

Material Point Method Draft Skripsi

Arif Yunando S
(2017410211)



**Universitas Katolik Parahyangan
Fakultas Teknik Jurusan Teknik Sipil
2021**

Daftar Isi

1	Pendahuluan	3
1.1	Latar Belakang	3
1.2	Identifikasi Masalah	3
1.3	Rumusan Masalah	3
1.4	Tujuan Penelitian	3
2	Dasar Teori	4
2.1	Analisis Numerik	4
2.2	Model Konstitutif	4
2.2.1	Elastik Linear (Hukum Hooke)	5
2.2.2	Newtonian	5
2.2.3	Mohr Coulomb	5
2.2.4	Bingham	6
2.2.5	Modified Cam–Clay	6
2.2.6	Plaxis Hardening Soil	6
2.2.7	NorSand	6
2.3	Metode Komputasi	6
2.3.1	Mesh-based Approaches	6
2.3.2	Mesh-free Approaches	6
2.4	Limit Equilibrium Method (<i>Empirical Method</i>)	6
2.5	Finite Element Method	6
2.6	Material Point Method	6
2.7	CB-Geo - High Performance Material Point Method[I]	6
2.7.1	About	6
2.7.2	MPM-Benchmarks ¹	6
2.7.3	Pre-processing	10
2.7.4	Postprocessing	10
2.8	Efek Peredaman dan Elastisitas pada Material	10
2.8.1	Frekuensi Natural dan Amplitudo	11
2.8.2	Koefisien Peredaman dan Ratio Peredaman	11
3	Metodologi Penelitian	12
4	Data dan Analisa	13
5	Kesimpulan	14
	Bibliografi	15

¹<https://github.com/cb-geo/mpm-benchmarks.git>

1 Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

1.2 Identifikasi Masalah

1.3 Rumusah Masalah

1.4 Tujuan Penelitian

2 Dasar Teori

2.1 Analisis Numerik

2.2 Model Konstitutif

Tanah adalah material yang sangat kompleks. Sifatnya tidak linear dan sering kali memiliki properti fisik yang berbeda pada setiap aksisnya. Mulai dari wujudnya yang terdiri dari 3 fasa yang berbeda: butir tanah, air, dan udara. Lalu, bentuknya yang tidak homogen dan berbeda - beda pada setiap lokasi. Brinkgreve (2005) membagi aspek - aspek perilaku tanah aktual ini menjadi 6 yaitu: dipengaruhi air, memiliki kekakuan yang tidak konstan, deformasinya plastis, kekuatannya berasal dari kuat geser, dipengaruhi oleh waktu, dan memiliki masalah dengan kekompakan dan tekanan prakonsolidasi.

Mengatasi permasalahan - permasalahan tersebut, para ahli geoteknik dan matematikawan telah merumuskan banyak sekali model matematis. Tujuannya adalah dapat mensesederhanakan perilaku kompleks tanah menjadi suatu material yang dapat diprediksi. Dalam merumuskan model matematis, ditentukan berbagai macam parameter yang memiliki makna secara riil dan dapat diukur. Dasar dari penentuan parameter model antara lain:

- hasil uji laboratorium (uji odometer, uji CRS, uji tri-axial, uji geser langsung),
- hasil uji in-situ (standard penetration test (SPT), cone penetration test (CPT), uji dilatometer, dan uji pressuremeter),
- tabel korelasi properti tanah,
- *rule of thumb*, dan pengalaman

Penelitian dan pengembangan model matematis ini kemudian menghasilkan beberapa model yang paling umum digunakan dalam praktik geoteknik. Ti (2018) merangkum model - model ini dan hasilnya disajikan pada tabel.

...TABEL KOMPARASI...

2.2.1 Elastik Linear (Hukum Hooke)

2.2.2 Newtonian

2.2.3 Mohr Coulomb

Model Mohr Coulomb adalah salah satu model yang paling tua dalam dunia geoteknik. Model ini adalah model empiris yang dikembangkan oleh Charles-Augustin de Coulomb pada tahun 1773 dan dilanjutkan oleh Christian Otto Mohr di abad ke-19. Model Mohr-Coulomb adalah suatu model elastik untuk material yang plastis sempurna (Brinkgreve, 2005). Model ini merupakan kombinasi dari Hukum Hooke dan kriteria kegagalan Coulomb yang digeneralisasi. Model ini sudah digunakan dari zaman Karl von Terzaghi, bapak ilmu mekanika tanah dan rekayasa geoteknik. Terzaghi (1943) menyebut persamaan ini sebagai *Coulomb's equation* yang didefinisikan sebagai

$$s = c + \sigma \cdot \tan \phi$$

dimana:

s	= kuat geser
c	= kohesi
σ	= kuat tekan
ϕ	= sudut geser

Seperti yang dijelaskan sebelumnya, perilaku tanah sangat dipengaruhi oleh fasa air dan udara. Hingga saat ini, umumnya dalam praktik geoteknik, tanah selalu diasumsikan jenuh air atau hampir jenuh air. Hal ini tentu saja merupakan idealisasi yang sangat konservatif mengingat tanah di dunia nyata umumnya tidak jenuh air. Akan tetapi, pendekatan ini memberikan suatu hasil yang lebih praktis ketimbang perhitungan dengan kondisi tidak jenuh air. Berbicara mengenai tanah jenuh air, menurut Terzaghi, untuk setiap perubahan tekanan akan selalu berkorelasi dengan perubahan kadar air. Apabila kadar air terlalu tinggi, kuat geser tanah akan menurun dengan signifikan akibat gaya gesek satu partikel dengan partikel lainnya tersuspensi oleh air. Maka dari itu, kuat geser tanah tidak hanya dipengaruhi oleh properti tanah itu sendiri melainkan juga oleh gaya yang bekerja pada tanah.

Pada model Mohr Coulomb, kondisi ini kemudian dimodelkan dalam dua buah bagian. Bagian pertama adalah kohesi, yaitu keterikatan satu partikel tanah dengan partikel lainnya. Kekuatan ini kemudian dipengaruhi oleh kuat geser tanah yang dipengaruhi oleh tegangan tanah dan sudut gesernya. Tegangan ini seperti yang dijelaskan diatas dipengaruhi oleh kadar air, sedangkan sudut geser tanah dipengaruhi oleh ukuran butir-butir tanahnya. Terzaghi mengatakan bahwa untuk tanah berbutir halus / lempung, sudut geser tanah berkisar hingga 20 derajat. Sedangkan untuk tanah berbutir kasar / tanah pasiran, sudut geser bisa mencapai 35 derajat.

Analisis bidang runtuh Mohr-Coulomb menggunakan *Material Point Method*

2.2.4 Bingham

2.2.5 Modified Cam–Clay

2.2.6 Plaxis Hardening Soil

2.2.7 NorSand

2.3 Metode Komputasi

2.3.1 Mesh-based Approaches

2.3.2 Mesh-free Approaches

2.4 Limit Equilibrium Method (*Empirical Method*)

2.5 Finite Element Method

2.6 Material Point Method

2.7 CB-Geo - High Performance Material Point Method[1]

2.7.1 About

2.7.2 MPM-Benchmarks¹

MPM-Benchmarks adalah serangkat model uji untuk memeriksa konsistensi dari mesin dalam mengkalkulasikan dinamika yang terjadi pada model. Ada dua macam pengujian yang dapat dilakukan yaitu pengujian model 2D dan pengujian model 3D. Dalam repositori CB-Geo, terdapat 5 model uji 2D yaitu:

- Uniaxial stress test
- Hydrostatic column
- Sliding block on inclined boundary
- Uniaxial traction

¹<https://github.com/cb-geo/mpm-benchmarks.git>

- Plate with hole (isoparametric)

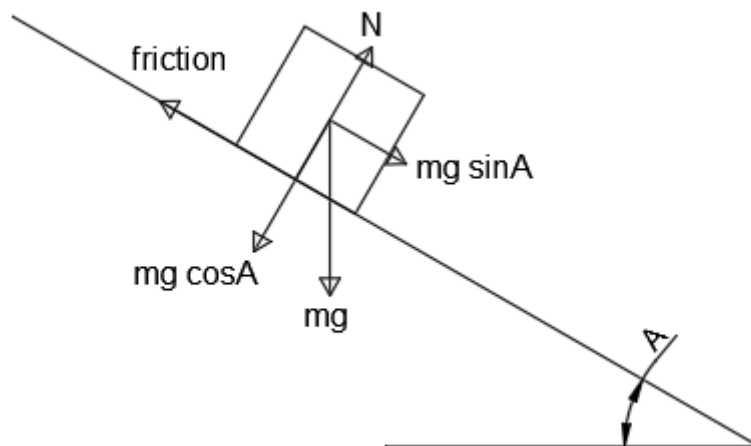
Sedangkan untuk pengujian 3D terdapat 4 model uji, yaitu:

- Uniaxial stress test
- Sliding block on inclined boundary
- Hydrostatic column
- Dam break

Dalam pembahasan MPM Benchmark ini hanya dilakukan 4 buah simulasi uji coba dengan 3 buah simulasi 2D dan 1 buah simulasi 3D. Simulasi 2D yang diambil adalah sliding block inclined boundary, hydrostatic column, dan plate with holes sedangkan untuk 3D simulasi yang dilakukan adalah simulasi dam break. Selanjutnya pada masing - masing simulasi akan dibuat beberapa buah kasus untuk dapat mengenal karakteristik analisis yang disediakan oleh CB-Geo secara lebih mendalam.

Sliding Block Inclined Boundary

Dalam model uji ini, disimulasikan sebuah benda uji berbentuk persegi panjang dengan permukaan panjangnya menempel pada suatu bidang miring yang ditentukan oleh kondisi batas. Gaya aktif yang berpengaruh pada benda ini hanyalah gravitasi. Model kemudian disimulasikan bergerak sesuai dengan *initial force*-nya dan dibiarkan jatuh mengikuti bidang.



Gambar 2.7.1: Sliding BLock Inclined Boundary - Freebody Diagram

Untuk memverifikasi hasil analisis dari MPM, maka dilakukan suatu perhitungan analitikal sebagai kontrol. Perhitungan ini didasarkan pada distribusi gaya yang

bekerja pada massa seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.7.1.

$$\begin{aligned}
 N &= m \cdot g \cdot \cos A \\
 f &= N \times \mu \\
 F &= m \cdot g \cdot \sin A - f \\
 m \cdot a &= m \cdot g \cdot \sin A - m \cdot g \cdot \cos A \times \mu \\
 a &= g \cdot (\sin A - \cos A \times \mu)
 \end{aligned} \tag{2.7.1}$$

Mensubstitusikan persamaan 2.7.1 kedalam persamaan kecepatan maka akan didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 V &= a \cdot t \\
 V &= g \cdot (\sin A - \cos A \times \mu) \times t \\
 V &= g \cdot (\tan A \cdot \cos A - \cos A \times \mu) \times t \\
 V &= g \cdot \cos A \cdot (\tan A - \mu) \times t
 \end{aligned} \tag{2.7.2}$$

Bila diketahui kemiringan bidang boundary adalah 30 deg, percepatan gravitasi 9,8 m/s^2 , dan koefisien gesk maka, kita dapat memperoleh besar kecepatan pada setiap perubahan waktu. Untuk pengujian, dilakukan perhitungan untuk 3 buah kasus dengan nilai koefisien gesek yang berbeda - beda.

Method	Time	$\mu = 0.1$	$\mu = 0.3$	$\mu = 0.6$
MPM	0,2 s			
	0,4 s			
Analitikal	0,2 s			
	0,4 s			

Tabel 2.1: Perbandingan Hasil Perhitungan MPM dan Analitikal

Dari hasil perhitungan tersebut, dapat dilihat bahwa pada perhitungan kecepatan menggunakan metode material point, hasilnya sangat konsisten. Selain menghasilkan perhitungan kepecepatan, MPM juga menghitung tegangan dan regangan yang terjadi pada setiap titik partikel material. Berikut beberapa gambar grafik dan data yang dikeluarkan oleh MPM dan telah diolah dalam program Paraview ²

Hydrostatic Column

Model ini mensimulasikan suatu massa benda yang diletakan didalam suatu wadah penahan secara lateral pada dua sisi dan secara vertikal pada sisi bawah massa. Lalu, masa diberikan gaya gravitasi agar mengalami tegangan hidrostatik. Dalam benchmark yang disediakan CB-Geo, material benda yang digunakan adalah Fluida

²paraview.org

Newtonian yang memiliki nilai Modulus Elastisitas $10^6 \frac{N}{m^2}$ dan Ratio Poisson 0. Model ini digunakan sebagai kontrol terhadap beberapa uji yang kemudian dilakukan pada material yang berbeda yaitu, tanah granular tipikal dan tanah kohesif tipikal. Terdapat dua macam mesh yang disediakan, segitiga dan segiempat. Akan tetapi, dalam uji coba awal kali ini yang digunakan hanyalah mesh segi empat.

Kasus 1. Newtonian Fluids

Kasus 2. Linear Elastic ($E = 1 \text{ MPa}$)

Kasus 3. Linear Super-Elastic ($E = 1 \text{ KPa}$)

Kasus 4. Typical Granular Soils

Kasus 5. Typical Cohesive Soils

Hasil dari ketiga kasus tersebut menunjukkan bahwa pada analisis yang dilakukan oleh CB-Geo MPM untuk kasus kolom hidrostatik, terdapat efek osilasi yang sangat kecil akibat perubahan dari *initial condition* menjadi *applied condition* yang terjadi pada step pertama. Fenomena ini bisa terjadi karena adanya efek peredaman dan elastisitas yang dibahas di subbab 2.8

Plate With Holes

Model ini mensimulasikan suatu pelat dengan lebar 5 meter dan panjang 8 meter yang memiliki lubang dengan diameter 0,5 meter yang mengalami gaya tarik aksial tersebar merata searah sumbu x dengan besar $\sigma_x = 100 \text{ Pa}$. Karena geometri benda yang simetris, maka model hanya menghitung seperempat luasan dari bidang sesuai dengan potongan simetrinya.

Dam Break

Model ini mensimulasikan sebuah kolom material fluida newtonian 3 dimensi yang dibiarkan bebas hanya pada salah satu sisinya dan sisi atasnya. Kemudian, kolom dibiarkan runtuh akibat gaya gravitasi sehingga pergerakannya dapat divisualisasikan.

2.7.3 Pre-processing

Mesh and Particle Generation

Boundary Condition and

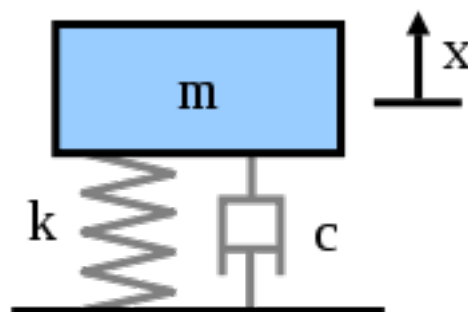
2.7.4 Postprocessing

VTK³

HDF5⁴

2.8 Efek Peredaman dan Elastisitas pada Material

Pada simulasi Hydrostatic Column (2.7.2), ditemukan bahwa perhitungan menggunakan metode analisis material point mengintroduksikan suatu osilasi tepat setelah simulasi dimulai. Fenomena ini muncul akibat perubahan kondisi material dari tidak terbeban menjadi terbeban. Karena pada dasarnya seluruh material memiliki suatu nilai elastisitas tertentu maka fenomena ini dapat kita ilustrasikan sebagai sistem pegas vertikal dengan peredam seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.8.1.



Gambar 2.8.1: Sistem pegas vertikal dengan regangan

Bedasarkan Hukum Hooke maka persamaan untuk gaya pegas adalah koefisien pegas dikali dengan perubahan panjang pegas.

$$F_{\text{pegas}} = k \cdot x \quad (2.8.1)$$

Jika kemudian diimplementasikan Hukum Newton kedalam sistem maka dapat di-

³The Vizualization Toolkit (vtk.org)

⁴Hierarchical Data Format 5th version (<https://portal.hdfgroup.org/display/HDF5/HDF5>)

buat persamaan aksi reaksi dengan besar gaya pegas sama dengan beban benda.

$$F_{\text{pegas}} = F_{\text{beban}} \quad (2.8.2)$$

$$k \cdot x = F_{\text{beban}}$$

$$k = \frac{F_{\text{beban}}}{x}$$

$$\frac{k}{A} = \frac{\frac{F_{\text{beban}}}{A}}{x} \quad (2.8.3)$$

$$\frac{k}{A} = \frac{\sigma_{\text{beban}}}{\epsilon}$$

$$\frac{k}{A} = E \quad (2.8.4)$$

Dengan menurunkan persamaan aksi reaksi dan membagi kedua ruas dengan luas maka dapat dilihat bahwa sebenarnya koefisien pegas hanyalah Modulus Elastisitas (Modulus Young) dari material benda. Maka, jika demikian seluruh perhitungan gerak harmonik sederhana kita dapat implementasikan ke dalam sistem dan menghitung berbagai macam properti lainnya seperti *natural frequency* dan amplitudo dari sistem. Menariknya, pada metode material point kaidah yang digunakan adalah hukum konservasi masa, dengan demikian kehilangan energi sebenarnya dapat dilihat dan digunakan untuk menghitung properti lainnya seperti besar rasio peredaman akibat gravitasi, kehilangan energi, dan imperfeksi perhitungan.

2.8.1 Frekuensi Natural dan Amplitudo

2.8.2 Koefisien Peredaman dan Ratio Peredaman

3 Metodologi Penelitian

4 Data dan Analisa

5 Kesimpulan

Bibliografi

- [1] Krishna Kumar, Jeffrey Salmond, Shyamini Kularathna, Christopher Wilkes, Ezra Tjung, Giovanna Biscontin, and Kenichi Soga. Scalable and modular material point method for large-scale simulations. *arXiv:1909.13380 [physics]*, September 2019. arXiv: 1909.13380.