



**INSTITUTO  
FEDERAL**

Santa Catarina

---

Câmpus  
São José

**Avaliação 3**  
**Processos Estocásticos (PRE029006)**

**Rhenzo Hideki Silva Kajikawa**

20 de Setembro de 2023

# 1. Comando da Avaliação

## 1.1. Atenção

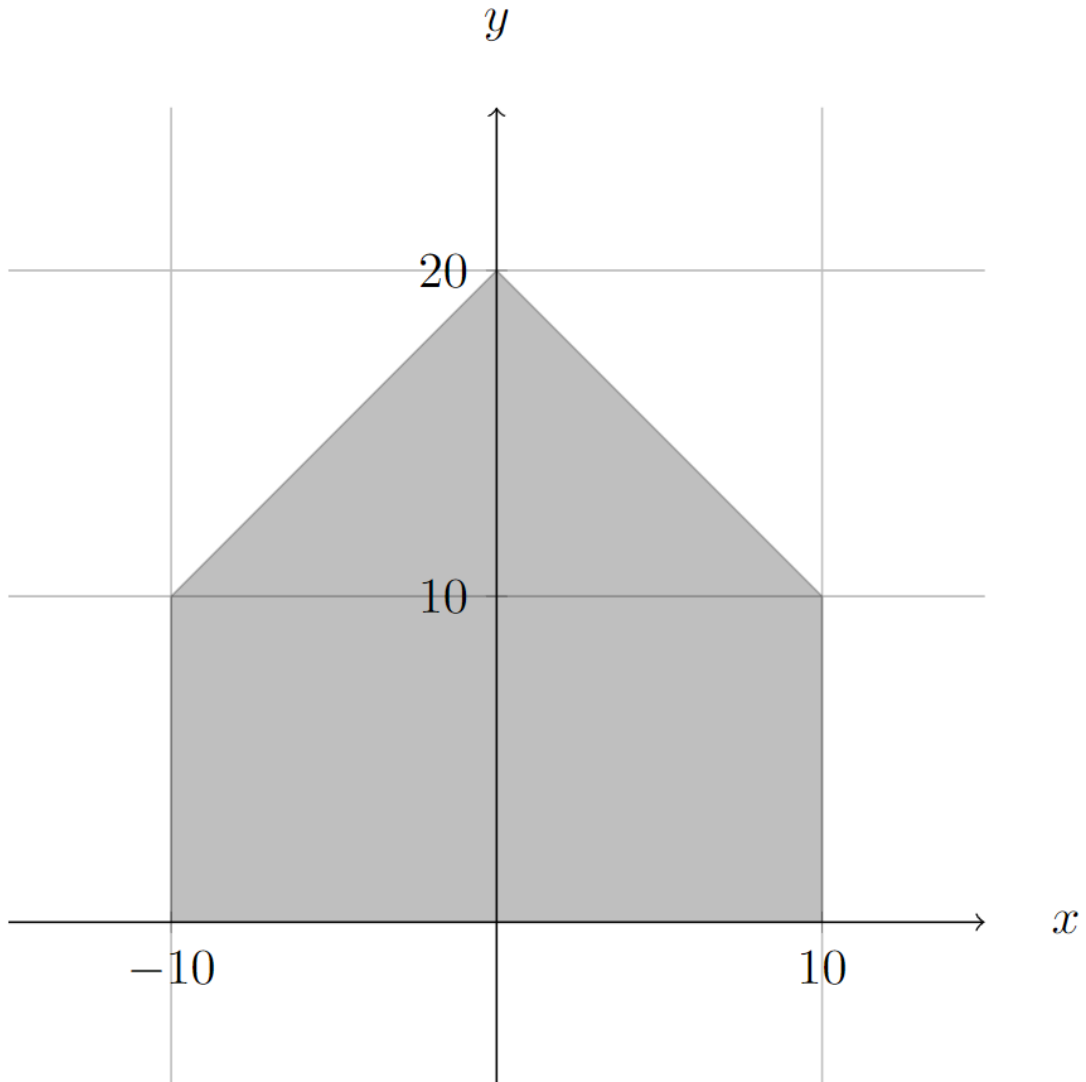
- Resolva apenas a questão sorteada
- Simule (Monte Carlo) todos os itens da questão no Octave/MATLAB

## 1.2. Instruções gerais:

- A avaliação é individual. Não é permitida a troca de nenhum tipo de informação sobre a avaliação entre os alunos.
- Calculadoras, softwares, livros e outros materiais podem e devem ser utilizados, mas todos seus passos devem ser justificados.
- É permitido o envio de manuscritos digitalizado (ex: foto) ou de documento digital.
- Deverá ser enviado um único arquivo em formato **.zip** pelo **SIGAA**, contendo um arquivo **.pdf** e um ou mais arquivos **.m**.
- Deverá ser respeitada a data de fechamento indicado no **SIGAA**. Não serão aceitos envios por email.
- Dúvidas? Entre em contato.

### 1.3. Questão Sorteada

1. Considere duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  com PDF conjunta constante (igual a  $k$ ) e diferente de zero apenas na área sombreada da figura abaixo



- (a) Determine o valor da constante  $k$ .
- (b) Determine  $\Pr[X \geq Y]$ .
- (c) Determine e esboce a PDF marginal em  $Y$ .
- (d) Determine e esboce a CDF marginal de  $Y$ .
- (e) Determine e esboce a PDF condicional de  $Y$  dado  $X = 5$ .
- (f) Determine a covariância entre  $X$  e  $Y$ .

## 2. Resolução

### 2.1. Determinando a PDF conjunta $X$ e $Y$

Temos:  $\text{align}$

$$X \sim \text{Unif}([-10, 10])$$

$$Y|X = x \sim \text{Unif}([0, x])$$

Portanto:

$$\begin{aligned} f_X(x) &= 1 \cdot [-10 \leq x \leq 10] \\ f_Y(y|X = x) &= [0 \leq y \leq 20 - |x|] \\ f_{x,y}(x, y) &= f_{X(x)} \wedge f_{Y(Y|X=x)} \end{aligned} \tag{1}$$

### 2.2. Determine o valor da constante $k$

Portanto:

$$\begin{aligned} A_{\text{total}} &= \int_{-10}^{10} \int_0^{20-|x|} 1 \, dy \, dx = \\ &= \int_{-10}^{10} (20 - |x|) \, dx = 300 \end{aligned} \tag{2}$$

Sabemos que:

$$\begin{aligned} A \cdot k &= 1 \\ 300 \cdot k &= 1 \\ k &= \frac{1}{300} \end{aligned} \tag{3}$$

### 2.3. Resolução da $\Pr[X \geq Y]$

### 2.4. Resolução da PDF marginal em $Y$

### 2.5. Resolução da CDF marginal de $Y$

### 2.6. Resolução da PDF condicional de $Y$ dado $X = 5$

### 2.7. Resolução da covariância entre $X$ e $Y$