578
5	0,208	0,269	0.410	14	0.311	0.447	0,591
6	0,182	0,281	0,445	15	0.327	0,461	0.603
7	0,185	0.307	0.468	16	0.341	$\boxed{0.474}$	0,614

Дисперсионный анализ. Метод Фишера

Необходимо выявить влияние какого-либо фактора на измерения

Например, суточных колебаний температуры

1:00		Ясно	+2	780	ЮВ 3	80
4:00		Ясно	+2	780	ЮВ 2	83
7:00		Ясно	+1	780	ЮВ 3	86
10:00		Ясно	+3	779	ЮВ 3	82
13:00		Ясно	+8	779	ЮВ 3	63
16:00		Облачно	+9	777	Ю 3	52
19:00		Ясно	+6	776	ЮВ 3	67
22:00		Ясно	+4	775	ЮВ 4	73

Дисперсионный анализ. Метод Фишера

Необходимо выявить влияние какого-либо фактора на измерения

Например, суточных колебаний температуры

Проводим измерения в разное время, фиксируя температуру

Проводим S серий по n измерений в каждой серии (S>3)

1:00	Ясно	+2	780	ЮВ 3	80
4:00	Ясно	+2	780	ЮВ 2	83
7:00	Ясно	+1	780	ЮВ 3	86
10:00	Ясно	+3	779	ЮВ 3	82
13:00	Ясно	+8	779	ЮВ 3	63
16:00	Облачно	+9	777	Ю 3	52
19:00	Ясно	+6	776	ЮВ 3	67
22:00	Ясно	+4	775	ЮВ 4	73

Дисперсионный анализ. Метод Фишера

S серий по n измерений в каждой серии

Важно: результаты в каждой серии должны быть распределены нормально

$$(\sigma_{\text{ВС}})^2 = \frac{1}{S}\sum_{j=1}^{S}\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ji} - \bar{x}_j\right)^2$$

$$(\sigma_{\text{МС}})^2 = \frac{1}{S-1}\sum_{j=1}^{S} n\left(\bar{x}_j - \bar{x}\right)^2$$

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_{ji}, \qquad \bar{x} = \frac{1}{Sn}\sum_{j=1}^{S}\sum_{i=1}^{n} x_{ji}$$

Дисперсионный анализ. Метод Фишера

Критерий Фишера

$$F = \frac{(\sigma_{\text{МС}})^2}{(\sigma_{\text{ВС}})^2}$$

Критическая область

$$P\left(F > F_{q,n,s}\right) = q$$

При попадании в критическую область гипотезу H_0 об отсутствии систематических различий между сериями отвергаем