



**INSTITUTO
FEDERAL**

Santa Catarina

Câmpus
São José

Avaliação 2

Processos Estocásticos (PRE029006)

Rhenzo Hideki Silva Kajikawa

20 de Setembro de 2023

Sumário

1. Comando da Avaliação	3
1.1. Atenção	3
1.2. Instruções gerais:	3
1.3. Questão Sorteada	3
2. Resolução	4
2.1. Resolução da PMF conjunta	4
2.2. Resolução da PMFs marginais de x e y	5
2.3. Resolução das PMFs condicionais de X dado que $Y = y$, para dois valores de $y \in S_Y$ asua escolha.	6

1. Comando da Avaliação

1.1. Atenção

- Resolva apenas a questão sorteada
- Simule (Monte Carlo) todos os itens da questão no Octave/MATLAB

1.2. Instruções gerais:

- A avaliação é individual. Não é permitida a troca de nenhum tipo de informação sobre a avaliação entre os alunos.
- Calculadoras, softwares, livros e outros materiais podem e devem ser utilizados, mas todos seus passos devem ser justificados.
- É permitido o envio de manuscritos digitalizado (ex: foto) ou de documento digital.
- Deverá ser enviado um único arquivo em formato **.zip** pelo **SIGAA**, contendo um arquivo **.pdf** e um ou mais arquivos **.m**.
- Deverá ser respeitada a data de fechamento indicado no **SIGAA**. Não serão aceitos envios por email.
- Dúvidas? Entre em contato.

1.3. Questão Sorteada

9. Sejam $U_1, U_2, U_3 \sim \text{Unif}(\{0, 1, 2\})$ variáveis aleatórias sorteadas independentemente. Sejam

$$X = U_1 + U_2 + U_3, Y = U_1(U_2 + U_3).$$

- (a) Determine a PMF conjunta de X e Y .
- (b) Determine e esboce as PMFs marginais de X e Y .
- (c) Determine e esboce as PMFs condicionais de X dado que $Y = y$, para dois valores de $y \in \mathcal{S}_Y$ a sua escolha.

2. Resolução

Temos que:

$$U_1, U_2, U_3 \sim \text{Unif}(\{0, 1, 2\})$$

$$X = U_1 + U_2 + U_3$$

$$Y = U_1(U_2 + U_3).$$

2.1. Resolução da PMF conjunta

Determinando a PMF conjunta

U_1	U_2	U_3	P_{u_1, u_2, u_3}	$X = U_1 + U_2 + U_3$	$Y = U_1(U_2 + U_3)$
0	0	0	$\frac{1}{27}$	0	0
0	0	1	$\frac{1}{27}$	1	0
0	0	2	$\frac{1}{27}$	2	0
0	1	0	$\frac{1}{27}$	1	0
0	1	1	$\frac{1}{27}$	2	0
0	1	2	$\frac{1}{27}$	3	0
0	2	0	$\frac{1}{27}$	2	0
0	2	1	$\frac{1}{27}$	3	0
0	2	2	$\frac{1}{27}$	4	0
1	0	0	$\frac{1}{27}$	1	0
1	0	1	$\frac{1}{27}$	2	1
1	0	2	$\frac{1}{27}$	3	2
1	1	0	$\frac{1}{27}$	2	1
1	1	1	$\frac{1}{27}$	3	2
1	1	2	$\frac{1}{27}$	4	3
1	2	0	$\frac{1}{27}$	3	2
1	2	1	$\frac{1}{27}$	4	3
1	2	2	$\frac{1}{27}$	5	4
2	0	0	$\frac{1}{27}$	2	0
2	0	1	$\frac{1}{27}$	3	2
2	0	2	$\frac{1}{27}$	4	4
2	1	0	$\frac{1}{27}$	3	2
2	1	1	$\frac{1}{27}$	4	4
2	1	2	$\frac{1}{27}$	5	6
2	2	0	$\frac{1}{27}$	4	4
2	2	1	$\frac{1}{27}$	5	6
2	2	2	$\frac{1}{27}$	6	8

2.2. Resolução da PMFs marginais de x e y

Determinando a tabela PMFs marginais de x e y

	$y = 0$	$y = 1$	$y = 2$	$y = 3$	$y = 4$	$y = 6$	$y = 8$	$p_x(x)$
$x = 0$	$\frac{1}{27}$	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{27}$
$x = 1$	$\frac{3}{27}$	0	0	0	0	0	0	$\frac{3}{27}$
$x = 2$	$\frac{4}{27}$	$\frac{2}{27}$	0	0	0	0	0	$\frac{6}{27}$
$x = 3$	$\frac{2}{27}$	0	$\frac{5}{27}$	0	0	0	0	$\frac{7}{27}$
$x = 4$	$\frac{1}{27}$	0	0	$\frac{2}{27}$	$\frac{3}{27}$	0	0	$\frac{6}{27}$
$x = 5$	0	0	0	0	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{27}$	0	$\frac{3}{27}$
$x = 6$	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{27}$
$p_y(y)$	$\frac{11}{27}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{5}{27}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{1}{27}$	1

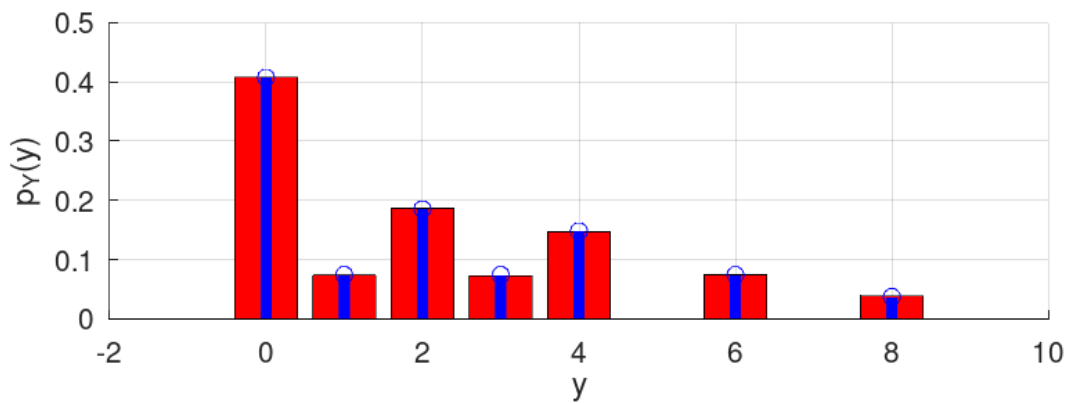
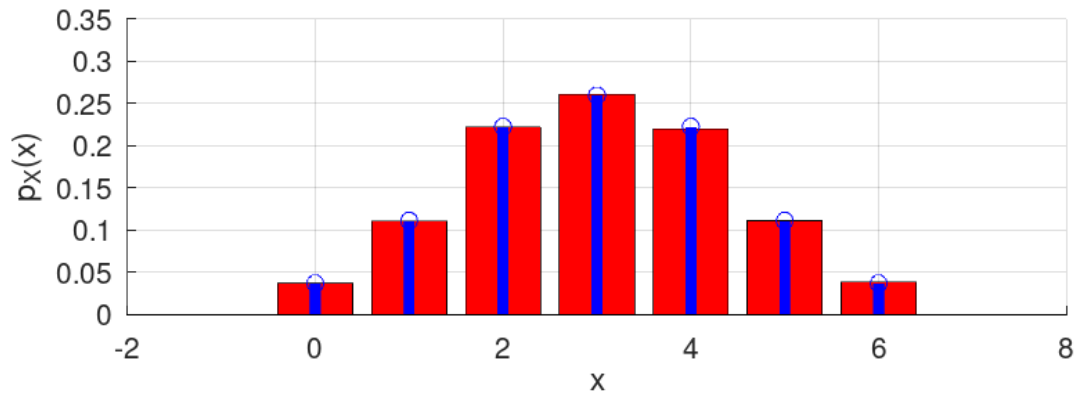


Figure 1: Gráficos das PMFs de x e y

2.3. Resolução das PMFs condicionais de X dado que Y = y, para dois valores de y ∈ SY asua escolha.

Determinando as PMFs conficionais de X dado que Y = y, para $y \in \{0, 8\}$

$p_x(x y = 0)$	$p_x(x y = 8)$
$\frac{\frac{1}{27}}{\frac{11}{27}} = \frac{1}{11}$ (1)	$\frac{\frac{0}{1}}{27} = 0$ (2)
$\frac{\frac{3}{27}}{\frac{11}{27}} = \frac{3}{11}$ (3)	$\frac{\frac{0}{1}}{27} = 0$ (4)
$\frac{\frac{4}{27}}{\frac{11}{27}} = \frac{4}{11}$ (5)	$\frac{\frac{0}{1}}{27} = 0$ (6)
$\frac{\frac{2}{17}}{\frac{11}{27}} = \frac{2}{11}$ (7)	$\frac{\frac{0}{1}}{27} = 0$ (8)
$\frac{\frac{1}{27}}{\frac{11}{27}} = \frac{1}{11}$ (9)	$\frac{\frac{0}{1}}{27} = 0$ (10)
$\frac{\frac{0}{11}}{27} = 0$ (11)	$\frac{\frac{0}{1}}{27} = 0$
$\frac{\frac{0}{11}}{27} = 0$ (12)	$\frac{\frac{\frac{1}{27}}{1}}{27} = 1$ (13)

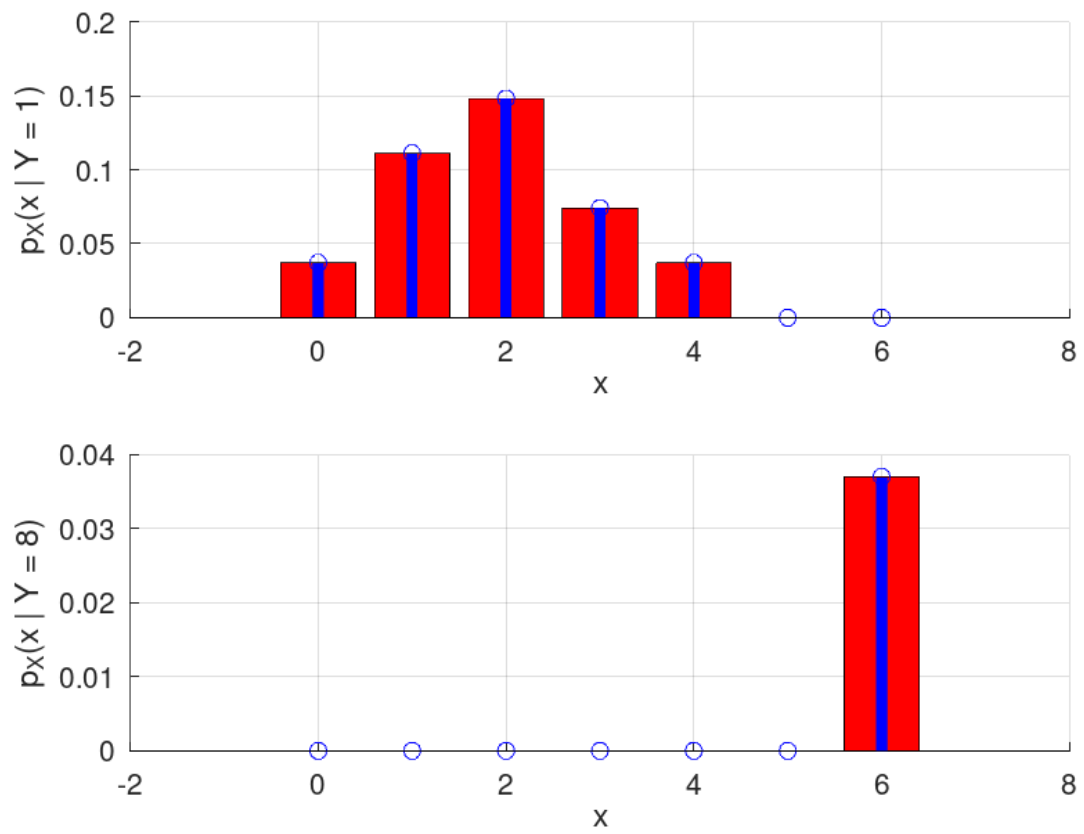


Figure 2: Gráficos das PMFs de X para $y \in \{0, 8\}$