Вычмат лаба3

“Дифференцирование таблично заданной функции с помощью многочлена Лагранжа”

Вариант 19

Б9122-02.03.01сцт 2 группа

Цель

1) Реализовать формулу дифференцирования с учётом равномерной сетки для порядка производной 2 (в моём случае)

2) Получить значения $\max(R)$ и $\min(R)$ для остаточного члена R

3) Проверить выполнение неравенства $\min(R) < R(x_m) < \max(R)$, где x_m - заданный узел

4) Сделать вывод

Ход работы

▼ 1) Вычислительная формула

Начинаю с определения исходной функции, её второй производной и значений, взятых на основе своего варианта из таблицы

```python
import numpy as np

def f(x):
    return x*x + np.log10(x)

def D2f(x):
    return 2 - 1/x/x * 0.434294481903 # 1/ln(10)

# вариант 19 ->
k = 2 # порядок производной
n = 3 + 1 # лагранж третьей степени
m = 3 # третий узел

brds = [0.4, 0.9]
h = (brds[1] - brds[0]) / (n-1)

xs = np.linspace(*brds, n)
ys = [f(_) for _ in xs]
```

Ниже определяю разбиение области в соответствии со степенью полинома

Далее я определяю коэффициент C_i

```python
def C(i_):

    P = 1

    for j_ in range(n):
        if i_ != j_: P /= (i_-j_)*h

    return P * ys[i_]
```

И наконец сама функция для вычисления второй производной

```python
def D2L(x):

    main_S = 0
    for i in range(n):

        FIS = 0 # first inner summ
        for j in range(n):

            if j != i:

                SIS = 0 # second inner summ
                for k in range(n):

                    if k not in [i, j]:

                        P = 1 # inner product
                        for l in range(n):

                            if l not in [i, j, k]:
                                P *= (x - xs[j])

                        SIS += P

                FIS += SIS

        main_S += C(i) * FIS

    return main_S
```

▼ 2) Остаточный член

По определению, остаточный член есть разница между точной функцией и её приближением

Сразу подставляю заданный узел и вычисляю разницу

```
R = D2f(xs[m-1])-D2L(xs[m-1])

xs[m-1], D2f(xs[m-1]), D2L(xs[m-1]), R
```

```
(0.7333333333333334,
 1.1924276162960745,
 1.1708236601425384,
 0.021603956153536163)
```

На скрине вывожу соответственно узел, точное и приближенное значения и сам остаток

▼ 3) Проверка неравенства

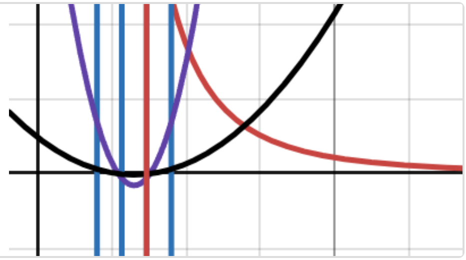
Для проверки условия при второй производной мне пришлось выводить вторую производную от произведения скобок в омеге. В n+1 производную подставляю значения икса, при которых производная имеет экстремум. В моём случае это граничные точки 0.4 и 0.9

Вычислял всё я опять же в десмосе, потому что это удобно:

Desmos | Graphing Calculator

Explore math with our beautiful, free online graphing calculator. Graph functions, plot points, visualize algebraic equations, add sliders, animate graphs, and more.

https://www.desmos.com/calculator/ukycjo3ejm



В итоге получилось, что неравенство не выполняется:

```
R_max = -0.00275805569466
R_min = -0.0314159781469

R_max, R, R_min

# https://www.desmos.com/calculator/enm4u3eous
```

[3] ✓ 0.0s

```
(-0.00275805569466, 0.021603956153536163, -0.0314159781469)
```

4) Вывод

Формула для дифференцирования обладает не слишком большой погрешностью, ошибка составила всего 2 процента:

$$\frac{1.1924276162960745 - 1.1708236601425384}{1.1708236601425384} \cdot 100$$

$$= 1.84519299438$$

Значения максимума и минимума R вообще получились отрицательными, в то время как сама разность - положительна. Это может быть обусловлено тем, что экстремумы расположены на границах данного отрезка и сильным ростом производной логарифма близ точки 0