



**INSTITUTO
FEDERAL**

Santa Catarina

Câmpus
São José

Avaliação 3

Processos Estocásticos (PRE029006)

Rhenzo Hideki Silva Kajikawa

20 de Setembro de 2023

Sumário

1. Comando da Avaliação	3
1.1. Atenção	3
1.2. Instruções gerais:	3
2. Questão sorteada	4
3. Resolução	5
3.1. (a) Determine e esboce a função média do processo estocástico.	5
3.2. (b) Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos quinze eventos entre 6 e 9s , dados que ocorreu um evento entre 10 e 13s.	5
3.3. (c) Determine a probabilidade de que o tempo decorrido entre o segundo evento e o terceiro evento seja maior que 0,1s	5
3.4. (d) Determine a matriz covariância do vetor aleatório $[X(4)X(3)]^T$	5

1. Comando da Avaliação

1.1. Atenção

- Resolva apenas a questão sorteada
- Simule (Monte Carlo) todos os itens da questão no Octave/MATLAB

1.2. Instruções gerais:

- A avaliação é individual. Não é permitida a troca de nenhum tipo de informação sobre a avaliação entre os alunos.
- Calculadoras, softwares, livros e outros materiais podem e devem ser utilizados, mas todos seus passos devem ser justificados.
- É permitido o envio de manuscritos digitalizado (ex: foto) ou de documento digital.
- Deverá ser enviado um único arquivo em formato **.zip** pelo **SIGAA**, contendo um arquivo **.pdf** e um ou mais arquivos **.m**.
- Deverá ser respeitada a data de fechamento indicado no **SIGAA**. Não serão aceitos envios por email.
- Dúvidas? Entre em contato.

2. Questão sorteada

6. Considere dois processos de Poisson, $X_1(t)$ e $X_2(t)$, independentes, de taxas $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = 2,5$ eventos/s, respectivamente. Seja $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$. As questões abaixo são todas referentes ao processo estocástico $X(t)$

- (a) Determine e esboce a função média do processo estocástico.
- (b) Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos quinze eventos entre 6 e 9s , dados que ocorreu um evento entre 10 e 13s.
- (c) Determine a probabilidade de que o tempo decorrido entre o segundo evento e o terceiro evento seja maior que 0,1s
- (d) Determine a matriz covariância do vetor aleatório $[X(4)X(3)]^T$

3. Resolução

3.1. (a) Determine e esboce a função média do processo estocástico.

$$\begin{aligned}\mu_x(t) &= \lambda t[t \geq 0], \lambda = \lambda_1 + \lambda_2 \\ \lambda_1 &= 2, \lambda_2 = 2.5 \\ \lambda &= 2 + 2.5 = 4.5 \\ \mu_x(t) &= 4.5t[t \geq 0]\end{aligned}\tag{1}$$

3.2. (b) Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos quinze eventos entre 6 e 9s, dados que ocorreu um evento entre 10 e 13s.

$$\begin{aligned}\Pr[X_{6,9} \geq 15 \mid X_{10,13} = 1] &= \Pr[X_{6,9} \geq 15], X_{6,9} \sim \text{Poisson}(4.5(9 - 6)) \\ p_{x(x)} &= e^{-\mu} \frac{\mu^x}{x!}, \Pr[X_{6,9} \geq 15] = 1 - e^{-4.5 \cdot 3} \sum_{x=0}^{15} \left(\frac{(4.5 \cdot 3)^x}{x!} \right) = 0.282207\end{aligned}\tag{2}$$

3.3. (c) Determine a probabilidade de que o tempo decorrido entre o segundo evento e o terceiro evento seja maior que 0,1s

$$\begin{aligned}\Delta 3 &= T_3 - T_2, \Delta n = e^\lambda \\ \Pr[\Delta 3 > 0.1] &= \int_{0.1}^{\infty} 4.5e^{-4.5x} dx = e^{-4.5x} \Big|_{0.1}^{\infty} = e^{-4.5 \times \infty} - e^{-4.5 \times 0.1} \\ \Pr[\Delta 3 > 0.1] &= 0 - e^{-0.45} = 0.6376\end{aligned}\tag{3}$$

3.4. (d) Determine a matriz covariância do vetor aleatório $[X(4)X(3)]^T$

$$\begin{aligned}\vec{X} &= [X(4)X(3)]^T \\ C\vec{x} &= \begin{pmatrix} \text{cov}(X(4), X(4)) & \text{cov}(X(4), X(3)) \\ \text{cov}(X(3), X(4)) & \text{cov}(X(3), X(3)) \end{pmatrix} \\ \text{cov}(t_1, t_2) &= \lambda \times \min(t_1, t_2)[t_1, t_2 \geq 0] \\ \text{cov}(x(4), x(4)) &= 4.5 \times 4 = 18 \\ \text{cov}(x(4), x(3)) &= 4.5 \times 3 = 13.5 \\ \text{cov}(x(3), x(3)) &= 4.5 \times 3 = 13.5 \\ C\vec{x} &= \begin{pmatrix} 18 & 13.5 \\ 13.5 & 13.5 \end{pmatrix}\end{aligned}\tag{4}$$