



RflySim 底层飞行控制算法 开发系列课程

第十讲 定点位置控制器设计实验



大纲

1. 实验原理
2. 基础实验
3. 分析实验
4. 设计实验
5. 小结



实验原理

□ 基本概念

(1) 系统时域特性

对二阶系统
$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

其中 $0 < \zeta < 1$ ，阶跃响应曲线如左图所示

1) 超调量
$$M_p = \frac{x_o(t_p) - x_o(\infty)}{x_o(\infty)} * 100\% = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} * 100\%$$

2) 调节时间

在初步分析系统时，经常采用下列公式计算调节时间 t_s 。当阻尼比 < 0.8 时

$$t_s = \frac{3.5}{\xi\omega_n} \text{ (取5\% 误差带)} \quad t_s = \frac{4.5}{\xi\omega_n} \text{ (取2\% 误差带)}$$

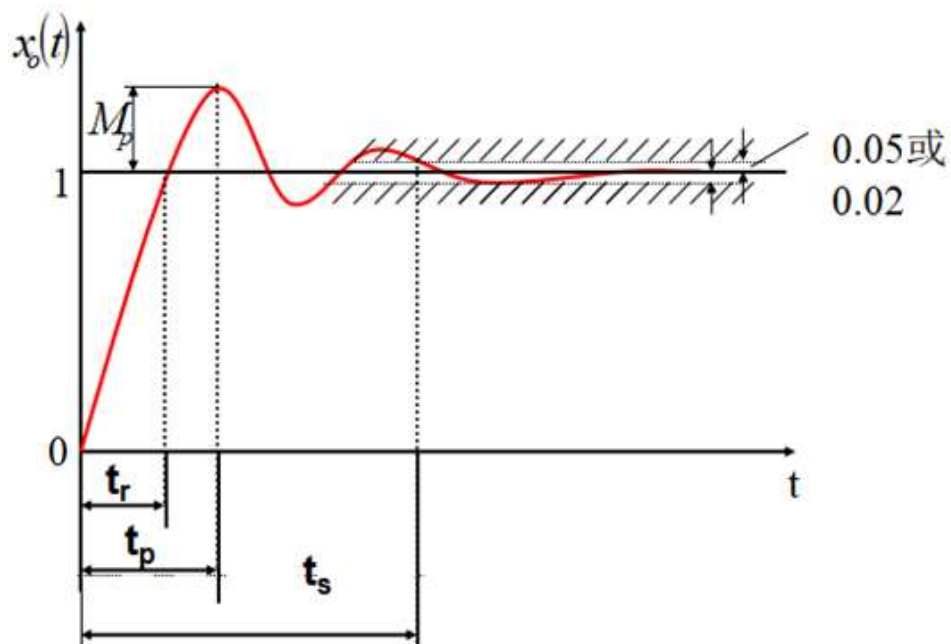


图. 二阶系统阶跃响应



实验原理

□ 基本概念

(2) Bode图和稳定裕度

Bode图也叫对数频率特性曲线，它将开环幅相特性画在对数坐标上。对数稳定判据根据开环对数幅频与对数相频曲线的相互关系来判别闭环系统稳定性。

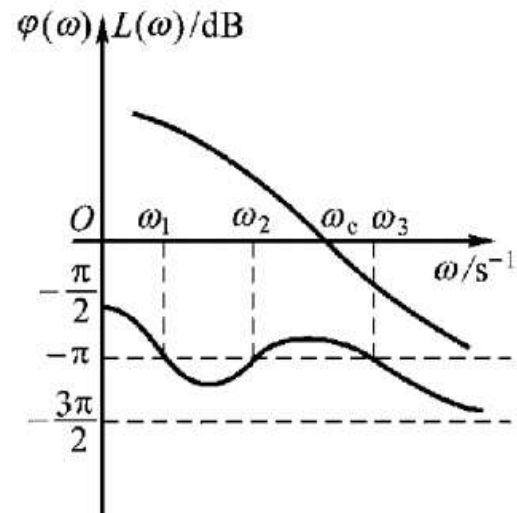


图. 稳定裕度

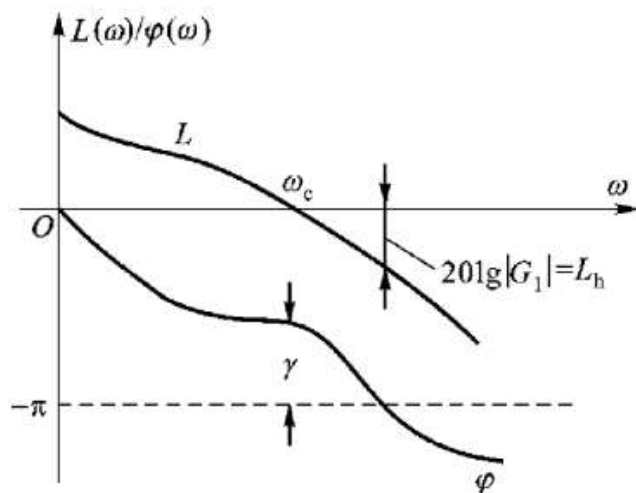


图. 对数频率特性曲线

相角裕度 γ : $L(\omega)=0\text{dB}$ 处的相频与 $-\pi$ 的差角，即：

$$\gamma = \angle G(j\omega_c)H(j\omega_c) - (-180^\circ)$$

其中： ω_c 表示截止频率， $L(\omega_c)=0\text{dB}$ 。

模稳定裕度 h ： $\angle G(j\omega_1)H(j\omega_1)$ 为 $-\pi$ 时，对应的对数幅频的绝对值，即：

$$h(\text{dB}) = 20\lg \left| \frac{1}{G(j\omega_1)H(j\omega_1)} \right| = -20\lg |G(j\omega_1)H(j\omega_1)|$$

在闭环系统稳定的条件下，系统的 γ 和 h 越大，反应系统的稳定程度越高。稳定裕度也间接反映了系统动态过程的平稳性，裕度大意为着超调小，振荡弱，“阻尼”大。一般要求：

$$\gamma > 40^\circ$$

$$h > 6\text{dB}$$





实验原理

□ 底层控制框架

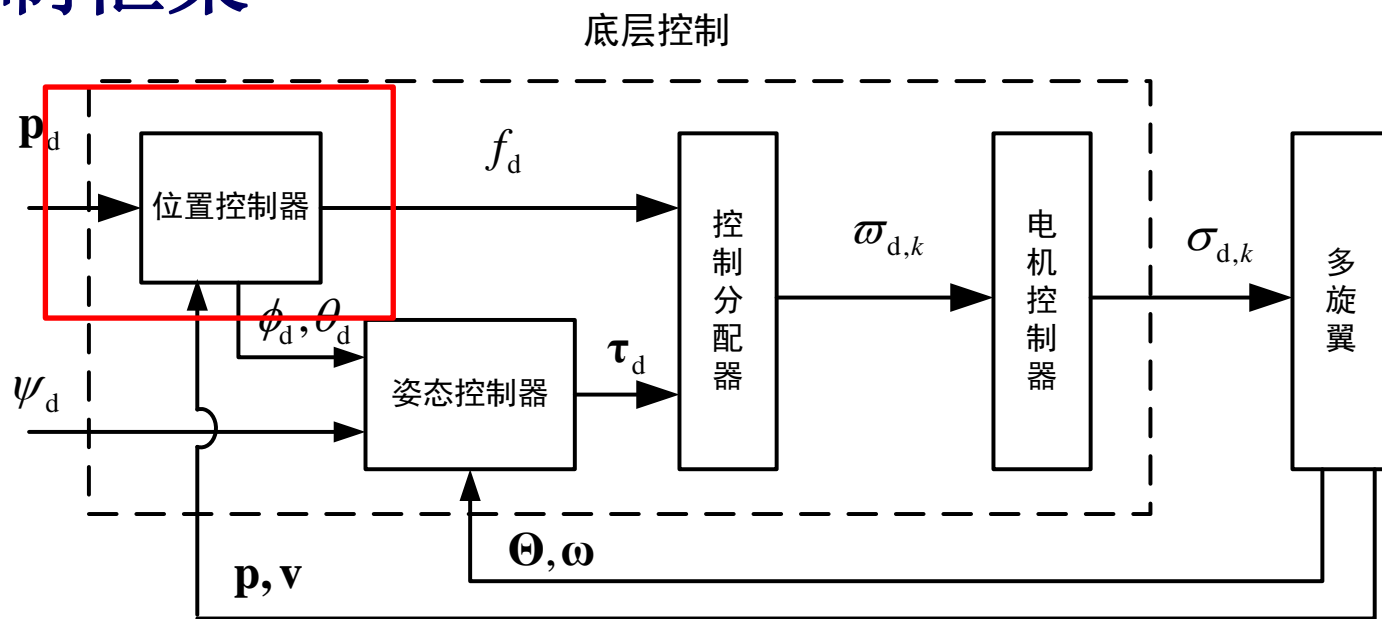


图. 多旋翼全自主控制闭环框图

欠驱动系统：4个输入（总拉力 f 和三轴力矩 τ ）控制6个输出（位置 p 和姿态角 Θ ）。设计多旋翼飞行控制器时，可以采用内外环的控制策略，其中内环对多旋翼飞行器姿态角进行控制，而外环对多旋翼飞行器的位置进行控制。由内外环控制实现多旋翼飞行器的升降、悬停、侧飞等飞行模态。



实验原理

□ 位置控制

(1) 传统的PID设计

■ 水平通道模型

$$\dot{\mathbf{p}}_h = \mathbf{v}_h$$

$$\dot{\mathbf{v}}_h = -g\mathbf{A}_\psi \boldsymbol{\Theta}_h$$

■ 期望水平位置动态

$$\ddot{\mathbf{p}}_h = \ddot{\mathbf{p}}_{hd} - \mathbf{K}_{p_{hd}} (\dot{\mathbf{p}}_h - \dot{\mathbf{p}}_{hd}) - \mathbf{K}_{p_{hp}} (\mathbf{p}_h - \mathbf{p}_{hd})$$

$$-g\mathbf{A}_\psi \boldsymbol{\Theta}_{hd} = \ddot{\mathbf{p}}_{hd} - \mathbf{K}_{p_{hd}} (\dot{\mathbf{p}}_h - \dot{\mathbf{p}}_{hd}) - \mathbf{K}_{p_{hp}} (\mathbf{p}_h - \mathbf{p}_{hd})$$

当考虑定点控制时

$$\dot{\mathbf{p}}_{hd} = \ddot{\mathbf{p}}_{hd} = \mathbf{0}_{2 \times 1}$$



$$\boldsymbol{\Theta}_{hd} = -g^{-1} \mathbf{A}_\psi^{-1} \left(\ddot{\mathbf{p}}_{hd} - \mathbf{K}_{p_{hd}} (\dot{\mathbf{p}}_h - \dot{\mathbf{p}}_{hd}) - \mathbf{K}_{p_{hp}} (\mathbf{p}_h - \mathbf{p}_{hd}) \right)$$

其中 $\mathbf{K}_{(\cdot)}$ 表示参数。





实验原理

□ 位置控制

(1) 传统的PID设计

■ 高度通道模型

$$\dot{p}_z = v_z$$

$$\dot{v}_z = g - \frac{f}{m}$$

■ 期望高度动态

$$\ddot{p}_z = \ddot{p}_{z_d} - k_{p_z d}(\dot{p}_z - \dot{p}_{z_d}) - k_{p_z p}(p_z - p_{z_d})$$

$$f_d = mg - m\left(\ddot{p}_{z_d} - k_{p_z d}(\dot{p}_z - \dot{p}_{z_d}) - k_{p_z p}(p_z - p_{z_d})\right)$$

当考虑定点控制时, $\dot{p}_{z_d} = \ddot{p}_{z_d} = 0$ 上式就变为

$$f_d = mg - m\left(-k_{p_z d}\dot{p}_z - k_{p_z p}(p_z - p_{z_d})\right)$$





实验原理

□ 位置控制

(2) 开源自驾仪PID设计

1) 水平通道模型

为了使 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_{\mathbf{p}_h}(t)\| = 0$, 我们先针对

期望速度

$$\dot{\mathbf{p}}_h = \mathbf{v}_h \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v}_{hd} = \mathbf{K}_{\mathbf{p}_h} (\mathbf{p}_{hd} - \mathbf{p}_h)$$

在 $\dot{\mathbf{p}}_{hd} = 0$ 的前提下如果

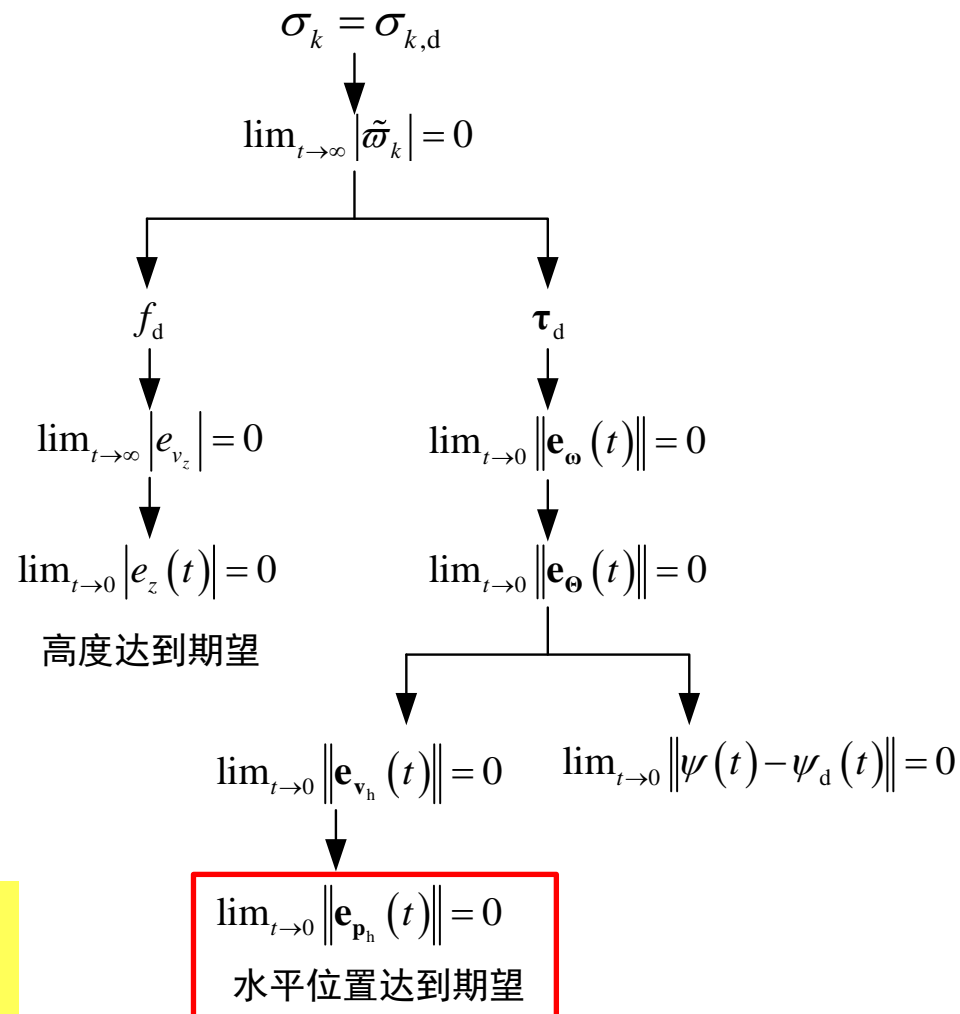
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_{\mathbf{v}_h}(t)\| = 0$$

那么

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_{\mathbf{p}_h}(t)\| = 0$$

其中 $\mathbf{e}_{\mathbf{v}_h} \triangleq \mathbf{v}_h - \mathbf{v}_{hd}$

速度能达到期望，位置也就能达到期望





实验原理

□ 位置控制

(2) 开源自驾仪PID设计

1) 水平通道模型

为了使 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_{v_h}(t)\| = 0$, 我们先针对

$$\dot{\mathbf{v}}_h = -g\mathbf{A}_\psi \Theta_h$$

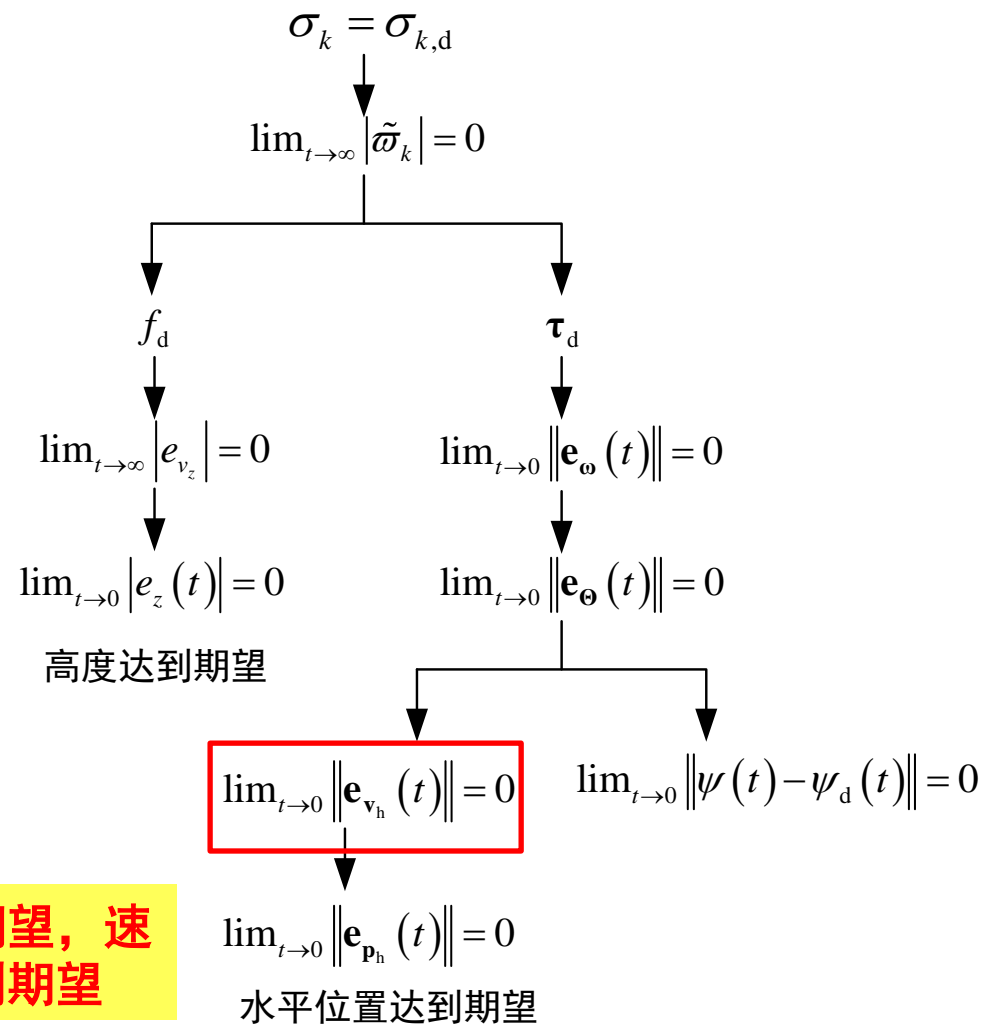
$$-g\mathbf{A}_\psi \Theta_{hd} = -\mathbf{K}_{vhp} \mathbf{e}_{v_h} - \mathbf{K}_{vhi} \int \mathbf{e}_{v_h} - \mathbf{K}_{vhd} \dot{\mathbf{e}}_{v_h}$$

$$\Theta_{hd} = g^{-1} \mathbf{A}_\psi^{-1} \left(\mathbf{K}_{vhp} \mathbf{e}_{v_h} + \mathbf{K}_{vhi} \int \mathbf{e}_{v_h} + \mathbf{K}_{vhd} \dot{\mathbf{e}}_{v_h} \right)$$

如果 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\Theta_h(t) - \Theta_{hd}(t)\| = 0$

那么 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_{v_h}(t)\| = 0$

角度能达到期望，速度也就能达到期望





实验原理

□ 位置控制

(2) 开源自驾仪PID设计

2) 高度通道模型

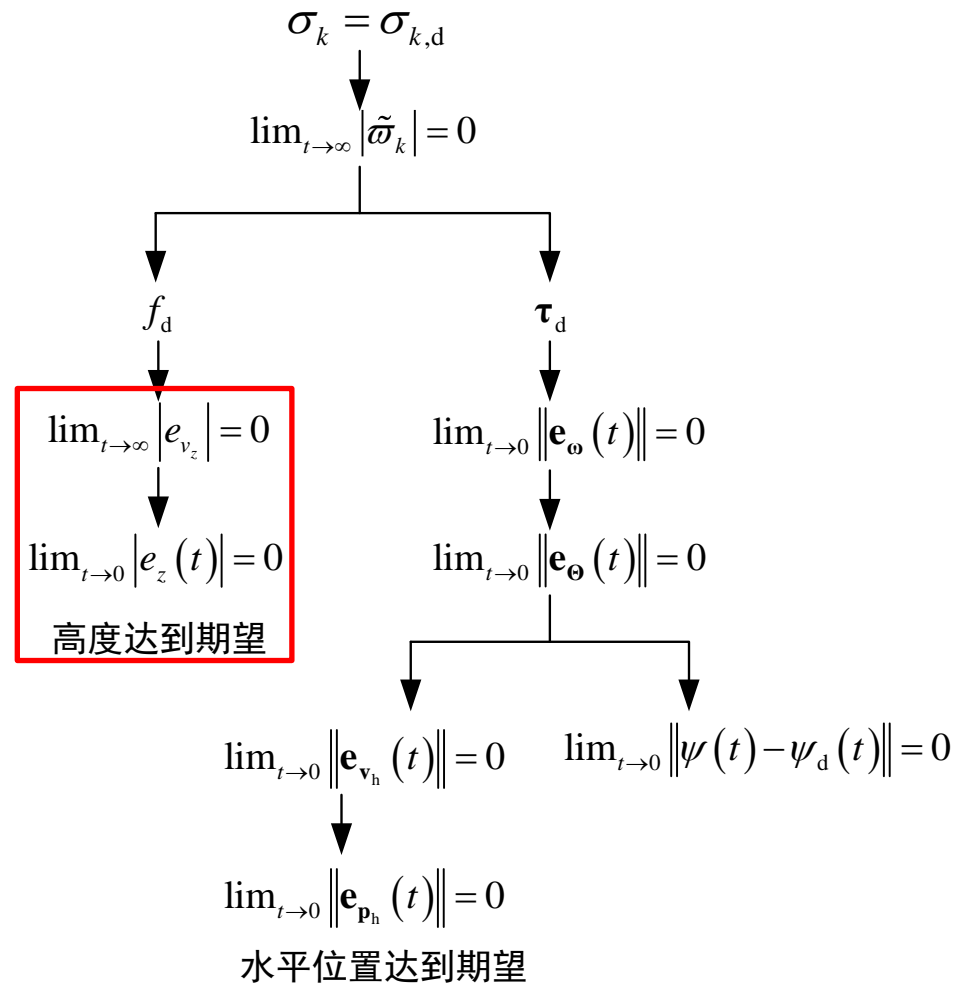
类似于水平通道设计，高度通道

控制器设计如下

$$v_{zd} = -k_{p_z} (p_z - p_{zd})$$

$$f_d = m \left(g + k_{v_z p} e_{v_z} + k_{v_z i} \int e_{v_z} + k_{v_z d} \dot{e}_{v_z} \right)$$

竖直方向速度能达到期望，高度也就能达到期望





实验原理

□ 位置控制

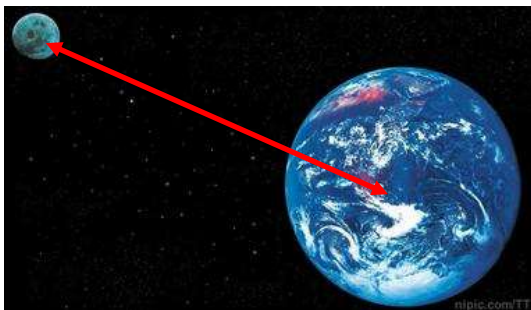
(3) 加饱和的PID控制

传统PID $\Theta_{hd} = -g^{-1}A_{\psi}^{-1}(\ddot{p}_{hd} - K_{p_{hd}}(\dot{p}_h - \dot{p}_{hd}) - K_{p_{hp}}(p_h - p_{hd}))$

自驾仪PID $\Theta_{hd} = g^{-1}A_{\psi}^{-1}(K_{v_{hp}}e_{v_h} + K_{v_{hi}}\int e_{v_h} + K_{v_{hd}}\dot{e}_{v_h})$

控制器设计
就没意义了

位置误差很大



角度误差很大

$$\Theta_{hd} \gg 2\pi$$

加饱和非常必要

小角度假
设被破坏!





□ 位置控制

(3) 加饱和的PID控制

同样地，在开源自驾仪PID设计中，我们增加对 e_{v_h} 和控制器右端的限幅

$$\mathbf{e}_{v_h} = \text{sat}_{\text{gd}}(\mathbf{v}_h - \mathbf{v}_{hd}, a_1)$$

$$\mathbf{\Theta}_{hd} = \text{sat}_{\text{gd}}\left(\mathbf{g}^{-1}\mathbf{A}_{\psi}^{-1}\left(\mathbf{K}_{v_hP}\mathbf{e}_{v_h} + \mathbf{K}_{v_hI}\int\mathbf{e}_{v_h} + \mathbf{K}_{v_hD}\dot{\mathbf{e}}_{v_h}\right), a_2\right)$$

其中 $a_1, a_2 \geq 0$ 。保方向饱和函数 $\text{sat}_{\text{gd}}(\mathbf{u}, a)$ 的定义如下

$$\text{sat}_{\text{gd}}(\mathbf{u}, a) \triangleq \begin{cases} \mathbf{u}, & \|\mathbf{u}\|_{\infty} \leq a \\ a \frac{\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|_{\infty}}, & \|\mathbf{u}\|_{\infty} > a \end{cases}$$

保方向饱和函数 $\text{sat}_{\text{gd}}(\mathbf{u}, a)$ 与传统的饱和函数 $\text{sat}(\mathbf{u}, a)$ 的区别：饱和函数限制每个分量的绝对值不大于 a ，但它与 \mathbf{x} 的方向可能不同；而保方向饱和函数，不仅可以限制最终分量每个分量的绝对值不大于 a ，还可以保证它的方向与 \mathbf{x} 相同。



实验原理

□ 位置控制

(3) 加饱和的PID控制

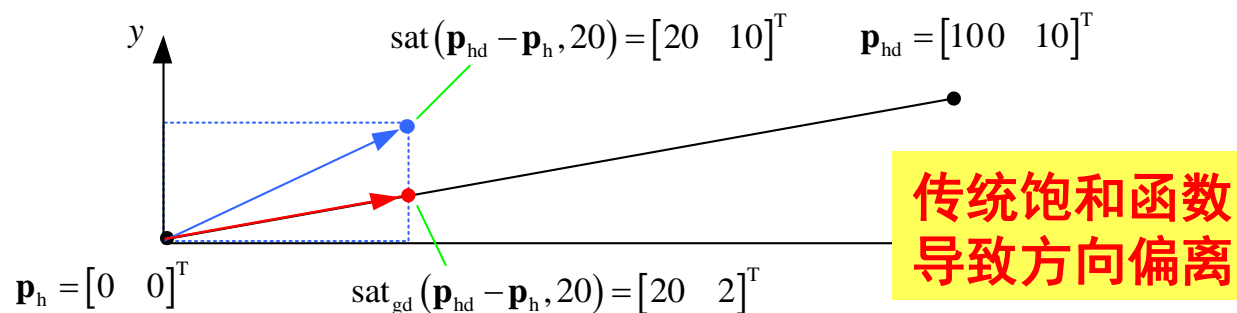


图. 两种饱和函数的作用效果对比图

传统饱和函数

$$\text{sat}(\mathbf{x}, a) \triangleq \begin{bmatrix} \text{sat}(x_1, a) \\ \vdots \\ \text{sat}(x_n, a) \end{bmatrix}, \text{sat}(x_k, a) \triangleq \begin{cases} x_k & |x_k| \leq a \\ a \cdot \text{sign}(x_k) & |x_k| > a \end{cases}$$

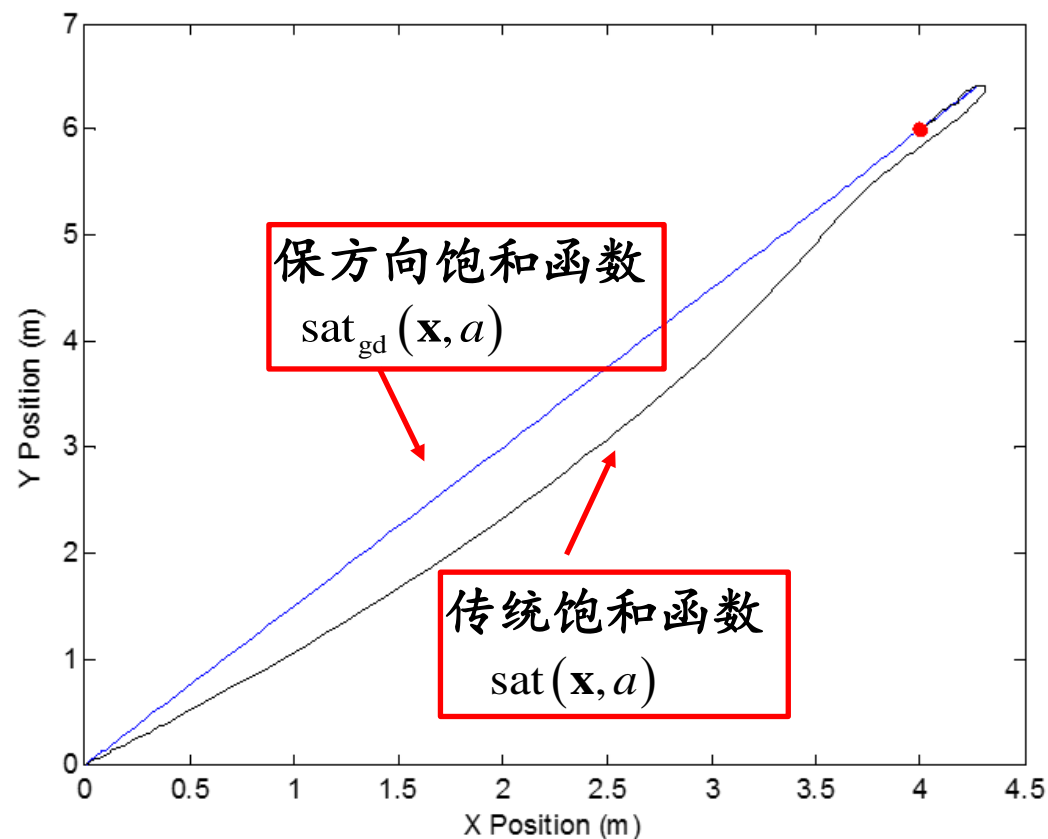


图. 饱和情况下多旋翼定点跟踪水平面运动轨迹

保方向的饱和函数可以保证多旋翼直线飞行，而传统饱和函数则不行



实验原理

□ 产生期望欧拉角的位置控制

(3) 加饱和的PID控制

为了避免油门过大，同样需要加入饱和。在传统PID控制器设计中，我们需要对控制器的右端进行如下限幅

$$f_d = \text{sat}_{\text{gd}} \left(m \left(g + k_{p_z d} \dot{p}_z + k_{p_z p} (p_z - p_{z_d}) \right), a_3 \right)$$

其中， $a_3 > 0$ 。同样的，在开源自驾仪PID设计中，我们增加对 e_{v_z} 和控制器右端的限幅

$$e_{v_z} = \text{sat}_{\text{gd}} (v_z - v_{z_d}, a_4)$$

$$f_d = \text{sat}_{\text{gd}} \left(m \left(g + k_{v_z p} e_{v_z} + k_{v_z i} \int e_{v_z} + k_{v_z d} \dot{e}_{v_z} \right), a_5 \right)$$

其中 $a_4, a_5 > 0$ 。对于一维变量，保方向饱和函数 sat_{gd} 与传统饱和函数 sat 的作用相同。



实验原理

□ 控制系统校正

下面主要介绍串联校正。加入串联校正的系统结构图如图所示。其中 $G_c(s)$ 表示串联校正装置的传递函数, $G(s)$ 表示系统不变部分的传递函数。在工程实践中常用的串联校正有超前校正、滞后校正和滞后-超前校正。

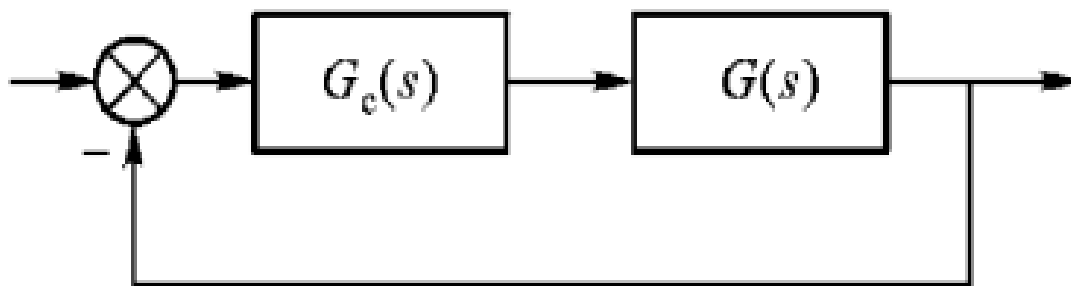


图. 系统串联校正



实验原理

□ 控制系统校正

(1) 相位超前校正

$$G_c(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts} \quad (a > 1)$$

特点: 提供正的相移。

相位超前校正主要发生在频段 $\left(\frac{1}{aT}, \frac{1}{T}\right)$

而且超前的最大值为:

$$\varphi_m = \arcsin \frac{a-1}{a+1}$$

这一最大值发生在对数频率特性曲线的几何中心处, 对应的角频率为:

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{a}T}$$

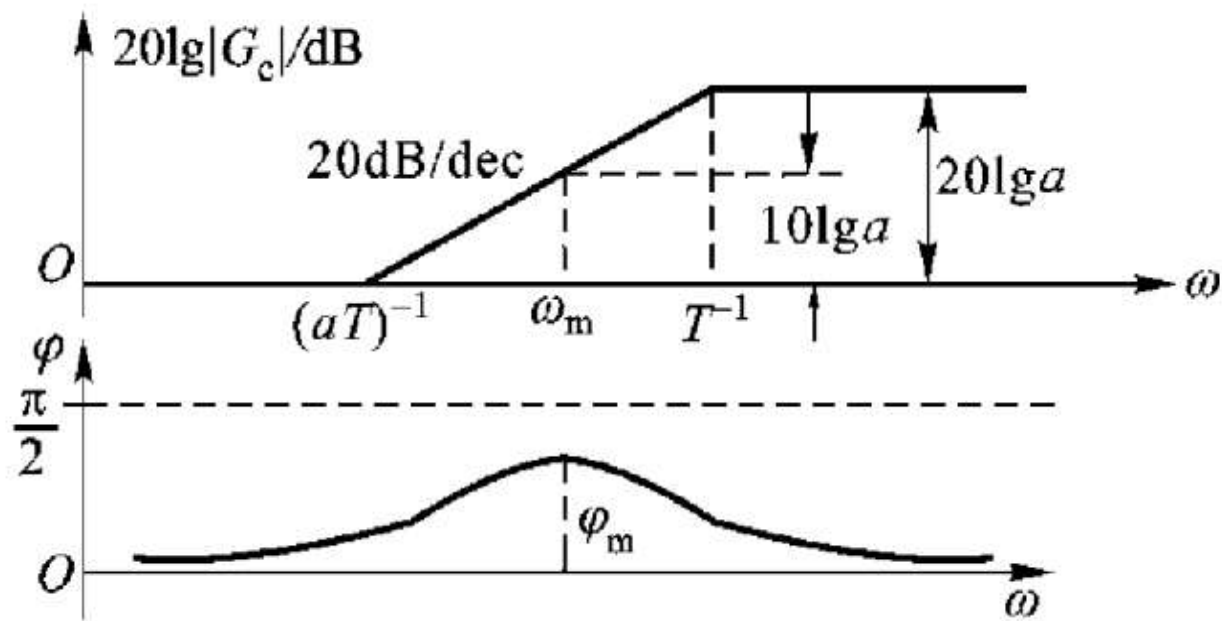


图. 超前校正幅频曲线





实验原理

□ 控制系统校正

(2) 相位滞后校正

$$G_c(s) = \frac{1 + bTs}{1 + Ts} \quad (b < 1)$$

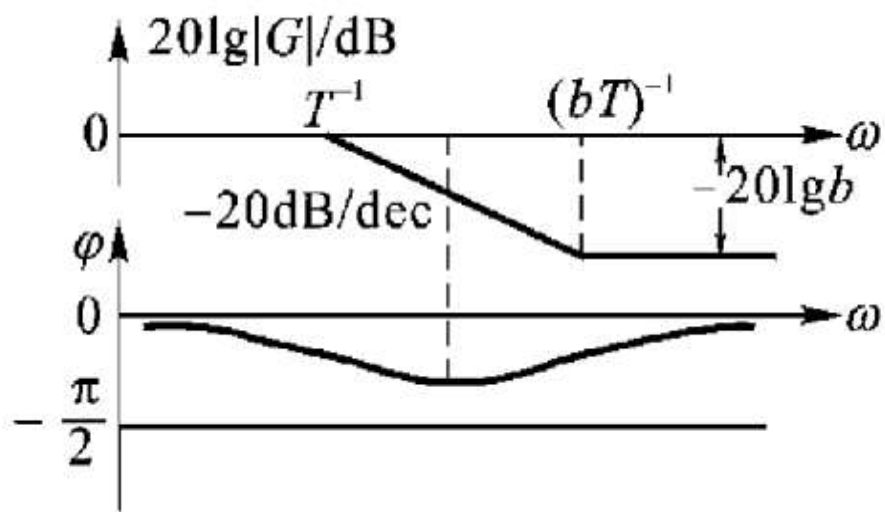


图. 滞后校正幅频曲线

(3) 相位超前校正

$$G_c(s) = \frac{(1 + bT_1s)(1 + aT_2s)}{(1 + T_1s)(1 + T_2s)}$$

其中 $a > 1, b > 1$, 且有 $bT_1 > aT_2$

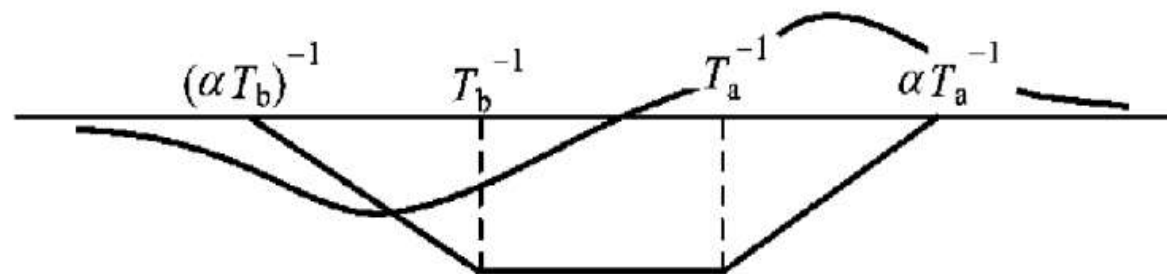


图. 滞后超前校正幅频曲线





实验原理

以上原理可以详细参考“Quan Quan. *Introduction to Multicopter Design and Control*. Springer, Singapore, 2017”或者“全权著. 杜光勋, 赵峙尧, 戴训华, 任锦瑞, 邓恒译. 《多旋翼飞行器设计与控制》, 电子工业出版社, 2018.”的第11章。



基础实验

□ 实验目标

■ 已知

- (1) 硬件：Pixhawk自驾仪系统，多旋翼硬件系统。
- (2) 软件：MATLAB 2017b或以上版本，基于Simulink的控制器设计与仿真平台，硬件在环仿真平台，实验指导包“[RflySimAPIs\Exp02_FlightControl\6-PositionCtrl\6.1](https://rflysim.com/course)”（下载地址：<https://rflysim.com/course>）。

■ 目标

- (1) 复现四旋翼Simulink仿真，分析控制作用在 $o_b x_b$ 轴和 $o_b y_b$ 轴的解耦。
- (2) 对系统进行扫频以绘制bode图，分析闭环位置控制系统稳定裕度；
- (3) 完成硬件在环仿真。



基础实验

□ 实验步骤

见“[RflySim3D\Exp02_FlightControl\6-PositionCtrl\6.1\readme.docx](#)”

图. 位置控制仿真截图



分析实验

□ 实验目标

■ 已知

(1) 软件：MATLAB 2017b或以上版本，基于Simulink的控制器设计与仿真平台，实验指导包“[RflySimAPIs\Exp02_FlightControl\6-PositionCtrl\6.2](https://rflysim.com/course)”（下载地址：<https://rflysim.com/course>）。

■ 目标

(1) 调节PID控制器的相关参数改善系统控制性能，并记录超调量和调节时间，得到一组满意的参数。

(2) 在得到满意参数后，对系统进行扫频以绘制Bode图，观察系统幅频响应、相频响应曲线，分析其稳定裕度。



分析实验

□ 实验步骤

见“[RflySim3D\Exp02_FlightControl\6-PositionCtrl\6.2\readme.docx](#)”

图. 位置控制仿真截图





□ 注意事项

(1) 频率响应曲线的前提是四旋翼处于平衡态，即四旋翼保持悬停，所以要得到正确的频率响应曲线要保持四旋翼处于平衡态。

(2) 理清系统的输入输出，正确选择输入输出点，测试开环系统时选择输出点类型为“Open-loop output”，测试闭环时使用“Output Measurement”，具体介绍可以参考官方文档<https://ww2.mathworks.cn/help/slcontrol/ug/specify-portion-of-model-to-linearize-in-simulink-model.html>。



□ 实验目标

■ 已知

- (1) 硬件：Pixhawk自驾仪系统，多旋翼硬件系统。
- (2) 软件：MATLAB 2017b或以上版本，基于Simulink的控制器设计与仿真平台，硬件在环仿真平台，实验指导包“[RflySimAPI\Exp02_FlightControl\c6-PositionCtrl\c6.3](#)”和“[RflySimAPI\Exp02_FlightControl\c6-PositionCtrl\c6.4](#)”（下载地址：<https://rflysim.com/course>）。

■ 目标

- 1) 建立位置控制通道的传递函数模型，使用MATLAB “ControlSystemDesigner”设计校正控制器，使得加入校正环节后系统速度控制环阶跃响应稳态误差 $e_{rSS} \leq 0.01$ ，相位裕度 $>75^\circ$ ，截止频率 $>2.0\text{rad/s}$ 。位置控制环截止频率 $>1\text{rad/s}$ ，相位裕度 $>60^\circ$ 。
- 2) 使用自己设计的控制器进行软件在环仿真实验和硬件在环仿真实验
- 3) 使用自己设计的控制器进行实飞实验。



□ 实验设计

(1) 步骤一：对整体结构进行简化

首先只对一个通道进行分析，这里选择x通道。简化后的模型如下图。

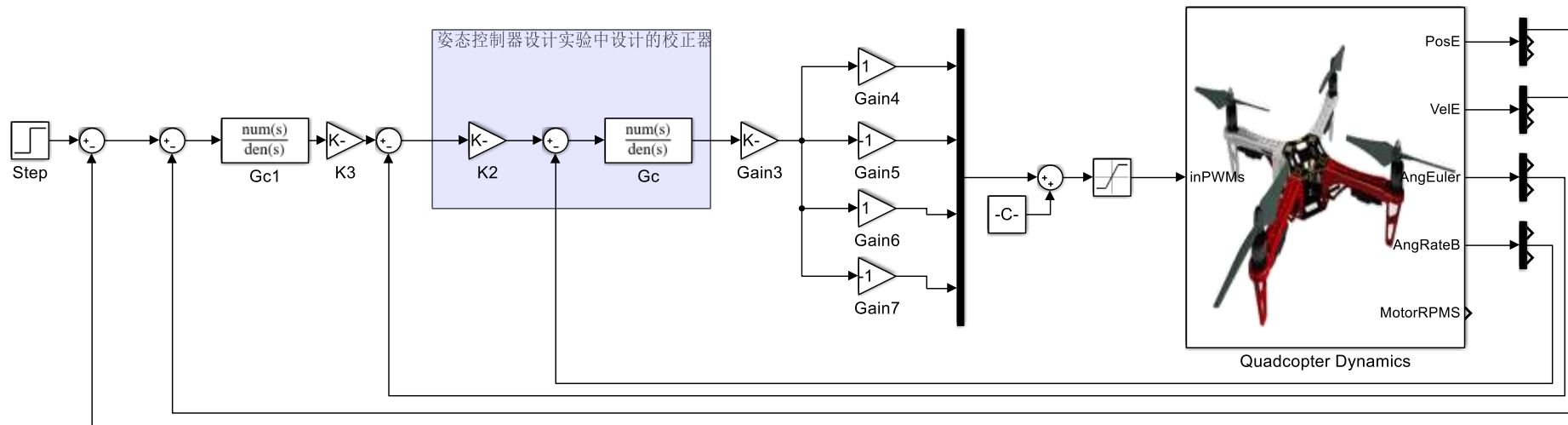


图. X轴位置控制系统简化模型



设计实验

□ 实验设计

(2) 步骤二：速度环分析

输入为期望速度，输出为实际速度。步骤与生成Bode图相同。设置输入输出点如图所示。

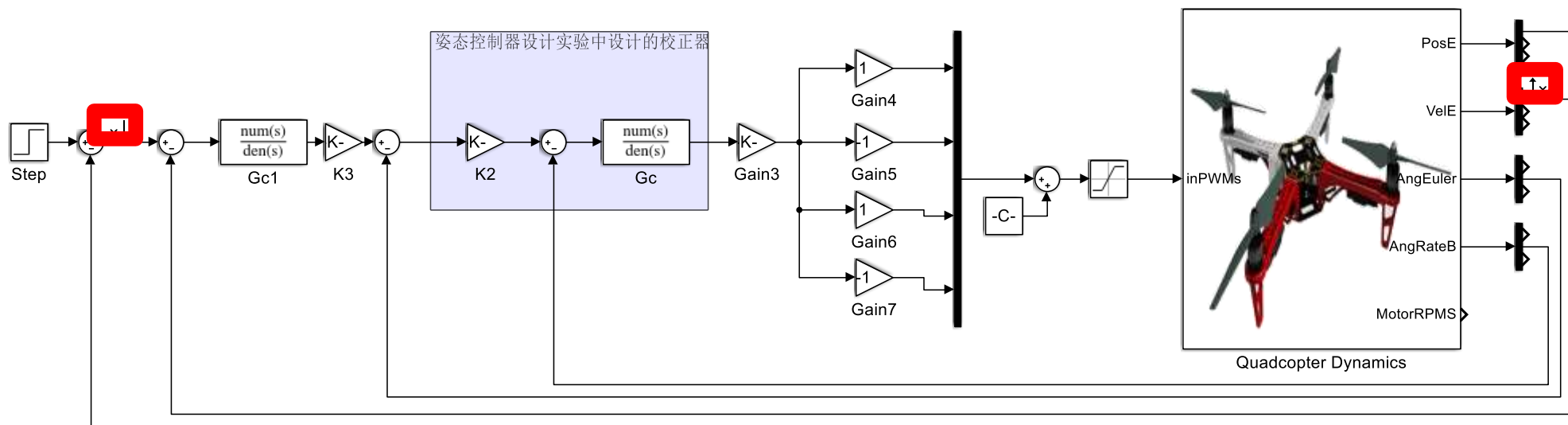


图. 设置输入输出点





□ 实验步骤

见“[RflySim3D\Exp02_FlightControl\位置控制\位置控制实验\readme.docx](#)”和
“[RflySim3D\Exp02_FlightControl\位置控制\位置控制实验\readme.docx](#)”

图. 位置控制仿真截图





总结

- (1) 以多旋翼的位置模型为依据，建立了常见的PID控制方法，并在MATLAB/Simulink中完成位置控制器的设计，并在RflySim3D中显示仿真效果。
- (2) 使用Simulink中的PSP工具箱生成的代码并将其下载到Pixhawk自驾仪中进行硬件在环仿真实验。
- (3) 调节PID控制器的参数，尝试得到一组满意的参数，并使用MATLAB系统分析工具得到整个开环系统的Bode图，查看相应闭环系统的相位裕度和幅值裕度。
- (4) 使用自动控制原理中的系统校正方法对多旋翼系统进行校正，设计了超前和滞后超前环节分别对位置环和速度环实施控制，并达到设计指标。完成设计后，连接硬件进行在环仿真和实飞实验验证了设计的效果。

如有疑问，请到 <https://doc.rflysim.com> 查询更多信息。



谢谢！