

## 1. 实验名称及目的

**滤波器设计实验(定点控制实验):** 基础实验中所使用的卡尔曼滤波算法只是简单的单步更新卡尔曼滤波算法, 这里在仿真 1.0 中设计新的卡尔曼滤波器, 观察控制效果。

(1)在仿真 1.0 中将两个基本采样周期(一般为 IMU 采样周期)的位置信号延时考虑进去, 设计新的卡尔曼滤波器, 并进行闭环控制, 观察实验效果。注意, 为了使对比更加清楚, 本次实验不引入噪声。

(2)在仿真 2.0 中, 也将考虑位置信号的延时, 并且将带延时的卡尔曼滤波器进行闭环控制, 对比仿真 1.0 与仿真 2.0 的滤波效果。

(3)进行硬件在环仿真。

## 2. 实验原理

由本实验目标可知:观测具有延时, 延时为两个基本周期, 一般为 IMU 周期, 现在做以下假设与定义。

系统过程噪声  $w_k$  和观测噪声  $v_k$  均为高斯白噪声, 且噪声方差阵分别为  $Q_k$  和  $R_k$ , 即

$$\begin{aligned} w_k &\sim \mathcal{N}(0, Q_k) \\ v_k &\sim \mathcal{N}(0, R_k) \end{aligned} \quad (5.19)$$

1) 方法一: 递推预测法

(1) 预测第  $k-2$  步的状态及误差协方差:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k-2|k-3} = \Phi_{k-3} \hat{\mathbf{x}}_{k-3|k-3} + \mathbf{u}_{k-3} \quad (5.20)$$

$$\mathbf{P}_{k-2|k-3} = \Phi_{k-3} \mathbf{P}_{k-3|k-3} \Phi_{k-3}^T + \mathbf{Q}_{k-3} \quad (5.21)$$

(2) 更新第  $k-2$  步的状态及误差协方差:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{k-2} &= \mathbf{P}_{k-2|k-3} \mathbf{H}_{k-2}^T (\mathbf{H}_{k-2} \mathbf{P}_{k-2|k-3} \mathbf{H}_{k-2}^T + \mathbf{R}_{k-2})^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_{k-2|k-2} &= \hat{\mathbf{x}}_{k-2|k-3} + \mathbf{K}_{k-2} (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-2|k-3}) \\ \mathbf{P}_{k-2|k-2} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k-2} \mathbf{H}_{k-2}) \mathbf{P}_{k-2|k-3} \end{aligned} \quad (5.22)$$

(3) 预测第  $k$  步的状态及误差协方差:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} &= \Phi_{k-2} \hat{\mathbf{x}}_{k-2|k-2} + \mathbf{u}_{k-2} \\ \mathbf{P}_{k-1|k-1} &= \Phi_{k-2} \mathbf{P}_{k-2|k-2} \Phi_{k-2}^T + \mathbf{Q}_{k-2} \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k} &= \Phi_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{u}_{k-1} \\ \mathbf{P}_{k|k} &= \Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \Phi_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \end{aligned} \quad (5.23)$$

2) 方法二: 扩维法

对状态方程进行整理得到:

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_k &= \Phi_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \\
\mathbf{x}_{k-1} &= \Phi_{k-2} \mathbf{x}_{k-2} + \mathbf{u}_{k-2} + \mathbf{w}_{k-2} \\
\mathbf{x}_{k-2} &= \Phi_{k-3} \mathbf{x}_{k-3} + \mathbf{u}_{k-3} + \mathbf{w}_{k-3} \\
\mathbf{z}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{x}_{k-2} + \mathbf{v}_k
\end{aligned} \tag{5.24}$$

令状态变量为  $\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x_k^T & x_{k-1}^T & x_{k-2}^T \end{bmatrix}^T$ ,

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}_k &= \underbrace{\begin{bmatrix} \Phi_{k-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Phi_{k-2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Phi_{k-3} \end{bmatrix}}_{\tilde{\Phi}_{k-1}} \mathbf{X}_{k-1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{k-1} \\ \mathbf{u}_{k-2} \\ \mathbf{u}_{k-3} \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{u}}_{k-1}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{w}_{k-2} \\ \mathbf{w}_{k-3} \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{w}}_{k-1}} \\
\mathbf{z}_k &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_k \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{H}}_k} \mathbf{X}_k + \mathbf{v}_k
\end{aligned} \tag{5.25}$$

因为经过整理后的模型与经典的模型一致，所以可以直接套用递推公式，整理后模型的噪声方差阵变为

$$\tilde{\mathbf{Q}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_k & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{k-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{k-2} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{R}}_k = \mathbf{R}_k \tag{5.26}$$

则递推过程如下。

(1) 预测第  $k$  步的状态及误差协方差:

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} &= \tilde{\Phi}_{k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1|k-1} + \tilde{\mathbf{u}}_{k-1} \\
\tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1} &= \tilde{\Phi}_{k-1} \tilde{\mathbf{P}}_{k-1|k-1} \tilde{\Phi}_{k-1}^T + \tilde{\mathbf{Q}}_{k-1}
\end{aligned} \tag{5.27}$$

(2) 更新第  $k$  步的状态及误差协方差:

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{K}}_k &= \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1} \tilde{\mathbf{H}}_k^T \left( \tilde{\mathbf{H}}_k \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1} \tilde{\mathbf{H}}_k^T + \tilde{\mathbf{R}}_k \right)^{-1} \\
\hat{\mathbf{X}}_{k|k} &= \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \tilde{\mathbf{K}}_k (\mathbf{z}_k - \tilde{\mathbf{H}}_k \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}) \\
\tilde{\mathbf{P}}_{k|k} &= (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{K}}_k \tilde{\mathbf{H}}_k) \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1}
\end{aligned} \tag{5.28}$$

### 3. 实验效果

实现在 Simulink 中直接控制四旋翼无人机飞行，在 RflySim3D 中显示飞行效果。

### 4. 文件目录

文件夹/文件名称		说明
sim1.0	e2_3_TF_KalmanFiltre_Delay_2017b.slx	带延时的卡尔曼滤波器例程文件
	startSimulation.m	初始化参数文件
sim2.0	e2_3_Model_KalmanFiltre_Delay_2017b.	带延时的卡尔曼滤波器非线性模型例程文

HIL	slx	件
	startSimulation.m	初始化参数文件
	e2_3_TF_KalmanFiltre_Delay_HITL_2017b.slx	硬件在环 simulink 仿真模型
	RflyUdpFast.mexw64	动态链接库
	startSimulation.m	初始化参数文件

## 5. 运行环境

序号	软件要求	硬件要求	
		名称	数量
1	Windows 10 及以上版本	笔记本/台式电脑 <sup>①</sup>	1
2	RflySim 平台个人版	Pixhawk 6C <sup>②</sup>	1
3	MATLAB 2017B 及以上	遥控器 <sup>③</sup>	1
		遥控器接收器	1
		数据线、杜邦线等	若干

①：推荐配置请见：<https://doc.rflysim.com>

②：须保证平台安装时的编译命令为：px4\_fmu-v6c\_default，固件版本为：1.13.3。其他配套飞控请见：<http://doc.rflysim.com>

③：本实验演示所使用的遥控器为：天地飞 ET10、配套接收器为：WFLY RF209S。遥控器相关配置见：[..\e11\\_RC-Config\Readme.pdf](..\e11_RC-Config\Readme.pdf)

## 6. 仿真 1.0(sim1.0)实验步骤

具体操作步骤与基础实验的类似，详细步骤请参考 5.2.2.1 节。不同的是，本实验由于考虑了延时的影响,因而对图 5.4 中卡尔曼滤波器结构做了修改,修改后的的滤波器如图 5.17 所示。这里主要在位置信号输入添加了两个延时模块，见图 5.17 中的模块①和②。

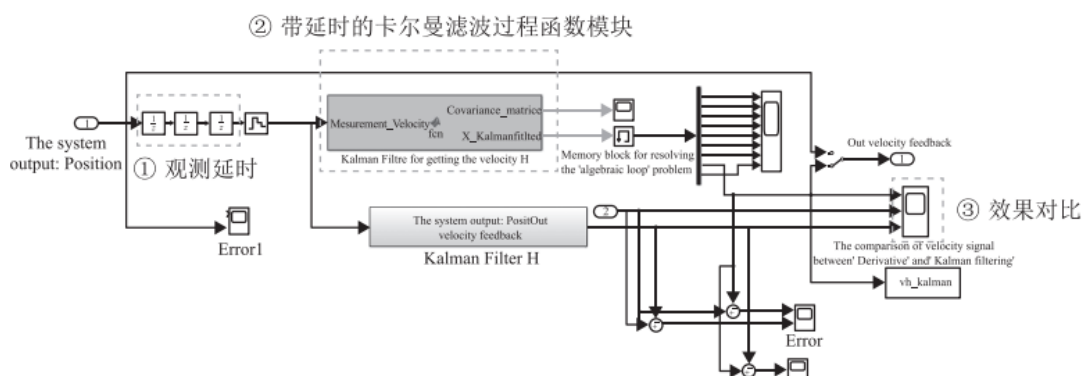


图 5.17 带延时的卡尔曼滤波器，Simulink 文件详见“e2\_3\_TF\_KalmanFilter\_Delay”

相对应地，图 5.17 中的“带延时的卡尔曼滤波过程函数模块”也需要按照本实验原理中所说扩维法的方法进行修改。该模块是一个“MATLAB Function”模块，通过它实现卡尔

曼滤波的更新过程。它与基础实验中基本卡尔曼滤波最大的差别就是滤波参数设置的不同，其主要代码如表 5.9 所示。其中的第 2 行和第 7 行是卡尔曼滤波中的过程噪声标准差以及测量噪声标准差，对应式(5.10)，修改这两个参数可以改变卡尔曼滤波器的滤波效果;而且第 5 行代表改进后带延时的噪声方差阵，对应式(5.26)。接下来的具体步骤请参考 5.2.2.1 节，完成实验。

表 5.9 带延时的卡尔曼滤波器参数更新位置

```

1 % 过程噪声
2 p_var = 0.05; % sigma
3 Q = eye(3)*p_var^2; % 过程噪声协方差矩阵
4 W = Q*randn(3,1); % 过程噪声
5 Q_delay=[Q zeros(3) zeros(3);zeros(3) Q zeros(3);zeros(3) zeros(3) Q]; % 测量噪声
6 m_var = 0.01; % sigma
7 R = [m_var^2 ]; % 测量噪声协方差矩阵
8 R_delay=R;
9 V_delay=R_delay*randn;

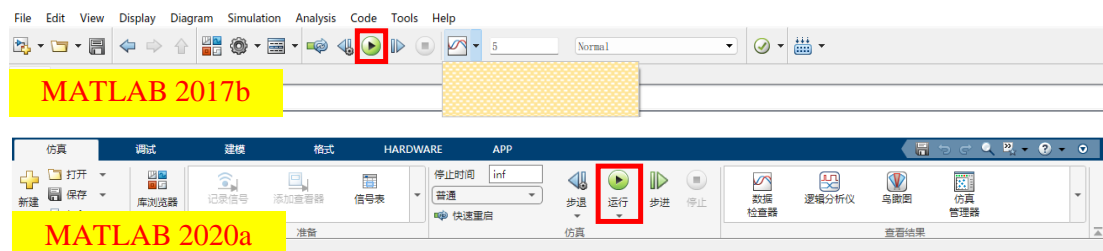
```

## Step 1:

右键点击 MATLAB 文件 [sim1.0\startSimulation.m](#)，并单击选择“运行”，初始化参数。

## Step 2:

双击 MATLAB 文件 [sim1.0\ e2\\_3\\_TF\\_KalmanFiltre\\_Delay\\_2017b.slx](#)，并单击工作界面中的“运行”(Run)按钮。



### Step 3:

```
e2_3_TF_KalmanFiltre_Delay_2017b ▶ Model ▶ Kalman Filtre H ▶ Kalman Filtre for getting the velocity H
17 Ts =0.01;
18
19 % Process Noise
20 p_var =0.1; % sigma
21 Q = eye(3)*p_var^2; % the covariance matrce of process noise
22 W=Q*randn(3,1); % process noise
23 Q_delay=[Q zeros(3) zeros(3);zeros(3) Q zeros(3);zeros(3) zeros(3) Q];
24 % Mesurement Noise
25 m_var = 0.01; % sigma
26 R = [m_var^2 ]; % the covariance matrce of mesurement noise
27 V=R*randn; % mesurement noise
28 R_delay=R;
29 V_delay=R_delay*randn;
30 % Observation matrix
31 H=[1 0 0];
32 H_delay=[0 0 0 0 0 0 H];
33 % The indentity matrix
34 I=eye(3);
35 I_delay=eye(9);
36
```

在设定完滤波器参数之后，分别对各通道输入指定频率下的正弦信号，获得速度滤波结果，以高度通道为例。高度通道真实速度与滤波速度对比图如图 5.18 所示，从图中可以明显看出，即使在观测存在延时的情况下，经过滤波之后，滤波速度信号也较为平缓，并无较大波动。高度通道的期望位置与真实位置输出对比图如图 5.19 所示，多旋翼的位置输出与位置期望非常吻合。高度通道速度误差如图 5.20 所示，高度通道误差绝对值均没有超过峰值 0.2;待稳定后，各通道误差绝对值范围均在 0.01 左右，而信号的幅值为 1，因此在一定误差范围内可以认为滤波效果是很好的。这表明:使用卡尔曼滤波后的速度信号作为反馈加入闭环也可以非常好地控制多旋翼。

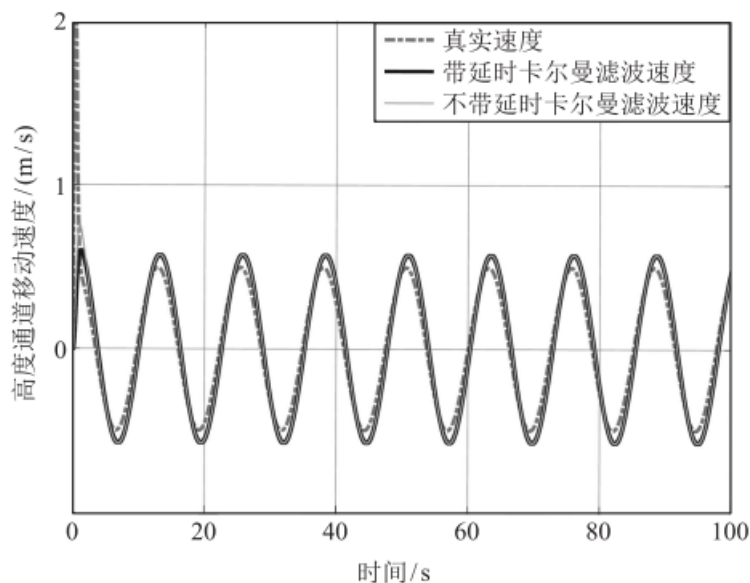


图 5.18 设计实验仿真 1.0 高度通道真实速度与滤波速度对比图

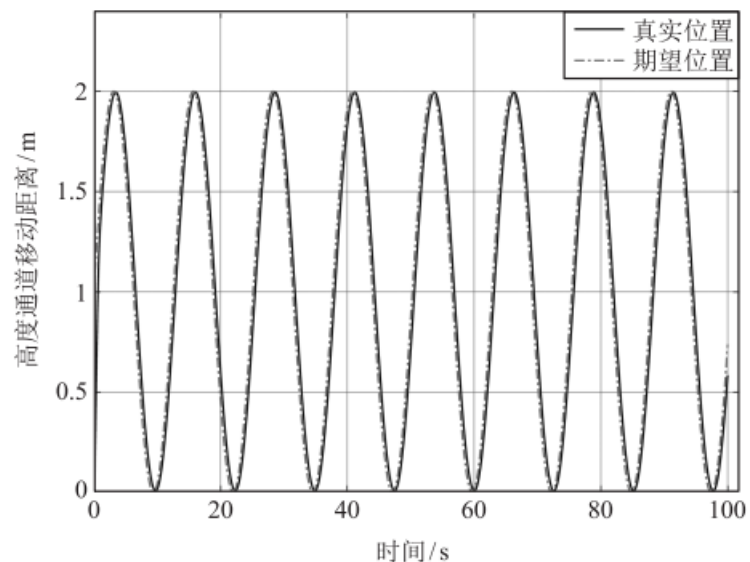


图 5.19 设计实验仿真 1.0 高度通道位置期望与真实位置输出对比图

综上所述,可以得出结论:在延时不大的情况下,卡尔曼滤波器是可以使用的;即使在观测存在一定延时的情况下,也可以将卡尔曼滤波器处理过的速度信号作为多旋翼的速度反馈加入控制器闭环当中。但需要注意的是,本次输入正弦信号的频率是  $0.5\text{rad/s}$ ,滤波信号变化缓慢,而且仿真系统中延时很小,因此带延时的卡尔曼滤波器和不带延时的滤波器效果相差不大。在不考虑多旋翼跟踪效果的前提下,提高期望输入的频率为  $5\text{rad/s}$ ,对比带延时卡尔曼滤波与不带延时卡尔曼滤波二者速度之间误差如图 5.21 所示,虽然在高频情况下二者速度误差都较大,但是不带延时的卡尔曼滤波效果误差更大。因此,如果在较大延时(如秒级别)或者期望输入信号变化迅速的情况下,考虑带延时的卡尔曼滤波器算法的优势就能体现出来了。针对这种情况,建议采用递推法。为了节省时间,在递推过程中可采用大步长先递推到要求的时间附近,再用小步长递推到指定时间。

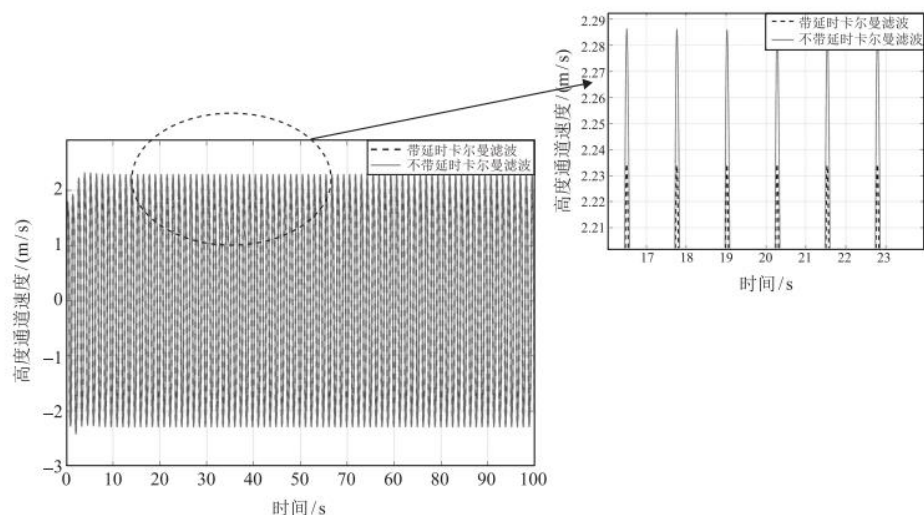


图 5.21 信号频率为 5rad/s 高度通道速度误差

(具体操作步骤可以观看每章相对应的 PPT，其中由各个实验相对应的演示视频。)

## 7. 仿真 2.0(sim2.0)实验步骤

对于在传递函数模型中已经完成的实验过程，需要在非线性模型上,即在仿真 2.0 中进行验证。

打开命名为“e2\2.3\sim2.0”的文件夹，其中的文件与上面的“e2\2.3\sim1.0”文件夹相同，而区别在于“e2\2.3\sim2.0”中的模型为非线性模型。

### Step 1:

打开本章所附带文件夹中的“e2\2.3\sim1.0”文件夹，打开“e2\2.3\sim1.0\startSimulation.m”文件，并单击“运行”按钮，初始化参数。

### Step 2:

打开“e2\2.3\sim1.0\2\_3\_Model\_KalmanFiltre\_Delay\_2017b.slx”模型文件，将看到多旋翼 Simulink 仿真平台，详细内容请参考第 2 章 2.2.1 节。

### Step 3:

采用与传递函数模型实验中完全相同的实验步骤，观察获得结果，并将两种模型的关键结果进行对比。

此处对高度通道的滤波速度结果进行对比，结果如图 5.22 所示。从图中可以看出，传递函数模型的滤波速度与多旋翼非线性模型的滤波速度几乎一致,可以认为卡尔曼滤波器在仿真 1.0 中和仿真 2.0 中的效果几乎是一样的。

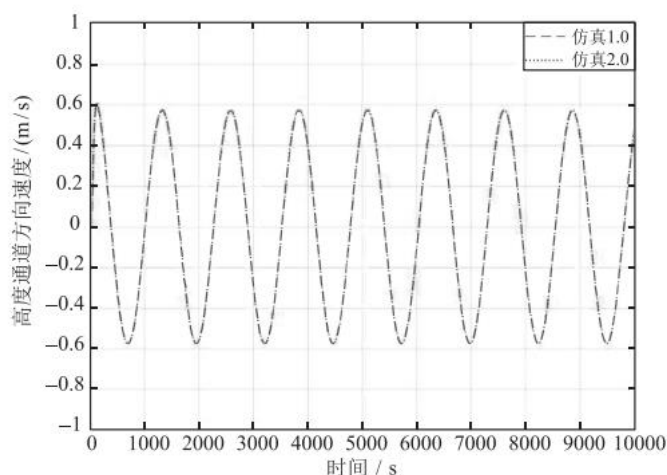


图 5.22 设计实验仿真 2.0 高度通道滤波速度输出对比图

(具体操作步骤可以观看每章相对应的 PPT，其中由各个实验相对应的演示视频。)

## 8. 硬件在环仿真(HIL)实验步骤

硬件在环仿真实验的内容与设计实验相同,只是把设计实验中的多旋翼模型模块替换成了硬件在环模块,硬件在环仿真所需设备如图所示。首先对硬件在环仿真 Simulink 模型进行简单介绍,打开文件“e2\_3\_TF\_KalmanFilter\_Delay\_HITL.slx”文件,如图 5.24 所示。

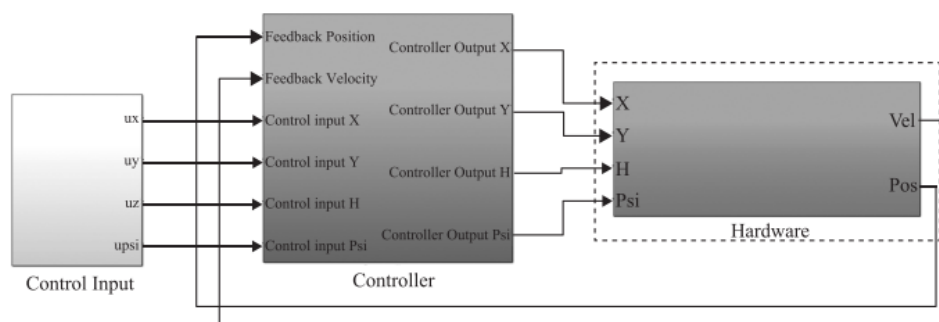


图 5.24 硬件在环仿真接口模块

图 5.24 中虚线框所示的是硬件在环仿真的硬件接口模块,用于与 RflySim 进行信息交互。按照硬件在环仿真实验流程打开 RflySim,连接自驾仪,并运行“startSimulation.m”脚本文件。在运行 Simulink 文件之前,需要对于输入信号进行设置,即输入信号在“Control Input”模块中,如图 5.25 所示。



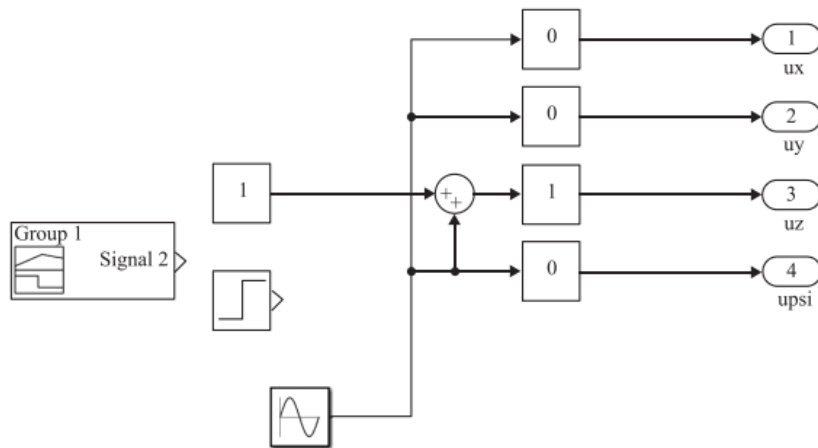
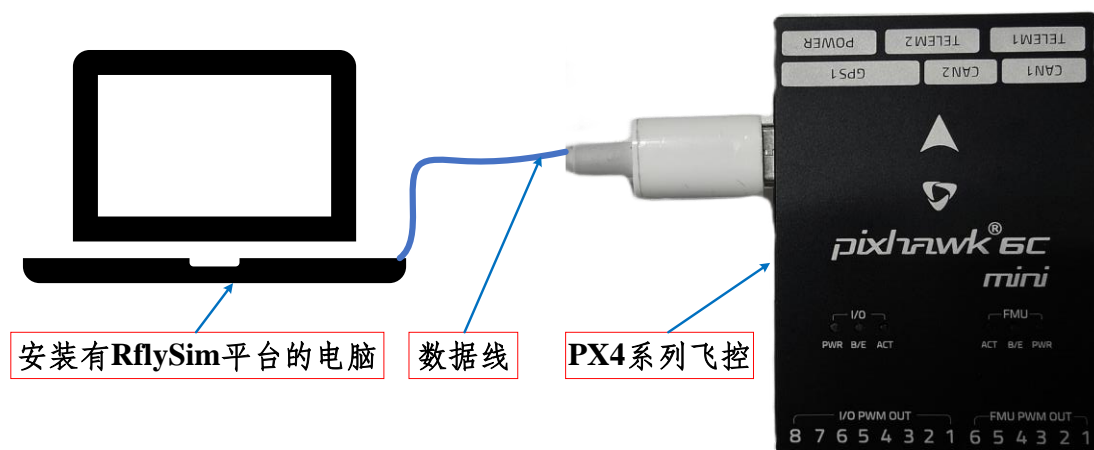


图 5.25 Control Input 模块

## Step 1:

**连接硬件：**将 Pixhawk 自驾仪与计算机通过 USB 数据线连接。



## Step 2:

**选择 HIL 脚本：**打开桌面“\*\桌面\RflyTools\HITLRun.lnk”一键启动硬件在环仿真脚本，在弹出的命令行中。输入 PX4 系列自驾仪显示的串口号，如这里是“3”，只需将该串口号输入下方即可。**注：**本脚本也可支持多机仿真，多机硬件在环仿真时，需要插入多个飞控到电脑中，双击“\*\桌面\RflyTools\HITLRun.lnk”后弹出的命令行中提示的串口号个数应与连接的自驾仪个数一致，需要在下方输入所有给出的串口号，每个串口号用逗号分隔开。

```
HITLRun.bat - 快捷方式

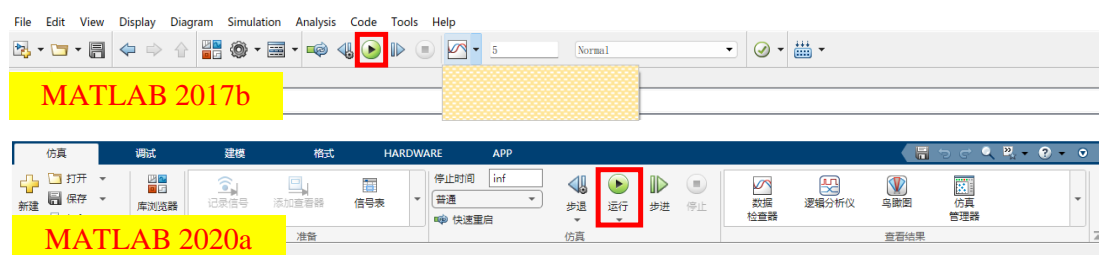
-----
Please input the Pixhawk COM port list for HITL
Use ',' as the separator if more than one Pixhawk
E.g., input 3 for COM3 of Pixhawk on the computer
Input 3,6,7 for COM3, COM6 and COM7 of Pixhawks
Available COM list on this computer is: 3
-----

My COM list for HITL simulation is: 3
```

在填写完串口号后，按下回车键，系统会自动打开所有与硬件在环仿真相关的 RflySim 3D、CopterSim 和 QGC 地面站。等待 CopterSim 的左下角状态框中显示：PX4: GPS 3D fixed & EKF initialization finished。

### Step 3:

在 Simulink 中打开 [HIL\2\\_3 TF KalmanFiltre Delay HITL 2017b.slx](#) 程序，单机“运行”。

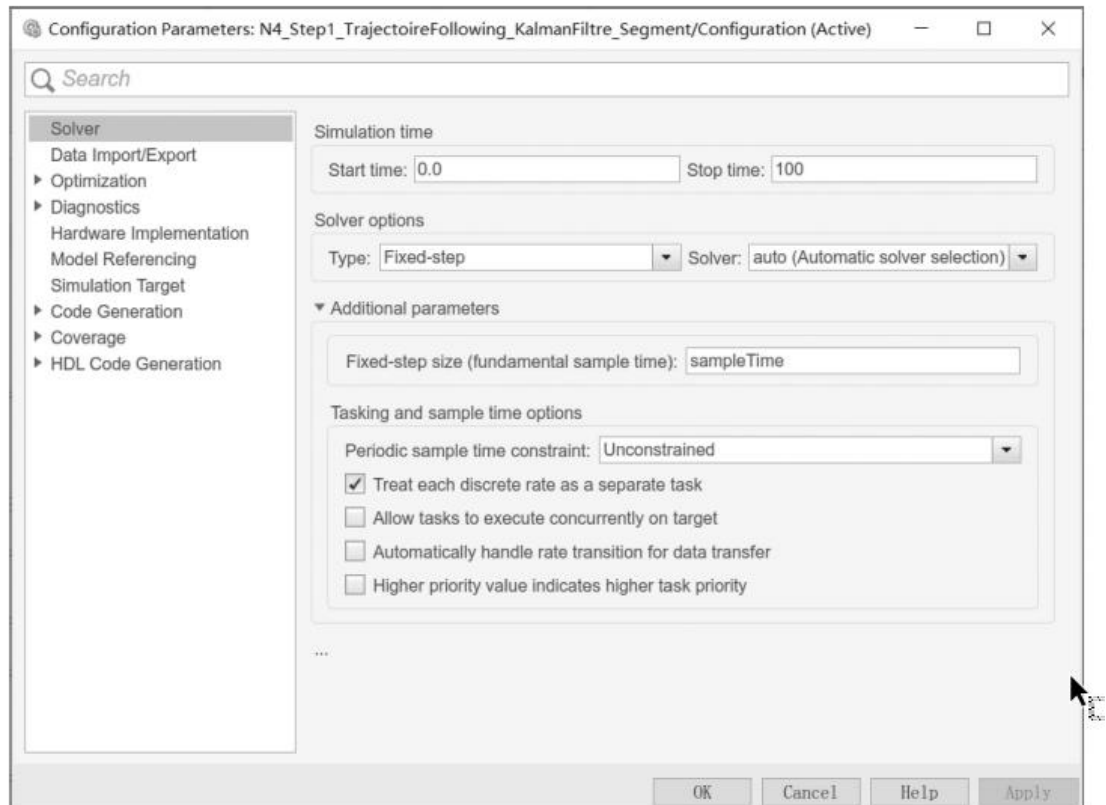


可以实现自驾仪硬件在环仿真，仿真结果通过 RflySim3D 软件实时显示。



注意：1) 本实验中的仿真模型均在 R2017b 版本中运行，所以需要计算机中的版本为 R 2017b 及以上。2) 所有的仿真模型均需要设定固定的仿真步长。在 Simulink 界面的上方菜

单栏中单击“Model Configuration Parameters”进入如下图所示的界面，在其中单击“Solver”“Solver options”“Type”，在下拉菜单中选择“Fixed-Step”选项。单击其下方的“Additional Parameters”，在“Fixed-Stepsize”一栏中填入变量名“sampleTime”。这样就规定好了仿真模型的固定仿真步长，而变量“sampleTime”值设置在“startSimulation.m”文件中。



## Step 4:

实验中需要对四个通道分别做测试，通过修改 0 或 1 来选择输入正弦信号的通道。注意高度通道需要一直保持输入信号为 1，以保持多旋翼的飞行状态。在设置好输入信号后，运行模型文件进行硬件在环仿真。接下来我们以高度通道结果为例进行分析，如图 5.26 所示，可以明显看出，即使在观测存在延时的情况下，经过滤波之后，速度信号中的噪声被去除，速度信号也较为平缓，并无较大波动。

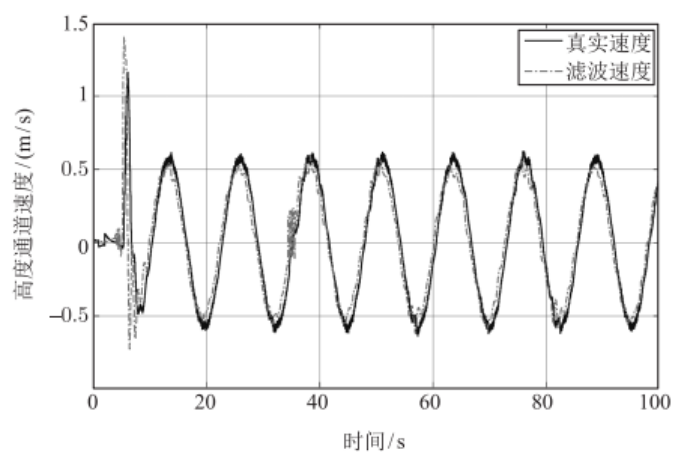


图 5.26 硬件在环仿真实验高度通道滤波速度和真实速度对比结果

(具体操作步骤可以观看每章相对应的 PPT，其中由各个实验相对应的演示视频。)

## 9. 参考资料

- [1]. Quan Quan. Introduction to Multicopter Design and Control. Springer, Singapore, 2017
- [2]. 全权 杜光勋 赵峙尧 戴训华 任锦瑞 邓恒译 多旋翼飞行器设计与控制 [M] 电子工业出版社 2018.
- [3]. 全权 戴训华 王帅 多旋翼飞行器设计与控制 实践 [M] 电子工业出版社 2020.
- [4]. 全权 等.多旋翼无人机远程控制实践[M].电子工业出版社,2022.

## 10.常见问题

Q1: \*\*\*\*

A1: \*\*\*\*