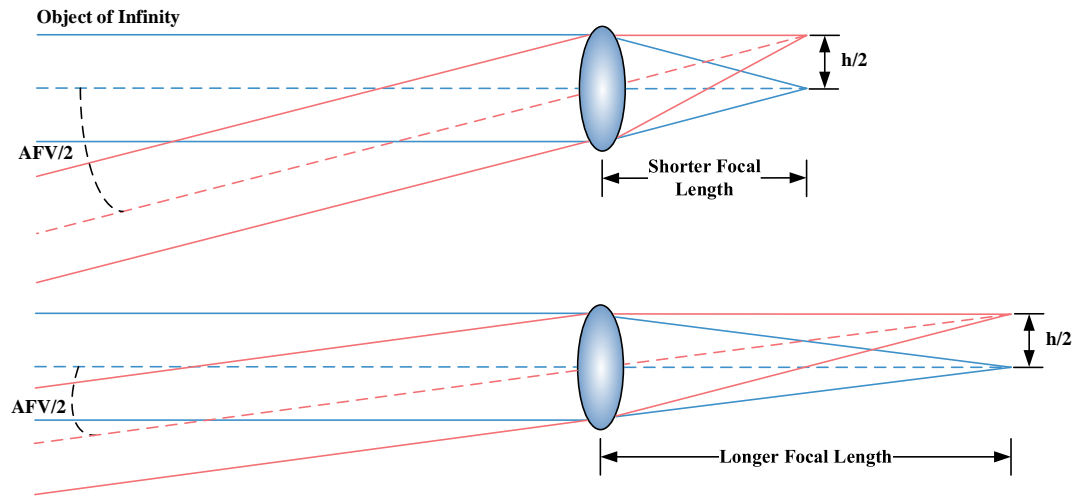


从理论上推导 UE4 相机的理想模型，在指定分辨率和视场角的情况下，可以快速计算焦距和内参矩阵、以及根据相机位置解算外参矩阵

假设图像传感器的水平维度（horizontal dimension）即宽度为 h ，镜头焦距（Focal Length, f ）与视场角（angular Field of View, 以度° 为单位）关系如下图 1 所示，水平视场角计算如下。



焦距、分辨率、视场角关系为：

$$f = \frac{\omega}{2 \tan \frac{\theta}{2}}$$

f 为焦距， ω 为分辨率的宽， θ 为视场角
可推出简化的内参矩阵

$$\begin{pmatrix} f & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

分辨率为（640*480）时， $f = \frac{320}{\tan \frac{\theta}{2}}$ ，内参矩阵为：

$$\begin{pmatrix} \frac{320}{\tan \frac{\theta}{2}} & 0 & 320 & 0 \\ 0 & \frac{320}{\tan \frac{\theta}{2}} & 240 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$\theta = 90^\circ$ 时，内参矩阵为

$$\begin{pmatrix} 320 & 0 & 320 \\ 0 & 320 & 240 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

假设点 P 是一个三维空间中的点，其在相机坐标系下的位置为 P_C ，在世界坐标系下的位置为 P_W 。 P_W 和 P_C 可以通过一个变换矩阵相互转换，该变换矩阵可以细分为旋转矩阵 \mathbf{R}' 和平移矩阵 \mathbf{t} 。其数学表达形式为：

$$P_W = \mathbf{R}' P_C + \mathbf{t}$$

$$\mathbf{R}' \text{——} 3 \times 3 \text{ 的旋转矩阵} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \text{ 其中}$$

(θ, γ, α) 为标定板围绕相机坐标系 3 个轴的转角，称为旋转向量；

\mathbf{t} —— (t_x, t_y, t_z) 为平移向量。 \mathbf{R}' 与 \mathbf{t} 合并称为相机外参。完整的外参矩阵为 $\begin{pmatrix} \mathbf{R}' & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$

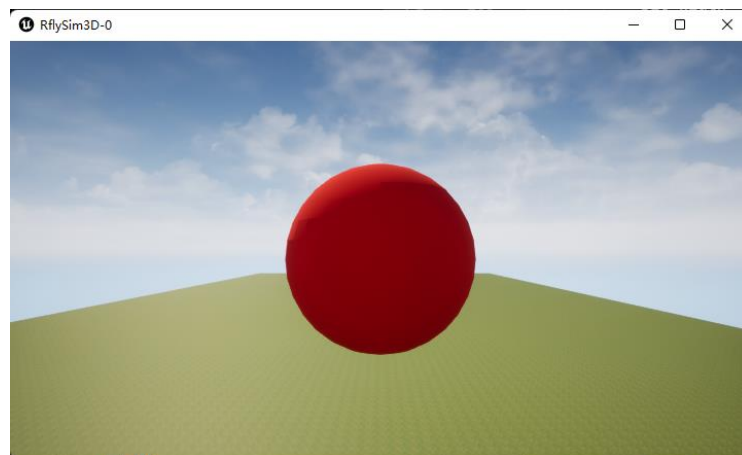
对比标定内参矩阵与理想内参矩阵的差别，分析误差来源

MATLAB 标定时，标定板相距的距离与倾斜角度有时候会对标定板网格的识别有一定影响，所以在标定过程中距离对标定结果有所影响，而且在图像中有时候会对像素取整，距离越远时，取整造成的误差范围就会越大。

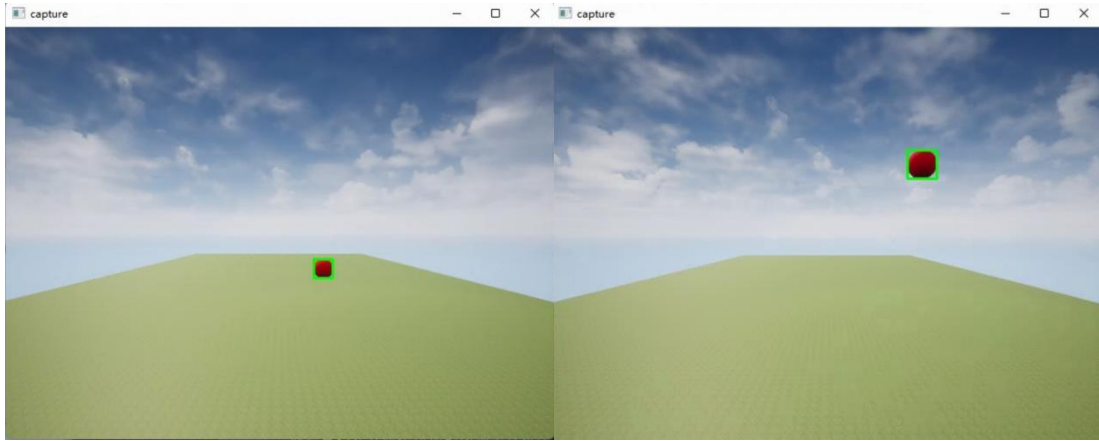
此外，相机感光板中心在像素坐标系下的坐标与像素坐标的中心有偏差也会成为误差来源。

将 10 个小球的实际图像坐标与相机投影坐标进行对比并分析误差，论证理想内参矩阵模型可以用于视觉识别与控制

双击运行 OneCameraCal.bat，接着在 PyCharm 中运行 Calibration-pictest.py，在画面中生成小球如下：



终止 Calibration-pictest.py 程序，再次运行，输出图像如下：



得到的结果如下：

```
PS C:\Users\RFLYSD\> conda activate base
PS C:\Users\RFLYSD\> & O:\ProgramData\Anaconda3\python.exe c:/Users/RFLYSD/Desktop/biaoding/OneCameraCal-gather/Calibration-pictest.py
Got 1 vision sensors from json
Sensor req success from UE4.
MATLAB标定结果预测的图像坐标为: [250.50888380309555, 162.2048244952804]
通过公式计算焦距预测的图像坐标为: [251.5288831728125, 163.33781967086733]
图像中的真实图像坐标为: [248.0, 169.0]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为: 3.3399622870948887
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为: 4.851546642354555
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为: 28.805484922476982
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为: 28.902477227195227
图像中的实际小球直径为: 22.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为: [201.74951985660376, 266.3450630754717]
通过公式计算焦距预测的图像坐标为: [203.47169811320754, 265.9622641509434]
图像中的真实图像坐标为: [196.5, 266.5]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为: 5.251778556626223
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为: 6.992405482025637
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为: 28.782379958080182
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为: 28.284359636223872
图像中的实际小球直径为: 31.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为: [292.01441396731053, 196.409158053491825]
通过公式计算焦距预测的图像坐标为: [292.4219910846954, 196.73105497771172]
图像中的真实图像坐标为: [291.0, 194.0]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为: 2.3245956274422457
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为: 3.079077736583985
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为: 23.821221640920448
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为: 23.474293688212918
图像中的实际小球直径为: 24.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为: [286.8776114, 149.07579599999997]
通过公式计算焦距预测的图像坐标为: [287.36, 150.39999999999998]
图像中的真实图像坐标为: [284.5, 145.0]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为: 4.71856683903092
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为: 6.118613717131843
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为: 31.129564049014137
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为: 30.667278549984514
图像中的实际小球直径为: 34.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为: [410.7118995542348, 233.72736864784542]
通过公式计算焦距预测的图像坐标为: [409.3907875185736, 233.81872213967307]
图像中的真实图像坐标为: [412.5, 233.0]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为: 1.9383883651131226
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为: 3.215199578266552
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为: 23.23191348663925
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为: 22.89356793527581
图像中的实际小球直径为: 24.0
```

MATLAB标定结果预测的图像坐标为：[252.28393744075828, 281.040037914692]
通过公式计算焦距预测的图像坐标为：[253.27014218009478, 280.4423380726699]
图像中的真实图像坐标为：[250.0, 282.0]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为：2.4774780399685437
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为：3.622173457730705
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为：24.919882114332697
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为：24.556953365730973
图像中的实际小球直径为：26.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为：[286.37107572815535, 273.10347233009713]
通过公式计算焦距预测的图像坐标为：[286.8608414239482, 272.621359223301]
图像中的真实图像坐标为：[285.0, 274.0]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为：1.6381729198220125
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为：2.3158974926060196
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为：25.99951831016821
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为：25.620865931265907
图像中的实际小球直径为：26.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为：[241.41460611961057, 317.23047329624484]
通过公式计算焦距预测的图像坐标为：[242.55910987482616, 316.10570236439503]
图像中的真实图像坐标为：[239.0, 318.5]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为：2.7280067383362985
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为：4.289513290450172
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为：21.384549799304587
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为：21.073109004261294
图像中的实际小球直径为：23.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为：[371.17329435797666, 326.55236206225686]
通过公式计算焦距预测的图像坐标为：[370.4280155642023, 325.29182879377436]
图像中的真实图像坐标为：[373.0, 329.5]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为：3.4677691553248655
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为：4.931917359292638
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为：30.175028956979272
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为：29.735565180700867
图像中的实际小球直径为：33.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为：[340.77051684867394, 307.3775302652106]
通过公式计算焦距预测的图像坐标为：[340.46801872074883, 306.396255850234]
图像中的真实图像坐标为：[340.5, 309.0]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为：1.6448669872436454
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为：2.603940552252133
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为：24.753153584595996
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为：24.392653040765705
图像中的实际小球直径为：26.0

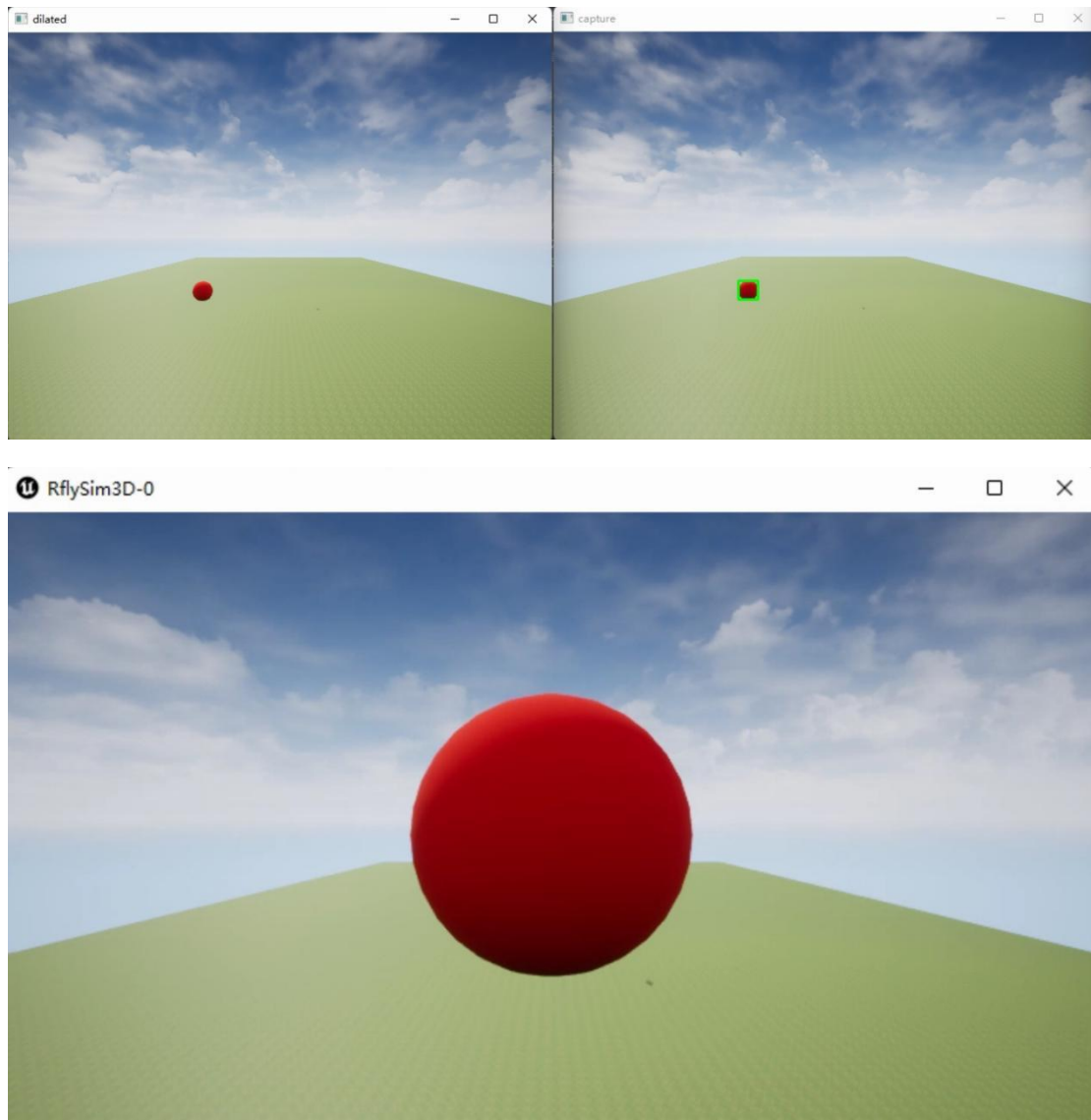
通过对比理想内参矩阵模型计算出的图像坐标和真实的图像坐标，误差在可信的范围内，说明理想内参矩阵模型可以用于后续的视觉识别与控制。

上述结果都是在 640*480 分辨率，FOV=90 的情况下的结果。写一个程序，实现实时调整分辨率和 FOV（取 3 组不同组合），并计算不同参数组合情况下，对同一物体的估计精度。双击运行 CameraCalDemo.bat，再运行 ChangeFov.py。

```
Got 1 vision sensors from json
Sensor req success from UE4.
```

若显示：无后续结果，停止再重新运行 ChangeFov.py。

显示如下：



在以上三个界面按“W”或“w”键，切换相机视场角为 90°、由 MATLAB 标定图像焦距（MATLAB 标定图像坐标括号后的数据）和公式计算的焦距（公式计算焦距预测图像坐标括号后的数据）可得焦距在 320 左右。


```
MATLAB标定结果预测的图像坐标为：[357.3202762219287, 250.29524861294584] 324.7293
通过公式计算焦距预测的图像坐标为：[356.776750330251, 250.14531043593132] 320
图像中的真实图像坐标为：[357.5, 250.0]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为：0.34564776847344475
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为：0.7377026552633531
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为：21.297612431818123
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为：20.98743777719411
图像中的实际小球直径为：20.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为：[334.73881156661787, 330.3346515373353] 324.7293
通过公式计算焦距预测的图像坐标为：[334.5241581259151, 329.0190336749634] 320
图像中的真实图像坐标为：[334.5, 332.0]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为：1.6823841613764203
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为：2.9810642136743666
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为：22.880746027330556
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为：22.547514895470712
图像中的实际小球直径为：24.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为：[343.1301596368715, 161.53887025139665] 324.7293
通过公式计算焦距预测的图像坐标为：[342.7932960893855, 162.68156424581002] 320
图像中的真实图像坐标为：[343.0, 159.5]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为：2.0430206638946995
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为：3.1882718762489555
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为：21.989691331367368
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为：21.669437362250825
图像中的实际小球直径为：23.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为：[399.641638540146, 196.86077912408757] 324.7293
通过公式计算焦距预测的图像坐标为：[398.48175182481754, 197.4890510948905] 320
图像中的真实图像坐标为：[401.0, 195.0]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为：2.3038326337337933
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为：3.5407554596138664
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为：22.83137789045533
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为：22.49886574739546
图像中的实际小球直径为：24.0
```

在以上三个界面按“E”或“e”键，切换相机视场角为 120°，焦距在 185 左右。

```
MATLAB标定结果预测的图像坐标为：[307.658711775726, 253.91677182737283] 187.48254876875882
通过公式计算焦距预测的图像坐标为：[307.8384481111877, 253.7140904278096] 184.7520861406803
图像中的真实图像坐标为：[311.0, 254.0]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为：3.3423246291153585
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为：3.174453437857106
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为：13.06488763652377
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为：12.874612927406321
图像中的实际小球直径为：12.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为：[317.47328101389814, 244.04275037776299] 187.48254876875882
通过公式计算焦距预测的图像坐标为：[317.5100797016081, 243.98387247742707] 184.7520861406803
图像中的真实图像坐标为：[321.0, 244.0]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为：3.526978083534143
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为：3.4899575622222265
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为：12.629512408000005
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为：12.445578426584854
图像中的实际小球直径为：12.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为：[271.1731592522097, 232.48817834649378] 187.48254876875882
通过公式计算焦距预测的图像坐标为：[271.88426471127525, 232.59757918635003] 184.7520861406803
图像中的真实图像坐标为：[274.0, 231.5]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为：2.994582618303727
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为：2.383488175398401
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为：15.133089366989928
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为：14.912693734248116
图像中的实际小球直径为：15.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为：[328.4299707180197, 264.95271332533844] 187.48254876875882
通过公式计算焦距预测的图像坐标为：[328.3071981178363, 264.58930642879557] 184.7520861406803
图像中的真实图像坐标为：[333.5, 265.5]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为：5.099482289840765
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为：5.2720540748398745
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为：16.695993247589637
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为：16.452835759596326
图像中的实际小球直径为：17.0
```

在以上三个界面按“Q”或“q”键，切换相机视场角为 60°，焦距在 560 左右。

```
MATLAB标定结果预测的图像坐标为: [430.9209501679708, 345.3188819776692] 562.4476463062763
通过公式计算焦距预测的图像坐标为: [429.3055170991674, 343.78503643759325] 554.2562584220408
图像中的真实图像坐标为: [452.5, 349.5]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为: 21.980380787644695
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为: 23.888173759344877
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为: 54.05741988032504
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为: 53.27013719336079
图像中的实际小球直径为: 59.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为: [357.95061973346844, 276.97752691978985] 562.4476463062763
通过公式计算焦距预测的图像坐标为: [357.3979136305529, 276.4389927682311] 554.2562584220408
图像中的真实图像坐标为: [374.0, 277.5]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为: 16.057882334208234
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为: 16.635955282593372
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为: 48.440161963179236
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为: 47.73468802543336
图像中的实际小球直径为: 49.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为: [275.9916917966463, 276.49469460765914] 562.4476463062763
通过公式计算焦距预测的图像坐标为: [276.63262100132886, 275.9631923403614] 554.2562584220408
图像中的真实图像坐标为: [290.5, 277.5]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为: 14.54309615781212
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为: 13.952275014330436
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为: 53.39353852242215
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为: 52.61592448594902
图像中的实际小球直径为: 55.0
MATLAB标定结果预测的图像坐标为: [449.3942637142454, 413.2213530368124] 562.4476463062763
通过公式计算焦距预测的图像坐标为: [447.5097885794676, 410.6985879370293] 554.2562584220408
图像中的真实图像坐标为: [470.5, 420.0]
MATLAB标定结果预测的图像坐标误差为: 22.167592535396125
通过公式计算焦距预测的图像坐标误差为: 24.800525952607423
MATLAB标定结果预测的小球图像直径为: 48.70065401703677
通过公式计算焦距预测的小球图像直径为: 47.9913863191642
图像中的实际小球直径为: 56.0
```

检测按键来转换视场角的代码如下:

```
if keyboard.is_pressed('Q' or 'q'):
    px, py, CACULATION_FOCALLENGTH, MATLAB_FOCALLENGTH = change_cam(640, 480, 60)
if keyboard.is_pressed('E' or 'e'):
    px, py, CACULATION_FOCALLENGTH, MATLAB_FOCALLENGTH = change_cam(640, 480, 120)
if keyboard.is_pressed('W' or 'w'):
    px, py, CACULATION_FOCALLENGTH, MATLAB_FOCALLENGTH = change_cam(640, 480, 90)
```

fov=90° 时, 图像坐标平均误差为 4.016776; fov=60° 时, 图像坐标平均误差为 18.000508; fov=120° 时, 图像坐标平均误差为 4.538749。误差与目标生成的区域相关, 目标越大, 离中心越远, 误差就越大。