Processos Estocásticos (PRE029006)
Engenharia de Telecomunicações

Professor: Roberto Wanderley da Nóbrega

Semestre: 2023.2

Avaliação 7

Atenção:

- Resolva apenas a questão sorteada.
- Simule (Monte Carlo) todos os itens da questão no Octave/MATLAB.

Instruções gerais:

- A avaliação é individual. Não é permitida a troca de nenhum tipo de informação sobre a avaliação entre os alunos.
- Calculadoras, softwares, livros e outros materiais podem e devem ser utilizados, mas todos os seus passos devem ser justificados.
- É permitido o envio de manuscrito digitalizado (ex: foto) ou de documento digitado.
- Deverá ser enviado um único arquivo em formato `.zip` pelo SIGAA, contendo um arquivo `.pdf` e um ou mais arquivos `.m`.
- Deverá ser respeitada a data de fechamento indicada no SIGAA. Não serão aceitos envios por email.
- Dúvidas? Entre em contato.

1. Considere dois processos de Poisson, $X_1(t)$ e $X_2(t)$, independentes, de taxas $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = 2$ eventos/s, respectivamente. Seja $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$. As questões abaixo são todas referentes ao processo estocástico $X(t)$.

(a) Determine e esboce a função média do processo estocástico.

(b) Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos quatro eventos entre 10 e 12 s, dado que ocorreu exatamente um evento entre 8 e 9 s.

(c) Determine a probabilidade de que o tempo decorrido entre o quarto evento e o quinto evento seja maior que 0,5 s.

(d) Determine a matriz covariância do vetor aleatório $[X(5) \quad X(6)]^{\mathrm{T}}$.

2. Considere dois processos de Poisson, $X_1(t)$ e $X_2(t)$, independentes, de taxas $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = 1$ eventos/s, respectivamente. Seja $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$. As questões abaixo são todas referentes ao processo estocástico $X(t)$.

(a) Determine e esboce a função média do processo estocástico.

(b) Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos quatro eventos entre 8 e 9 s, dado que ocorreu exatamente um evento entre 10 e 12 s.

(c) Determine a probabilidade de que o tempo decorrido entre o quarto evento e o quinto evento seja maior que 0,5 s.

(d) Determine a matriz covariância do vetor aleatório $[X(6) \quad X(4)]^{\mathrm{T}}$.

3. Considere dois processos de Poisson, $X_1(t)$ e $X_2(t)$, independentes, de taxas $\lambda_1 = 1{,}5$ e $\lambda_2 = 1$ eventos/s, respectivamente. Seja $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$. As questões abaixo são todas referentes ao processo estocástico $X(t)$.

(a) Determine e esboce a função média do processo estocástico.

(b) Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos três eventos entre 4 e 5 s, dado que ocorreu exatamente dois eventos entre 2 e 3 s.

(c) Determine a probabilidade de que o tempo decorrido entre o quinto evento e o sexto evento seja maior que 0,5 s.

(d) Determine a matriz covariância do vetor aleatório $[X(4) \quad X(7)]^{\mathrm{T}}$.

4. Considere dois processos de Poisson, $X_1(t)$ e $X_2(t)$, independentes, de taxas $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = 1{,}5$ eventos/s, respectivamente. Seja $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$. As questões abaixo são todas referentes ao processo estocástico $X(t)$.

(a) Determine e esboce a função média do processo estocástico.

(b) Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos três eventos entre 2 e 3 s, dado que ocorreu exatamente dois eventos entre 4 e 5 s.

(c) Determine a probabilidade de que o tempo decorrido entre o quinto evento e o sexto evento seja maior que 0,5 s.

(d) Determine a matriz covariância do vetor aleatório $[X(7) \quad X(4)]^{\mathrm{T}}$.

5. Considere dois processos de Poisson, $X_1(t)$ e $X_2(t)$, independentes, de taxas $\lambda_1 = 2{,}5$ e $\lambda_2 = 2$ eventos/s, respectivamente. Seja $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$. As questões abaixo são todas referentes ao processo estocástico $X(t)$.

(a) Determine e esboce a função média do processo estocástico.

(b) Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos quinze eventos entre 10 e 13 s, dado que ocorreu exatamente um evento entre 6 e 9 s.

(c) Determine a probabilidade de que o tempo decorrido entre o segundo evento e o terceiro evento seja maior que 0,1 s.

(d) Determine a matriz covariância do vetor aleatório $[X(3) \;\; X(4)]^{\mathrm{T}}$.

6. Considere dois processos de Poisson, $X_1(t)$ e $X_2(t)$, independentes, de taxas $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = 2{,}5$ eventos/s, respectivamente. Seja $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$. As questões abaixo são todas referentes ao processo estocástico $X(t)$.

(a) Determine e esboce a função média do processo estocástico.

(b) Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos quinze eventos entre 6 e 9 s, dado que ocorreu exatamente um evento entre 10 e 13 s.

(c) Determine a probabilidade de que o tempo decorrido entre o segundo evento e o terceiro evento seja maior que 0,1 s.

(d) Determine a matriz covariância do vetor aleatório $[X(4) \quad X(3)]^{\mathrm{T}}$.

7. Considere dois processos de Poisson, $X_1(t)$ e $X_2(t)$, independentes, de taxas $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = 1{,}5$ eventos/s, respectivamente. Seja $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$. As questões abaixo são todas referentes ao processo estocástico $X(t)$.

(a) Determine e esboce a função média do processo estocástico.

(b) Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos seis eventos entre 9 e 11 s, dado que ocorreu exatamente um evento entre 2 e 5 s.

(c) Determine a probabilidade de que o tempo decorrido entre o segundo evento e o terceiro evento seja maior que 0,3 s.

(d) Determine a matriz covariância do vetor aleatório $[X(3) \quad X(4)]^{\mathrm{T}}$.

8. Considere dois processos de Poisson, $X_1(t)$ e $X_2(t)$, independentes, de taxas $\lambda_1 = 1{,}5$ e $\lambda_2 = 2$ eventos/s, respectivamente. Seja $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$. As questões abaixo são todas referentes ao processo estocástico $X(t)$.

(a) Determine e esboce a função média do processo estocástico.

(b) Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos seis eventos entre 2 e 5 s, dado que ocorreu exatamente um evento entre 9 e 11 s.

(c) Determine a probabilidade de que o tempo decorrido entre o segundo evento e o terceiro evento seja maior que 0,3 s.

(d) Determine a matriz covariância do vetor aleatório $[X(4) \quad X(3)]^{\mathrm{T}}$.

9. Considere dois processos de Poisson, $X_1(t)$ e $X_2(t)$, independentes, de taxas $\lambda_1 = 0{,}5$ e $\lambda_2 = 1{,}5$ eventos/s, respectivamente. Seja $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$. As questões abaixo são todas referentes ao processo estocástico $X(t)$.

(a) Determine e esboce a função média do processo estocástico.

(b) Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos três eventos entre 5 e 6 s, dado que ocorreu exatamente quatro eventos entre 11 e 12 s.

(c) Determine a probabilidade de que o tempo decorrido entre o sexto evento e o sétimo evento seja maior que 0,4 s.

(d) Determine a matriz covariância do vetor aleatório $[X(10) \quad X(12)]^{\mathrm{T}}$.

10. Considere dois processos de Poisson, $X_1(t)$ e $X_2(t)$, independentes, de taxas $\lambda_1 = 1{,}5$ e $\lambda_2 = 0{,}5$ eventos/s, respectivamente. Seja $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$. As questões abaixo são todas referentes ao processo estocástico $X(t)$.

(a) Determine e esboce a função média do processo estocástico.

(b) Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos três eventos entre 11 e 12 s, dado que ocorreu exatamente quatro eventos entre 5 e 6 s.

(c) Determine a probabilidade de que o tempo decorrido entre o sexto evento e o sétimo evento seja maior que 0,4 s.

(d) Determine a matriz covariância do vetor aleatório $[X(12) \;\; X(10)]^{\mathrm{T}}$.