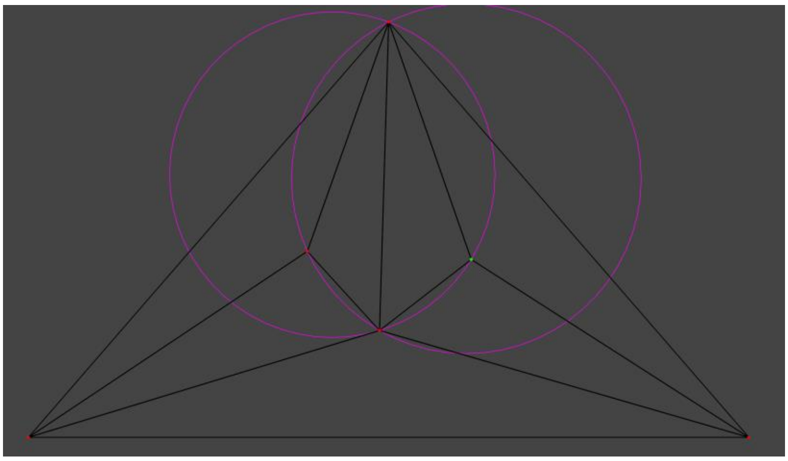
Υπολογιστική Γεωμετρία & Εφαρμογές 3Δ Μοντελοποίησης

Εργαστηριακή Άσκηση 4

Γιωργος Μπολάτογλου
Αρ. Μητρωου: 228424

1. Υλοποιήστε εξ' αρχής την μέθοδο GetCircumCircle.

Καλούμαστε να φτιάξουμε τον περιγεγραμμένο κύκλο του κάθε τριγώνου.
Αρχικά, βρίσκουμε την μεσοκάθετο οποιονδήποτε δύο εκ των τριών πλευρών του κάθε τριγώνου.
Την εξίσωση της μεσοκαθέτου την βρίσκουμε χρησιμοποιώντας δύο σημεία.
Χρησιμοποιώντας δύο ακμές p1(x1,y1), p2(x2,y2) βρίσκουμε το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος που δημιουργούν από τη σχέση M = $(\frac{x1+x2}{2}, \frac{y1+y2}{2})$. Αφού βρούμε τον συντελεστή διεύθυνσης της πλευράς από τη σχέση λε=$\frac{y2-y1}{x2-x1}$ βρίσκουμε και τον συντελεστή διεύθυνσης της μεσοκαθέτου(λμ) από τη σχέση λμ = -(1/λε).
Η εξίσωση της μεσοκαθέτου είναι η $y-y_M=$ λμ $(x-x_M)$.
Έπειτα βρίσκουμε και ένα ακόμα σημείο για μια τυχαία τιμή του $x(x_M+1)$, μιας και η μέθοδο που έχουμε δημιουργήσει χρησιμοποιεί δύο σημεία για να βρει το σημείο τομής.
Το σημείο τομής των μεσοκαθέτων το βρίσκουμε κάνοντας απλές αντικαταστάσεις στις εξισώσεις των δύο μεσοκαθέτων και είναι το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου.
Ακτίνα του κύκλου είναι η απόσταση του κέντρου από οποιαδήποτε ακμή του τριγώνου.



2. Υλοποιήστε την μέθοδο FindAdjacentTriangle, όπου θα επιστρέφει true/false αν υπάρχει τρίγωνο με πλευρά τα σημεία p1, p2 που λαμβάνει ως παραμέτρους, καθώς επίσης και θα αποθηκεύει το index του τριγώνου στην παράμετρο tri_adj_index και το μη-κοινό σημείο στην παράμετρο opp_ver.

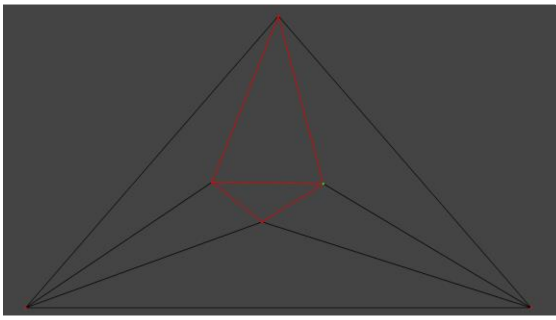
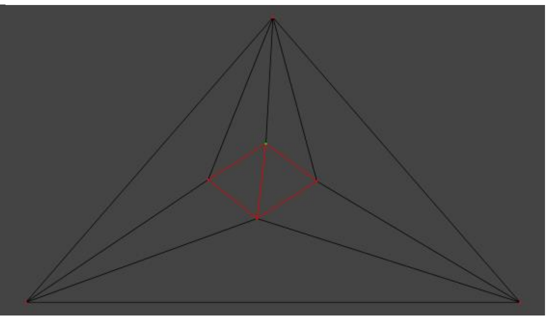
Μέσω μιας επαναληπτικής μεθόδου ελέγχουμε για κάθε υπάρχον τρίγωνο αν οποιαδήποτε από τις τρεις πλευρές του έχει σαν ακμή και το p1 και το p2. Αν ναι, τότε αποτελεί προσκείμενο τρίγωνο και αποθηκεύουμε το index του και την τρίτη ακμή του.

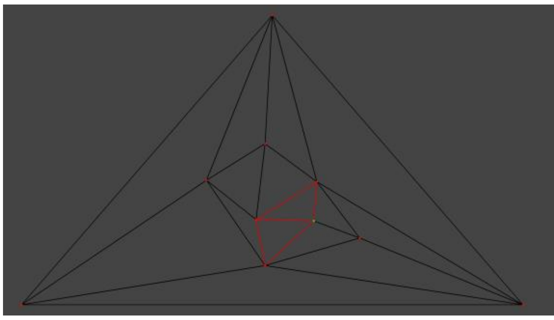
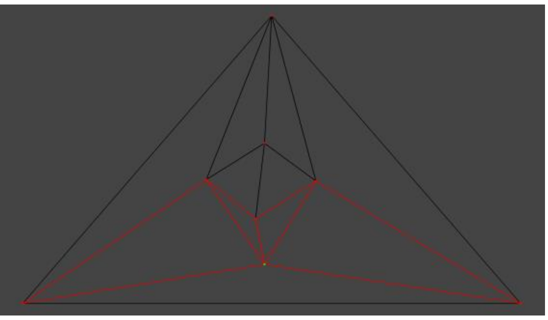
3. Υλοποιήστε το flip των τριγώνων που παραβιάζουν την συνθήκη Delaunay. Εξετάστε μόνο τα 3 τρίγωνα του τρέχοντος βήματος.

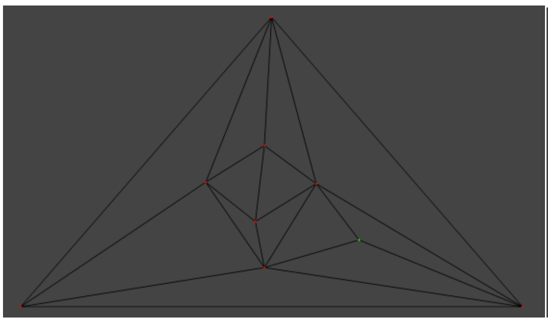
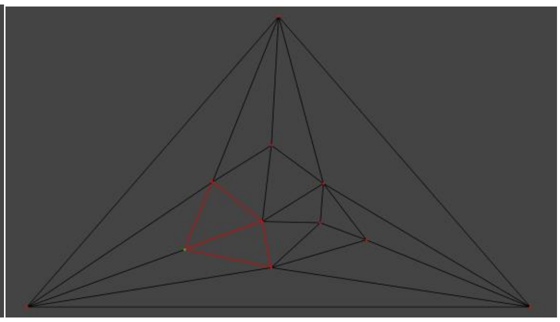
Αν βρεθεί προσκείμενο τρίγωνο, το διαγράφουμε, αφού έχουμε βρει το index του από την προηγούμενη μέθοδο, και προσθέτουμε τα δύο καινούρια τρίγωνα. Σε αυτήν την περίπτωση δεν χρειάζεται να διαγράψουμε το τρέχον τρίγωνο αφού δεν αποθηκεύεται ποτέ. Τα δύο καινούρια τρίγωνα δημιουργούνται από την ακμή που αποθηκεύσαμε παραπάνω, από την p1 και p2 αντίστοιχα και από την ακμή του τριγώνου που βρίσκεται απέναντι από την πλευρά (p1,p2).
Αν το τρίγωνο δεν έχει κανένα προσκείμενο τότε το προσθέτουμε ως έχει.

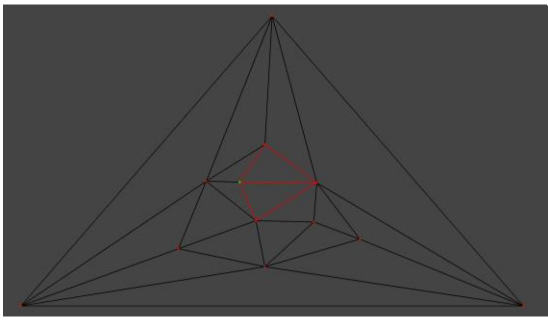
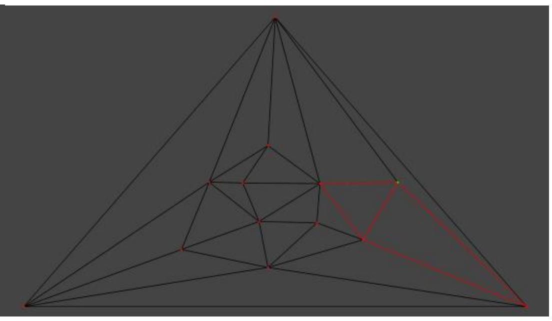
Παρακάτω παρουσιάζονται καρέ-καρέ τα καινούρια τρίγωνα που δημιουργούνται κάθε φορά που κάνουμε κλικ.

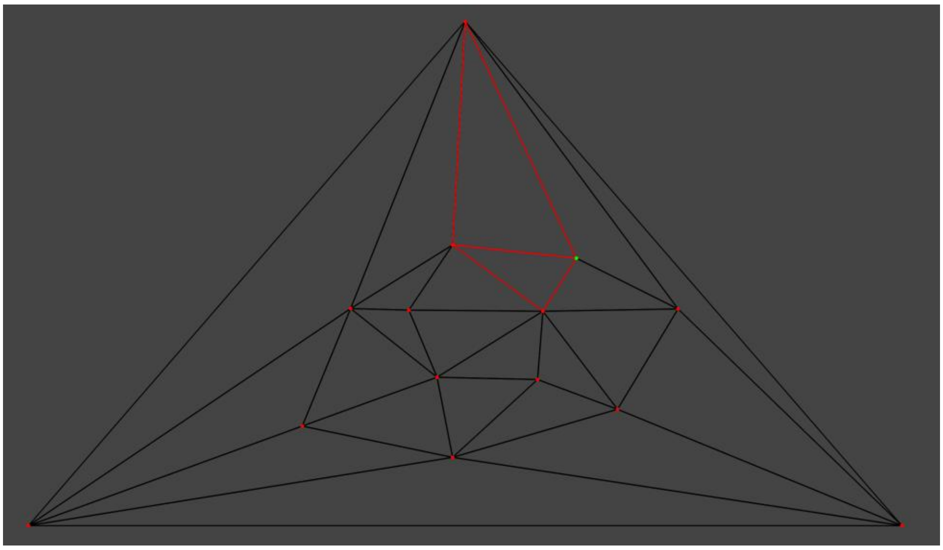
(Με κόκκινο χρώμα είναι τα καινούρια τρίγωνα που προστίθενται και με πράσινο χρώμα το τελευταίο σημείο που κάναμε κλικ)

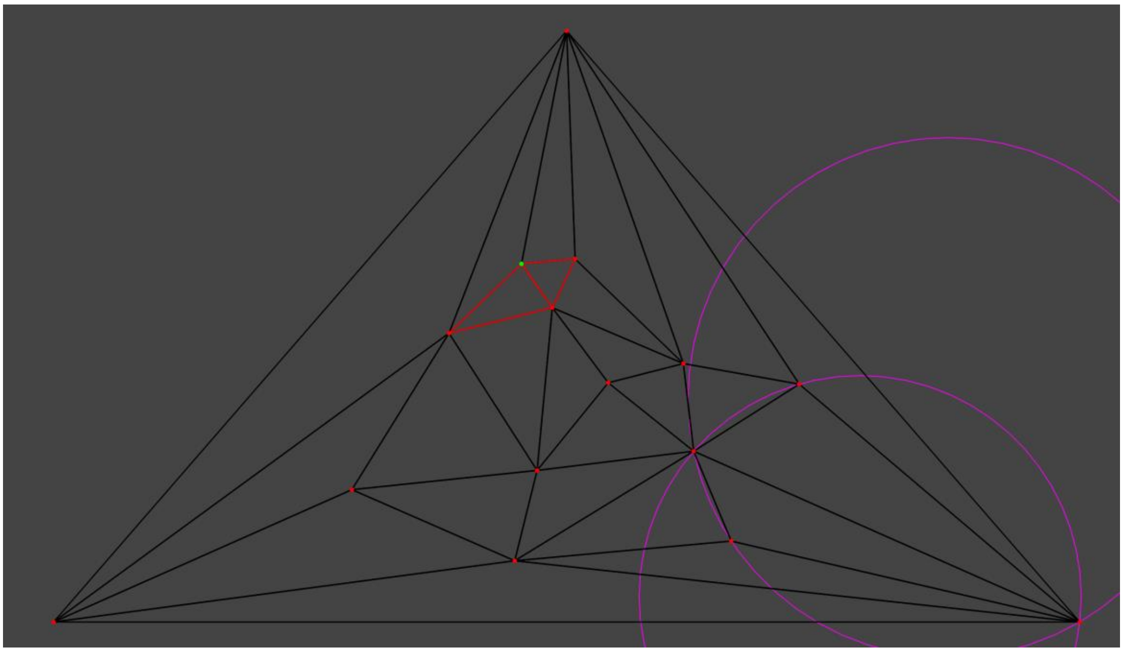



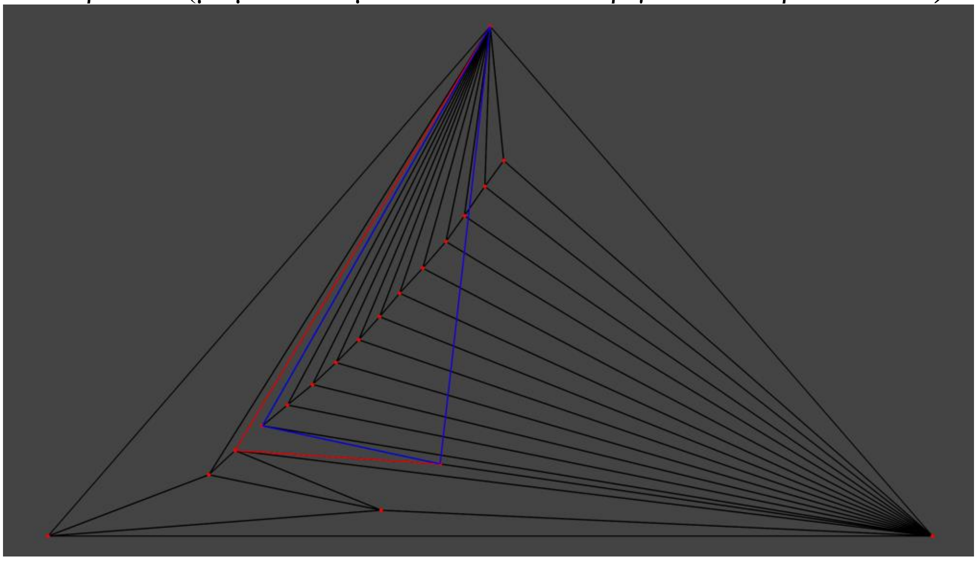





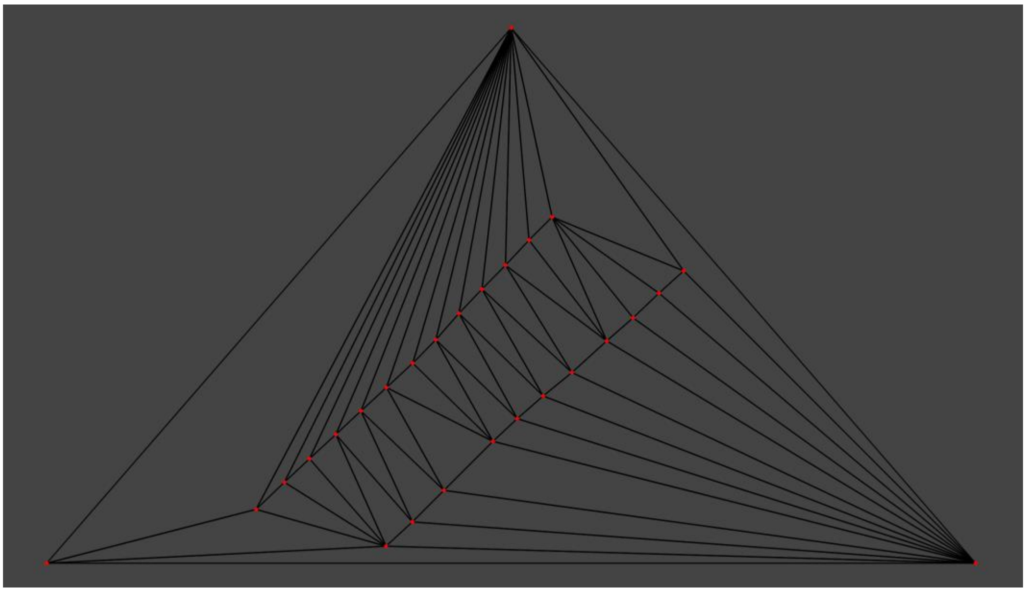
Βέβαια, αυτή η μέθοδος επηρεάζει μόνο τα γειτονικά τρίγωνα των καινούριων που δημιουργούνται και δεν εξετάζει όλα τα υπόλοιπα αναδρομικά. Γι’ αυτό όπως βλέπουμε παρακάτω υπάρχουν τρίγωνα που δεν είναι Delaunay και δεν γίνεται να υπάρξει βελτίωση.



Επιπλέον η μέθοδος που έχουμε δημιουργήσει μπορεί να βγάλει το σφάλμα που φαίνεται παρακάτω(με μπλε και με κόκκινο τα δύο τρίγωνα που προστίθενται).



Ουσιαστικά εδώ παρόλο που υπάρχει προσκείμενο τρίγωνο, το «flip» που γίνεται δεν είναι σωστό γιατί ανάμεσα από την απέναντι ακμή του προσκείμενου τριγώνου και την απέναντι του τρέχοντος παρεμβάλλονται άλλα τρίγωνα.
Άρα, προκειμένου να μην γίνεται αυτό το σφάλμα πρέπει να επιβεβαιώσουμε ότι ανάμεσα σε αυτές τις δύο ακμές δεν παρεμβάλλεται τίποτα άλλο.
Δημιουργούμε την ευθεία που διαπερνά από τα δύο αυτά σημεία και ελέγχουμε αν τέμνει το ευθύγραμμο τμήμα (p1,p2). Έχοντας και τις 2 εξισώσεις των ευθειών βρίσκουμε το σημείο τομής τους.
Τώρα για να εντοπίσουμε αν το σημείο τομής τους αντιστοιχεί και στο σημείο τομής των αντίστοιχων ευθυγράμμων τμημάτων πρέπει να ισχύει για το κάθε ένα:
Η τετμημένη του σημείου τομής να είναι μεγαλύτερη από την ελάχιστη τετμημένη των δύο σημείων και μικρότερη από την μέγιστη τετμημένη τους. Αν ισχύει αυτό τότε δημιουργούμε κανονικά το «flip» όπως επεξηγείται παραπάνω.

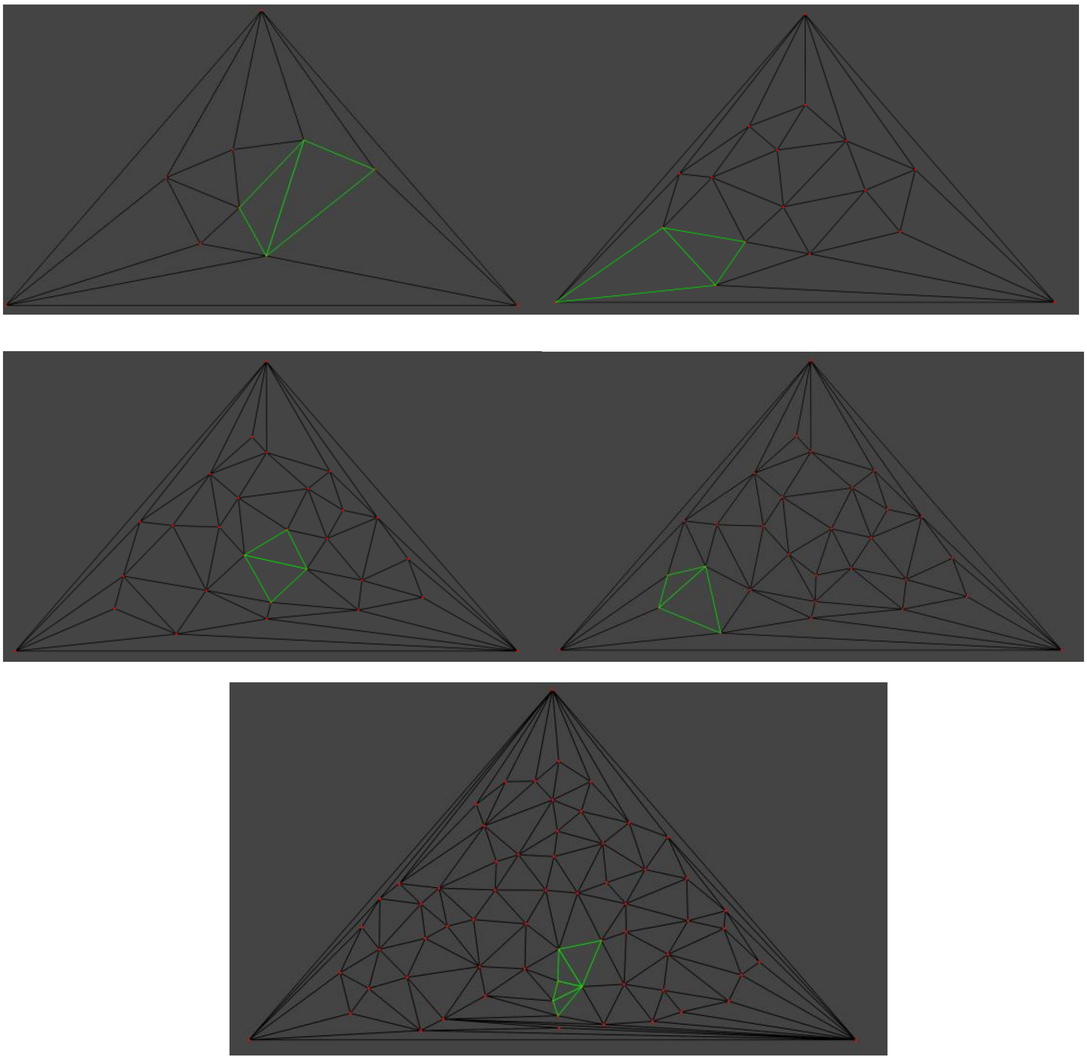


Βέβαια, μπορεί για ένα τρίγωνο καμία απέναντι ακμή από τα προσκείμενα να το «βλέπει». Σε εκείνη την περίπτωση απλά δεν κάνουμε κανένα flip, και προσθέτουμε το καινούριο τρίγωνο ως έχει.

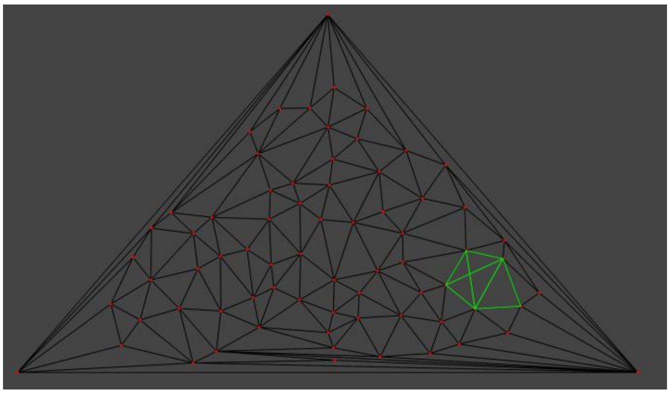
4. Διορθώστε τις Delaunay παραβιάσεις σε όλο το επίπεδο. Εξετάστε πλέον αναδρομικά όλα τα τρίγωνα που υπάρχουν στο m_triangles.

Μέσω μιας επαναληπτικής μεθόδου ελέγχουμε αρκετές φορές όλα τα τρίγωνα που είναι αποθηκευμένα. Αν βρούμε ότι ένα από αυτά δεν είναι ικανοποιεί τις συνθήκες delaunay, δηλαδή ο περιγεγραμμένος κύκλος του περιέχει έστω ένα ακόμα σημείο τότε κάνουμε τις εξής ενέργειες:
Βρίσκουμε αν αυτό το σημείο ανήκει σε ένα από τα τρία προσκείμενα τρίγωνα στο τρέχον τρίγωνο. Για να βρούμε αν ανήκει θα πρέπει οι άλλες δύο ακμές του τριγώνου, που το ένα του σημείου περιβάλλεται από τον περιγεγραμμένο κύκλο, να είναι επίσης ακμές του τρέχοντος τριγώνου. Αν συμβαίνει αυτό τότε αποθηκεύουμε το index και του προσκείμενου αλλά και του τρέχοντος.
Έπειτα κάνουμε το flip αυτών των τριγώνων, όπως εξηγείται και παραπάνω.
Τέλος, διαγράφουμε και το τρέχον τρίγωνο και το προσκείμενό του, απλά πρώτα πρέπει να ελέγξουμε ποιο είναι πιο «ψηλά» αποθηκευμένο στη λίστα έτσι ώστε να διαγράψουμε αυτό πρώτο για να μην επηρεαστεί η θέση του δεύτερου.
Στη περίπτωση που αυτό το σημείο δεν ανήκει σε προσκείμενο τρίγωνο, τότε δεν κάνουμε καμία ενέργεια και τα αφήνουμε ως έχει.

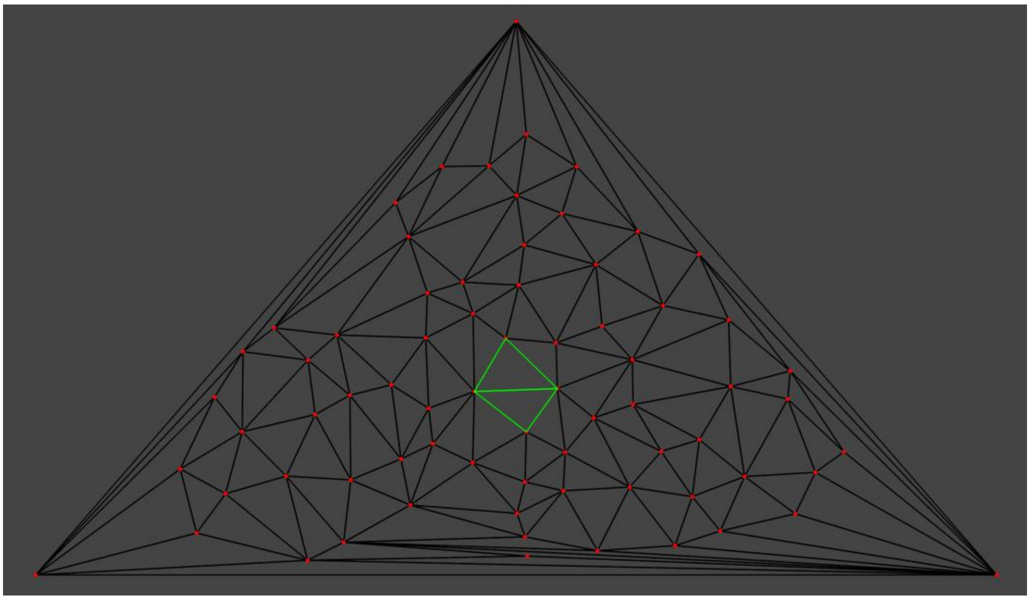
Παρακάτω παρουσιάζονται τα καινούρια τρίγωνα που δημιουργούνται, κάθε φορά που κάνουμε κλικ, ΜΟΝΟ με την αναδρομική μέθοδο που έχουμε δημιουργήσει.



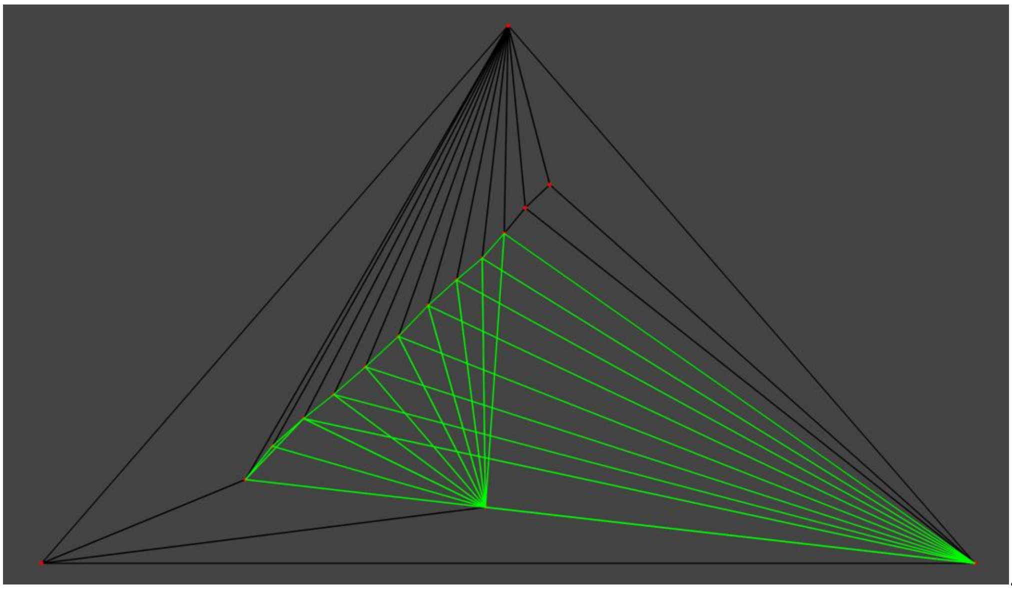
Η αναδρομική μέθοδος που έχουμε δημιουργήσει αναδιαμορφώνει αρκετές φορές τα τρίγωνα που δεν είναι Delaunay. Έτσι όπως εμφανίζονται εδώ είναι σαν το ένα να πέφτει πάνω στο άλλο. Παρόλα αυτά πρώτα δημιουργείται το ένα και το οποίο δεν ικανοποιεί την συνθήκη Delaunay και όταν ξανακαλείται πάλι η μέθοδος διαγράφεται και μπαίνει το άλλο το οποίο ικανοποιεί την συνθήκη.



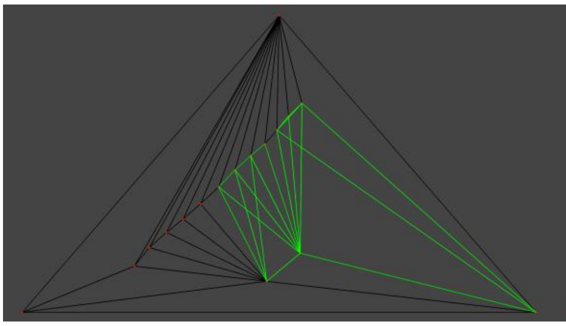
Όπως βλέπουμε όμως και στο επόμενο frame η τριγωνοποίηση είναι σωστή!

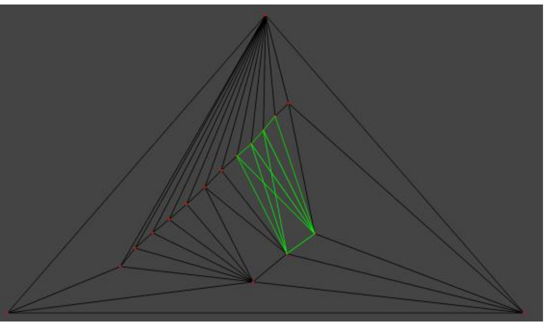


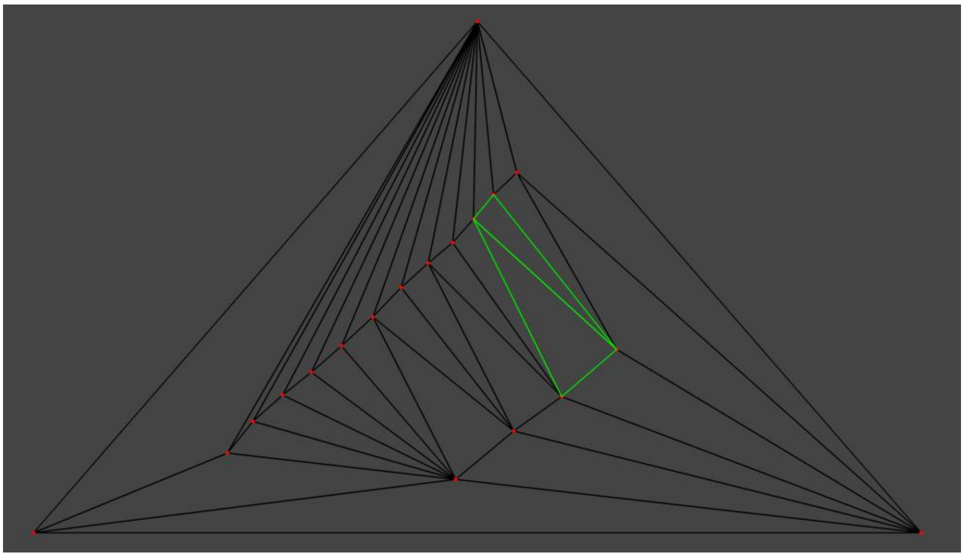
Καρέ-Καρέ μια άλλη τριγωνοποίηση με διαφορετικά σημεία. Παρατηρούμε πως σε κάθε επανάληψη ελέγχονται όλα τα τρίγωνα που δεν ικανοποιούν την συνθήκη και μπορεί να αλλάξουν ξανά μέχρι να υπάρξει το ικανοποιητικό αποτέλεσμα.

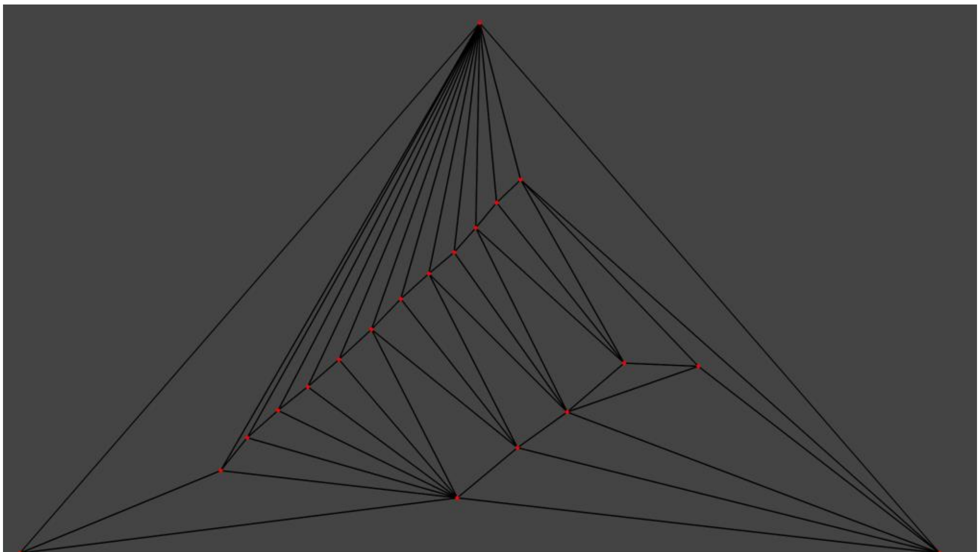


.

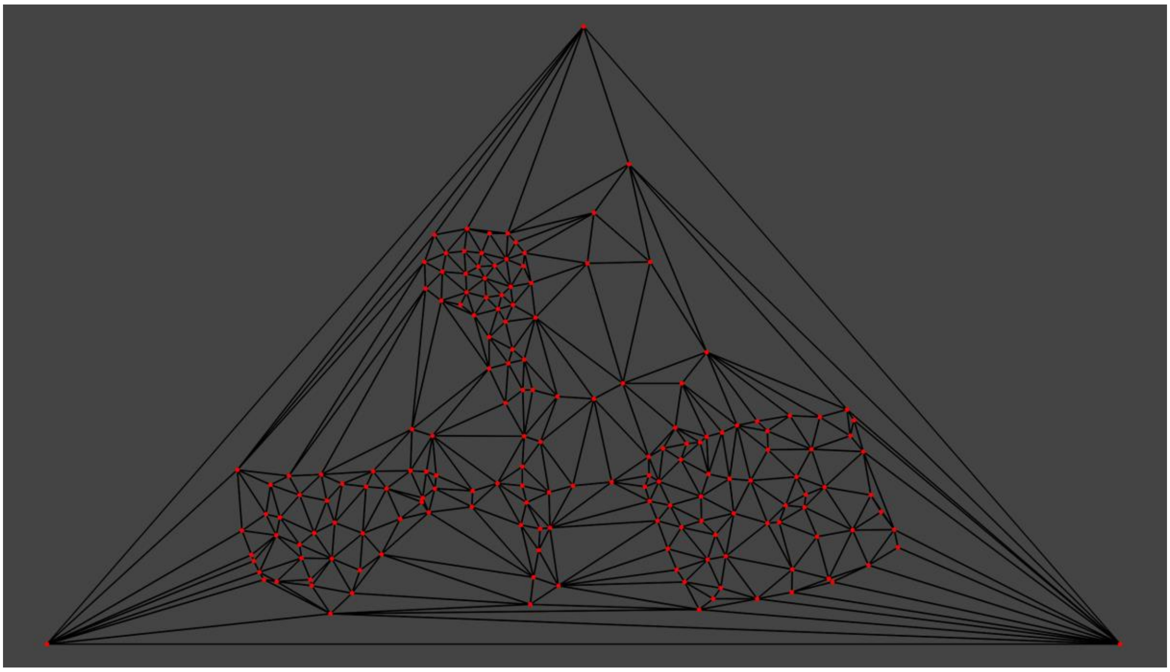


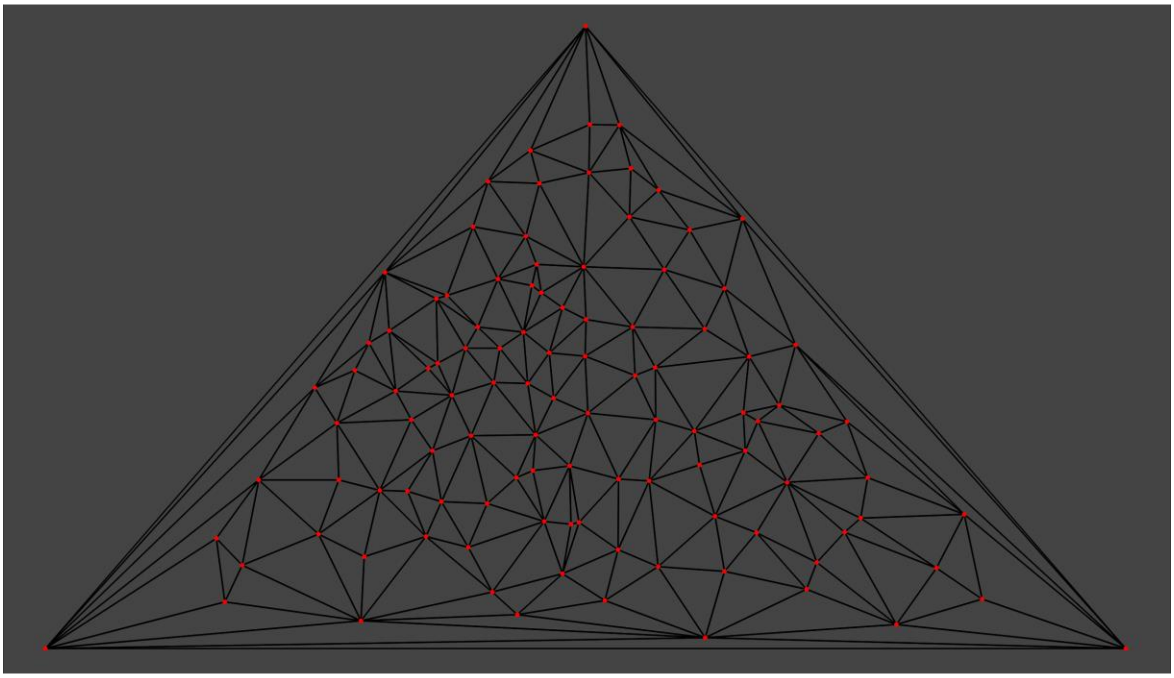


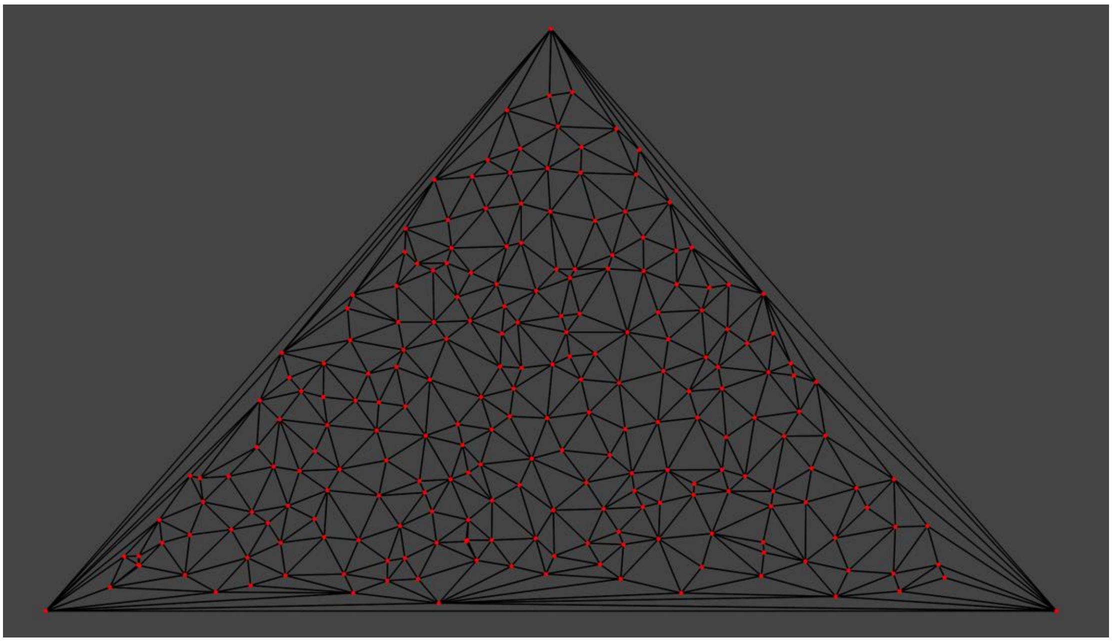


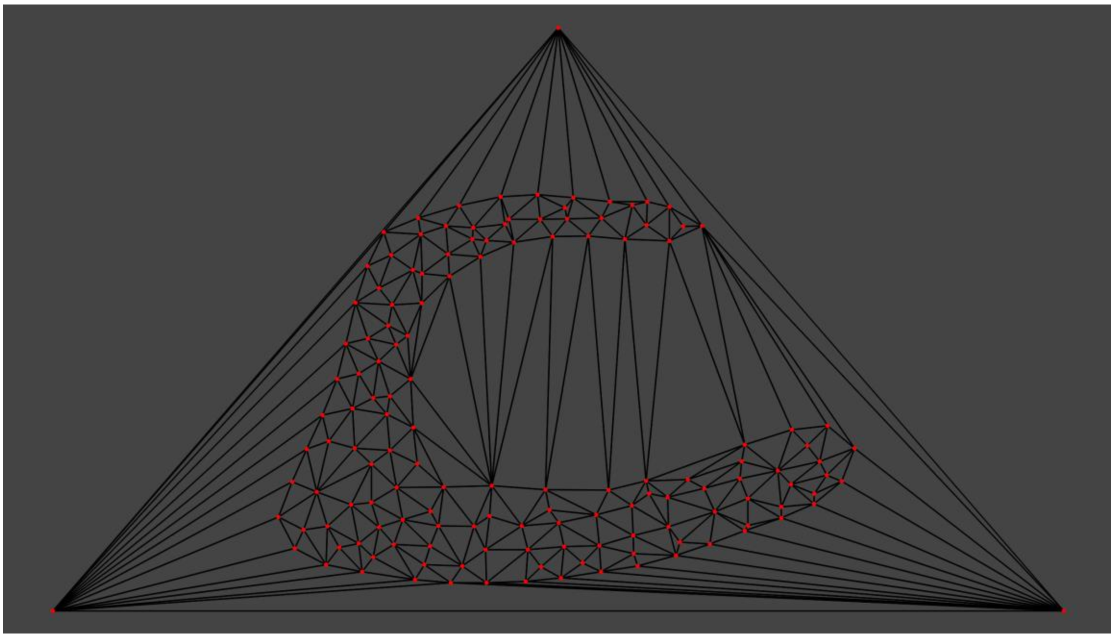


Για διάφορες άλλες τυχαίες περιπτώσεις παρακάτω:

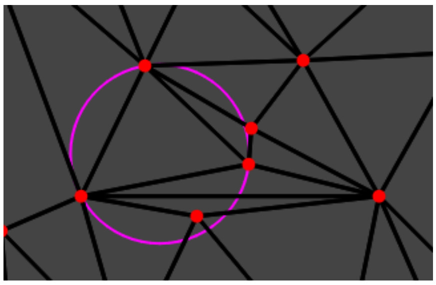




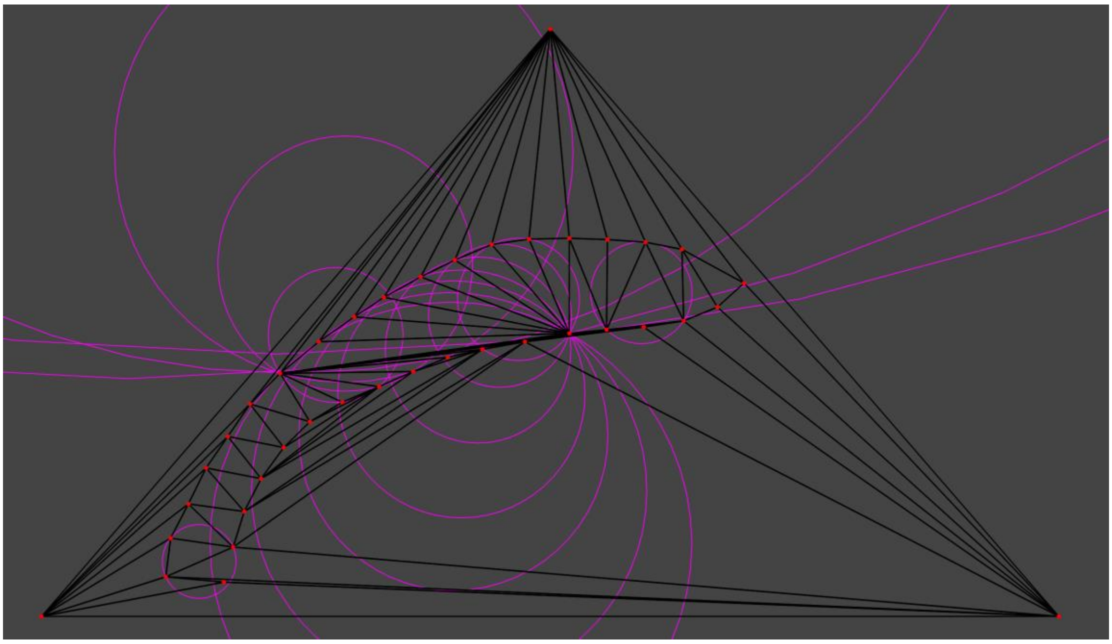




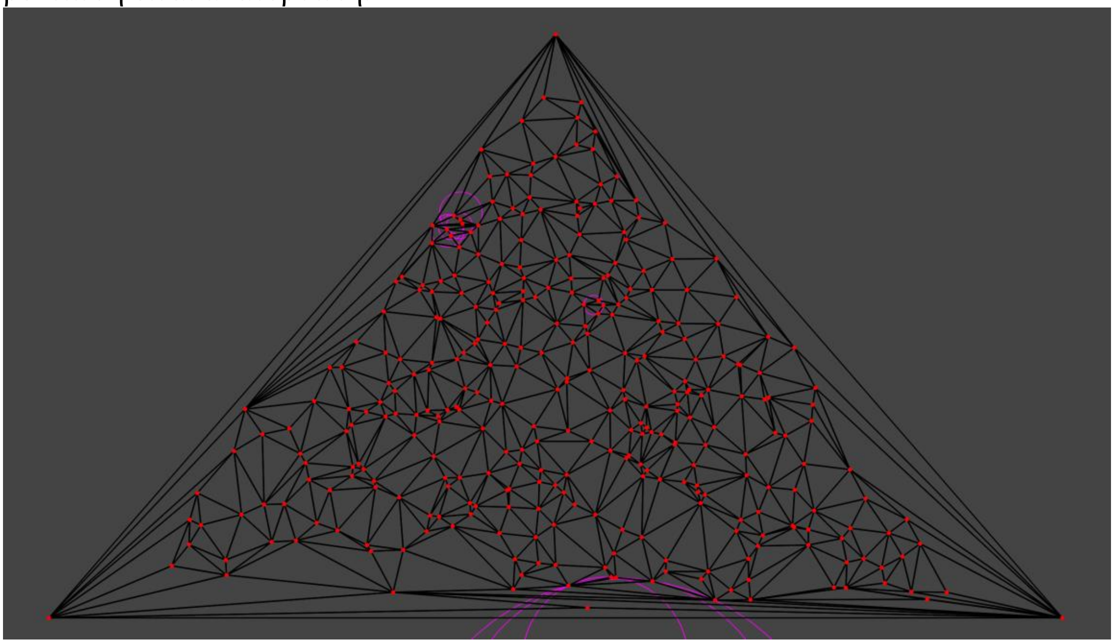
Αυτή η μέθοδος δουλεύει αρκετά καλά για την πλειοψηφία των περιπτώσεων και ιδιαίτερα σε περιπτώσεις που τα καινούρια σημεία είναι τελείως τυχαία.



Σε αυτήν την περίπτωση για παράδειγμα, το σημείο που βρίσκεται μέσα στον περιγεγραμμένο κύκλου του τρέχοντος τριγώνου δεν αποτελεί ακμή του προσκείμενου σε αυτό τρίγωνο, γι΄αυτό και δεν γίνεται καμία βελτίωση. Θα μπορούσαμε βέβαια να αναπτύξουμε την αναδρομική μέθοδο περαιτέρω και να ελέγχουμε και τα προσκείμενα τρίγωνα των προσκείμενων και ουτω καθ΄εξής.



Σε αυτήν την περίπτωση τα σημεία έρχονται με συγκεκριμένη σειρά και τυχαίνει να δημιουργούνται κύκλοι που καλύπτουν ένα πολύ μεγάλο πλήθος σημείων, όπου η βελτίωση είναι ακατόρθωτη.



Τέλος, η μέθοδος που έχουμε αναπτύξει δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα στις περισσότερες περιπτώσεις. Ακόμα και σε περιπτώσεις που το αποτέλεσμα δεν είναι ικανοποιητικό για ένα συγκεκριμένο σύνολο σημείων, θα μπορούσαμε για παράδειγμα να ανακατέψουμε τα σημεία ή και να τρέξουμε αρκετές φορές όλη την μέθοδο της τριγωνοποίησης φτάνοντας σε ένα καλό αποτέλεσμα.