



3. laboratorijska vježba

Umjeravanje kamere planarnom umjernom metom

Name:

JMBAG:

- **Svrha vježbe**

Upoznavanje s postupkom umjeravanja kamere. Implementacija najčešće korištene metode umjeravanja kamere za linearne parametre.

- **Priprema**

Ova se vježba radi u Matlabu. Implementirate umjeravanje kamere uz dobivene sintetičke podatke.

- **Grafovi i jednačbe**

Slike priložite u pdf datoteku kao komentar. (Za Adobe Reader: Tools->Comment & Markup->Attach a File as a Comment).

- **Korisne Matlab funkcije**

chol, svd

Uvod

Umjeravanje kamere je postupak estimacije intrinzičnih i ekstrinzičnih parametara pretpostavljenog modela kamere. U ovoj vježbi, pretpostavljamo model bez distorzije, koji se može opisati linearnim sustavom

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_u f & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & k_v f & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} [\mathbf{R}|\mathbf{t}] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{K} [\mathbf{R}|\mathbf{t}] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

koji transformira homogene 3D koordinate X, Y, Z izražene u koordinatnom sustavu svijeta u 2D koordinate u, v u ravnini slike. $[\mathbf{R}|\mathbf{t}]$ predstavlja transformaciju između koordinatnog sustava svijeta i koordinatnog sustava kamere.

U umjeravanju se uglavnom koristi šahovska meta poznatih dimenzija. Detekcijom kutova na šahovskoj ploči, zbog poznavanja veličine šahovske ploče, možemo odrediti homogene 3D koordinate u koordinatnom sustavu svijeta te homogene 2D koordinate u ravnini slike. Pod pretpostavkom da se koordinatni sustav svijeta nalazi u gornjem lijevom kutu šahovske ploče, Z za svaku točku postaje 0 te se model svede na

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & t_3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Uz poznavanje uparenih homogenih 3D koordinata u koordinatnom sustavu svijeta te homogenih 2D koordinata u ravni slike, moguće je estimirati elemente matrice homografije. Za svaki par 2D-3D koordinata, korištenjem sustava (2), moguće je zapisati dvije jednačbe:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_3^T \mathbf{x}u - \mathbf{h}_1^T \mathbf{x} &= 0 \\ \mathbf{h}_3^T \mathbf{x}v - \mathbf{h}_2^T \mathbf{x} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

gdje je \mathbf{h}_1^T prvi redak matrice \mathbf{H} , odnosno $[h_{11}, h_{12}, h_{13}]$, a \mathbf{x} vektor $[X, Y, 1]^T$. Jednačbe je moguće posložiti u sustav $\mathbf{M}\mathbf{h} = 0$, gdje \mathbf{h} sadrži nepoznate elemente matrice homografije koje je potrebno estimirati. Rješenje tog sustava za 4 para 2D-3D koordinata je jezgra matrice \mathbf{M} . Uz SVD dekompoziciju matrice $\mathbf{M} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T$, jezgra matrice \mathbf{M} je jednaka stupcu matrice \mathbf{V} koji odgovara singularnoj vrijednosti 0.¹

Iz estimiranog \mathbf{h} , potrebno je odrediti matricu \mathbf{K} iz relacije $[\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \mathbf{h}_3] = \mathbf{K}[\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{t}]$. Ovdje je \mathbf{h}_1 prvi stupac estimirane matrice homografije, a \mathbf{K} ista matrica iz (1) bez zadnjeg retka. Korištenjem ograničenja ortonormiranosti stupaca rotacijske matrice, moguće je dobiti sljedeće dvije jednačbe:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_1^T \mathbf{B} \mathbf{h}_2 &= 0 \\ \mathbf{h}_1^T \mathbf{B} \mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_2^T \mathbf{B} \mathbf{h}_2 &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

gdje je $\mathbf{B} = \mathbf{K}^{-T}\mathbf{K}^{-1}$ semipozitivno definitna simetrična matrica. Zbog simetričnosti, jednačbe (4) je moguće reorganizirati u sustav $\mathbf{N}\mathbf{b} = 0$, gdje je $\mathbf{b} = [b_{11}, b_{12}, b_{13}, b_{22}, b_{23}, b_{33}]$ vektor nepoznatih vrijednosti koji je potrebno estimirati, a \mathbf{N} matrica dobivena algebarskim manipulacijama jednačbi (4). Pošto \mathbf{b} ima 5 stupnjeva slobode, potrebne su 3 estimacije homografije iz različitih pozicija kamere. Sustav se može riješiti SVD dekompozicijom na već objašnjeni način.

Choleskyevom dekompozicijom $\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T$ moguće je odrediti matricu $\mathbf{K} = \mathbf{A}^{-T}$. Nakon estimacije matrice \mathbf{K} , moguće je odrediti matrice $[\mathbf{R}|\mathbf{t}]$ za odgovarajuću poziciju kamere.



Zadatak 1 : Umjeravanje kamere sintetičkim nezašumljenim mjerenjima

U ovom zadatku potrebno je estimirati intrinzične parametre kamere, odnosno matricu \mathbf{K} , te ekstrinzične parametre, odnosno matricu $[\mathbf{R}|\mathbf{t}]$. Dostupna su sljedeća mjerenja: 4 točke u homogenim 3D koordinatama svijeta te njihove projekcije u ravni slike za 3 različita položaja kamere. Datoteka `measurements.mat` sadrži 3 matrice; 4x4 matricu naziva \mathbf{X} s položajima točaka u 3D koordinatama svijeta gdje svaki stupac odgovara jednoj točki, te 3x4 matrice naziva \mathbf{x}_1 , \mathbf{x}_2 i \mathbf{x}_3 s pripadajućim 2D homogenim koordinatama u ravni slike, gdje svaka matrica odgovara projekciji za različitu poziciju kamere.

- a) Izračunajte matrice homografije iz (2) za tri različite pozicije kamere. Koristite jednačbe (3) i riješite sustav $\mathbf{M}\mathbf{h} = 0$ SVD dekompozicijom. Napišite estimirane matrice homografije za tri pozicije kamere.

Objasnite zašto je za estimaciju homografije potrebno najmanje 4 točke. Možete li garantirati da je homografija točno estimirana pod pretpostavkom da su podatci u 3D i 2D koordinatama dobiveni mjerenjima bez šuma? Kako biste poboljšali estimaciju pod pretpostavkom zašumljenih mjerenja?

¹Implementacija u Matlabu grupira singularne vrijednosti u matrici \mathbf{S} po silaznim vrijednostima

- b) Korištenjem estimiranih vrijednosti triju matrica homografije, odredite sustav $\mathbf{N}\mathbf{b} = 0$. Napišite vrijednosti matrice \mathbf{N} .
- c) Riješite sustav SVD dekompozicijom. Sukladno uputama, odredite matricu \mathbf{K} te napišite estimirane vrijednosti. Prije računanja Cholesky dekompozicije skalirajte matricu \mathbf{B} tako da je $b_{33} = 1$. Matrica \mathbf{K} će također vjerojatno biti neskaliрана, skalirajte ju tako da je vrijednost na poziciji u trećem retku i trećem stupcu jednaka 1.
- d) Odredite vrijednosti matrica $[\mathbf{R}|\mathbf{t}]$ za tri različite pozicije kamere. Skalirajte vektor translacije \mathbf{t} koeficijentom $\lambda = \frac{1}{\|\mathbf{K}^{-1}\mathbf{h}_1\|_2}$. Napišite rješenja.
- Izračunajte i napišite ukupnu reprojekcijsku pogrešku $\sum_i \|\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i\|_2$ za **prvu poziciju kamere**. \mathbf{p}_i je vektor 2D koordinata u ravnini slike dobiven u mjerenjima, a $\hat{\mathbf{p}}_i$ vektor 2D koordinata izračunat projekcijom (1) 3D koordinata dobivenih u mjerenjima. Projekcija se računa pomoću izračunatih intrinzičnih i ekstrinzičnih parametara. Prije računanja norme skalirajte vektore tako da je homogena koordinata jednaka 1. S obzirom na dobivenu reprojekcijsku pogrešku, smatrate li da su vrijednosti intrinzičnih parametara dobro estimirani?



Zadatak 2 : Umjeravanje kamere sintetičkim zašumljenim mjerenjima

U 1. zadatku je pretpostavljeno da kamera može mjeriti položaj točaka u ravnini slike kao realni broj. Međutim, realna implementacija senzora omogućuje mjerenje intenziteta svjetlosti isključivo na diskretnim koordinatama, odnosno pikselima. Takva diskretizacija se može modelirati kao šum u mjerenjima. U ovom zadatku ćete ponoviti postupak umjeravanja kamere korištenjem diskretiziranih vrijednosti 2D koordinata u ravnini slike.

- a) U datoteci `measurementsNoisy4.mat` dostupni su podatci za 4 točke, njihove homogene 3D koordinate, te njihove diskretizirane homogene 2D koordinate u ravnini slike. Ponovite postupak iz 1. zadatka. Estimirate matricu \mathbf{K} te ju napišite. Usporedite rezultat s estimiranom matricom u prvom zadatku. Jesu li 4 točke dovoljne za umjeravanje kamere u realnim uvjetima, pod prisustvom šuma?
- b) U datoteci `measurementsNoisy100.mat` dostupni su podatci za 100 točaka. Ponovite postupak iz prvog zadatka. Sustav $\mathbf{M}\mathbf{h} = 0$ ovoga puta sadrži 200 linearno nezavisnih jednadžbi. Matrica \mathbf{M} je stoga punog ranga, odnosno ima trivijalnu jezgru. Samim time sustav nema "najbolje rješenje", odnosno ne postoji vektor \mathbf{h} za koji će $\mathbf{M}\mathbf{h}$ biti jednak 0. Umjesto toga, riješite sustav tako da minimizirate normu $\|\mathbf{M}\mathbf{h}\|$. Rješenje je stupac matrice \mathbf{V} koji odgovara najmanjoj singularnoj vrijednosti. Izračunajte i napišite matricu \mathbf{K} . Usporedite s \mathbf{K} iz 1. i 2.a) zadatka. Komentirajte rezultate.



Zadatak 3 : Umjeravanje kamere na stvarnim podacima

U ovom zadatku je potrebno napraviti umjeravanje kamere pomoću podataka koje ćete sami snimiti. Za potrebe ovog zadatka, koristite skriptu `third.m`.

1. Instalirajte Computer Vision ToolBox <https://www.mathworks.com/help/vision/>.
2. Isprintajte umjernu metu `checkboard.pdf`.
3. Postavite metu na zid uniformnih boja, x os vodoravno. Izmjerite širinu kvadratića na isprintanoj meti.
4. Snimate 15-20 slika mete iz **različitih kutova**, najbolje kamerom pametnog telefona. Cijela kalibracijska meta mora biti vidljiva u svim slikama. **Prije snimanja, isključite optimizacije i opcije poput autofocus, autozoom u postavkama kamere. Fokus kamere mora biti konstantan za sve slike!**
5. Iskoristite priloženu matlab skriptu `third.m` kako biste umjerali vašu kameru.
6. Sve slike dobivene kao rezultat skripte priložite dolje. Komentirajte rezultate. Napišite vrijednost estimirane matrice \mathbf{K} . Usporedite dobivene vrijednosti glavne točke (engl. principal point) u_0, v_0 s rezolucijom vaše kamere. Imaju li rezultati smisla?

Predaja vježbe



Stvorite zip arhivu koja sadrži **ovaj pdf s popunjenim rješenjima** te **matlab programski kod**. Učitajte na Moodle.