



---

# RflySim 底层飞行控制算法开发系列课程

## 第六讲 动态建模实验





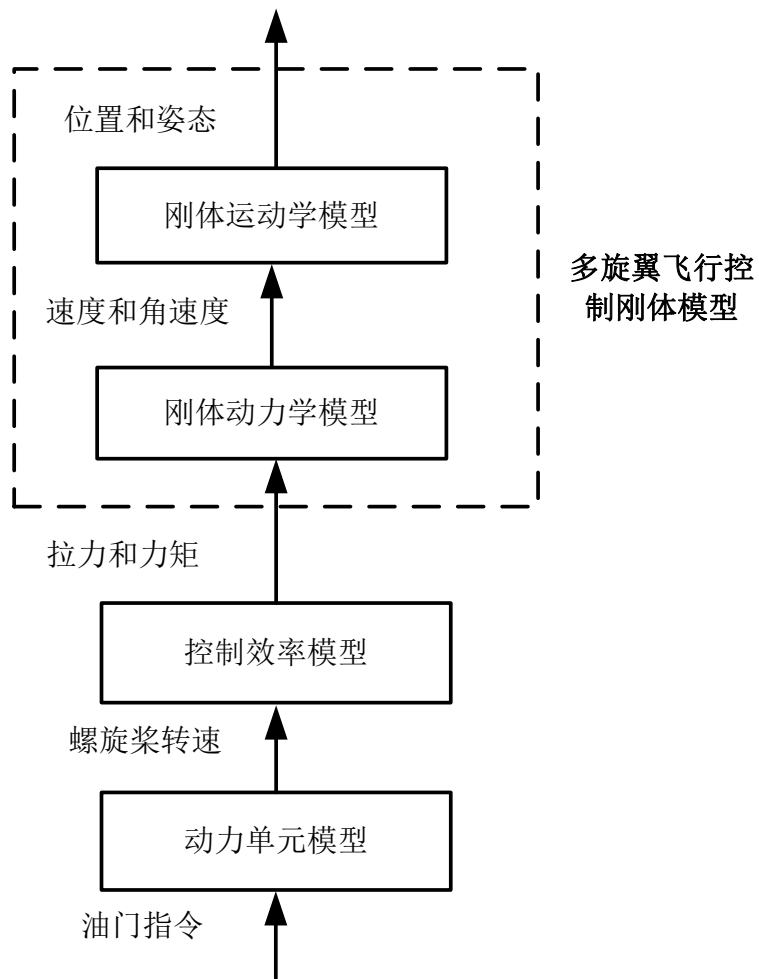
# 大纲

---

1. 实验原理
2. 基础实验
3. 分析实验
4. 设计实验
5. 小结



# 实验原理



(1) 刚体运动学模型。跟质量与受力无关，只研究位置、速度、姿态、角速度等参量，常以质点为模型。

(2) 刚体动力学模型。它与一般刚体动力学模型最大的不同是，**拉力方向始终与机体轴 $z_b$ 轴的负方向一致。**

(3) 控制效率模型。六旋翼和四旋翼的区别，就在这个控制效率模型上。

(4) 动力单元模型。以无刷直流电机、电调和螺旋桨为一组的整个动力机构。输入是0~1的电机油门指令，输出是螺旋桨转速。

图. 多旋翼的建模流程图





# 实验原理

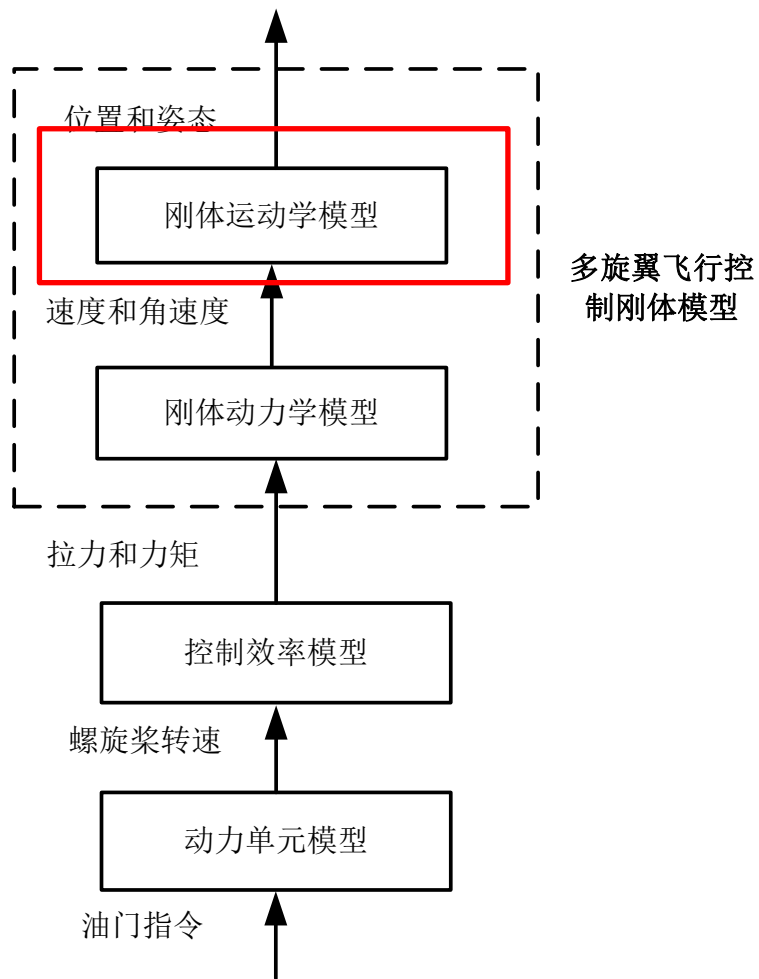


图. 多旋翼的建模流程图

## ■ 基于欧拉角模型

$${}^e\dot{\mathbf{p}} = {}^e\mathbf{v}$$
$$\dot{\boldsymbol{\Theta}} = \mathbf{W}^b \boldsymbol{\omega}$$

## ■ 基于旋转矩阵模型

$${}^e\dot{\mathbf{p}} = {}^e\mathbf{v}$$
$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{R} \left[ {}^b\boldsymbol{\omega} \right]_{\times}$$

## ■ 基于四元数模型

$${}^e\dot{\mathbf{p}} = {}^e\mathbf{v}$$
$$\dot{q}_0 = -\frac{1}{2} \mathbf{q}_v^T \cdot {}^b\boldsymbol{\omega}$$
$$\dot{\mathbf{q}}_v = \frac{1}{2} \left( q_0 \mathbf{I}_3 + [\mathbf{q}_v]_{\times} \right) {}^b\boldsymbol{\omega}$$





# 实验原理

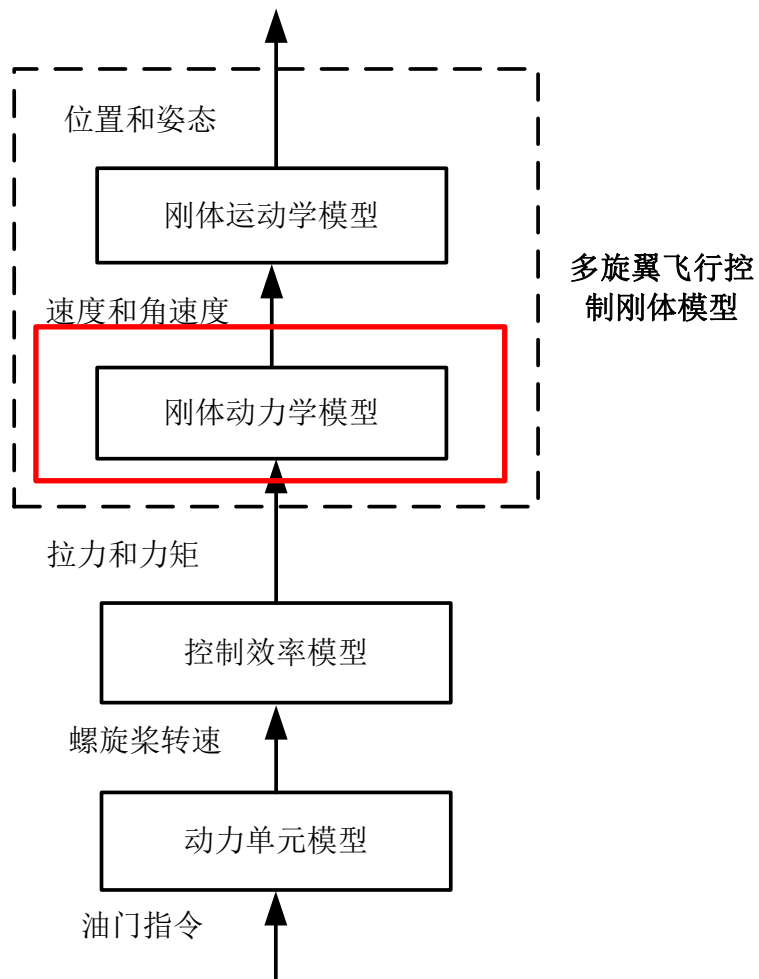


图. 多旋翼的建模流程图

## ■ 惯性系下的位置动力学模型

$${}^e \dot{\mathbf{v}} = {}^e \mathbf{F} / m$$

${}^e \mathbf{F}$  由重力，螺旋桨拉力以及空气动力三个部分组成

其中

$${}^e \mathbf{F} = m\mathbf{G} + \mathbf{R}({}^b \mathbf{T} + {}^b \mathbf{F}_d)$$

重力

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g \end{bmatrix}^T = g\mathbf{e}_3$$

空气动力

螺旋桨拉力,  $f$  代表螺旋桨拉力总大小, 并且这里拉力方向是单向的

$${}^b \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -f \end{bmatrix}^T = -f\mathbf{b}_3$$





# 实验原理

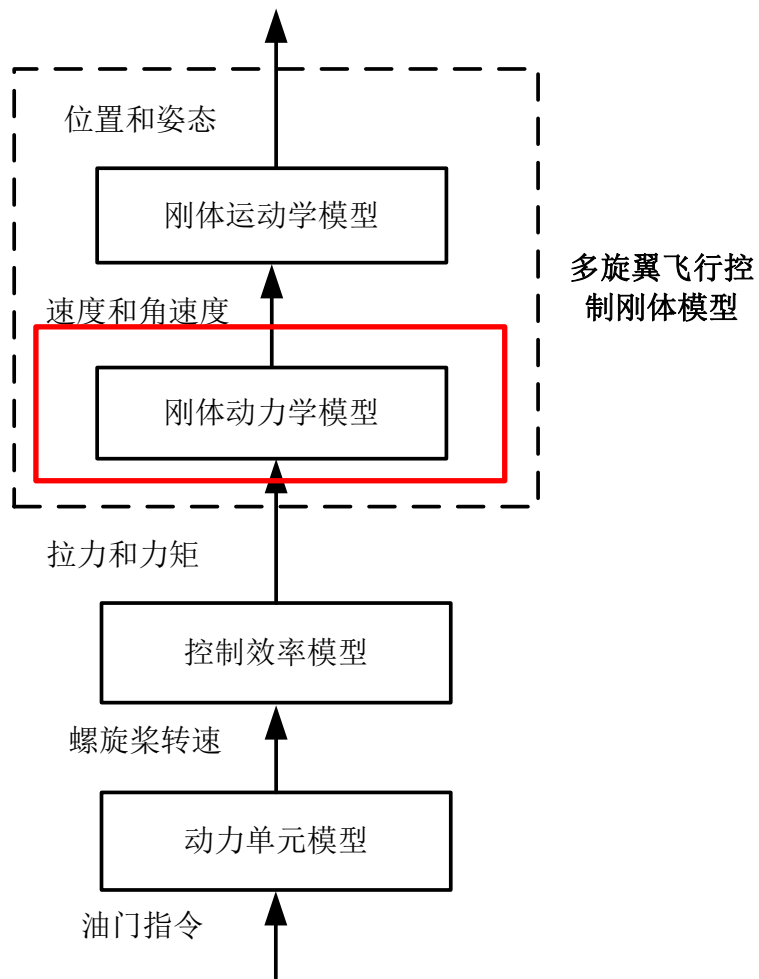


图. 多旋翼的建模流程图

## ■ 姿态动力学模型

在机体坐标系建立多旋翼姿态动力学方程如下

$$\mathbf{J} \cdot {}^b\dot{\boldsymbol{\omega}} = -{}^b\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J} \cdot {}^b\boldsymbol{\omega}) + {}^b\mathbf{M}$$

$${}^b\mathbf{M} = \mathbf{G}_a + \boldsymbol{\tau} + {}^b\mathbf{M}_d$$

其中  $\boldsymbol{\tau} \triangleq [\tau_x \quad \tau_y \quad \tau_z]^T \in \mathbb{R}^3$  表示螺旋桨在机体轴上产生的力矩， $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  表示多旋翼的转动惯量。

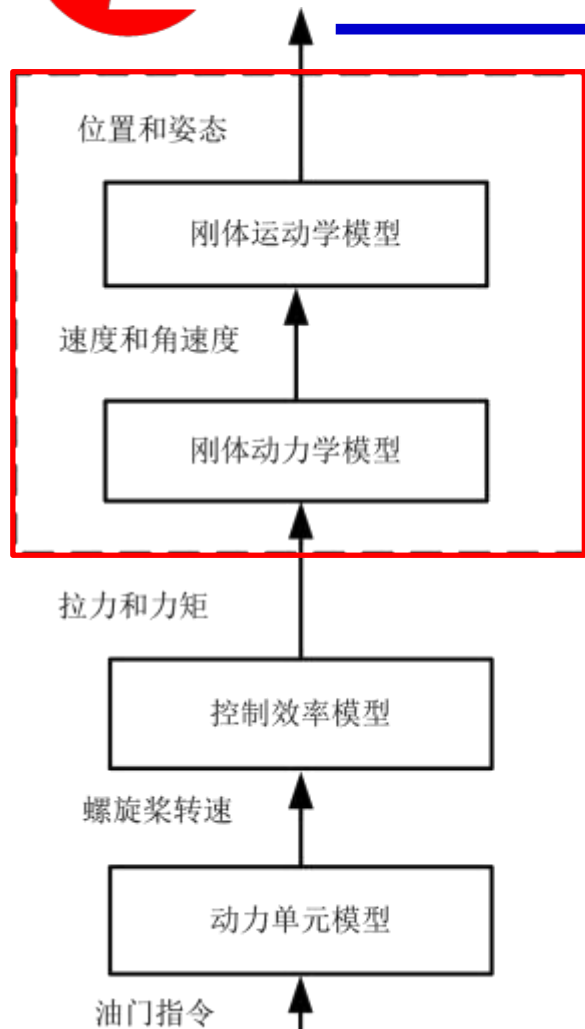
$\mathbf{G}_a \triangleq [G_{a,\phi} \quad G_{a,\theta} \quad G_{a,\psi}] \in \mathbb{R}^3$  表示陀螺力矩，

${}^b\mathbf{M}_d \in \mathbb{R}^3$  表示气动力矩。





# 实验原理



多旋翼飞行控制  
刚体模型

## ■ 基于欧拉角模型

$$\begin{cases} {}^e \dot{\mathbf{p}} = {}^e \mathbf{v} = \mathbf{R} \cdot {}^b \mathbf{v} \\ {}^b \dot{\mathbf{v}} = -\left[ {}^b \boldsymbol{\omega} \right]_{\times} \cdot {}^b \mathbf{v} + {}^b \mathbf{F}/m \\ \dot{\mathbf{R}} = \mathbf{R} \cdot \left[ {}^b \boldsymbol{\omega} \right]_{\times} \\ \mathbf{J} \cdot {}^b \dot{\boldsymbol{\omega}} = -{}^b \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J} \cdot {}^b \boldsymbol{\omega}) + {}^b \mathbf{M} \end{cases}$$

## ■ 基于四元数模型

$$\begin{cases} {}^e \dot{\mathbf{p}} = {}^e \mathbf{v} = \mathbf{R} \cdot {}^b \mathbf{v} \\ {}^b \dot{\mathbf{v}} = -\left[ {}^b \boldsymbol{\omega} \right]_{\times} \cdot {}^b \mathbf{v} + {}^b \mathbf{F}/m \\ \dot{\boldsymbol{\Theta}} = \mathbf{W} \cdot {}^b \boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{J} \cdot {}^b \dot{\boldsymbol{\omega}} = -{}^b \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J} \cdot {}^b \boldsymbol{\omega}) + {}^b \mathbf{M} \end{cases}$$

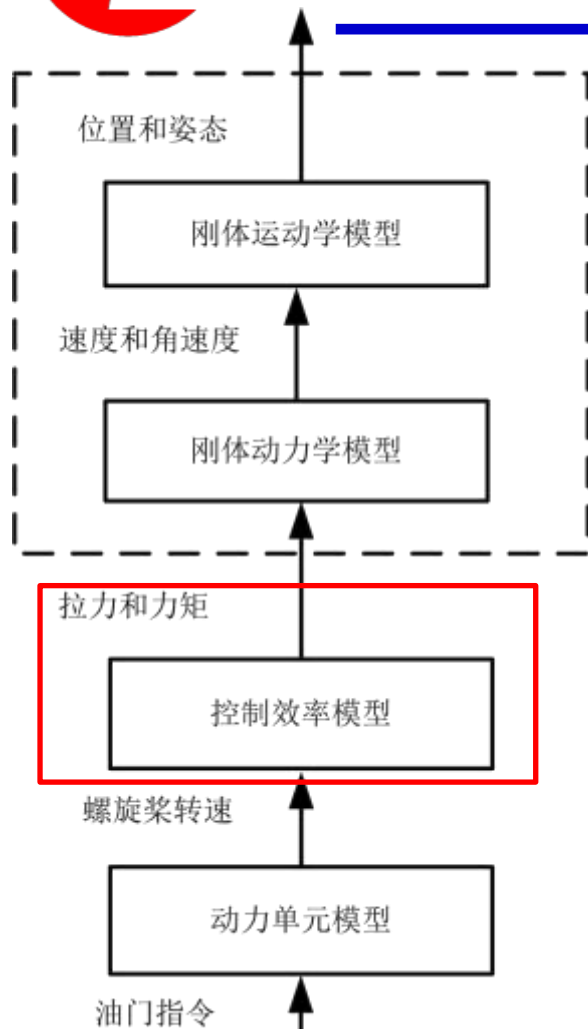
$$\begin{cases} {}^e \dot{\mathbf{p}} = {}^e \mathbf{v} = \mathbf{R} \cdot {}^b \mathbf{v} \\ {}^b \dot{\mathbf{v}} = -\left[ {}^b \boldsymbol{\omega} \right]_{\times} \cdot {}^b \mathbf{v} + {}^b \mathbf{F}/m \\ \dot{q}_0 = -\frac{1}{2} \mathbf{q}_v^T \cdot {}^b \boldsymbol{\omega} \\ \dot{\mathbf{q}}_v = \frac{1}{2} (q_0 \mathbf{I}_3 + [\mathbf{q}_v]_{\times})^b \boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{J} \cdot {}^b \dot{\boldsymbol{\omega}} = -{}^b \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J} \cdot {}^b \boldsymbol{\omega}) + {}^b \mathbf{M} \end{cases}$$

图. 多旋翼的建模流程图





# 实验原理



## ■ 标准四旋翼

作用在机体上的总拉力为

$$f = \sum_{i=1}^4 T_i = c_T (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2)$$

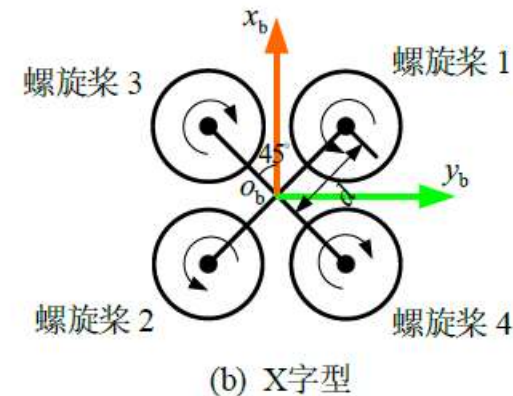
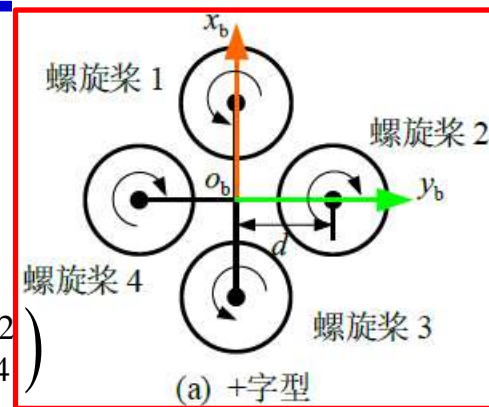
对于+字形四旋翼，螺旋桨产生力矩为

$$\tau_x = dc_T (-\omega_2^2 + \omega_4^2)$$

$$\tau_y = dc_T (\omega_1^2 - \omega_3^2)$$

$$\tau_z = c_M (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2)$$

其中  $c_T = \frac{1}{4\pi^2} \rho D_p^4 C_T, c_M = \frac{1}{4\pi^2} \rho D_p^5 C_M$



$$\begin{bmatrix} f \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_T & c_T & c_T & c_T \\ 0 & -dc_T & 0 & dc_T \\ dc_T & 0 & -dc_T & 0 \\ c_M & -c_M & c_M & -c_M \end{bmatrix}}_{M_4} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix}$$

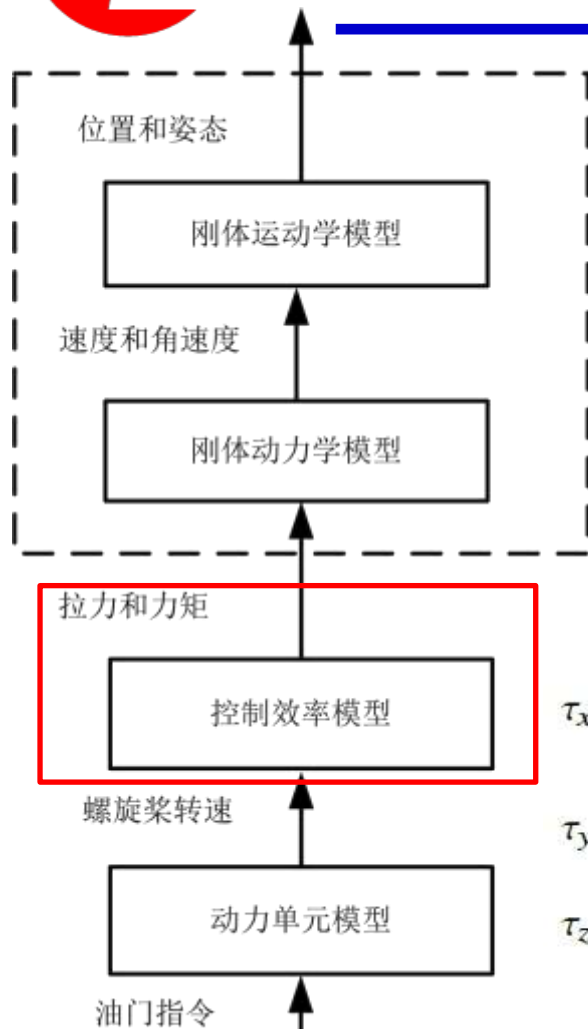
图. 多旋翼的建模流程图







# 实验原理



## ■ 标准四旋翼

作用在机体上的总拉力为

$$f = \sum_{i=1}^4 T_i = c_T (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2)$$

对于X字形四旋翼，螺旋桨产生力矩为

$$\begin{aligned} \tau_x &= dc_T \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \omega_1^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_2^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_3^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_4^2 \right) \\ \tau_y &= dc_T \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_1^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_2^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_3^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_4^2 \right) \\ \tau_z &= c_M (\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{aligned} \begin{bmatrix} f \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_T & c_T & c_T & c_T \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & \frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & \frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & -\frac{\sqrt{2}}{2} dc_T \\ \frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & -\frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & \frac{\sqrt{2}}{2} dc_T & -\frac{\sqrt{2}}{2} dc_T \\ c_M & c_M & -c_M & -c_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix}$$

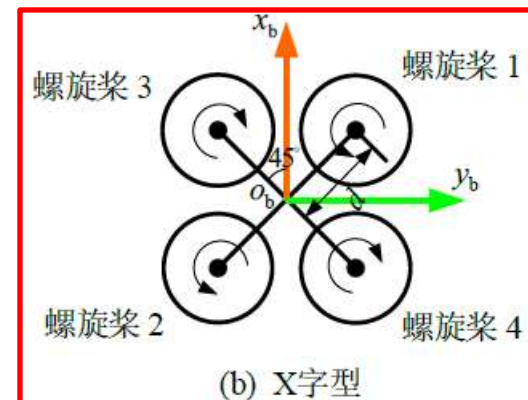
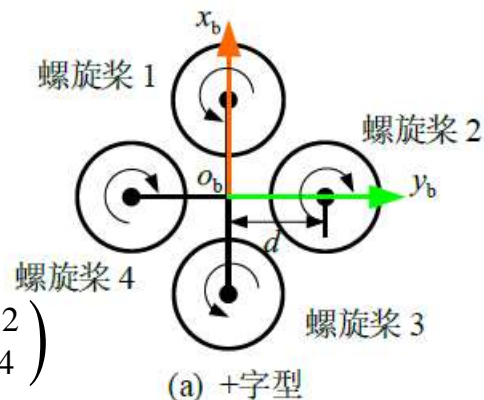
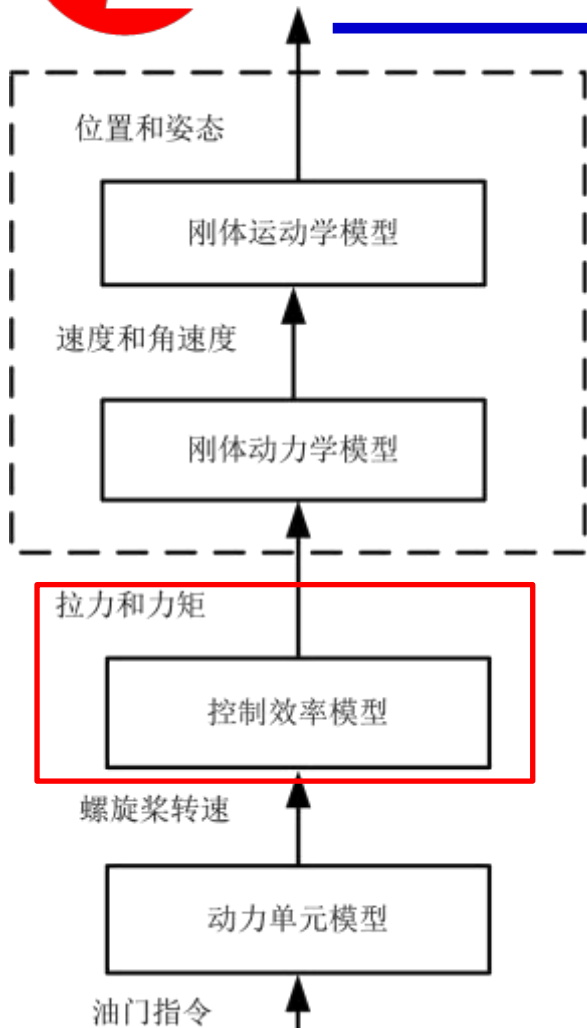


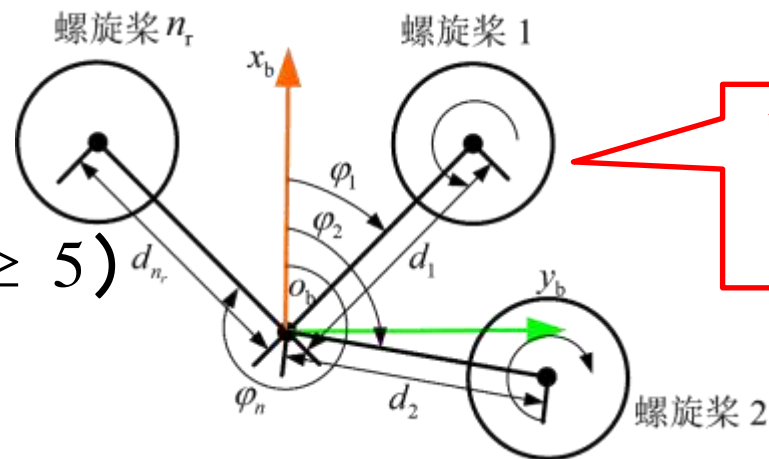
图. 多旋翼的建模流程图



# 实验原理



## ■ 任意多旋翼 ( $n_r \geq 5$ )



奇数标号的螺旋桨逆时针转动，偶数标号的螺旋桨顺时针转动。

$$\begin{bmatrix} f \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_T & c_T & \cdots & c_T \\ -d_1 c_T \sin \varphi_1 & -d_2 c_T \sin \varphi_2 & \cdots & -d_{n_r} c_T \sin \varphi_{n_r} \\ d_1 c_T \cos \varphi_1 & d_2 c_T \cos \varphi_2 & \cdots & d_{n_r} c_T \cos \varphi_{n_r} \\ c_M \delta_1 & c_M \delta_2 & \cdots & c_M \delta_{n_r} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{n_r}} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \vdots \\ \omega_{n_r}^2 \end{bmatrix}$$

其中  $\mathbf{M}_{n_r} \in \mathbb{R}^{4 \times n_r}$ ,  $\delta_i = (-1)^{i+1}, i = 1, \cdots, n_r$





# 实验原理

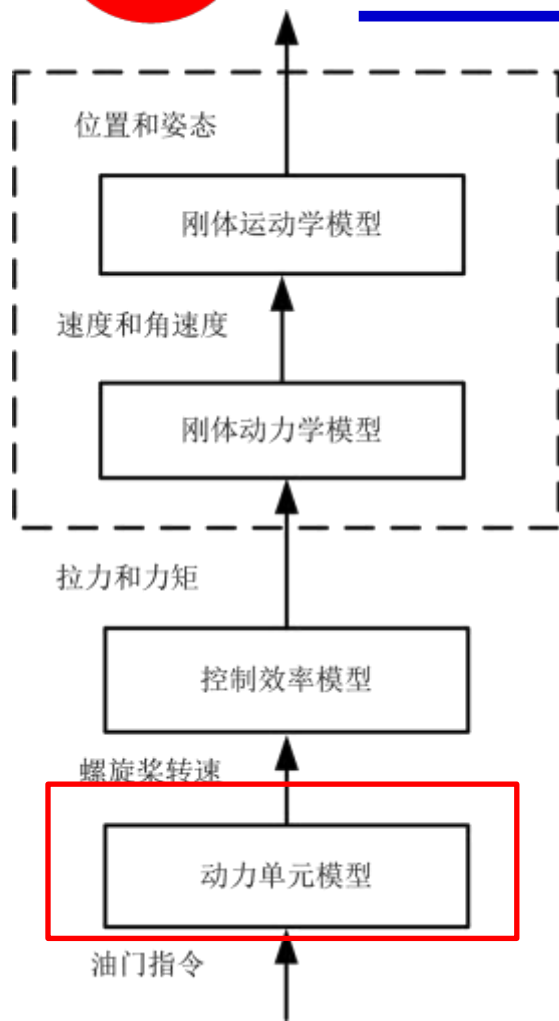


图. 多旋翼的建模流程图

## 动力单元模型

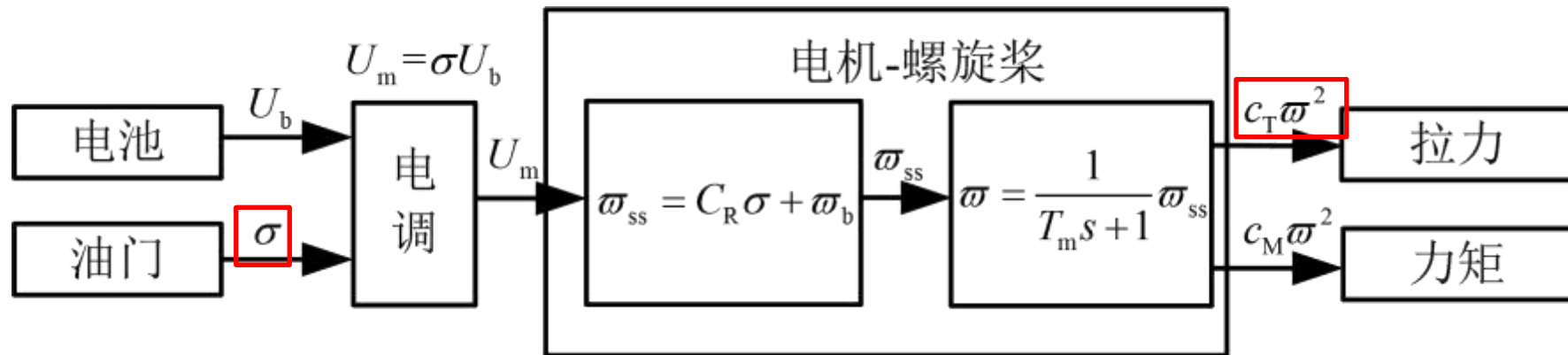


图. 动力系统信号传递图

完整的动力单元模型

$$\varpi = \frac{1}{T_m s + 1} (C_R \sigma + \varpi_b)$$

其中电机油门  $\sigma$  为输入，电机转速  $\varpi$  为输出， $T_m$  为电机的动态响应常数。





# 实验原理

## ■ 空气动力学模型

周围空气相对机体的流动速度为

$${}^b\mathbf{v}_a = -{}^b\mathbf{v} + \mathbf{R}_e^b \cdot {}^e\mathbf{w} = -{}^b\mathbf{v} + \mathbf{R}_b^{e-1} \cdot {}^e\mathbf{w}$$

其中， ${}^e\mathbf{w}$ 为定义在地球坐标系中风速，相对气流速度 ${}^b\mathbf{v}_a$ 定义为机体运动速度和当地风速之差。风速向量 ${}^e\mathbf{w}$ 由多个风场叠加而成。

令相对气流速度速度 ${}^b\mathbf{v}_a \triangleq \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix}^T$ ，相对空气转速 ${}^b\boldsymbol{\omega}_a \approx {}^b\boldsymbol{\omega} \triangleq \begin{bmatrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix}^T$ ，空气动力和力矩都近似于速度 ${}^b\mathbf{v}_a$ 和角速度 ${}^b\boldsymbol{\omega}$ 的平方成正比

$${}^b\mathbf{F}_d = C_d \begin{bmatrix} -u |u| \\ -v |v| \\ -w |w| \end{bmatrix}, \mathbf{M}_d = C_{dm} \begin{bmatrix} -\omega_x |\omega_x| \\ -\omega_y |\omega_y| \\ -\omega_z |\omega_z| \end{bmatrix}$$

其中 $C_d$ 为空气阻尼系数， $C_{dm}$ 为阻尼力矩系数。





# 实验原理

---

以上原理可以详细参考“Quan Quan. *Introduction to Multicopter Design and Control*. Springer, Singapore, 2017”或者“全权著. 杜光勋, 赵峙尧, 戴训华, 任锦瑞, 邓恒译. 《多旋翼飞行器设计与控制》, 电子工业出版社, 2018.”的第5-6章。







## □ 实验目标

当一个X字型四旋翼保持悬停时，计算如下动态系统悬停下的平衡点

$$\begin{cases} {}^e\dot{\mathbf{p}} = {}^e\mathbf{v} \\ {}^e\dot{\mathbf{v}} = {}^e\mathbf{F}/m \\ \dot{\mathbf{\Theta}} = \mathbf{W} \cdot {}^b\boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{J} \cdot {}^b\dot{\boldsymbol{\omega}} = -{}^b\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J} \cdot {}^b\boldsymbol{\omega}) + {}^b\mathbf{M} \end{cases}$$

并写出平衡点的线性化模型，并对比分析基础实验结论的合理性。







# 分析实验

## □ 实验步骤

### (1) 步骤一：计算悬停油门指令

在悬停的平衡点处，总拉力等于重力，各电机转速相等，可得：

$$\omega^* = \sqrt{\frac{mg}{4c_T}} = \sqrt{\frac{1.4 \times 9.8}{4 \times 1.105 \times 10^{-5}}} \approx 557.14 \text{ rad/s}$$

进一步，可得悬停油门指令为：

$$\sigma^* = \frac{\omega - \omega_b}{C_R} = \frac{557.14 - (-141.4)}{1148} = 0.6085$$

故悬停时，各电机油门指令应为0.6085。



## □ 实验步骤

### (2) 步骤二：计算在平衡点的线性化模型

#### 1) 简化模型

对于本实验四旋翼系统，在悬停状态应用小扰动假设，有  ${}^e\mathbf{v} \approx \mathbf{0}$ 、 ${}^b\boldsymbol{\omega} \approx \mathbf{0}$  和  ${}^e\mathbf{w} \approx \mathbf{0}$ ，则可以得到如下简化关系

$$-{}^b\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}^b \boldsymbol{\omega}) \approx \mathbf{0}$$

$$\mathbf{G}_a \approx \mathbf{0}$$

$${}^b\mathbf{M}_d \approx \mathbf{0}$$

$${}^b\mathbf{F}_d \approx \mathbf{0}$$

则动态平衡点处的表达式可进行如下转换

$$\left\{ \begin{array}{l} {}^e\dot{\mathbf{p}} = {}^e\mathbf{v} \\ {}^e\dot{\mathbf{v}} = {}^e\mathbf{F}/m \\ \dot{\boldsymbol{\Theta}} = \mathbf{W} \cdot {}^b\boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{J} \cdot {}^b\dot{\boldsymbol{\omega}} = -{}^b\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J} \cdot {}^b\boldsymbol{\omega}) + {}^b\mathbf{M} \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} {}^e\dot{\mathbf{p}} = {}^e\mathbf{v} \\ {}^e\dot{\mathbf{v}} = g\mathbf{e}_3 - \frac{f}{m}\mathbf{R}\mathbf{e}_3 \\ \dot{\boldsymbol{\Theta}} = \mathbf{W} \cdot {}^b\boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{J} \cdot {}^b\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\tau} \end{array} \right.$$





## □ 实验步骤

考虑平衡点附近俯仰角和滚转角都非常小，总拉力约等于多旋翼重力，则可以做进一步假设  $\sin \phi \approx \phi, \cos \phi \approx 1, \sin \theta \approx \theta, \cos \theta \approx 1$  和  $\tau \approx 0$ 。

通过在平衡点的小角度线性化，可以得到多旋翼的线性模型。此时  $\mathbf{Re}_3$  可以简化为：

$$\mathbf{Re}_3 \approx \begin{bmatrix} \theta \cos \psi + \phi \sin \psi \\ \theta \sin \psi - \phi \cos \psi \\ 1 \end{bmatrix}$$

因此，原始模型可以解耦得到三个线性模型，即水平位置通道模型、高度通道模型和姿态模型。接下来将分别介绍这三个模型。



## □ 实验步骤

### (a) 水平通道模型

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{p}}_h &= \dot{\mathbf{v}}_h \\ \dot{\mathbf{v}}_h &= -g\mathbf{A}_\psi \Theta_h\end{aligned}$$

其中  $\mathbf{p}_h = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{A}_\psi = \begin{bmatrix} \sin \psi & \cos \psi \\ -\cos \psi & \sin \psi \end{bmatrix}$ ,  $\Theta_h = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \end{bmatrix}$ .

在水平通道中，可以认为  $\Theta_h$  是输入。进一步可以得到  $-g\mathbf{A}_\psi$ ，所以可以认为  $-g\mathbf{A}_\psi \Theta_h$  是输入，而  $\mathbf{p}_h$  是输出。

### (b) 高度通道模型

$$\begin{aligned}\dot{p}_z &= v_z \\ \dot{v}_z &= g - \frac{f}{m}\end{aligned}$$

### (c) 姿态模型

$$\begin{aligned}\dot{\Theta} &= {}^b\omega \\ \mathbf{J} \cdot {}^b\dot{\omega} &= \tau\end{aligned}$$





## □ 实验步骤

### 1) 悬停状态线性化

当多旋翼悬停时，螺旋桨 $i$ 的转速平衡点

为  $\omega_i^* = \omega_0^*$ ，油门指令的平衡点为  $\sigma_i^* = \sigma_0^*$ ，反扭力

矩的平衡点为  $M_i^* = M_0^*$ ，拉力的平衡点为  $T_i^* = T_0^*$ ，

姿态角、速度的平衡点为0，位置的平衡点为  $\mathbf{p}_d$ 。

我们进一步研究一下，在该平衡点下的线性化控制模型。

基于平衡态，我们进一步可以得到平衡状态的摄动

$$\Theta = \mathbf{0} + \Delta\Theta$$

$$\omega = \mathbf{0} + \Delta\omega$$

$$\omega_i^* = \omega_0^* + \Delta\omega_i$$

$$\sigma_i = \sigma_0^* + \Delta\sigma_i$$

$$M_i = M_0^* + \Delta M_i$$

$$T_i = T_0^* + \Delta T_i$$

其中  $\Delta\Theta, \Delta\omega$  分别表示欧拉角和机体转速的变化；

$\Delta\omega_i, \Delta\sigma_i, \Delta M_i, \Delta T_i$  分别表示转速，油门指令，反扭力矩和拉力的变化。





# 分析实验

## □ 实验步骤

根据“动力单元模型”，我们有

$$\Delta \varpi_i = \frac{1}{T_m s + 1} C_R \Delta \sigma_i$$

根据牛顿第三定律，反扭转矩的大小与电机作用在螺旋桨*i*上的力矩大小相同，为

$$M_i = c_M \varpi_i^2 + J_{RP} \dot{\varpi}_i$$

单个螺旋桨提供的拉力为

$$T_i = c_T \varpi_i^2$$

反扭矩的摄动和拉力可以写为

$$\Delta T_i = 2c_T \Delta \varpi_i \varpi_i^*$$

$$\Delta M_i = 2c_M \varpi_i^* \Delta \varpi_i + J_{RP} \Delta \dot{\varpi}_i$$

进一步 
$$\Delta T_i = \frac{C_R 2c_T \varpi_0^*}{T_m s + 1} \Delta \sigma_i, \Delta M_i = \frac{C_R (2c_M \varpi_0^* + J_{RP} s)}{T_m s + 1} \Delta \sigma_i$$

拉力和力矩摄动模型进一步可以写为

$$\Delta f = \frac{C_R 2c_T \varpi_0^*}{T_m s + 1} (\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3 + \Delta \sigma_4)$$

$$\Delta \tau_x = \sqrt{2} d \frac{C_R c_T \varpi_0^*}{T_m s + 1} (-\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3 - \Delta \sigma_4)$$

$$\Delta \tau_y = \sqrt{2} d \frac{C_R c_T \varpi_0^*}{T_m s + 1} (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3 - \Delta \sigma_4)$$

$$\Delta \tau_z = \frac{C_R (2c_M \varpi_0^* + J_{RP} s)}{T_m s + 1} (\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 - \Delta \sigma_3 - \Delta \sigma_4)$$





## □ 实验步骤

### 位姿运动学摄动模型分析

在平衡点处对位置模型进行线性化

$$\begin{bmatrix} \Delta p_x \\ \Delta p_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{g}{s^2} \Delta \theta \\ \frac{g}{s^2} \Delta \phi \end{bmatrix}$$

$$\Delta p_z = -\frac{\sum \Delta T_i}{ms^2}$$

则位置动力学摄动模型的传递函数为：

$$\Delta p_x = -\sqrt{2}g \frac{dC_R c_T \varpi_0^*}{J_y} \frac{1}{s^4} \frac{1}{T_m s + 1} \Delta \bar{\tau}_y$$

$$\Delta p_y = \sqrt{2}g \frac{dC_R c_T \varpi_0^*}{J_x} \frac{1}{s^4} \frac{1}{T_m s + 1} \Delta \bar{\tau}_x$$

$$\Delta p_z = -\frac{2C_R c_T \varpi_0^*}{ms^2 (T_m s + 1)} \Delta \bar{\tau}$$

其中  $\Delta \bar{\tau} = \Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3 + \Delta \sigma_4$





## □ 实验步骤

### (3) 步骤三：分析理论推导与基础实验的一致性

#### 1) 分析偏航角变化率响应

偏航角变化率的传递函数如下

$$\Delta\dot{\psi}(s) = \frac{C_R (2c_M \omega_0^* + J_{RP}s)}{J_z} \frac{1}{s} \frac{1}{T_m s + 1} \Delta\bar{\tau}_z$$

可知当增大油门到电机稳态转速参数 $C_R$ ，螺旋桨力矩系数 $c_M$ ，平衡点处的螺旋桨转速 $\omega_0^*$ 时，偏航角速率响应变快。增大电机响应时间常数 $T_m$ ， $o_b z_b$ 轴转动惯量 $J_z$ 偏航角度率响应变慢。

这与基础实验的结论相同。





## □ 实验步骤

### 2) 分析高度响应

高度的传递函数如下

$$\Delta p_z = -\frac{2C_R c_T \varpi_0^*}{ms^2(T_ms + 1)} \Delta \bar{\tau}$$

可知当增大螺旋桨推力系数  $c_T$ 、油门到电机稳态转速参数  $C_R$ ，高度变高。增大质量  $m$ ，高度响应变慢。相应的仿真实验可以留给读者验证。



## □ 实验目标

### ■ 已知

MATLAB 2017b或以上版本，第五章设计的多旋翼模型，多旋翼飞行评估网站 <https://flyeval.com/paper/> 提供的模型参数。

### ■ 目标

- (1) 目标一：在MATLAB/Simulink上建立完整的多旋翼飞行器模型。在姿态模型方面，可以采用四元数模型、旋转矩阵模型，或者欧拉角模型；
- (2) 目标二：在RflySim3D中添加四旋翼的三维模型。



# 设计实验

## □ 实验目标一：在MATLAB/Simulink中搭建完整的多旋翼模型

### (1) 步骤一：动力单元模块设计

对  $\omega = \frac{1}{T_m s + 1} \omega_{ss}$  令状态变量  $x = T_m \omega$ , 输入  $u = \omega_{ss}$  输出  $y = \omega$ , 则有:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\frac{1}{T_m} x + u \\ y = \frac{1}{T_m} x \end{cases}$$

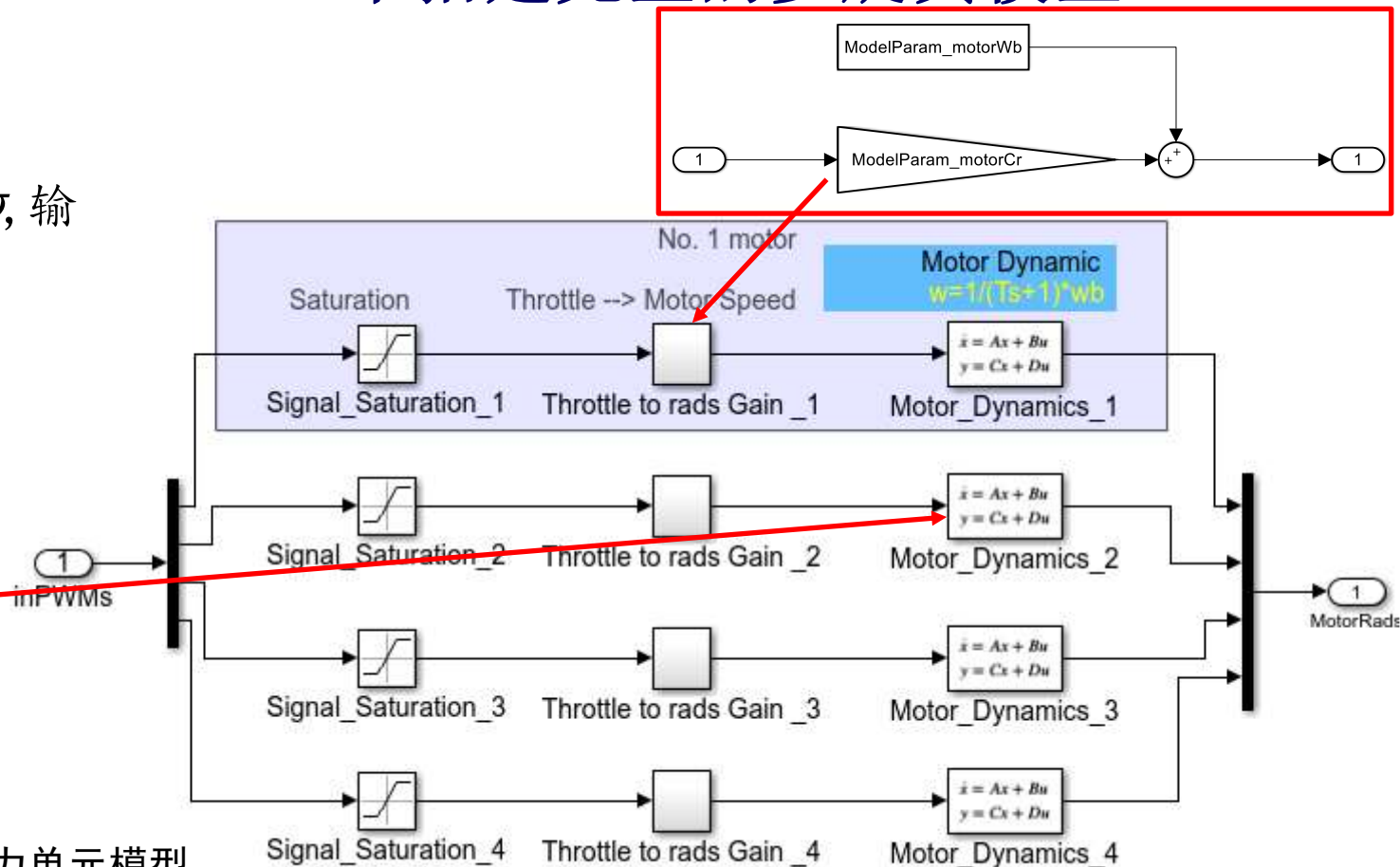


图. 动力单元模型





# 设计实验

## □ 实验目标一：在MATLAB/Simulink中搭建完整的多旋翼模型

### (2) 步骤二：控制效率模块

由式

$$f = \sum_{i=1}^4 T_i = c_T (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2)$$

$$\tau_x = dc_T \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \omega_1^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_2^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_3^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_4^2 \right)$$

$$\tau_y = dc_T \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_1^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_2^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_3^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_4^2 \right)$$

$$\tau_z = c_M (\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2)$$

可得螺旋桨产生的力和力矩，并加入空气阻力和力矩，“控制效率模块”搭建如右所示框图。

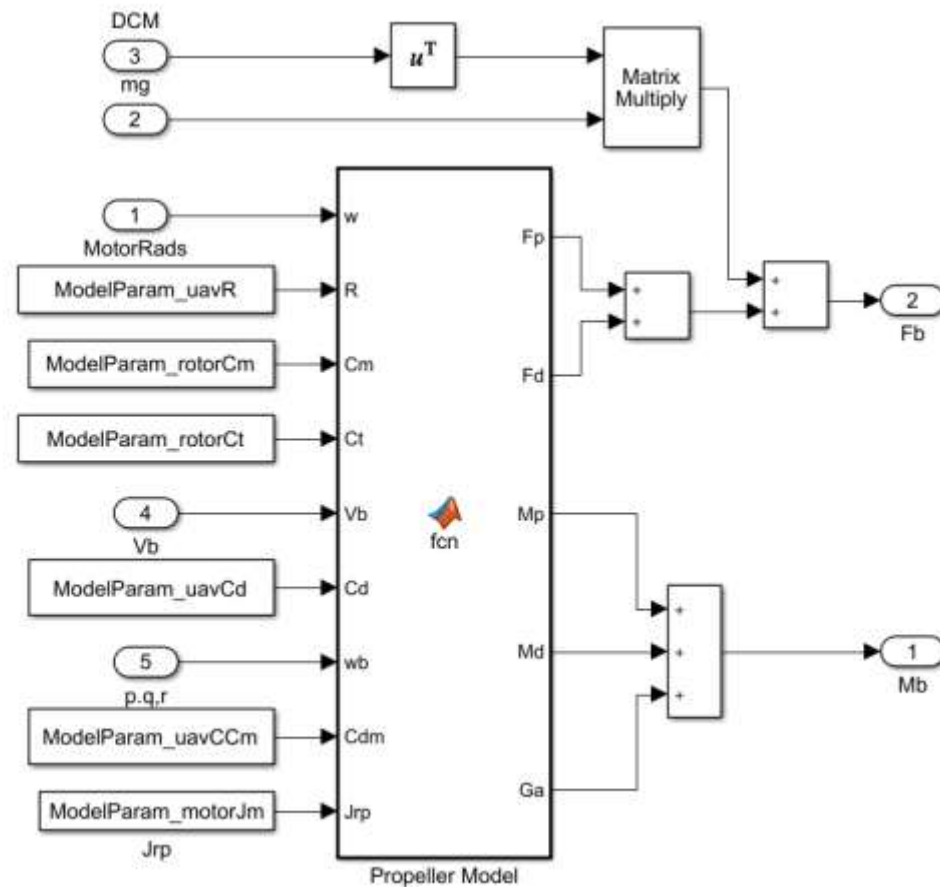


图. 控制效率模型





# 设计实验

## □ 实验目标一：在MATLAB/Simulink中搭建完整的多旋翼模型

### (3) 步骤三：刚体动力学模块设计

根据式

$$\mathbf{J} \cdot {}^b \dot{\boldsymbol{\omega}} = - {}^b \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J} \cdot {}^b \boldsymbol{\omega}) + {}^b \mathbf{M}$$

$${}^b \dot{\mathbf{v}} = - \left[ {}^b \boldsymbol{\omega} \right]_{\times} {}^b \mathbf{v} + {}^b \mathbf{F}/m$$

搭建姿态动力学模型和运动动力学模型

如右图所示。

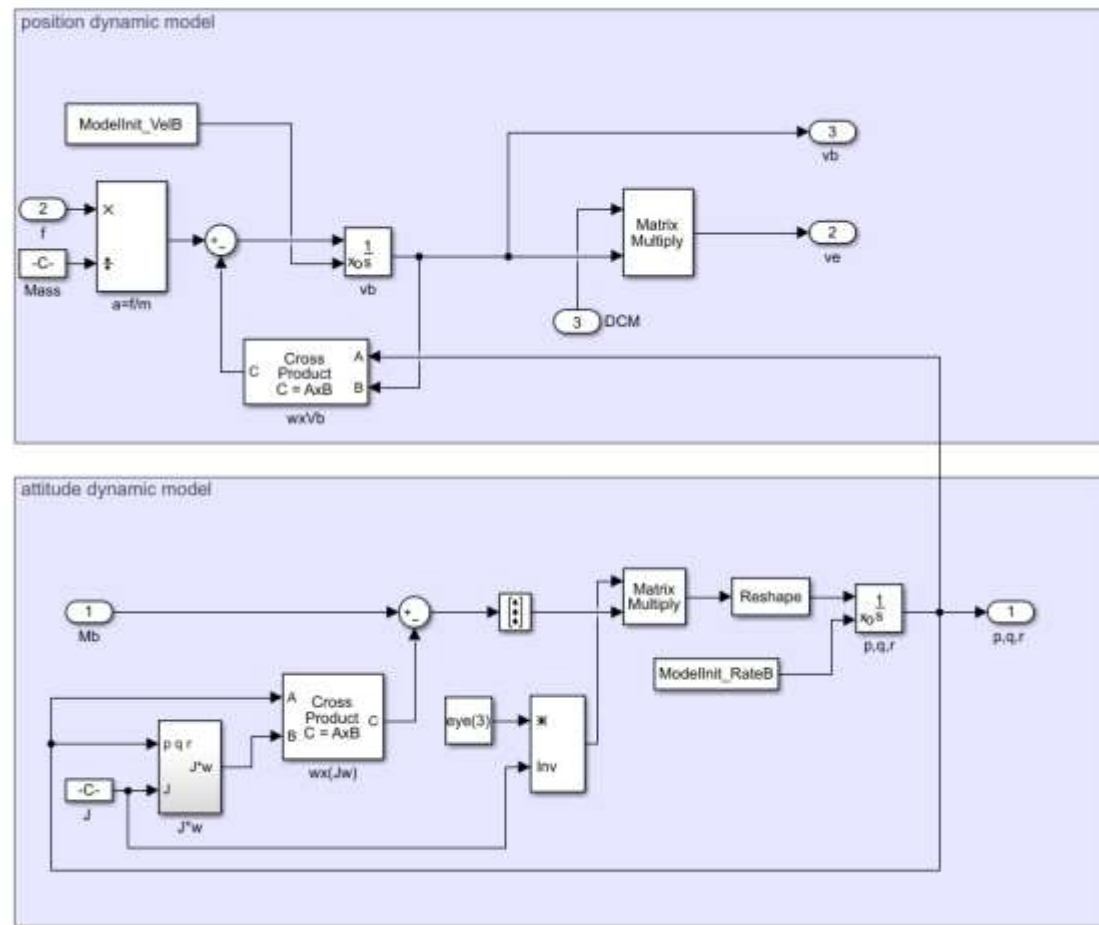


图. 位置动力学模块和姿态动力学模块





# 设计实验

## □ 实验目标一：在MATLAB/Simulink中搭建完整的多旋翼模型

### (4) 步骤四：刚体运动学模块

根据式

$${}^e \dot{\mathbf{p}} = {}^e \mathbf{v}$$

$$\dot{q}_0 = -\frac{1}{2} \mathbf{q}_v^T \cdot {}^b \boldsymbol{\omega}$$

$$\dot{\mathbf{q}}_v = \frac{1}{2} \left( q_0 \mathbf{I}_3 + [\mathbf{q}_v]_{\times} \right) {}^b \boldsymbol{\omega}$$

搭建刚体动力学模型，如右图所示。

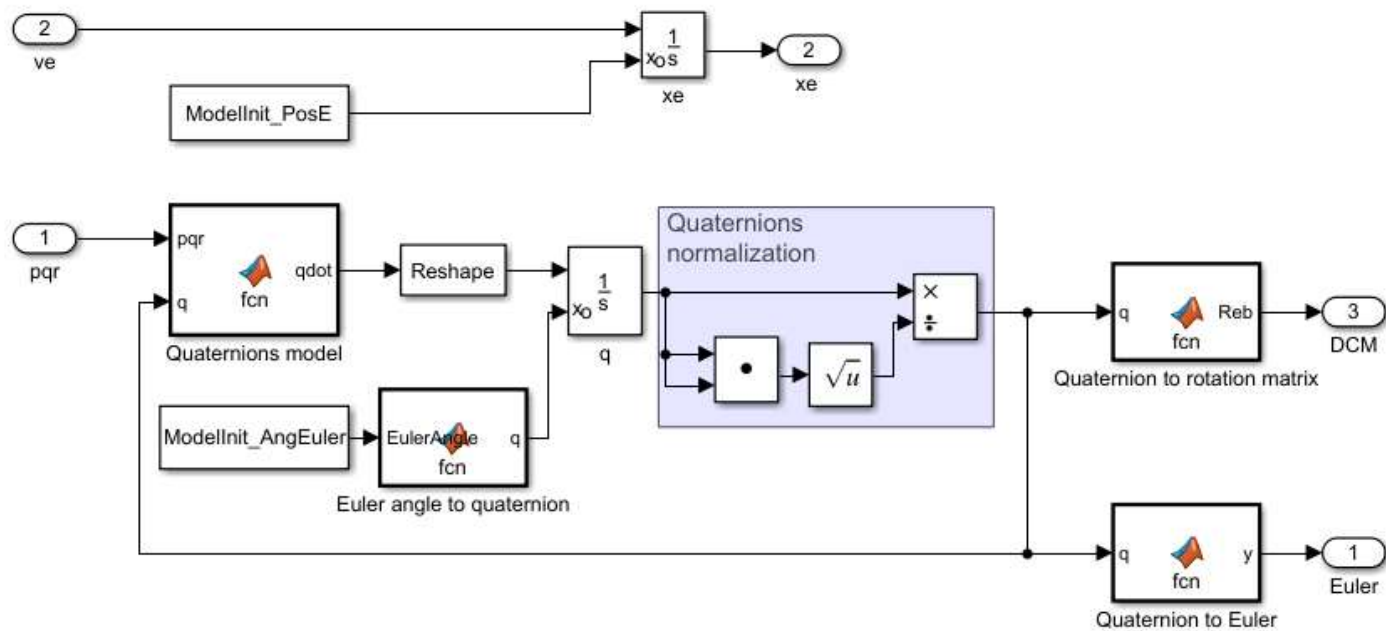


图. 姿态运动学模块





# 设计实验

## □ 实验目标一：在MATLAB/Simulink中搭建完整的多旋翼模型

### (5) 模型建立

将上述模型封装成子模块，刚体控制模块、动力单元模块和控制效率模块连接情况如右图所示。

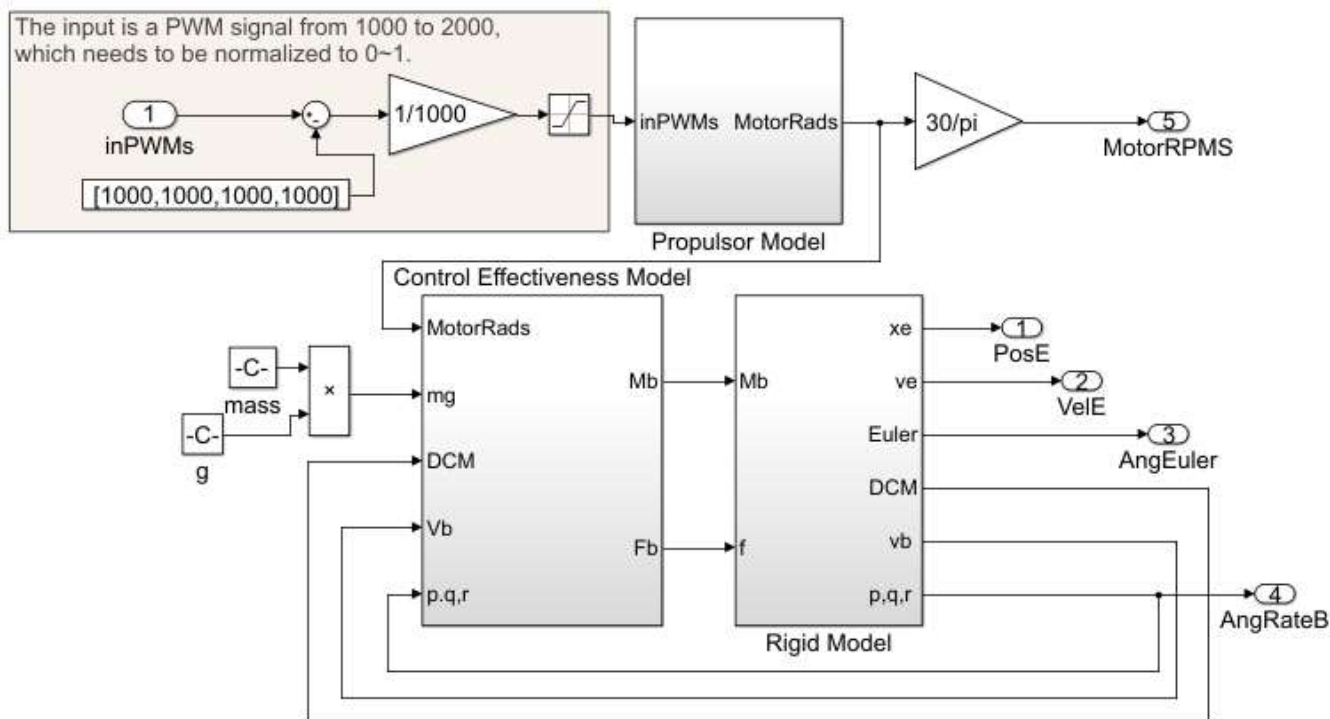


图. 刚体控制模块、动力单元模块和控制效率模块连接情况



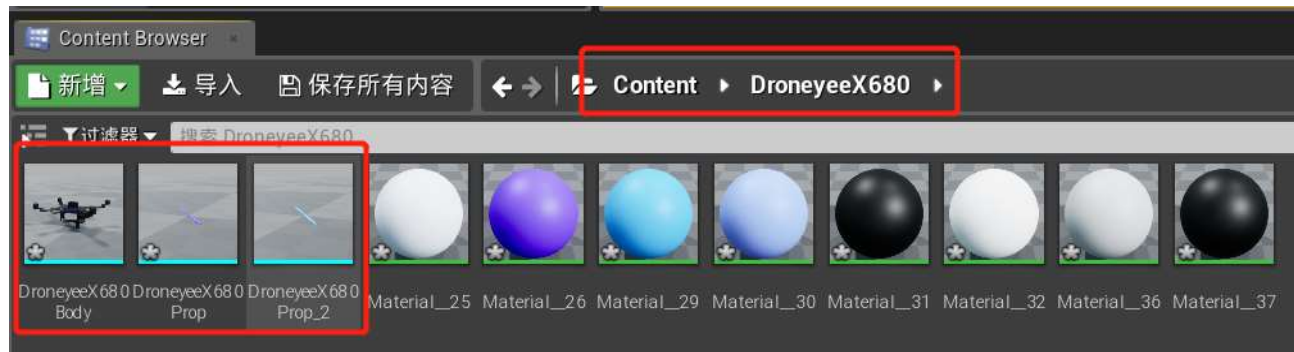


# 设计实验

## □ 实验目标二：在RflySim3D中添加四旋翼的三维模型

### (1) 步骤一：UE4中飞机模型导入

- 将文件夹“[RflySim3D\Exp02\\_FlightControl\e2-UavModeling\e2.3\VehicleModel](#)”中，DroneyeeX680Body.FBX和DroneyeeX680Prop.FBX文件，依次导入。（注意：导入时记得勾选“Combine Mesh”选项，使得所有组件构成一个整体导入，否则会将机体分成N个部件。）
- 在UE4中定义完材质后，在上图中点击“保存所有内容”，再点击UE4菜单栏-文件-打包项目-Windows-Windows 64（需要按生成地图的教程方法，启用光线追踪和禁用PAK打包），就可以生成可以识别的三维文件了。去生成文件路径“WindowsNoEditor”-MyProj（项目名）-“Content”下，将整个“DroneyeeX680”目录复制出来备用。







# 设计实验

## □ 实验目标二：在RflySim3D中添加四旋翼的三维模型

### (1) 步骤二：编写XML文件

- 导出模型后，我们还需要编写XML文件来帮助RflySim3D识别螺旋桨位置（见下图）、转动方向、材质等
- XML文件格式可以参考文件“[RflySim3D\Exp02 FlightControl\UavModeling\U2.3\VehicleModel\DroneyeeX680.xml](#)”。
- 其标准语言格式为各种标签的组合，每个标签由两对<>符号围起来<\*\*\*></\*\*\*>，在标签内部存放着字符串或数字信息。标签内部可以叠加子标签。

表. 四旋翼位置参数

| 位置    | 坐标(单位: cm) |          |         |
|-------|------------|----------|---------|
|       | X          | Y        | Z       |
| 右上螺旋桨 | 25.4260    | 24.0760  | 11.2220 |
| 左下螺旋桨 | -25.5410   | 22.8910  | 11.0220 |
| 左上螺旋桨 | 25.4260    | -25.0560 | 11.0220 |
| 右下螺旋桨 | -25.5410   | -21.9110 | 11.0220 |



# 设计实验

## □ 实验目标二：在RflySim3D中添加四旋翼的三维模型

### (1) 步骤三：XML语言格式

- ClassID标签表示飞机构型，3在我们系统中表示四旋翼；
- DisplayOrder表示四旋翼可选模型列表中的排列优先级（越小排的越靠前），内置的机型优先级从1000开始标号，如果小于1000则会取代内置飞机，优先展示最新导入机型，模板中1015对应的是排名第4的飞机；
- Name标签表示在UE4中显示的飞机名字；Scale标签表示整机三维缩放尺寸；
- AngEulerDeg表示飞机显示偏转一定角度（单位度），例如输入yaw=180，则飞机初始姿态会掉个头变成头朝后
- body是机体主标签
- isAnimationMesh表示是否为带动画的网格，这里一般都需要选0，除非对于一些自带动画的三维模型（例如，行走的人）。

```
DroneyeeX680.xml X
E > RflySimSource > RflySimAPIs > RflySimAPIsAdv3 > RflySimAPIs > UE4MapSceneAPI > VehicleMod
1  <?xml version="1.0"?>
2  <vehicle>
3      <ClassID>3</ClassID>
4      <DisplayOrder>1015</DisplayOrder>
5      <Name>DroneyeeX680</Name>
6      <Scale>
7          <x>1</x>
8          <y>1</y>
9          <z>1</z>
10     </Scale>
11     <AngEulerDeg>
12         <roll>0</roll>
13         <pitch>0</pitch>
14         <yaw>0</yaw>
15     </AngEulerDeg>
16     <body>
17         <isAnimationMesh>0</isAnimationMesh>
18         <MeshPath>/Game/DroneyeeX680/DroneyeeX680Body</MeshPath>
19         <MaterialPath></MaterialPath>
20         <AnimationPath></AnimationPath>
21         <CenterHeightAboveGroundCm>8</CenterHeightAboveGroundCm>
22         <NumberHeightAboveCenterCm>20</NumberHeightAboveCenterCm>
23     </body>
24     <ActuatorList>
25         <Actuator>
26             <MeshPath>/Game/DroneyeeX680/DroneyeeX680Prop</MeshPath>
27             <MaterialPath></MaterialPath>
28             <RelativePosToBodyCm>
29                 <x>25.4260</x>
30                 <y>24.0760</y>
31                 <z>11.2220</z>
32             </RelativePosToBodyCm>

```





## □ 实验目标二：在RflySim3D中添加四旋翼的三维模型

### (1) 步骤三：XML语言格式

- MeshPath表示机体的三维文件所在目录，其中/Game/表示游戏内容目录，DroneyeeX680/DroneyeeX680Body表示刚才拷贝出的机身三维模型文件。
- MaterialPath表示材质的路径，如果UE4里面已经设置过材质这里可以不填，填上的话会用本材质叠加到飞机上
- CenterHeightAboveGroundCm表示质心离地面高度，这里从3Ds max记录的是8
- isMoveBodyCenterAxisCm表示调整模型三维轴心位置向量，输入逗号分隔的三维向量。
- NumberHeightAboveCenterCm表示飞机上的数字标号显示的高度
- ActuatorList为作动器（螺旋桨、舵机、轮胎、软管刚体、转台）等外部活动（可定义）组件的列表
- Actuator标签内为某一个作动器的具体参数
- MeshPath三维模型路径，同body标签定义
- MaterialPath材质路径同body标签定义
- RelativePosToBodyCm表示该作动器(例如螺旋桨)的相对机体中心的位置，这里取第4.3节中记录的值



## □ 实验目标二：在RflySim3D中添加四旋翼的三维模型

### (1) 步骤三：XML语言格式

- RelativeAngEulerToBodyDeg表示作动器的安装角度（单位度），通常给0即可，表示和导入UE4时的姿态相同，不需要再旋转了
- RotationModeSpinOrDefect表示作动器运动模式，0表示旋转(输入为转动速度，单位转每分)，1表示偏转(输入为转动角度, 单位度)，2表示静止物体，3表示平移（单位厘米）
- RotationAxisVectorToBody旋转轴，这里多旋翼的螺旋桨是绕z轴旋转，如果是车辆则绕y轴旋转，如果是固定翼的螺旋桨则是绕x轴旋转。
- OnboardCameras标签页是定义了一些观察的机载摄像头，从第2个摄像头开始，都是固连在机体上的，因此填写摄像头的安装角度和位置即可定义；第1个摄像头是一个跟随观察的视角，它不会跟随飞机俯仰滚转，但是会跟随飞机偏航。

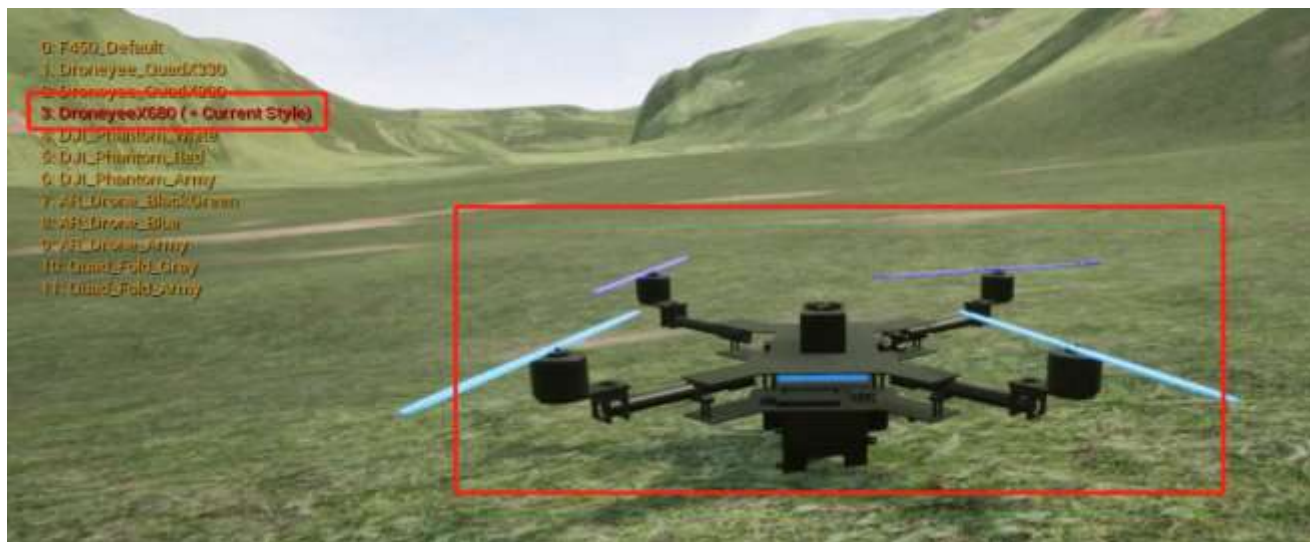


# 设计实验

## □ 实验目标二：在RflySim3D中添加四旋翼的三维模型

### (1) 步骤四：显示导入模型

- 编写好的XML文件拷贝到文件夹“[RflySim3D\Exp02\\_FlightControl\UavModeling\UavModel\DroneyeeX680](#)”中，再一起拷贝到PX4PSP\RflySim3D\RflySim3D\Content目录
- 打开CopterSim和RflySim3D，按下C键可以切换飞机样式，看看自己的飞机模型是否已经导入。  
(注：XML中DisplayOrder数字小于1000就会超过内置模型排到最前边，变成默认显示飞机)







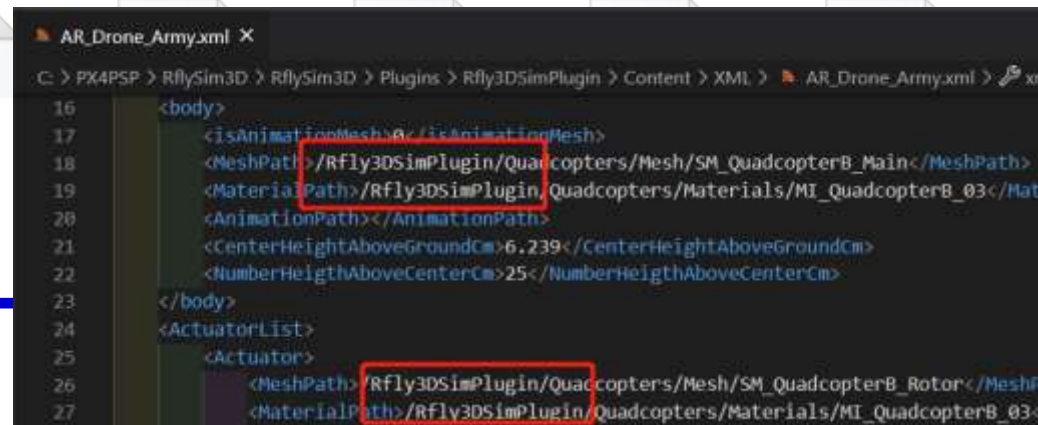
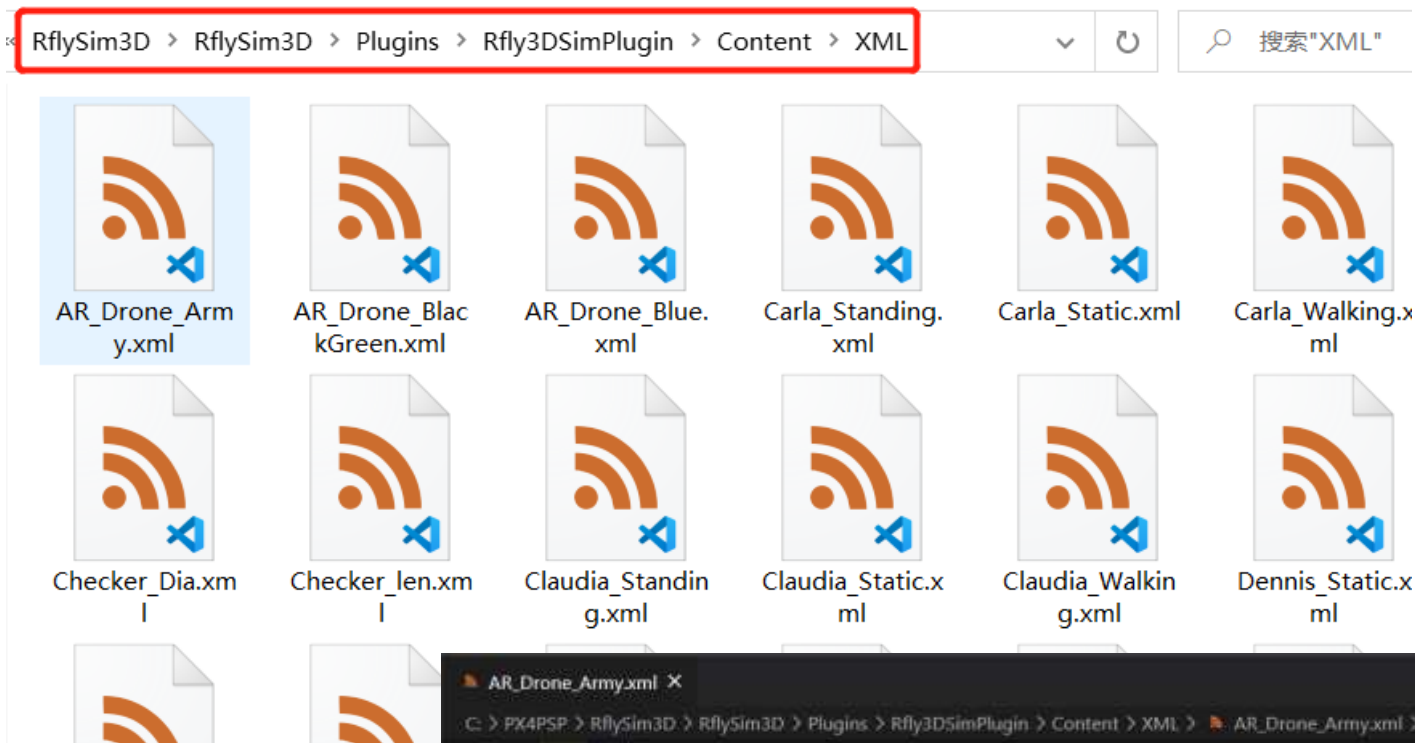
# 设计实验

## □ 实验目标二：在RflySim3D中添加四旋翼的三维模型

### (1) 步骤五：更多XML文件demo例程

- 本平台的所有机型或障碍组件都是通过XML文件实现的
- 可以访问安装目录下的“RflySim3D\RflySim3D\Plugins\Rfly3DSimPlugin\Content\XML”文件夹中查看.xml后缀文件，学习其他三维实体的导入方法。
- 里面包含了车、固定翼、小球、发光灯、静止的人、运动的人、二维靶标等各种物体的模型例子，可供学习

注意：本文件夹的XML例子的MeshPath的路径都使用了/Rfly3DSimPlugin/, 这是平台Content目录，用户无法访问。使用时请替换为/Game/代表游戏主目录Content，对应了前文步骤导入模型文件的目录。





## 小结

---

(1) 多旋翼的刚体模型可分为刚体运动学模型、刚体动力学模型、控制效率模型和动力单元模型。

(2) 运动学与质量和受力无关，输入为速度、角速度，输出为位置和姿态。动力学建模既涉及力又涉及运动，使用牛顿第二定律及欧拉方程，并考虑到机体坐标系和地球坐标系间的旋转矩阵。

(3) 在多旋翼悬停的平衡点附近时，俯仰角和滚转角都很小，进行线性化处理，可大大简化模型中的方程。本实验分析了不同参数对偏航角速度和高度的影响，结论与基础实验一致。

(4) 后续的控制相关实验（第九章和第十章的实验）要基于本章建立的模型。

如有疑问，请到<https://doc.rflysim.com>查询更多信息。



---

谢 谢！