四旋翼无人机模型补偿控制试飞开发手册

作 者: 李霞,有伟鹏 单 位: 天津工业大学控制科学与工程学院 时 间: 2023年8月22日

一、四旋翼无人机的建模以及原理

1.1 四旋翼无人机的基本构造

四旋翼无人机的旋翼对称分布在机体的前后、左右四个方向,四个旋翼处于同一高度平面,且四个旋翼的结构和半径都相同,四个电机对称的安装在飞行器的支架端,支架中间空间安放飞行控制计算机和外部设备。如图 1-1,螺旋桨的位置布局为 "×"型,四旋翼无人机通过控制四个电机来改变螺旋桨的转速,其两组特定组合的电机(电机 1,2 逆时针旋转;电机 3,4 顺时针旋转)带动螺旋桨旋转,以获得向上的升力 F。当四个螺旋桨的角速度大小相等时,螺旋桨之间作用的反扭矩可以相互抵消,如果此时无人机的升力 F等于其重力,且没有外力作用,无人机将会处于悬停状态;当四个电机转速不相等时,飞机的受力平衡会被破坏,利用这个特性可以完成姿态控制和位置控制。下面将讨论无人机运动学建模和动力学建模。

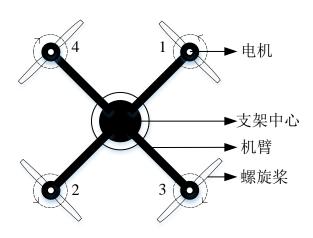


图1-1 "×"型布局四旋翼无人机结构图

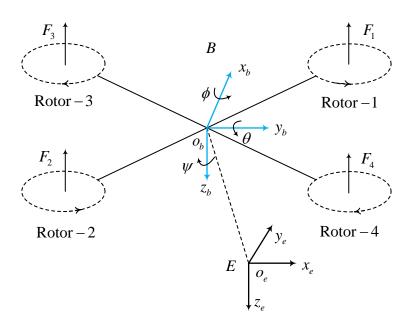


图1-2 "×"型布局四旋翼无人机的坐标系

为描述好无人机的位置和姿态,有必要建立适当的坐标系。常用的四旋翼无人机的坐标系包括机体坐标系和惯性坐标系。如图 1-2 所示,惯性坐标系 $E(o_ex_ey_ez_e)$ 是以四旋翼起飞位置或者地心作为坐标原点 o_e , o_ex_e 轴在水平面内指向某一方向,这里取正北方向为 o_ex_e 正方向, o_ez_e 轴垂直地面指向地心, o_ey_e 轴按照右手定则确定。机体坐标系 $B(o_bx_by_bz_b)$ 是与四旋翼机体固连,其原点 o_b 取在四旋翼的重心位置, o_bx_b 轴在四旋翼主对称平面内指向机头方向, o_bz_b 轴在四旋翼对称平面内,垂直于 o_bx_b 轴向下,同样用右手定则确定 o_by_b 轴。惯性坐标系 $E(o_ex_ey_ez_e)$ 是固定不动的,而机体坐标系是随着无人机的运动而改变的。

另外,无人机的姿态采用欧拉角表示,欧拉角是一种非常简单直观的姿态表示方式,可以看作是刚体围绕某一对应坐标轴的旋转角度,旋转的正方向由右手定则确定。滚转角($roll-\phi$)、俯仰角($pitch-\theta$)和偏航角($yaw-\psi$)分别对应围绕x轴、y轴和z轴的旋转角度。定义惯性坐标系下四旋翼欧拉角如下:

滚转角 ϕ : 四旋翼主对称面绕机体轴 $o_{b}x_{b}$ 转过的角度,右滚为正;

俯仰角 θ : 机体轴 $o_{b}x_{b}$ 与惯性水平面 $o_{e}x_{e}y_{e}$ 的夹角,飞机抬头为正;

偏航角 ψ : 机体轴 $o_b x_b$ 在惯性水平面 $o_e x_e y_e$ 上的投影与地轴 $o_e x_e$ 之间的夹角,机头右偏为正。图 1-3(右)直观的展示出了欧拉角的定义。

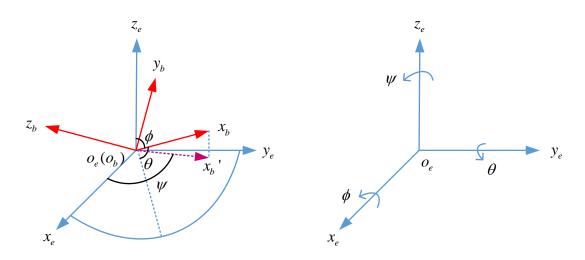


图 1-3 姿态角表示图示

主要注意的是,位置信息和姿态欧拉角信息是在惯性坐标系下表示的,而四旋翼无人机的速度以及角速度信息是在机体坐标系下定义的,因此从惯性坐标系到机体坐标系的转化需要经过坐标变换,坐标变换是通过旋转得到的,而三维坐标系的坐标变换需要经过三次旋转,旋转的顺序不同会产生不同的旋转矩阵。定义惯性坐标系到机体坐标系的旋转顺序满足"滚转角-俯仰角-偏航角"的顺序进行旋转。三次旋转分解如下:

$$R_{z,\psi} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_{y,\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}, \quad R_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

因此,设 R_{\odot} 为从机体坐标系到惯性坐标系的旋转矩阵,则坐标变换的旋转矩阵有

$$R_{\Theta} = R_{z,\psi} R_{y,\theta} R_{x,\phi}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}$$
(1-2)

1.2 模型的建立

四旋翼无人机是一个强耦合欠驱动的多输入多输出系统,解耦后的各子系统可近似为二阶系统。四旋翼的建模过于繁琐会导致控制算法设计复杂。相反,建模过于简单,模型脱离实际,对控制效果又会带来消极影响。为了合理的简化模型,使分析和计算简便,同时又兼顾控制效果,在建立四旋翼无人机运动学与动力学模型时,做出如下假设:

假设1: 四旋翼无人机是结构均匀对称的刚体,其几何中心与重心一致,忽略弹性形变与振动对无人机的影响。

假设 2: 四旋翼无人机的质量与转动惯量不变, 重力加速度也为恒定值。

假设 3: 四旋翼无人机在飞行过程中,受到的重力是沿 $o_e z_e$ 轴正方向,螺旋桨提供的拉力沿 $o_b z_b$ 轴负方向,受到的一切未知阻力统一用气动总阻力来代替。

假设 4: 四旋翼无人机的欧拉角有界,即 $-\pi/2 < \phi < \pi/2$, $-\pi/2 < \theta < \pi/2$, $-\pi < \psi < \pi$ 。

给定在惯性坐标系 $E(o_{a}x_{a}y_{a}z_{a})$ 下四旋翼无人机的位置,速度和欧拉角分别为

$$\mathbf{p} = [x \ y \ z]^{\mathrm{T}}, \ \mathbf{v}_e = [v_x \ v_y \ v_z]^{\mathrm{T}}, \ \mathbf{\Theta} = [\phi \ \theta \ \psi]^{\mathrm{T}}$$
 (1-3)

定义机体坐标系下 $o_b x_b$ 轴、 $o_b y_b$ 轴、 $o_b z_b$ 轴的速度为 $\mathbf{v}_b = [v_{bx} \quad v_{by} \quad v_{bz}]^{\mathrm{T}}$ 。无人机在机体坐标系下的线速度 v_b 与惯性坐标系下的线速度 v_e 的关系式可以由旋转矩阵 $\mathbf{R}_{\mathbf{e}}$ 得到:

$$\mathbf{v}_{a} = R_{\Theta} \mathbf{v}_{b} \tag{1-4}$$

惯性坐标系下的位置信息p和速度信息v。之间的关系:

$$\dot{p} = v_e \tag{1-5}$$

描述四旋翼的姿态角旋转运动时,用 $\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 表示机体角的变化率,其中p表示机体下的滚转角速度,q表示机体下的俯仰角速度,r表示机体下的偏航角速度,注意滚转机体角速度 p与三维位置信息 p的区分, $\dot{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\phi}} & \dot{\boldsymbol{\theta}} & \dot{\boldsymbol{\psi}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 表

示欧拉角的变化率(欧拉角速度),机体角速度和欧拉角速度满足如下关系:

$$\boldsymbol{\omega} = \dot{\psi} R_{x}(\phi) R_{y}(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \dot{\theta} R_{x}(\phi) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \dot{\phi} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(1-6)

整理得

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_{\phi} \\ \omega_{\theta} \\ \omega_{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$
(1-7)

由此得到欧拉角速度到机体角速度之间的变换矩阵W:

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \tan\theta & \tan\theta\cos\phi \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi/\cos\theta & \cos\phi/\cos\theta \end{bmatrix}$$
(1-8)

进而有

$$\dot{\boldsymbol{\Theta}} = W \cdot \boldsymbol{\omega} \tag{1-9}$$

对于稳定飞行的无人机来说,其 ϕ 和 θ 会在 0 附近波动,且数值很小,基于此可做小角度假设,令

$$\sin \phi = \sin \theta \approx 0$$
, $\cos \phi = \cos \theta \approx 1$ (1-10)

则欧拉角变化率 $\dot{\Theta} = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^{T}$ 与机体旋转角速度有:

$$\mathbf{W} \approx \mathbf{I}_{3}, \ \dot{\boldsymbol{\Theta}} \approx \boldsymbol{\omega}$$
 (1-11)

即

$$\boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{\omega}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \tan \theta \cdot \sin \phi & \tan \theta \cdot \cos \phi \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \phi & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$
(1-12)

综上,四旋翼无人机的运动学模型为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{v}_e \\ \dot{\boldsymbol{\Theta}} = \boldsymbol{\omega} \end{cases} \tag{1-13}$$

1.3 动力学模型

(1) 位置动力学模型

惯性坐标系下的位置动力学模型,基于以上 4 点假设和牛顿方程,四旋翼无人机进行受力公式为

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{e} = g\boldsymbol{e}_{3} - \frac{F}{m}R_{\Theta}\boldsymbol{e}_{3} + {}^{e}\boldsymbol{F}_{d}$$
 (1-14)

其中 ${}^e F_d$ 表示惯性坐标系下无人机空气动力,利用(1-4)式,将惯性坐标系下的方程转化到机体坐标系下,有

$$\dot{\boldsymbol{v}}_b = -[\boldsymbol{\omega}]_{\times} \boldsymbol{v}_b + g \boldsymbol{R}_{\Theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{e}_3 - \frac{F}{m} \boldsymbol{e}_3 + {}^b \boldsymbol{F}_d$$
 (1-15)

 e_{3} 为z轴方向上的单位向量为

$$\boldsymbol{e}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \tag{1-16}$$

 ${}^{b}\mathbf{F}_{d} = -C_{d} \begin{bmatrix} u | u | & v | v | & w | w | \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 为表示空气动力, C_{d} 为空气阻尼系数,不同的飞机 C_{d} 不同,需要预先辨识,F表示飞机升力。

(2) 姿态动力学模型

根据欧拉旋转定理在机体坐标系内建立姿态动力学方程如下:

$$\boldsymbol{J} \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{G}_{a} + \boldsymbol{M}_{d} + \boldsymbol{\tau}. \tag{1-17}$$

其中,转动惯量 $J = \operatorname{diag}(J_{xx}, J_{yy}, J_{zz})$, $\mathbf{M}_d = -C_{dm} \begin{bmatrix} p | p \end{bmatrix} \quad q | q \quad r | t \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 表示空气动力矩, C_{dm} 为空气阻尼力矩系数, $\mathbf{G}_a = \begin{bmatrix} G_{a\phi} & G_{a\theta} & G_{a\psi} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 表示陀螺力矩,由螺旋桨转动产生,陀螺力矩的符号与螺旋桨旋转的方向相关, $\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_{\phi} & \boldsymbol{\tau}_{\theta} & \boldsymbol{\tau}_{\psi} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 表示力矩。经推导,陀螺力矩可以表示为:

$$\begin{cases} G_{a\phi} = J_{RP}\omega_{y}(\varpi_{1} - \varpi_{2} + \varpi_{3} - \varpi_{4}) = -J_{RP}\dot{\theta}\varpi \\ G_{a\theta} = J_{RP}\omega_{x}(-\varpi_{1} + \varpi_{2} - \varpi_{3} + \varpi_{4}) = J_{RP}\dot{\phi}\varpi . \\ G_{a\psi} = 0 \end{cases}$$
(1-18)

其中 J_{RP} 为电机转子绕其旋转轴的转动惯量, σ_1 、 σ_2 、 σ_3 、 σ_4 为无人机四个螺旋桨的转速。

无人机的刚体四旋翼受到的拉力 F 以及力矩 τ 由四个螺旋桨转子的转速决

定。对于"×"型布局的四旋翼,拉力和力矩表示为

$$\begin{cases} F = c_{T}(\varpi_{1}^{2} + \varpi_{2}^{2} + \varpi_{3}^{2} + \varpi_{4}^{2}) \\ \tau_{\phi} = \frac{\sqrt{2}}{2} l_{r} c_{T}(\varpi_{1}^{2} - \varpi_{2}^{2} - \varpi_{3}^{2} + \varpi_{4}^{2}) \\ \tau_{\theta} = \frac{\sqrt{2}}{2} l_{r} c_{T}(\varpi_{1}^{2} + \varpi_{2}^{2} - \varpi_{3}^{2} - \varpi_{4}^{2}) \\ \tau_{\psi} = c_{M}(\varpi_{1}^{2} - \varpi_{2}^{2} + \varpi_{3}^{2} - \varpi_{4}^{2}) \end{cases}$$

$$(1-19)$$

其中, l_r 为机体半径, c_T 为螺旋桨拉力系数, c_M 为螺旋桨力矩系数。在设计控制器时,我们将 τ_{ϕ} , τ_{θ} , τ_{ψ} , F 作为无人机系统的输入,由这四个力与力矩控制的六自由度 (x,y,z,ϕ,θ,ψ) 作为系统的输出。显然,四旋翼无人机是一个四输入、六输出的欠驱动系统。

二、 控制器模型设计

基于小角度假设并忽略陀螺力矩项, 联立(1-15)式和(1-17)式得:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} \left(-(\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\cos\psi)F - C_d\dot{x}|\dot{x}| \right) + d_x \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} \left(-(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)F - C_d\dot{y}|\dot{y}| \right) + d_y \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} \left(-F + mg - C_d\dot{z}|\dot{z}| \right) + d_z \end{cases}$$

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{J_{xx}} \left((J_{yy} - J_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi} + \tau_{\phi} - C_{dm}\dot{\phi}|\dot{\phi}| \right) + d_{\phi}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J_{yy}} \left((J_{zz} - J_{xx})\dot{\phi}\dot{\psi} + \tau_{\theta} - C_{dm}\dot{\phi}|\dot{\phi}| \right) + d_{\theta}$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{J_{zz}} \left((J_{xx} - J_{yy})\dot{\phi}\dot{\theta} + \tau_{\psi} - C_{dm}\dot{\psi}|\dot{\psi}| \right) + d_{\psi}$$

$$(2-1)$$

其中 d_i ($i=x,y,z,\phi,\theta,\psi$)表示未知建模动态、未知扰动对各子系统的影响以及不确定性。实际上,我们并没有直接忽略陀螺力矩,而是将其合并到了 d_{ϕ} 和 d_{θ} 中去;另外,式(2-1)中无人机的气动阻力项为

 $F_d + M_d = \begin{bmatrix} C_d \dot{x} | \dot{x} | & C_d \dot{y} | \dot{y} | & C_d \dot{z} | \dot{z} | & C_{dm} \phi | \phi | & C_{dm} \theta | \theta | & C_{dm} \psi | \psi | \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ (2-2) 这种形式的阻力项并不准确,只能得到阻力与阻力矩的近似值,因此 $F_d + M_d$ 也可以合并到扰动 d_i 中去, d_i 交给观测器实时估计。

由于四旋翼为欠驱动系统,为解决该问题,对x和y通道的部分项取作虚拟控制量:

$$\begin{cases} u_x = (\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)F/m \\ u_y = (\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)F/m \end{cases}$$
 (2-3)

这样,x通道和y通道的控制量就从F转化为了 u_x 和 u_y ,这样就可实现六输入六输出的全驱动控制。根据公式 (2-3) 以及期望偏航角 ψ_r 可以反向求解出期望滚转角 ϕ_r 和期望俯仰角 θ_r ,其表达式为:

$$\begin{cases} \phi_r = m(-u_x \sin \psi_r + u_y \cos \psi_r) / F \\ \theta_r = m(-u_x \cos \psi_r - u_y \sin \psi_r) / F \end{cases}$$
 (2-4)

在悬停状态下,对飞机有

$$F = mg (2-5)$$

则(2-4)式又可以写成

$$\begin{cases} \phi_r = (-u_x \sin \psi_r + u_y \cos \psi_r) / g \\ \theta_r = (-u_x \cos \psi_r - u_y \sin \psi_r) / g \end{cases}$$
 (2-6)

为了控制方便,无人机系统将采用经典的内外环控制,内环为姿态环,外环为位置环,如下图 2-4 所示,这种结构的控制器我们只需要给定 x_r , y_r , z_r 和 ψ_r , 而 ϕ 和 θ 作为中间变量总是保持镇定的。

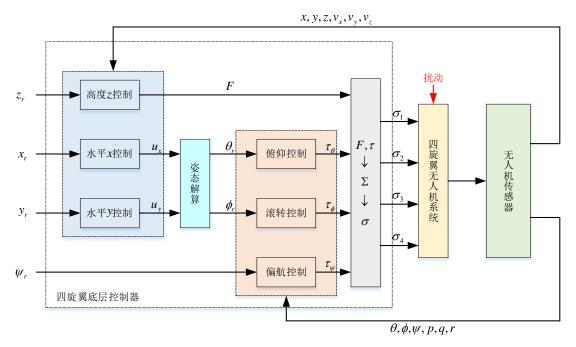


图 2-4 四旋翼无人机底层飞行控制闭环结构

三、模型补偿控制

图 2-4 高度控制、x和y平动控制、俯仰控制、滚转控制和偏航控制均采用模型补偿控制器(Model Compensation Control, MCC)进行控制,其原理如下。

观察公式(2-1),解耦后的四旋翼无人机各子系统,都可以简化为如下的二阶单输入单输出系统:

$$\ddot{y} = f + bu \tag{3-1}$$

其中u是系统输入,y是系统输出;b是与系统结构系数有关的控制输入系数,在设计控制 器之前需要已知。例如,滚转通道中, $\ddot{\phi} = \frac{1}{J_{xx}} \Big((J_{yy} - J_{zz}) \dot{\theta} \dot{\psi} + \tau_{\phi} - C_{dm} \dot{\phi} \Big| \dot{\phi} \Big| \Big) + d_{\phi}$, τ_{ϕ} 作为无人机系统的输入,相当于u, $\ddot{\phi}$ 作为无人机系统的输出,相当于输出y,b为 τ_{ϕ} 的系数,其值为 $\frac{1}{J_{xx}}$;f表示

各子系统的"未知总扰动"或"未知模型函数",在滚转通道中可为 $f_{\phi} = \frac{1}{J_{xx}} (J_{yy} - J_{zz}) \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{1}{J_{xx}} C_{dm} \dot{\phi} |\dot{\phi}| + d_{\phi},$ 它包括已知建模动态、未知建模动态、未

知扰动和其他不确定项等。由于 f 的数值很大,在设计控制器时不能忽略,但是其精确的表达式又未知,需要用高精度观测器实时估计其值,并在控制器中及时补偿,对此采用的模型补偿控制器中摒弃了传统的 ESO(Extended State Observer, ESO)观测器,采用更高精度的补偿函数观测器 (Compensation Function Observer, CFO) 实现对复杂扰动或快速时变扰动的高精度估计,并将总扰动的估计反馈给控制器,实现无人机系统的高精度跟踪控制。如图 3-1 所示,一个模型补偿控制器主要由三部分组成:高阶微分器(High Order Differentiator, HOD)、补偿函数观测器(Compensation Function Observer, CFO)和模型补偿控制模块。模型补偿控制的目标是设计控制输入u,使系统输出y跟踪参考指令 y_r ,即 $\lim_{t\to\infty} y = y_r$,同时还要保证系统具有快速性和较小的超调。

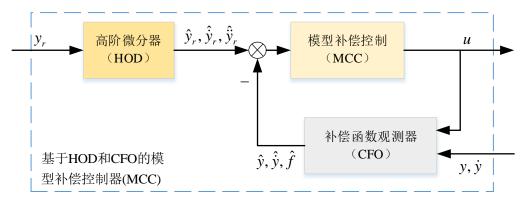
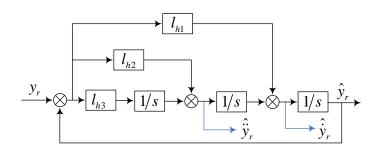


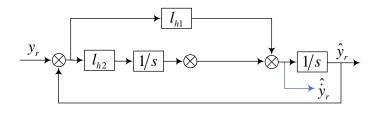
图 3-1 模型补偿控制结构框图

3.1 高阶微分器

高阶微分器(HOD)可用于提取参考指令 y_r 的微分及高阶微分,2 阶 HOD 可以提取到 y_r 的一阶导数,3 阶 HOD 可以提取 \dot{y}_r 和 \ddot{y}_r ,依次类推。对于常值参考或慢时变的参考指令,其微分及二阶微分对系统暂态响应影响较小,但对于快速机动的参考指令,HOD 能准确提取其微分及二阶微分,对系统暂态响应的快速性非常重要,HOD 的结构框图如图 3-2 所示。



(a) 3 阶 HOD 结构框图



(b) 2 阶 HOD 结构框图

图 3-2 高阶微分器结构框图

以四旋翼无人机的三阶 HOD 为例,其动态方程 Π_{h1} 和输出方程 Π_{h2} 为

$$\begin{cases} \Pi_{h1} \begin{cases} \dot{z}_{1} = z_{2} + l_{h1}(x_{1r} - z_{1}), \\ \dot{z}_{2} = z_{3} + l_{h2}(x_{1r} - z_{1}), \\ \dot{z}_{3} = l_{h3}(x_{1r} - z_{1}), \end{cases} \\ \Pi_{h2} \begin{cases} \hat{x}_{1r} = z_{1}, \\ \hat{x}_{2r} = z_{2} + l_{h1}(x_{1r} - z_{1}), \\ \vdots \\ \hat{x}_{3r} = z_{3} + l_{h2}(x_{1r} - z_{1}). \end{cases}$$

$$(3-2)$$

其中 z_1, z_2, z_3 是 HOD 的内部状态, x_r 为输出的期望信号状态, \hat{x}_{ir} (i = 1, 2, 3) 为 x_{ir} 的估计, l_{hi} (i = 1, 2, 3)是待确定的参数,针对不同的系统, l_{hi} 的值不同。

定义 HOD 估计的误差方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_{h1} = \dot{x}_{1r} - \dot{\hat{x}}_{1r}, \\ \dot{e}_{h2} = \dot{x}_{2r} - \dot{\hat{x}}_{2r} = -l_{h1}e_{h2} + e_{h3}, \\ \dot{e}_{h3} = \dot{x}_{3r} - \dot{\hat{x}}_{3r} = -l_{h3}e_{h1} - l_{h2}e_{h2} + \ddot{y}_{r}, \end{cases}$$

$$(3-3)$$

其中ÿ,为参考信号的三阶微分。

当输入的参考指令 y_r 时,3 阶 HOD 可以估计出其一阶微分和二阶微分。观察式(3-2),一个微分器中有三个待调参数(l_{h1} 、 l_{h2} 和 l_{h3}),而无人机系统中需要 6 个 HOD(每个自由度都需要一个控制器,每个控制器都需要一个 HOD),整个无人机底层控制系统就需要有 18 个参数待整定,这大大增加了调参的困难,为简化参数的复杂度,可采用如下办法。

先令(3-3)误差方程写成矩阵形式

$$\dot{\boldsymbol{e}}_h = A_h \boldsymbol{e}_h + \ddot{\boldsymbol{y}}_r \tag{3-4}$$

其中 $A_h = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -l_{h1} & 1 \\ -l_{h3} & -l_{h2} & 0 \end{bmatrix}$, 对于无人机系统来说, \ddot{y}_r 数值很小,假设 $\ddot{y}_r = 0$,(3-4)

式子可写为

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{h} = A_{h}\boldsymbol{e}_{h} \tag{3-5}$$

当 $e_h = 0$ 时,HOD 可以实现对参考信号 y_r 各阶微分的准确提取,为了使误差 $\lim e_h = 0$,利用 Hurwitz 判据对(3-5)式子处理得到特征方程

$$\det(sI - A_h) = s^3 + l_{h1}s^2 + l_{h2}s + l_{h3}$$
 (3-6)

其中 l_{h1} , l_{h2} , l_{h3} 大小决定了其误差方程的极点位置,极点的位置决定了 HOD 的性能,比如系统的快速性、稳定性、准确性等。为了方便调参,可将(3-6)式中的三个极点全部设置在 $-a_h$ 处:

$$(s+a_h)^3 = s^3 + 3a_h s^2 + 3a_h^2 s + a_h^3 = s^3 + l_{h1} s^2 + l_{h2} s + l_{h3}$$
(3-7)

即

$$l_{h1} = 3a_h, l_{h2} = 3a_h^2, l_{h3} = a_h^3 (a_h > 0)$$
 (3-8)

这样我们就可以通过调节 a_h 的大小来调节误差方程的极点位置, a_h 值变小,极点距离虚轴近,HOD 的响应时间慢,但是系统的超调较小; a_h 值变大,极点距离虚轴远,系统响应较好,但是超调会变大,且当 a_h 较大时,误差方程的系数 l_{hi} 会很大,系统出现较小的误差会被系数 l_{hi} 一定程度上放大,这会导致 HOD 估计的微分产生偏差。当然, l_{hi} 也可以采用其他方法去取值,例如在 FX310 机型中位置环(x,y,z 通道)的二阶 HOD 就是采用经验取值的方法,合理的设计 HOD 是调参过程中的重要环节。

3.2 补偿函数观测器

补偿函数观测器(CFO)主要用于估计被控系统式(3-1)的未知建模动态 f。通过可获得的系统输入u,输出 y 及速度 \dot{y} 状态信息,实时估计四旋翼无人机系统的未知模型动态或总扰动,包括模型不确定性、未知外部干扰影响等。与 ESO相比,CFO的优势在于: (1) 采用了纯积分结构,不同于 ESO 的惯性环节结构,从而提高了观测器系统的一个类型; (2) 利用了系统的角速度或速度信息,提高了系统的估计精度; (3)引入滤波器补偿未知的扩张状态,实现方式是积分补偿,

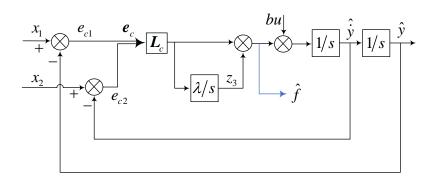
再次提高了观测器系统的一个类型。因此,CFO 在 ESO 基础上提高了两个型别,属于III型系统,能实现对抛物线函数的无差收敛。CFO 极大地提高了非线性未知模型动态的估计精度,这对于无人机在复杂环境中快速机动的稳定性和鲁棒性具有重要意义。

无人机系统用到了二阶 CFO 和三阶 CFO,CFO 的结构框图如图 3-3 所示。 例如, $\ddot{\phi} = \frac{1}{J_{xx}} \tau_{\phi} + f_{\phi}$ 中需要使用 3 阶 CFO 估计扰动 f_{ϕ} ,令 $x_1 = \phi$, $x_2 = p$,

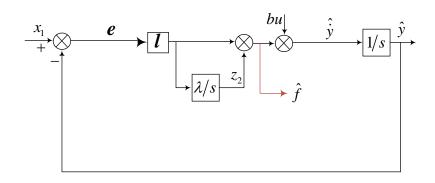
 $bu = \frac{1}{J_{xx}} \tau_{\phi}$, 那么 $\hat{f} = f_{\phi}$; 偏航通道控制的是偏航角速度, 而不是偏航角度, 控

制期望为 $\lim_{t\to\infty} r = r_r$,而不是 $\lim_{t\to\infty} \psi = \psi_r$,这时需要用到 2 阶 CFO (如图 3-3 (b))

估计扰动
$$f_{\psi}$$
 , $\ddot{\psi} = \frac{1}{J_{zz}} \tau_{\psi} + f_{\psi}$, $\diamondsuit x_1 = r$, $bu = \frac{1}{J_{zz}} \tau_{\psi}$, 那么 $\hat{f} = f_{\psi}$ 。



(a) 三阶 CFO 的结构框图



(b) 二阶 CFO 的结构框图

图 3-3 补偿函数观测器结构框图

CFO 的具体估计原理如下:

首先将系统(3-1)式写为状态空间表达式

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f + bu \\ y = x_1 \end{cases}$$
 (3-9)

其中 $x_1 = y$, $x_2 = \dot{y}$ 是通过传感器可测量的位置(姿态)信息、速度(角速度)已知信息。以无人机系统中的三阶 CFO 为例,其动态方程 Π_{c1} 和输出方程 Π_{c2} 为

$$\begin{cases}
\Pi_{c1} \begin{cases} \dot{z}_{1} = z_{2} \\ \dot{z}_{2} = z_{3} + \boldsymbol{L}_{c}\boldsymbol{e}_{c} + b\boldsymbol{u} \\ \dot{z}_{3} = \lambda \boldsymbol{L}_{c}\boldsymbol{e}_{c} \end{cases} \\
\Pi_{c2} \begin{cases} \hat{x}_{1} = z_{1} \\ \hat{x}_{2} = z_{2} \\ \hat{x}_{3} = z_{3} + \boldsymbol{L}_{c}\boldsymbol{e}_{c} \end{cases}
\end{cases} (3-10)$$

其中 z_1, z_2, z_3 为 CFO 内部状态, $L_c = [l_{h2} \quad l_{h1}]$ 和 λ 是 CFO 待确定的参数,且 $l_{c1} > 0, l_{c2} > 0, \lambda > 0$, $e_c = [e_{c1} \quad e_{c2}]^T$ 是观测误差向量,且 $e_{c1} = x_1 - z_1$, $e_{c2} = x_2 - z_2$, $e_{c3} = x_3 - \hat{x}_3$, $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3$ 分别是 x_1, x_2, x_3 的估计。现直接给出 CFO 的误差方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_{c1} = \dot{x}_{1} - \dot{\hat{x}}_{1} = x_{2} - \hat{x}_{2} = e_{c2}, \\ \dot{e}_{c2} = \dot{x}_{2} - \dot{\hat{x}}_{2} = x_{3} + bu - \hat{x}_{3} - bu = x_{3} - \hat{x}_{3} = e_{c3}, \\ \dot{e}_{c3} = \dot{x}_{3} - \dot{\hat{x}}_{3} = \dot{f} - \lambda \mathbf{L}_{c} \mathbf{e}_{c} - \mathbf{L}_{c} \dot{\mathbf{e}}_{c} = \dot{f} - \lambda l_{c2} e_{c1} - (\lambda l_{c1} + l_{c2}) e_{c2} - l_{c1} e_{c3}, \end{cases}$$
(3-11)

由(3-10)式可知,每个 CFO 都有 3 个待调整参数: l_{c1} , l_{c2} 和 λ ,与 HOD 一样,无人机系统中的补偿函数观测器也需要 6 个,因此需要有 18 个待调整参数,为方便参数整定,先将式(3-11)写成如下矩阵形式:

$$\dot{\overline{e}}_c = A_c \overline{e}_c + \dot{f} \tag{3-12}$$

其中
$$\overline{\boldsymbol{e}}_{c} = \begin{bmatrix} e_{c1} & e_{c2} & e_{c3} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \dot{\overline{\boldsymbol{e}}}_{c} = \begin{bmatrix} \dot{e}_{c1} & \dot{e}_{c2} & \dot{e}_{c3} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad A_{c} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\lambda l_{c2} & -(\lambda l_{c1} + l_{c2}) & -l_{c1} \end{bmatrix},$$

为了使 A_c 满足 Hurwitz 矩阵让系统的误差稳定,令

$$\det(sI - A_c) = s^3 + l_{c1}s^2 + (\lambda l_{c1} + l_{c2})s + \lambda l_{c2}$$
 (3-13)

同样, (3-13) 式子的极点的位置决定了 CFO 的性能, 将(3-13) 式中的极点整合成如下形式

$$(s+a_c)(s+4a_c)^2 = s^3 + l_{c1}s^2 + (\lambda l_{c1} + l_{c2})s + \lambda l_{c2}$$
(3-14)

从而 $l_{c1} = 9a_c$, $l_{c2} = 12a_c^2$, $\lambda = 4a_c/3$ ($a_c > 0$), $a_c > 0$ 可使 (3-8) 满足 Hurwitz 稳定,从中可以看出,误差方程的极点整合成了 $a_c = 4a_c$ ($s_1 = -a_c$, $s_{2,3} = -4a_c$),实际调参的过程中可通过调节参数 a_c 来调节 CFO 的性能。

实际上,当我们需要更强的抗风能力的时候, a_c 的数值可以适当增大来抵抗外界抗干扰能力;当系统中存在变速变换的信号时,也可以通过加大 CFO 来改善系统性能;但是, a_c 的数值过大会使 CFO 起反作用,增加系统的负担,使得系统震荡甚至发散,无人机也会相应的出现的抖动甚至炸机。 a_c 同样表征了观测器 CFO 的带宽,对于常值、斜坡和抛物线形式扰动,估计误差不依赖带宽,即任意带宽都能实现零稳差收敛。对于三次信号形式的扰动,CFO 的估计误差有界,该界值与带宽有关,带宽越大,估计精度越高。因此, a_c 的合理选择对无人机系统的性能至关重要。

3.3 模型补偿控制器

首先,设计控制器的目的是使得实际的输出跟踪上我们给定的期望的输出,即 $x \to x_r, y \to y_r, z \to z_r, \phi \to \phi_r, \theta \to \theta_r, \psi \to \psi_r$,以 y 通道为例,定义系统跟踪误差 $e = y_r - y$,控制目标是设计控制量 u ,使系统跟踪误差渐近收敛到零,即 $\lim_{r \to \infty} e = 0$,三阶模型补偿控制器的设计思路如下。

先定义系统跟踪误差向量 $\mathbf{e} = [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_2]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}$, $\mathbf{e}_2 = \dot{\mathbf{e}}$,误差的微分之间存在如下关系:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = \ddot{y}_r - \ddot{y} = \ddot{y}_r - f - bu \end{cases}$$
 (3-15)

再令

$$\dot{e}_2 = \ddot{y}_r - f - bu = -k_p e_1 - k_d e_2 \tag{3-16}$$

其中 k_p, k_d 是待整定的反馈增益系数,结合公式(3-15)和(3-16),误差系统重新写为

$$\dot{\mathbf{e}} = A\mathbf{e} \tag{3-17}$$

其中 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_p & -k_d \end{bmatrix}$,如果设置 $k_p, k_d > 0$ 使A为 Hurwitz 矩阵,则闭环系统能实现渐近稳定,即 $\lim_{t \to \infty} e = 0$.

根据公式(3-16),得到具有系统总扰动或未知模型补偿的控制器为

$$u = \frac{1}{b} \left(k_p e_1 + k_d e_2 + \ddot{y}_d - f \right)$$
 (3-18)

但该控制器中,只有系统参考指令 y_r ,系统输出y及其导数 \dot{y} 可以得到,其他都是未知的。因此,结合 3.1 节 HOD 对参考指令一阶微分和二阶微分的估计以及 3.2 节 CFO 对总扰动的估计,最终设计的模型补偿控制器(MCC)为

$$u = \frac{1}{b} \left[k_p e_1 + k_d \left(\hat{\dot{y}}_r - \dot{y} \right) + \hat{\ddot{y}}_r - \hat{f} \right]$$
 (3-19)

其中 \ddot{y}_a 以及 \hat{f} 由 HOD 和 CFO 估计得到。观察(3-16)式, k_p 、 k_d 为控制器待调整参数,为了方便分析,将(3-16)式做 Laplace 变换得到

$$s^2 + k_d s + k_p^2 = 0 (3-20)$$

$$(s+c)^2 = s^2 + 2cs + c^2 = s^2 + k_d s + k_p^2$$
 (3-21)

通过调整 c 的大小就可以调节控制器误差方程的极点位置, 极点的位置会影响子系统的调节时间、响应速度、超调等。

另外,位置和偏航通道参考信号为速度信号,用到的是二阶模型补偿控制器,此时定义误差 $e=v_r-v$,那么 $\dot{e}=\dot{v}_r-\dot{v}=\dot{v}_r-bu-f$,令 $\dot{e}=-k_pe$,当 $k_p>0$ 时有 $\lim_{t\to\infty}e=0$,则控制律u设计为

$$u = \frac{1}{b} (k_p \hat{e} + \hat{y}_r - \hat{f})$$
 (3-22)

其中 \dot{y}_r 为其参考速度信号的一阶导数估计, \hat{f} 为总扰动的估计,由 CFO 估计得到。误差方程的 Laplace 变换为

$$s + k_p = 0 \tag{3-23}$$

二阶模型补偿控制器的误差方程极点 $s=-k_p$,其控制器的性能由 $-k_p$ 决定。

3.4 位置外环 P 控制

对于x、y、z通道来说,使用的二阶模型补偿控制器,输入的参考信号为速度信号,飞机悬停时,三个通道的参考速度 v_r =0,为保证其悬停的有更小的波动,我们需要将三个通道的位置信息转化为相应的速度信息,推导如下:

位置和速度之间有

$$v_r - v = -K(x_r - x) \tag{3-24}$$

悬停时x、y、z通道的参考信号 $v_x = 0$,(3-24) 式变为

$$v = K(x_{-} - x) \tag{3-25}$$

这样, 悬停时控制器输出的参考信号就由v, 转化成了(3-25)式中的v了。

3.5 油门到力与力矩的转化

控制器设计出的 u 是力或者力矩,但是力与力矩并不能直接给到飞机,飞机 是依靠螺旋桨转动产生的转速差来产生力与力矩的,控制器输出的 u 需要转化为 螺旋桨的油门指令,再由螺旋桨转动产生和期望的力与力矩匹配的转速。因此, 还需要将控制器得到的力与力矩转化为油门指令,推导过程如下。

悬停时,单个螺旋桨拉力 T_i 和反扭矩 M_i 与螺旋桨转速 ω_i 的关系是

$$\begin{cases}
T_i = c_T \omega_i^2 \\
M_i = c_M \omega_i^2
\end{cases}$$
(3-26)

其中 c_T 为拉力系数, c_M 为力矩系数。电机转速与油门指令 $\sigma_i(i=1,2,3,4)$,

 $0 < \sigma_i < 1$ 的关系可近似为如下线性关系

$$\omega_i = \frac{1}{T_M s + 1} (C_r \sigma_i + W_b) \approx C_r \sigma_i + W_b \approx C_r \sigma_i$$
 (3-27)

其中 W_b, T_M 为电机模型参数, C_r 电机转速-油门曲线斜率参数。由(3-27)式可得

$$\omega_i^2 = C_r^2 \sigma_i^2 \tag{3-28}$$

为了简化算法,我们令

$$\omega_i^2 = C_r^2 \sigma_i^2 \approx C_r^2 \sigma_i \tag{3-29}$$

由公式(3-26)和(3-29)可得单个螺旋桨拉力 T_i 和反扭矩 M_i 与油门指令 σ_i 的 关系

$$\begin{cases}
T_i = c_T C_r^2 \sigma_i \\
M_i = c_M C_r^2 \sigma_i
\end{cases}$$
(3-30)

"×"型布局四旋翼无人机上的总拉力F和力矩M分布为

$$\begin{cases} F = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \\ \tau_{\phi} = \frac{\sqrt{2}}{2} l_r \left(-T_1 + T_2 + T_3 - T_4 \right) \\ \tau_{\theta} = \frac{\sqrt{2}}{2} l_r \left(T_1 - T_2 + T_3 - T_4 \right) \\ \tau_{yy} = M_1 + M_2 - M_3 - M_4 \end{cases}$$

$$(3-31)$$

其中 $l_r = l/2$ 为无人机的机体半径。结合(3-26)式和(3-31)式有

$$\begin{cases} F = c_T C_r^2 (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4) \\ \tau_{\phi} = \frac{\sqrt{2}}{2} l_r c_T C_r^2 (-\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4) \\ \tau_{\theta} = \frac{\sqrt{2}}{2} l_r c_T C_r^2 (\sigma_1 - \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4) \\ \tau_{\psi} = c_M C_r^2 (\sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4) \end{cases}$$
(3-32)

写成矩阵形式有

对(3-33) 式求逆得到

定义为油门控制量Σ为

(3-35) 式可化为

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_1 \\ \Sigma_2 \\ \Sigma_3 \\ \Sigma_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} th2s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tau x 2s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau y 2s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tau z 2s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ \tau_{\phi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\psi} \end{bmatrix}$$
(3-36)

那么力与力矩到油门控制量Σ的转化关系就为

$$\begin{cases} th2s = \frac{1}{4C_r^2} \cdot \frac{1}{c_T} \\ \tau x 2s = \frac{1}{4C_r^2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}l_r c_T} \\ \tau y 2s = \frac{1}{4C_r^2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}l_r c_T} \\ \tau z 2s = \frac{1}{4C_r^2} \cdot \frac{1}{c_M} \end{cases}$$
(3-37)

这样我们控制器得到的 $F, au_{\phi}, au_{\theta}, au_{\psi}$ 就可以通过(3-37)式转化为油门控制量 Σ 。

再对(3-36)式求逆,得到油门控制量Σ到油门指令σ的关系为

F, τ_{ϕ} , τ_{θ} , τ_{ψ} 到 σ 的转化(τ - Σ)其值与电机本身有关。理论上,如果不同机型的四旋翼无人机选用相同型号的电机,其 τ - Σ 应是一致的,但实际上, τ - Σ 总是需要做出一定调整的。注意,这里给出的(3-37)式是一个力与力矩到油门转化的一个近似关系式,真实的关系是在其附近的,在试飞过程中需要对(3-37)式求出的值要适当的调整。

四、四旋翼无人机位姿跟踪试飞测试

四旋翼无人机有强耦合的特点,在调参过程中,如果出现了问题,是很难发现的,所以试飞实验需要按照自稳一定高一定点的顺序依次进行。自稳实验是不含x,y,z通道的控制实验,如图 4-1 所示,遥控器给定的是油门量 Σ_1 、俯仰角度 θ 、滚转角度 ϕ 和偏航角度 ψ ,飞机的高度通道z和水平x,y通道都没有控制,此时实验的目标是使三个姿态控制器的实际值跟踪跟上期望。定高实验需要在自稳的基础上加上高度控制器,如图 4-2 所示,此时x,y通道依旧不加控制器,但是在高度通道的影响下,姿态控制器的控制效果可能会发生改变,先前自稳模式下调节的姿态控制器需要做一些微调,另外还需要调节高度控制器的参数,使得高度通道的实际速度跟踪上给定的速度,高度通道跟踪的效果如图 4-4 所示,可以看出,其实际速度在给定速度上下波动,其高度的变化并不大。定高实验完成后,加上x,y通道进行定点实验时还需要对姿态控制器和高度控制器进行微调,无人机的定点结构框图为图 2-4。

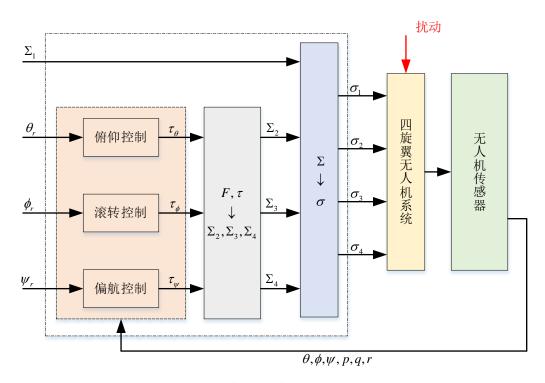


图 4-1 无人机自稳模式结构图

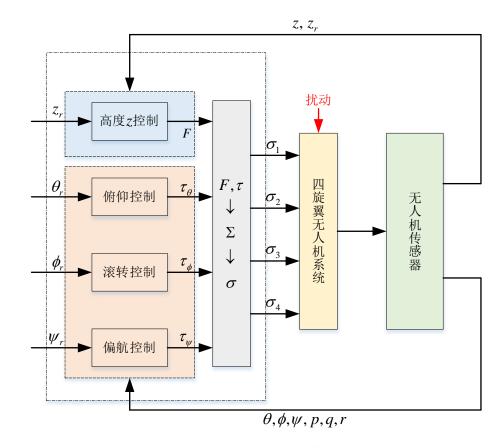


图 4-2 无人机定高模式结构图

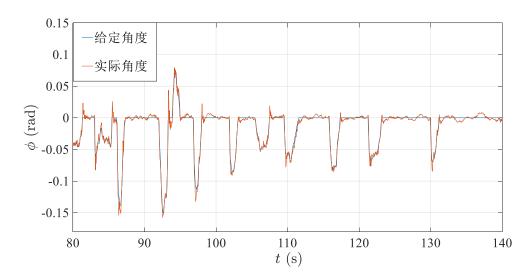


图 4-3 自稳模式下的滚转角度较理想的跟踪效果

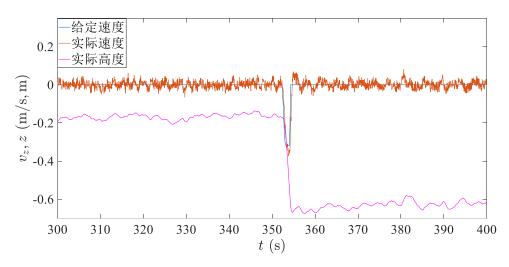


图 4-4 定高模式高度跟踪

四旋翼无人机各个通道的具体调参的规则如表 1 所示。

表 1 各类机型理论的模型控制参数

控制通道	HOD 参数 (见公式 3-2、 公式 3-7)	CFO 参数 (见公式 3-10、 公式 3-14)	MCC 参数 (见公式 3-19、 公式 3-21、 公式 3-22)	油门、控制 的转化关系 τ-Σ (见公式 3-37)
滚转通道	3thHOD $l_{h1} = 3a_h, l_{h2} = 3a_h^2$ $l_{h3} = a_h^3$	3thCFO $l_{c1} = 9a_c, l_{c2} = 12a_c^2$ $\lambda = 4a_c/3 (a_c > 0)$	3thMCC $k_p = c^2, k_d = 2c,$ $b_{\phi} = \frac{1}{I_x}, (c > 0)$	$\frac{1}{4C_r^2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}l_r c_T}$
俯仰通道	3thHOD $l_{h1} = 3a_h, l_{h2} = 3a_h^2$ $l_{h3} = a_h^3 (a_h > 0)$	3thCFO $l_{c1} = 9a_{c}, l_{c2} = 12a_{c}^{2}$ $\lambda = 4a_{c}/3 (a_{c} > 0)$	3thMCC $k_p = c^2, k_d = 2c,$ $b_{\phi} = \frac{1}{I_y}, (c > 0)$	$\frac{1}{4C_r^2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}l_r c_T}$
偏航通道	3thHOD $l_{h1} = 3a_h, l_{h2} = 3a_h^2$ $l_{h3} = a_h^3 (a_h > 0)$	3thCFO $l_{c1} = 9a_{c}, l_{c2} = 12a_{c}^{2}$ $\lambda = 4a_{c}/3 (a_{c} > 0)$	2thMCC $k_d = c, b_\phi = \frac{1}{I_z},$ $(c > 0)$	$\frac{1}{4C_r^2} \cdot \frac{1}{c_{\scriptscriptstyle M}}$
水平 x 通道	$2thHOD$ $l_{h1} = 2a_h, l_{h2} = a_h^2$ $(a_h > 0)$	2thCFO $l_c = 2a_c, \lambda = a_c/2$ $(a_c > 0)$	2thMCC $k_d = c, b_\phi = \frac{1}{m},$ $(c > 0)$	
水平y通道	$2thHOD$ $l_{h1} = 2a_h, l_{h2} = a_h^2$ $(a_h > 0)$	2thCFO $l_c = 2a_c, \ \lambda = a_c/2$ $(a_c > 0)$	2thMCC $k_d = c, b_\phi = \frac{1}{m},$ $(c > 0)$	
高度 z 通道	2thHOD $l_{h1} = 2a_h, l_{h2} = a_h^2$ $(a_h > 0)$	2thCFO $l_c = 2a_c, \lambda = a_c/2$ $(a_c > 0)$	2thMCC $k_d = c, b_\phi = -\frac{1}{m},$ $(c > 0)$	$\frac{1}{4C_r^2} \cdot \frac{1}{c_T}$

基于表 1,各个模式下无人机需要调节的参数如下表 2 所示。

表 2 各个模式下需要调节的参数

控制通道	自稳模式	定高模式	定点模式
滚转通道	$a_h, a_c, c,$ $b_\phi, au x 2s$	$a_h, a_c, c,$ $b_\phi, au x 2 s$ (在自稳模式的基础上进行微调)	$a_h, a_c, c,$ $b_\phi, au x 2 s$ $(在定高模式的基础上进行微调)$
俯仰通道	$a_{\scriptscriptstyle h}, a_{\scriptscriptstyle c}, c, \ b_{\scriptscriptstyle heta}, au y 2 s$	$a_h, a_c, c,$ $b_{ heta}, au y 2 s$ (在自稳模式的基础上进行微调)	$a_h, a_c, c,$ $b_{ heta}, au y 2 s$ (在定高模式的基础上进行微调)
偏航通道	$a_h, a_c, c,$ $b_{\psi}, au z 2s$	$a_h, a_c, c,$ $b_{\psi}, au z 2 s$ (在自稳模式的基础上进行微调)	$a_h, a_c, c,$ $b_{\psi}, au z 2s$ $(在定高模式的基础上进行微调)$
高度 z 通道		$a_h, a_c, c,$ $b_z, th2s$	$a_h, a_c, c,$ $b_z, th2s$ (在定高模式的基础上进行微调)
水平 x 通道			a_h, a_c, c, b_x
水平y通道			a_h, a_c, c, b_y

实际测得的各类机型无人机模型参数和控制参数,如下表3一表6所示。

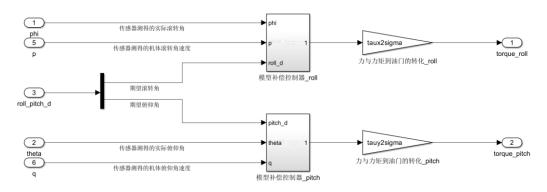
表 3 Droneyee FX200 四旋翼无人机模型参数

参数	数值(单位)			
质量 m	1.072kg			
转动惯量 $[I_x \ I_y \ I_z]^T$	$\begin{bmatrix} 0.0039 & 0.0055 & 0.0059 \end{bmatrix}^T \text{kg} \cdot \text{m}$			
机身半径1,	0.1m			
拉力系数 c_r	$2.2*10^{-6} \text{ N/(rad/s}^2)$			
力矩系数 $c_{\scriptscriptstyle M}$	$4.11*10^{-8} \mathrm{N}\cdot\mathrm{m/(rad/s}^2)$			
电机增益系数 c_R	1673.29rad/s ²			
电机偏差系数 σ_{b}	432.35rad/s ²			
电机响应常数T _m	0.0619s			
空气阻力系数 C_a	$\begin{bmatrix} 0.0063 & 0.0049 & 0.0049 \end{bmatrix}^{T} N/(m/s)^{2}$			
表 4 Droneyee FX310 四旋翼无人机模型参数				
参数	数值 (单位)			
质量 m	1.817kg			
转动惯量 $[I_x \ I_y \ I_z]^T$	$\begin{bmatrix} 0.0125 & 0.00137 & 0.0121 \end{bmatrix}^T kg \cdot m^2$			
机身半径1,	0.155m			
拉力系数 $c_{\scriptscriptstyle T}$	$8.33*10^{-6} \text{ N/(rad/s}^2)$			
力矩系数 $c_{\scriptscriptstyle M}$	$1.791*10^{-7} \mathrm{N}\cdot\mathrm{m/(rad/s^2)}$			
电机增益系数 c_{R}	1427.84rad/s ²			
电机偏差系数 σ_b	295.41rad/s ²			
电机响应常数 <i>T</i> "	0.071s			
空气阻力系数 C_d	$\begin{bmatrix} 0.0132 & 0.0089 & 0.064 \end{bmatrix}^T \text{N/(m/s)}^2$			

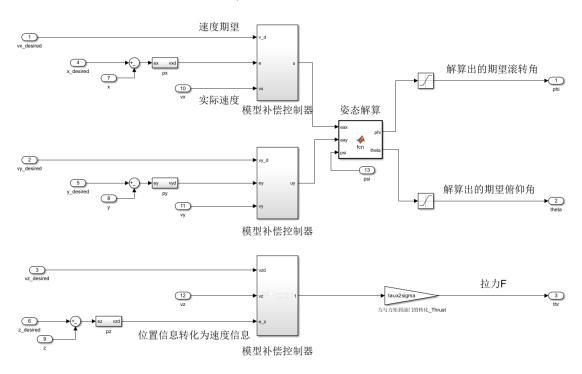
表 5 Droneyee FX350 四旋翼无人机模型参数

参数	数值(单位)			
质量 m	1.297kg			
转动惯量 $[I_x \ I_y \ I_z]^T$	$\begin{bmatrix} 0.0078 & 0.0081 & 0.0190 \end{bmatrix}^T kg \cdot m^2$			
机身半径1,	0.175m			
拉力系数 $c_{\scriptscriptstyle T}$	$1.222*10^{-5} \text{ N/(rad/s}^2)$			
力矩系数 $c_{\scriptscriptstyle M}$	$2.137*10^{-7} \mathrm{N}\cdot\mathrm{m/(rad/s^2)}$			
电机增益系数 c_R	762.05 rad/s^2			
电机偏差系数 🛮 👝	168.96rad/s ²			
电机响应常数 T_m	0.0709s			
空气阻力系数 C_a	$\begin{bmatrix} 0.0094 & 0.0082 & 0.0045 \end{bmatrix}^T N/(m/s)^2$			
表 6 Droneyee FX450 四旋翼无人机模型参数				
参数	数值 (单位)			
质量 m	2.125kg			
转动惯量 $[I_x \ I_y \ I_z]^T$	$\begin{bmatrix} 0.0211 & 0.0219 & 0.0366 \end{bmatrix}^T kg \cdot m^2$			
机身半径1,	0.225m			
拉力系数 $c_{ au}$	$1.105*10^{-4} \text{ N/(rad/s}^2)$			
力矩系数 $c_{\scriptscriptstyle M}$	$1.779*10^{-7} \mathrm{N}\cdot\mathrm{m/(rad/s^2)}$			
电机增益系数 c_R	748.72rad/s ²			
电机偏差系数 🛮 🗸	176.79rad/s ²			
电机响应常数 <i>T_m</i>	0.062s			
空气阻力系数 C_a	$\begin{bmatrix} 0.0101 & 0.0101 & 0.0101 \end{bmatrix}^T N/(m/s)^2$			

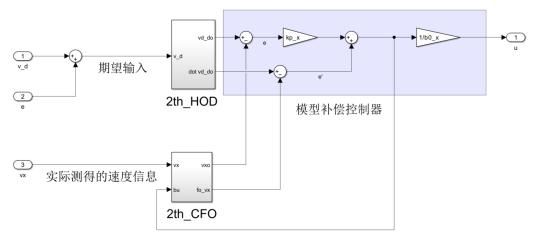
无人机的底层控制框架图 2-4 已经给出。 ϕ , θ 通道以角度信息作为期望输出,用到了三阶模型补偿控制器,如图 4-5 (a); x,y,z, ψ 通道给定为速度 (角速度)期望输出,需要采用二阶模型补偿控制器,如图 4-5(b); 模型补偿控制器内部具体结构详见图 3-1,其试飞对应的 Simulink 框图如图 4-5(c、d)所示。



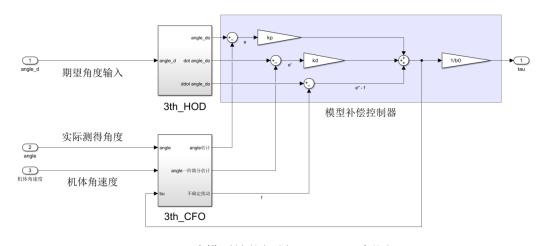
(a) ϕ 与 θ 的 Simulink 控制器框图



(b) x、y、z的 Simulink 框图



(c) 二阶模型补偿控制器 Simulink 框图



(d) 三阶模型补偿控制器 Simulink 框图

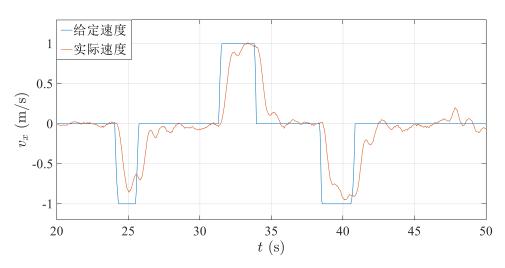
图 4-5 模型补偿控制器 Simulink 框图

4.1 HOD 参数对无人机控制性能的影响

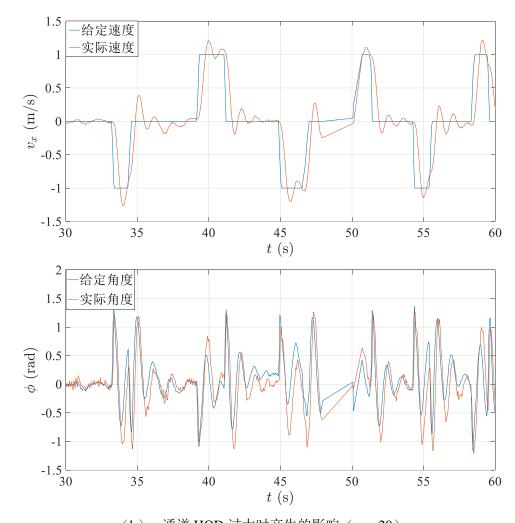
对于位置通道和偏航通道来说,HOD 的品质决定了期望信号的各阶微分。在 FX120 的机型测试过程中,通道正常的 $a_h = 2$,当 HOD 参数过小时,HOD 对输入信号的各阶微分估计能力不足,将会产生如图 4-6(a)所示效果,在定点模式下 , 20 秒 、 31 秒 和 38 秒 分 别 给 定 期 望 值 速 度 $v_x = -1$ m $v_x = +$ $v_x^1 = m$ / s ,跟踪的速度与期望速度明显存在偏差;相反,如果 HOD 过大,微分器对输入信号的各阶微分估计能力过强,将会使跟踪产生超调,滚转通道也会产生波动,如图 4-6(b)所示。

在四旋翼无人机的定点模式下,对于滚转和俯仰通道,由于俯仰和滚转角度 是解算的,HOD 对这两个通道的影响与其他通道的现象有差别。俯仰和滚转正 常通道的 a_n 为 2; 当 a_n 过小会使得估计出的期望姿态角速度、角加速度不准确,姿态控制器的控制效果变差,这会使相应的角度波动非常大,大的角度波动还会使其他通道的控制器效果变差。如图 4-7(a)所示,当滚转通道的 HOD 小于正常数值时,滚转角度的波动非常大,机身在持续晃动,同时还使得 x 通道的波动和超调变得很大;相反,过大的 HOD 会增加执行器的负担,甚至导致飞机姿态发生剧烈的抖动,电机严重发烫。如图 4-7(b)所示,将 HOD 滚转通道的 HOD 放大到正常值的 10 倍后产生现象,从中能看出滚转的跟踪很不平滑,有严重的毛刺现象。有时,HOD 的调节的裕度较大,比如在 FX150 机型中,俯仰通道的HOD 参数在 0.01~20 之间机身比较稳,对控制器性能没有明显的影响,针对这种情况,我们尽量选用相对小的 HOD 参数,在 2~5 之间适当选取,过大的参数会增加电机的负担,导致无人机机身发抖。

定高模式下和自稳模式下,滚转和俯仰角度是遥控器给定的,并不是解算出来的,该模式下 a_h 的调节规则可以参考定点模式下的位置通道x,y的现象。



(a) x 通道 HOD 过小时产生的影响(a_c =0.02)



(b) x 通道 HOD 过大时产生的影响(a_c =20) 图 4-6 位置通道 HOD 对跟踪产生的影响

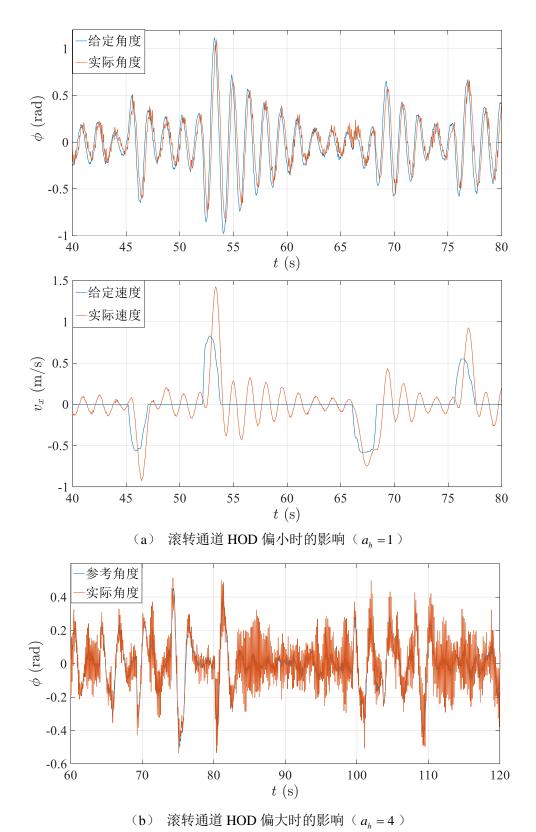
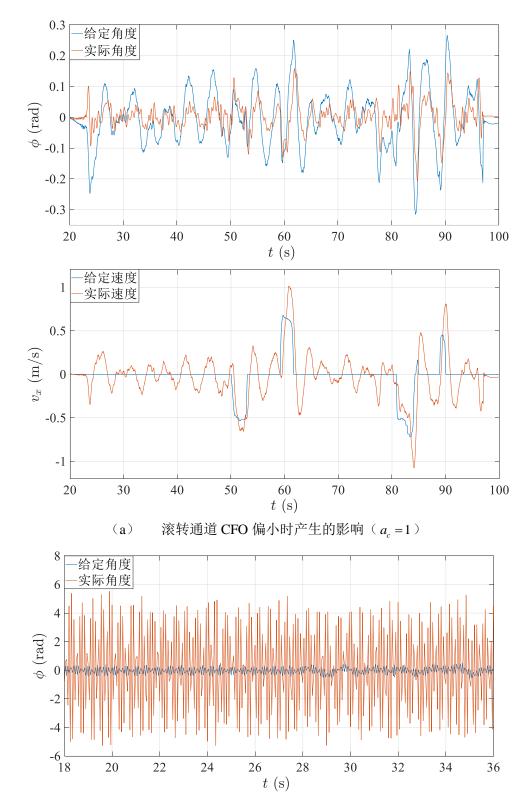


图 4-7 姿态通道 HOD 对无人机产生的影响

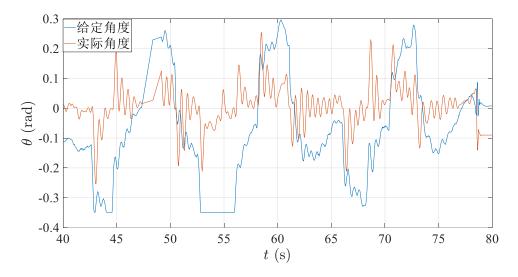
4.2 CFO 参数对无人机控制性能的影响

CFO 的作用是估计未知扰动,参数 a_c 对控制器的影响较大,其可调节的范围相对来说较小。当 a_c 偏小时,CFO 的估计能力较差,控制器的控制作用强度不够。例如,在 FX150 机型实验下,俯仰通道和滚转通道取 a_c =10 时 CFO 的估计效果较好,当滚转通道的 CFO 偏小时,会使得滚转控制器难以跟踪上期望信号,控制器只能跟踪参考信号的大致趋势,参考信号的幅值很难跟踪上;如图 4-8(a)所示,当滚转通道 CFO 参数较小时,CFO 的估计能力不足,不仅自身通道出现了问题,x 通道也产生了较大的超调;当滚转通道 CFO 参数偏大时,控制作用过强,飞机在滚转角抖动严重,电机严重发烫,滚转角度的波动非常严重,此时滚转通道的波形图如 4-8(b)所示,滚转角度出现大幅度的剧烈波动;俯仰通道的 CFO 偏大时会产生类似效果,图 4-8(c)为俯仰通道 CFO 缩小为原来的 $\frac{1}{10}$ 的效果图,图 4-8(d)为俯仰通道 CFO 参数放大 2 倍后的效果。在实验过程中发现,当给定偏航动作时,有时无人机并不按照重心进行自转,而是绕圆外某一点进行公转,这是由于无人机在转动过程中重心偏移,中心移动到了无人机身外的某一点,这种问题将被看作偏航通道的未建模部分之一,加大偏航通道的 CFO 可以解决这个问题。

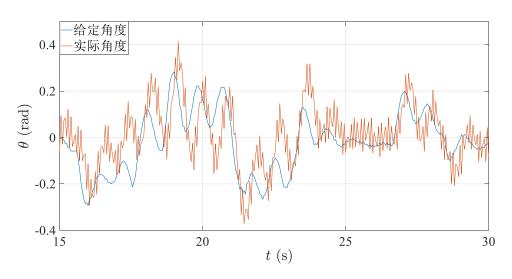
FX150 机型中 x, y通道的 a_c = 3, z 通道的 a_c = 4; 当x 通道的 a_c 偏小会使无人机在悬停时,x 方向的波动较大,且跟踪信号的幅值跟不上给定信号的幅值,如图 4-9(a); x 通道的 a_c 偏大时,会使得机身发抖,飞机前后左右晃动,电机严重发烫,且解算出来的期望角较大,超过限幅值,如图 4-9(b)所示。y 通道的 CFO 与x 通道的 CFO 效果类似。z 通道的 a_c 偏大时,无人机会上下抖动,波形图 4-10(a)所示;当 CFO 参数偏小时,给定油门推力,无人机高度不受控制,如图 4-10(b)。



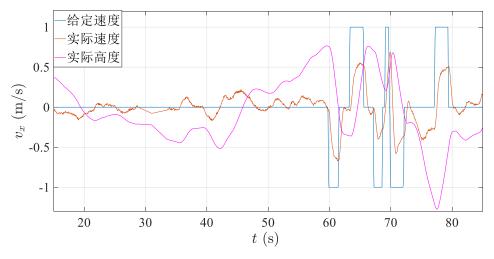
(b) 滚转通道 CFO 偏大时产生的影响($a_c = 20$)



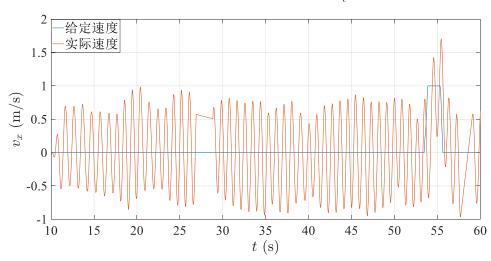
(c) 俯仰通道 CFO 偏小时产生的影响($a_c = 1$)

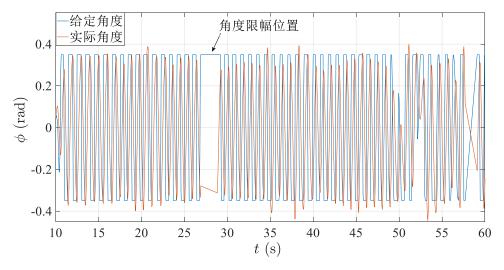


(d) 俯仰通道 CFO 偏大产生的影响($a_c = 20$) 图 4-8 姿态通道 CFO 参数对无人机产生的影响



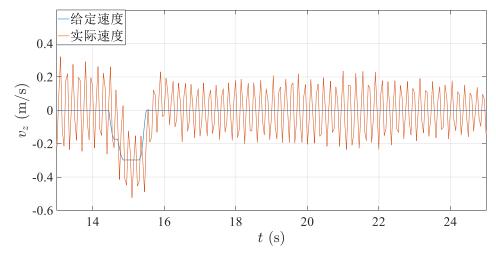
(a) x 通道 CFO 偏小时产生的影响($a_c = 0.5$)



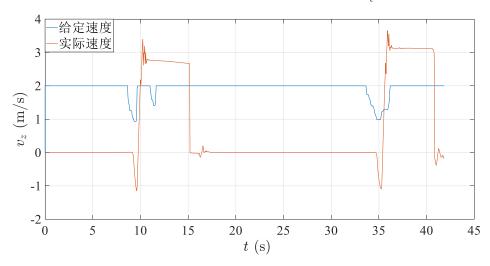


(b) x 通道 CFO 偏大时产生的影响($a_c=15$)

图 4-9 x 通道 CFO 参数对无人机产生的影响



(a) CFO 参数过大时对无人机产生的影响($a_c = 12$)



(b) CFO 参数过小时对无人机产生的影响($a_c = 2$)

图 4-10 z 通道 CFO 参数对无人机产生的影响

4.3 MCC 控制器参数对无人机的控制性能的影响

FX150 机型中俯仰和滚转通道的 c 都取 10 时控制器的性能较好;如图 4-11 (a),飞机俯仰通道的 c 偏小时,飞机俯仰一直在波动,同时带动位置通道 y 也出现了一定的波动。俯仰通道的 c 偏大时,飞机的俯仰角会出现强烈的波动,如图 4-11 (b) 所示。

FX150 机型中x, y通道的c = 2;位置通道的c 偏大时,相应通道的响应速度会变快,但可能会产生过大的超调,如图 4-12 (a),将x 通道的c 放大 10 倍后,会看到x 通道产生了一定的超调;当速度通道的c 偏小时,相应通道的响应速度

会变慢,跟踪信号的幅值会跟不上给定信号,如图 4-12(b),当x通道的c偏小时,在 50s 给定期望信号,跟踪信号的幅值只能达到给定信号幅值的 50%,且滞后较大。

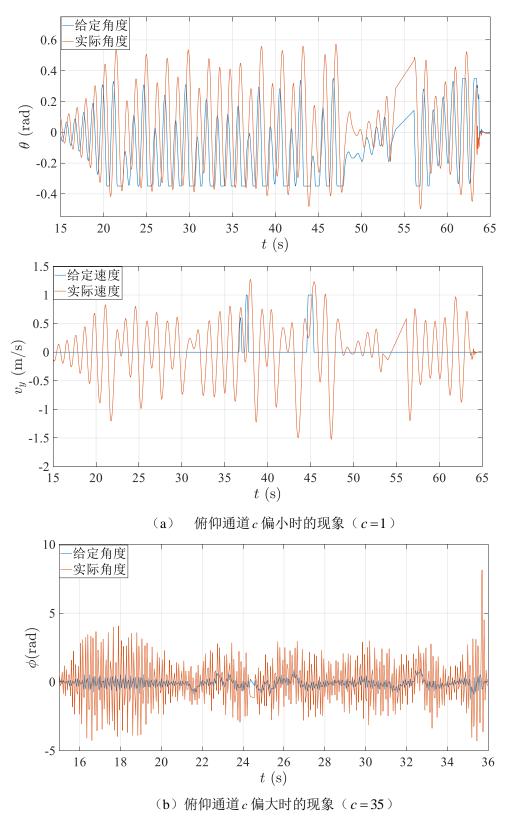
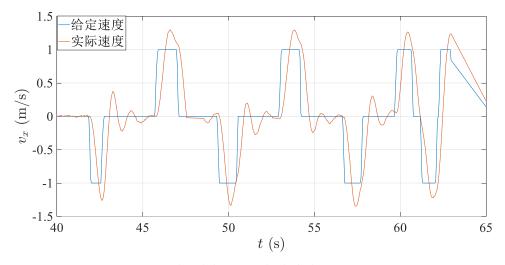
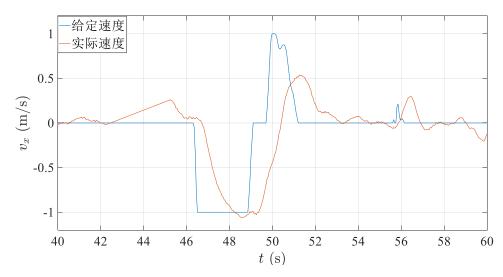


图 4-11 姿态通道控制器参数对无人机的影响



(a) 位置通道c 过大时无人机会产生超调(c=17)



(b) 位置通道c 过小时无人机产生的影响(c=0.2)

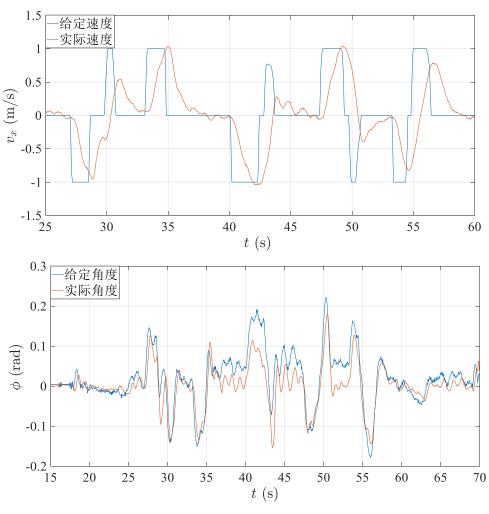
图 4-12 位置通道控制器参数对无人机的影响

4.4 模型参数对无人机的影响

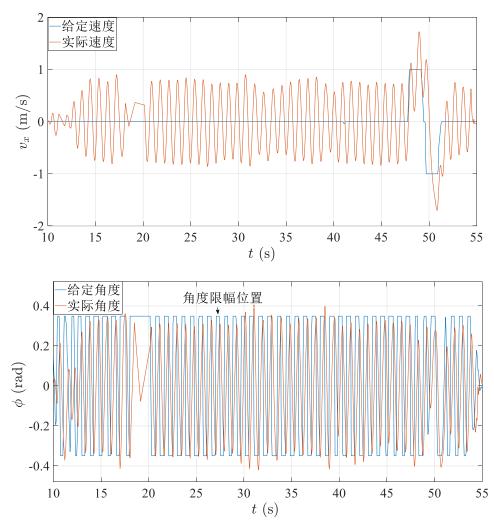
b是与系统结构系数有关的控制输入系数,其理论值如表 1 所示,由表 1 可知,无人机六个通道的 b 都与模型参数有关,参数的准确与否影响着无人机控制器的效果,尤其是对无人机的姿态影响较大,当模型参数绝对准确时,b 的值将绝对正确,但由于模型参数总是实际测得的,测量过程中会产生的一定的误差,会影响到 b 的准确性。当 x 或 y 通道的 b 偏大时,相应的通道会出现稳差,响应变慢,图 4-13(a)展示了将正常的 b 放大到原来的 5 倍产生的现象;当 x 或 y 通道的 b 偏小时,飞机的姿态波动较大,机体不受控制的摇晃,如图 4-13(b)所

示,是将x通道的b缩小到了原来的 $\frac{1}{10}$ 产生的现象;

当俯仰通道b偏大时,发现机身的俯仰角会小幅度波动,如图 4-14(a),将俯仰通道的b增大到 5 倍后出现如图所示的效果,俯仰角度跟踪的效果较差;当俯仰通道的b偏小时,机身俯仰角也会抖动,电机严重发烫,如图 4-13(b)所示,是将b缩小到原来的 $\frac{3}{10}$ 的效果。姿态内环的b过小时产生的现象和 $\tau-\Sigma$ 过大产生的现象类似,姿态内环的b过大时产生的现象和 $\tau-\Sigma$ 过小产生的现象类似。

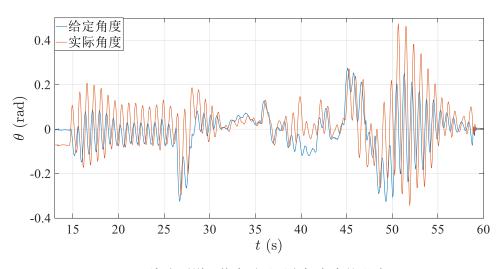


(a) x 通道b 偏大时对无人机产生的影响

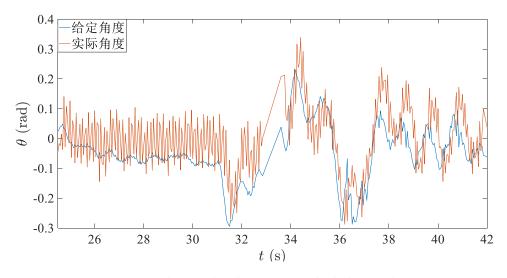


(b) x 通道 b 偏小时对无人机产生的影响

图 4-13 位置通道的 b 对无人机产生的影响

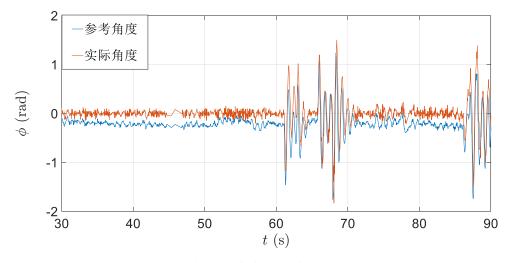


(a) 姿态通道b 偏大时对无人机产生的影响

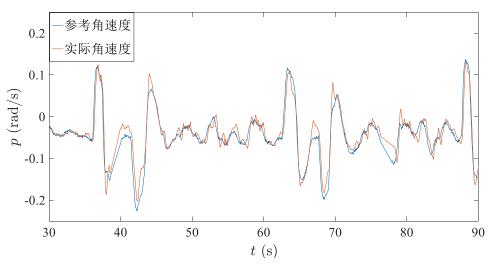


(b) 姿态通道 b 偏小时对无人机产生的影响 图 4-14 姿态通道 b 对无人机的影响

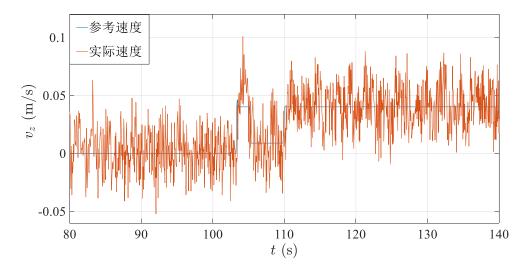
 $\tau-\Sigma$ 为力与力矩到油门的转化关系,由 3-37 式子和图 4-5 可知, $\tau-\Sigma$ 由四个式子构成: $\tau x 2 s$, $\tau y 2 s$, $\tau z 2 s$ 和 t h 2 s 置于控制器拉力 F 之后, $\tau x 2 s$ 置于 τ_{θ} 之后, $\tau y 2 s$ 置于 τ_{θ} 之后, $\tau z 2 s$ 置于 τ_{ψ} 之后。当 $\tau-\Sigma$ 过小时,相应的自由度会表现出控制量上的不足,其对应的输出会产生稳差,如图 4-15(a)所示,是 FX150 机型下利用公式 3-37 式估算出的 $\tau x 2 s$ 理论值,实际上这个理论值要小于实际值,在实际过程中我们需要适当增大 $\tau x 2 s$ 的取值, $\tau y 2 s$, $\tau z 2 s$ 和 t h 2 s 类似:当 $\tau-\Sigma$ 过大时,无人机的控制量过大,姿态会出现肉眼可见的抖动,短时间内电机严重发烫,如图 4-15(c),是 t h 2 s 过大时的高度图像,实际的t h 2 s=0.0375,但图示中的 FX150 无人机的为0.03755×2,跟踪过程中产生的波动较大,图像毛刺现象严重,这是控制量过强在飞行中螺旋桨的电机不断加速减速并产生了大量的热,长时间出现这种情况会损坏电机; $\tau x 2 s$, $\tau y 2 s$ 和 $\tau z 2 s$ 类似。因为无法求出 $\tau-\Sigma$ 的具体数值,在实验时得到的 $\tau-\Sigma$ 与真实值一定会存在偏差,将这种误差控制在一定范围内,是可以保证飞机正常飞行的。



(a) $\tau - \Sigma$ 较小时产生的稳差($\tau x 2s = 1.4167$)



(b) τ - Σ 在正常值附近时($\tau x2s$ =9.9169)



(c) $\tau - \Sigma$ 较大时产生的图像(th2s = 0.0751)

图 4-15 不同的 $\tau-\Sigma$ 对飞机产生的影响

飞机悬停时如果位置上出现稳态误差或波动较大,可以适当调整位置外环的 P 控制参数,如图 4-16 所示;对于四旋翼无人机来说,位置 P 控制的参数需要 0.1 个单位慢慢增大,过强的 P 控制会导致飞机起飞困难甚至失控。

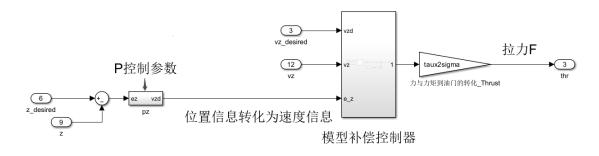


图 4-16 P控制 Simuilink 图

俯仰,滚转通道采用三阶模型补偿控制器,其他通道采用二阶模型补偿控制的四旋翼无人机来说,可以参考下表 6 取 HOD,CFO 和 MCC 控制器参数。对于不同尺寸的四旋翼无人机,由于 HOD 和 CFO 是不依赖模型的,可以在表 6 的 HOD 参数、CFO 参数和控制器参数上进行适当调整, $\tau-\Sigma$ 和b 是基于模型的,针对不同的机型需要做出大的调整。

表 6 各类机型实际的控制参数

机型	控制通道	HOD 参数	CFO 参数	控制器参数	$ au - \Sigma$	b
FX200	滚转通道	$l_{h1} = 30, l_{h2} = 300$ $l_{h3} = 1000$	$l_{c1} = 20.7,$ $l_{c2} = 63.48, \lambda = 3$	$k_p = 16,$ $k_d = 16$	0.574	$\frac{1}{0.0039}$
	俯仰通道	$l_{h1} = 30, l_{h2} = 300$ $l_{h3} = 1000$	$l_{c1} = 20.7,$ $l_{c2} = 63.48, \lambda = 3$	$k_p = 16,$ $k_d = 16$	0.574	$\frac{1}{0.0039}$
	偏航通道	$l_{h1} = 32, l_{h2} = 192$	$l_{c1} = 12, \lambda = 2.25$	$k_p = 16$	2.17248	$\frac{1}{0.0059}$
	水平 x 通道	$l_{h1} = 20, l_{h2} = 75$	$l_{c1} = 12, \lambda = 2.25$	$k_p = 5$		$\frac{5}{1.072}$
	水平 y 通道	$l_{h1} = 20, l_{h2} = 75$	$l_{c1} = 12, \lambda = 2.25$	$k_p = 5$		5 1.072
	高度 z 通道	$l_{h1} = 20, l_{h2} = 75$	$l_{c1} = 12, \lambda = 2.25$	$k_p = 5$	0.04058	$-\frac{1}{1.072}$
	滚转通道	$l_{h1} = 30, l_{h2} = 300$ $l_{h3} = 1000$	$l_{c1} = 20.7,$ $l_{c2} = 63.48, \lambda = 3$	$k_p = 16,$ $k_d = 16$	0.135	1 0.009
FX310	俯仰通道	$l_{h1} = 30, l_{h2} = 300$ $l_{h3} = 1000$	$l_{c1} = 20.7,$ $l_{c2} = 63.48, \lambda = 3$	$k_p = 16,$ $k_d = 16$	0.135	1 0.009
	偏航通道	$l_{h1} = 32, l_{h2} = 192$	$l_{c1} = 12, \lambda = 2.25$	$k_p = 4$	1.2028	$\frac{1}{0.0103}$
	水平 x 通道	$l_{h1} = 20, l_{h2} = 75$	$l_{c1} = 12, \lambda = 3.75$	$k_p = 5$		5 1.615
	水平 y 通道	$l_{h1} = 20, l_{h2} = 75$	$l_{c1} = 12, \lambda = 3.75$	$k_p = 5$		5 1.615
	高度 z 通道	$l_{h1} = 20, l_{h2} = 75$	$l_{c1} = 12, \lambda = 2.25$	$k_p = 5$	0.0086	$-\frac{1}{1.615}$
FX350	滚转通道	$l_{h1} = 30, l_{h2} = 300$ $l_{h3} = 1000$	$l_{c1} = 20.7,$ $l_{c2} = 63.48, \lambda = 3$	$k_p = 16,$ $k_d = 16$	0.13896	$\frac{1}{0.0078}$
	俯仰通道	$l_{h1} = 30, l_{h2} = 300$ $l_{h3} = 1000$	$l_{c1} = 20.7,$ $l_{c2} = 63.48, \lambda = 3$	$k_p = 16,$ $k_d = 16$	0.13896	$\frac{1}{0.0078}$
	偏航通道	$l_{h1} = 32, l_{h2} = 192$	$l_{c1} = 12, \lambda = 2.25$	$k_p = 4$	0.13896	$\frac{1}{0.019}$
	水平 x 通道	$l_{h1} = 20, l_{h2} = 75$	$l_{c1} = 12, \lambda = 2.25$	$k_p = 5$		5 1.297

	水平 y 通道	$l_{h1} = 20, l_{h2} = 75$	$l_{c1} = 12, \lambda = 2.25$	$k_p = 5$		5 1.297
	高度 z 通道	$l_{h1} = 20, l_{h2} = 75$	$l_{c1} = 12, \lambda = 2.25$	$k_p = 5$	0.0095	$-\frac{1}{1.297}$
FX450	滚转通道	$l_{h1} = 30, l_{h2} = 300$ $l_{h3} = 1000$	$l_{c1} = 20.7,$ $l_{c2} = 63.48, \lambda = 3$	$k_p = 16,$ $k_d = 16$	0.1627	$\frac{1}{0.02174}$
	俯仰通道	$l_{h1} = 30, l_{h2} = 300$ $l_{h3} = 1000$	$l_{c1} = 20.7,$ $l_{c2} = 63.48, \lambda = 3$	$k_p = 16,$ $k_d = 16$	0.1627	$\frac{1}{0.02174}$
	偏航通道	$l_{h1} = 32, l_{h2} = 192$	$l_{c1} = 12, \lambda = 2.25$	$k_p = 4$	1.47516	$\frac{1}{0.0323}$
	水平 x 通道	$l_{h1} = 20, l_{h2} = 75$	$l_{c1} = 12, \lambda = 3.75$	$k_p = 6$		1 0.1667
	水平 y 通道	$l_{h1} = 20, l_{h2} = 75$	$l_{c1} = 12, \lambda = 3.75$	$k_p = 6$		1 0.1667
	高度 z 通道	$l_{h1} = 20, l_{h2} = 75$	$l_{c1} = 12, \lambda = 3.75$	<i>k</i> _p = 6	0.02849	$-\frac{1}{6.375}$

如果四旋翼的 HOD, CFO 和 MCC 控制器的参数基于上述表 6, 那么我们待调节的参数规则如下表 7 所示。

表 7 基于表 6 需要调整的参数

	HOD	CFO	MCC 控制器	模型参数
滚转通道	可能需要微调	可能需要微调	可能需要微调	b 和 τ x 2 s 可能 需要做大调整
俯仰通道	可能需要微调	可能需要微调	可能需要微调	b 和τy2s 可能 需要做大调整
偏航通道	可能需要微调	可能需要微调	可能需要微调	b 和τz2s 可能 需要做大调整
高度 z 通道	可能需要微调	可能需要微调	可能需要微调	b和th2s可能 需要做大调整
水平x通道	可能需要微调	可能需要微调	可能需要微调	b 可能需要做 出调整
水平y通道	可能需要微调	可能需要微调	可能需要微调	b 可能需要做 出调整

无人机许多问题需要导出飞行日志去进一步分析,自定义日志数据配置可参考《多旋翼飞行器设计与控制实践》9.4.4 节。