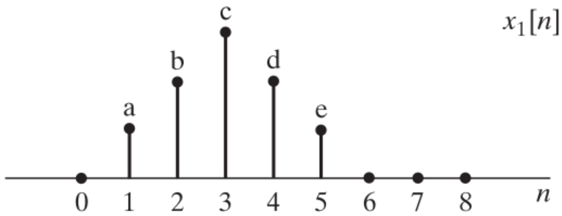
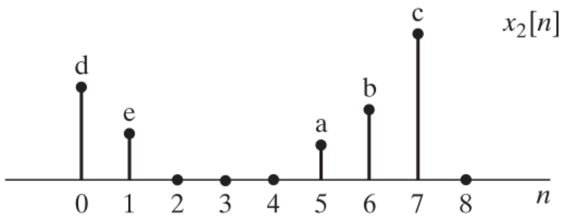
**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA
CURSO DE ENGENHARIA DE TELECOMUNICAÇÕES
PROFESSORA: ELEN MACEDO LOBATO

Aluno:______________________________________________________ Data:

# Trabalho de PSD (DFT)

1) As duas sequências de oito pontos $x_1[n]$ e $x_2[n]$ mostradas na figura a seguir têm DFT's $X_1[k]$ e $X_2[k]$, respectivamente. Determine a relação entre $X_1[k]$ e $X_2[k]$.



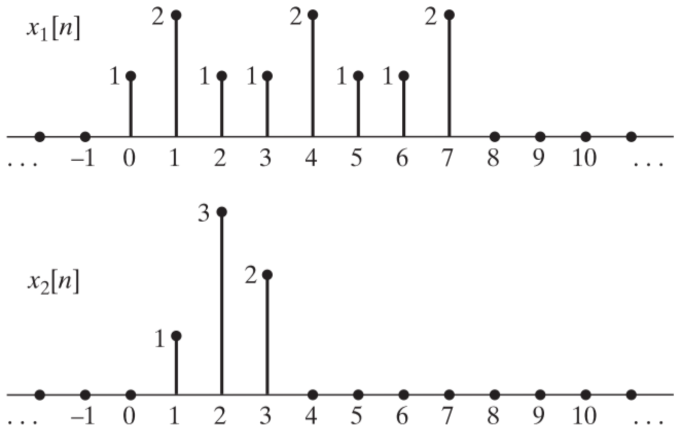

2) Suponha que temos duas sequências de quatro pontos $x[n]$ e $h[n]$, da seguinte forma:

$$x[n] = cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) \qquad n = 0,1,2,3.$$

$$h[n] = 2^n \qquad n = 0,1,2,3.$$

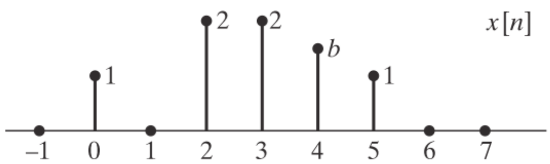
a) Calcule a DFT de quatro pontos $X[k]$.
b) Calcule a DFT de quatro pontos $H[k]$.
c) Calcule $y[n] = x[n] ④ h[n]$ (realizando a convolução circular diretamente).
d) Calcule $y[n]$ do item (c) multiplicando as DFT's de $x[n]$ e $h[n]$ e realizando uma DFT inversa.

3) Dois sinais de comprimento finito, $x_1[n]$ e $x_2[n]$, são esboçados na figura a seguir. Suponha que $x_1[n]$ e $x_2[n]$ sejam nulos fora da região mostrada na figura. Seja $x_3[n]$ a convolução circular de oito pontos de $x_1[n]$ com $x_2[n]$. Determine $x_3[2]$.

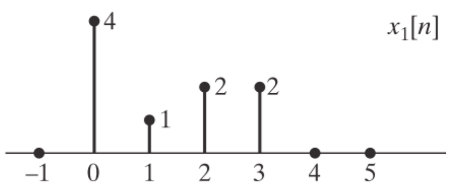



4) Na Figura a seguir é mostrada uma sequência de tempo discreto com seis pontos $x[n]$. Suponha que $x[n] = 0$ fora do intervalo mostrado. O valor de $x[4]$ não é conhecido e é representado como b. Observe que a amostra mostrada como b na figura não está necessariamente na escala. Sejam $X(e^{j\omega})$ a TFTD de $x[n]$ e $X_1[k]$ as amostras de $X(e^{j\omega})$ a cada $\pi/2$, isto é,

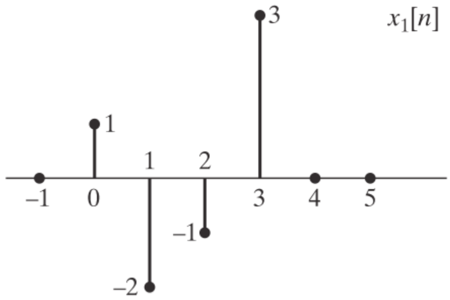
$$X_1[k] = X(e^{j\omega})\big|_{\omega=k\pi/2} \qquad 0 \le k \le 3$$

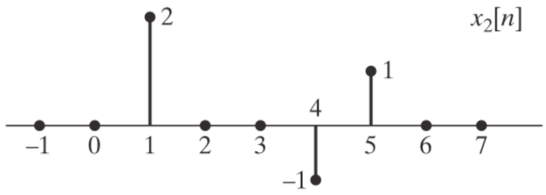



A sequência com quatro pontos $x_1[n]$ que resulta da inversa com quatro pontos de $X_1[k]$ é mostrada a seguir. Com base nessa figura, você pode determinar b de modo único? Caso afirmativo, dê esse valor de b.

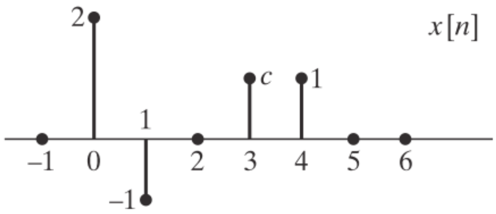



5) Na figura a seguir são mostradas duas sequências de comprimento finito $x_1[n]$ e $x_2[n]$. Qual é o menor N tal que a convolução circular de N pontos de $x_1[n]$ e $x_2[n]$ seja igual à convolução linear dessas sequências?



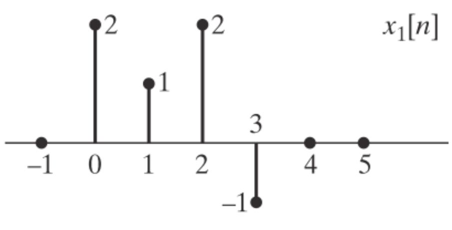

6) Na figura a seguir é mostrada uma sequência $x[n]$ para a qual o valor de $x[3]$ é uma constante desconhecida c.




O valor da amostra com amplitude c não está necessariamente representada na escala. Considere:

$$X_1[k] = X[k]e^{j\frac{2\pi 3k}{5}}$$

Sendo $X[k]$ a DFT de cinco pontos de $x[n]$. A sequência $x_1[n]$ representada na figura a seguir é a DFT inversa de $X_1[k]$. Qual o valor de c?

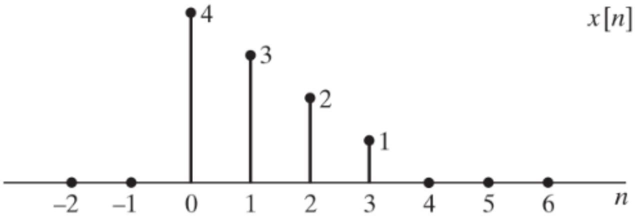



7) Suponha que tenhamos uma sequência de 1025 pontos de dados (1 a mais do que $N = 2^{10}$). Em vez de descartar o valor final, vamos preencher a sequência com zeros até que seu comprimento seja $N = 2^{11}$, de modo que possamos usar um algoritmo FFT de raiz 2.
   a) Quantas multiplicações complexas são necessárias para se computar a DFT usando um algoritmo de FFT raiz 2?

b) Quantas multiplicações complexas seriam necessárias para se computar diretamente a DFT de 1025?

Comente os resultados!!!

8) Considere a sequência de comprimento finito real x[n] mostrada na Figura a seguir




a) Esboce a sequência de comprimento finito $y[n]$ cuja DFT de seis pontos seja

$$Y[k] = W_6^{5k} X[k]$$

sendo $X[k]$ a DFT de seis pontos de $x[n]$.

b) Esboce a sequência de comprimento finito $w[n]$ cuja DFT de seis pontos seja

$$W[k] = Im\{X[k]\}$$

c) Esboce a sequência de comprimento finito $q[n]$ cuja DFT de três pontos seja

$$Q[k] = X[2k+1], \quad k = 0,1,2.$$

9) Faça todas as questões anteriores também no MATLAB.

10) Comente os códigos feitos no MATLAB dos dois métodos de convolução fornecido pela professora. Faça testes usando essas funções fornecidas e compare com os resultados das funções cconv e conv.

| Sequência de comprimento finito (comprimento $N$) | TFD de $N$ pontos (comprimento $N$) |
|---|---|
| 1. $x[n]$ | $X[k]$ |
| 2. $x_1[n], x_2[n]$ | $X_1[k], X_2[k]$ |
| 3. $ax_1[n] + bx_2[n]$ | $aX_1[k] + bX_2[k]$ |
| 4. $X[n]$ | $Nx[((-k))_N]$ |
| 5. $x[((n-m))_N]$ | $W_N^{km}X[k]$ |
| 6. $W_N^{-\ell n}x[n]$ | $X[((k-\ell))_N]$ |
| 7. $\sum_{m=0}^{N-1} x_1[m]x_2[((n-m))_N]$ | $X_1[k]X_2[k]$ |
| 8. $x_1[n]x_2[n]$ | $\frac{1}{N}\sum_{\ell=0}^{N-1} X_1[\ell]X_2[((k-\ell))_N]$ |
| 9. $x^*[n]$ | $X^*[((-k))_N]$ |
| 10. $x^*[((-n))_N]$ | $X^*[k]$ |
| 11. $\mathcal{R}e\{x[n]\}$ | $X_{\mathrm{ep}}[k] = \frac{1}{2}\{X[((k))_N] + X^*[((-k))_N]\}$ |
| 12. $j\mathcal{I}m\{x[n]\}$ | $X_{\mathrm{op}}[k] = \frac{1}{2}\{X[((k))_N] - X^*[((-k))_N]\}$ |
| 13. $x_{\mathrm{ep}}[n] = \frac{1}{2}\{x[n] + x^*[((-n))_N]\}$ | $\mathcal{R}e\{X[k]\}$ |
| 14. $x_{\mathrm{op}}[n] = \frac{1}{2}\{x[n] - x^*[((-n))_N]\}$ | $j\mathcal{I}m\{X[k]\}$ |
| As propriedades 15-17 aplicam-se apenas quando $x[n]$ é real. | |
| 15. Propriedades de simetria | $\begin{cases} X[k] = X^*[((-k))_N] \\ \mathcal{R}e\{X[k]\} = \mathcal{R}e\{X[((-k))_N]\} \\ \mathcal{I}m\{X[k]\} = -\mathcal{I}m\{X[((-k))_N]\} \\ \lvert X[k]\rvert = \lvert X[((-k))_N]\rvert \\ \angle\{X[k]\} = -\angle\{X[((-k))_N]\} \end{cases}$ |
| 16. $x_{\mathrm{ep}}[n] = \frac{1}{2}\{x[n] + x[((-n))_N]\}$ | $\mathcal{R}e\{X[k]\}$ |
| 17. $x_{\mathrm{op}}[n] = \frac{1}{2}\{x[n] - x[((-n))_N]\}$ | $j\mathcal{I}m\{X[k]\}$ |