

# 基于整数规划与演化优化混合的 护士排班问题求解算法\*

欧阳骥<sup>1</sup>, 林伟佳<sup>2</sup>, 卓晓燕<sup>2</sup>, 秦勇<sup>1</sup>, 黄翰<sup>2</sup>

(1. 东莞理工学院 计算机学院, 广东 东莞 523808; 2. 华南理工大学 软件学院, 广州 510006)

**摘要:** 护士排班问题(nurse rostering problem, NRP)是多约束条件下的 NP 难优化问题, 目前大多数算法难以在计算时间和求解质量之间达到较好的平衡。针对此难题, 提出一种基于整数规划(integer programming, IP)与演化优化(evolutionary optimization algorithm, EA)混合的一种算法机制, 分两步对护士排班问题进行求解。第一步采用 IP 算法求解简化后的 NRP, 得到一个高质量的初始解; 第二步则在初始解的基础上采用演化算法进一步优化而得到更优的结果。实验结果表明, 以中国式护士排班问题为例, 对比 IP + VNS(variable neighborhood search)和 hybrid EA 等四类主流算法, IP + EA 混合算法能求得更高质量的解。因此, 在此类 NP 难问题的求解上, IP + EA 混合算法比其他四类算法具有更明显的优势和效果。

**关键词:** 护士排班问题; 混合算法; 整数规划; 演化算法

中图分类号: TP181

文献标志码: A

文章编号: 1001-3695(2015)12-3660-05

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2015.12.031

## Solving nurse rostering problem based on hybrid integer programming and evolutionary algorithm

Ouyang Ji<sup>1</sup>, Lin Weijia<sup>2</sup>, Zhuo Xiaoyan<sup>2</sup>, Qin Yong<sup>1</sup>, Huang Han<sup>2</sup>

(1. School of Computing, Dongguan University of Technology, Dongguan Guangdong 523808, China; 2. College of Computer Science & Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** NRP is a NP-hard optimization problem with multiple constraints. Many algorithms are difficult to make a balance between computational time and solution quality to solve NRP problems. For this problem, this paper proposed a hybrid algorithm framework of integer programming and evolutionary optimization to solve NRP problems following two steps. First, it used the integer programming to solve a brief NRP to produce high-quality initial solutions. Second, it optimized the initial solutions by evolutionary algorithm in advance to achieve an improvement. The experimental results of Chinese NRP indicate that the hybrid IP + EA algorithm is able to obtain solutions of higher quality than IP + VNS, hybrid EA and other two popular algorithms. Therefore, on solving this type of NP-hard problem, the hybrid IP + EA algorithm is more efficient than the other four algorithms.

**Key words:** nurse rostering problem; hybrid algorithms; integer programming; evolutionary algorithm

## 0 引言

护士排班问题的研究可以追溯到 20 世纪 60 年代<sup>[1,2]</sup>。早期学者采用基于数学模型的计算方法得到耗费最小代价的护士排班方案, 同时针对不同的约束条件进行简单的算法变形。这种方法虽然能够通过精确性算法对规模较小的问题直接进行遍历搜索而求解, 但是却严重依赖问题的特殊性。

为了获得更加鲁棒性的求解效果, 一些启发式算法也相继应用于计算护士排班问题, 比如模拟退火算法、禁忌算法、可变邻域搜索算法以及分布估计算法等。近年来, 学者们在这些方面的研究都取得了不错的成果。Edmund 提出整数规划(integer programming, IP)与局部邻域搜索(variable neighborhood

search, VNS)的两阶段混合方法<sup>[3]</sup>。该文献最后列出了针对 12 组现实的医院数据与其他实现方法的比较测试结果。结果表明, Edmund 的方法比 ORTEC's Harmony 的混合 GA 方法<sup>[4]</sup>和基于启发式排序的混合 VNS 方法<sup>[5]</sup>更优。Bai 等人<sup>[6]</sup>提出了一种基于随机排序和模拟退火的混合式演化算法(简记 Hybrid EA), 解决了一个周期为 14 天和护士人数为 30 的排班问题<sup>[7]</sup>, 其中每天有 2 个护士班次(早班和晚班)。针对 52 组现实的医院数据 Hybrid EA 方法<sup>[6]</sup>比其他实现方法(TSHH<sup>[8]</sup>、IGA<sup>[9]</sup>、EDA<sup>[10]</sup>、SAHH<sup>[11]</sup>)的测试结果更优。沈吟东等人<sup>[12]</sup>提出了带约束的护士排班模型以及基于变换规则的优化算法, 解决了 1 周内 28 位护士的排班问题。

近两年来, 关于护士排班问题的研究理论和方法不断涌

**收稿日期:** 2014-08-08; **修回日期:** 2014-10-14 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(61370102); 广东省自然科学基金资助项目(S2012010010613); 珠江科技新星项目(2012J2200007); 东莞市高等院校科研机构科技计划项目(2011108102015, 2012108102035, 2012108102007)

**作者简介:** 欧阳骥(1964-), 男, 副教授, 硕士, 主要研究方向为人工智能与数据挖掘、无线传感器网络(ouyj@dgut.edu.cn); 林伟佳(1989-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为数据挖掘; 卓晓燕(1991-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为智能算法; 秦勇(1970-), 男, 副教授, 博士研究生, 主要研究方向为网络并行分布式处理技术与应用; 黄翰(1980-), 男, 副教授, 博士研究生, 主要研究方向为进化计算方法的理论基础、进化计算方法的优化计算及其应用。

现,研究者们主要从启发式算法出发对其进行求解。Constantino 等人<sup>[13]</sup>提出了一种决策性的启发式算法 MAPA,对比其他算法,在求解大规模护士排班问题上表现出较好的性能。Ohki 等人<sup>[14]</sup>对遗传算法进行改进,提出一种参数自由的遗传算法,在求解护士排班问题时成功避免了陷入局部最优解。Kim 等人<sup>[15,16]</sup>则在遗传算法中引入矩阵来指示所求方案对约束条件的违反程度,及时剔除质量较差的解,并验证了该改进算法比经典的遗传算法求解速度更快。Todorovic 等人<sup>[17]</sup>也提出用人工蜂群算法求解护士排班问题,并验证了其性能胜于基因算法、分散算法和可变深度算法。Guo 等人<sup>[18]</sup>采用整数规划算法与启发式算法相结合的算法,不仅最小化薪酬花费也最大化了护士选择权。此外,关于护士排班模型约束条件的完善也引起许多学者的兴趣。例如,Lin 等人<sup>[19]</sup>提出在护士排班模型中将工作疲劳度作为一个参数考虑进去,以更加合理地满足护士的实际需求。Wright 等人<sup>[20]</sup>也提出在护士排班中需综合考虑排班成本和护士需求。

随着中国医院护士排班制度逐步走向国际化,排班制度进行了一系列的改革。目前最为广泛的护士排班制度是 APN 排班制度,该制度充分地结合病人需求、医院法规制度以及护士个人意愿的特点,进一步提高护士工作效率以及服务质量。尽管如此,现代中国护士排班问题具有护士人数多、排班周期长和约束条件较多的特点,以上所提及的方法均难以解决这类问题。本文首先对中国式护士排班问题进行特点分析,并得到最基本的护士排班问题的规划模型。在这个模型的基础上提出一种基于 IP + EA 的混合算法来解决 NRP,主要的优势在于采用 IP 手段来得到一个较优的初始解(满足硬约束条件的同时,尽可能满足部分软约束条件),在此基础上利用不违反约束条件的演化算子,在有限的迭代次数内演化出更优的求解结果。

## 1 护士排班问题描述与分析

本文研究的大规模复杂护士排班问题描述如下,包括了以下几点硬约束和软约束。

硬约束条件(必须满足):HC1,每天每个班次的护士人数不能低于最小护士人数需求;HC2,每位护士的工作天数应不超过规定上限,也不应低于规定下限;HC3,对于前一天上了晚班的护士,第二天不能安排早班。

软约束条件(尽可能满足):SC1,在整个排班周期,每位护士不同班次的工作天数与平均值相差不超过 1 天;SC2,每个护士的连续工作天数是 3~7 天;SC3,每个护士晚班连续工作天数最多 5 天;SC4,护士在周末 2 天要么都工作,要么都休息;SC5,周末工作的天数不能超过 4 天;SC6,连续工作后至少能够得到 2 天的休息。其中,软约束条件 SC1~SC4 拥有较高的优先级,通常情况下需要优先满足,而软约束条件 SC5~SC6 优先级相对较低。

一个周期天数为  $T(T=30)$  的排班安排涉及到的护士总数为  $N(N=30)$ 。护士集合用  $i$  来表示,排班天数集合用  $J$  来表示,班次集合用  $K$  来表示。那么可以用  $x_{ijk}$  表示第  $i$  个护士在第  $j$  天的班次  $k$  的排班安排,其中:

$$k = \begin{cases} 1 & \text{表示 A 班} \\ 2 & \text{表示 P 班} \\ 3 & \text{表示 N 班} \end{cases} \quad (1)$$

$$x_{ijk} = \begin{cases} 0 & \text{第 } i \text{ 个护士在 } j \text{ 天的班次 } k \text{ 无排班安排} \\ 1 & \text{第 } i \text{ 个护士在 } j \text{ 天的班次 } k \text{ 有排班安排} \end{cases} \quad (2)$$

在处理硬约束条件问题上,本文用  $r_{jk}$  表示第  $j$  天班次  $k$  的最小护士需求人数,  $\text{work}_{\min}$  表示最少工作天数,  $\text{work}_{\max}$  表示最多工作天数。而对于软约束条件,  $p_1 \sim p_t$  表示相应的惩罚权重值,  $s_1 \sim s_t$  表示所得解对软约束条件的违反次数。因此护士排班问题的完整数学模型如下:

$$\min_{s,t} f = \sum_{t=1}^6 p_t s_t \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ijk} \geq r_{jk} \quad \forall j \in J, k \in K \quad (4)$$

$$\text{work}_{\min} \leq \sum_{j \in J, k \in K} x_{ijk} \leq \text{work}_{\max} \quad \forall i \in I \quad (5)$$

$$x_{ij3} + x_{i(j+1)1} \leq 1 \quad j \in \{1, \dots, 29\} \quad (6)$$

式(3)是对应问题的目标函数,  $f$  表示了解违反约束条件的程度。式(4)~(6)分别对应硬约束条件 HC1、HC2 和 HC3。

问题中总共包含了 3 个硬约束条件以及 6 个软约束条件。仔细分析这 9 个约束条件特点,容易发现其中某些约束条件相关性比较大或者类型相近,例如:

a) HC2 与 SC1:与护士的总工作量相关,容易通过控制总工作量的方法来满足约束;

b) SC4 与 SC5:与护士周末的工作安排相关,可以另外对周末的工作进行特殊的排班安排来满足;

c) SC2、SC3 与 SC6:这几个约束条件在形式上相近,都是与连续工作天数的限制或连续休息天数的限制相关,因此能够以形式相近的模型描述。

通过对以上约束条件的分析容易得出:硬约束条件 HC1~HC3 以及部分软约束条件 SC1、SC4 与 SC5 可变性比较大,所以算法策略需要尽可能先满足这部分约束条件,最大限度地缩小解空间范围,进而为下一步解的优化提供基础。算法设计应该有目的地分阶段满足约束条件,在降低问题复杂度的基础上得到最好的解。

## 2 IP + EA 混合算法设计

IP + EA 混合算法结合了 IP 和 EA 算法的各自特性,对应处理两个软约束条件集,再分工求解。

### 2.1 软约束集划分

目前将软约束条件分为 A 和 B 两个软约束条件集,如图 1 所示。IP + EA 混合算法首先应用 IP 算法的手段来求解简化后的护士排班问题(不包含软约束条件集 B),得到一个质量较优的方案,该方案满足了所有硬约束条件以及软约束条件集 A。然后采用 EA 算法在初始解的基础上进行演化优化以满足软约束条件集 B。

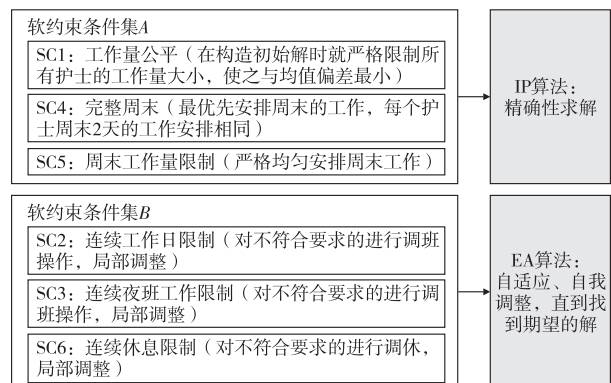


图 1 软约束集划分

根据上述对约束条件的特征分析,软约束条件的集合划分

如下所述:

软约束条件集  $A$  包括 SC1、SC4、SC5。该集合中的约束条件限制性比较强,容易在解空间中产生大范围的不可行解区域。如果采用非精确性算法来处理这部分约束条件,容易在演化迭代过程中收敛于某一局部最优解,背离了原来的排班优化目的。因此,在算法设计中,将这些约束条件放在精确性算法处理阶段进行求解,目的是摒除大量的不可行解以产生一个满足这些限制性比较强的约束条件的初始种群,进而在以后的演化操作中保证种群的质量。

软约束条件集  $B$  包括 SC2、SC3、SC6。该集合中包含的约束条件形式相近,容易用同一种评估方法来判定当前解是否违反这些约束条件。同时,由于这些约束条件的限制性较弱,在搜索过程中只需要对当前可行解进行链式移动甚至单步移动操作就能得到另外一个可行解,这有利于演化算法中种群的产生。然而,在选择、重组和变异三大操作中,需要进行良好的演化策略的设计,保证演化过程中的种群个体不违反软约束条件集  $A$ 。

通过对软约束条件集合的划分,IP + EA 算法的第一个阶段将问题的规模缩小,处理的是一个只含硬约束条件和软约束条件集  $A$  的简化后的护士排班问题。该阶段的目的是不是得到最终结果,而是充分利用精确性算法的优势来处理较为严格的约束条件,得到一个质量好的初始解。IP + EA 算法的第二个阶段虽然是处理完整的排班问题,具体而言是基于良好的初始解实现不违反约束规则的演化优化。因此,第二阶段主要进行软约束条件集  $B$  的处理工作,在不断的演化迭代过程中得到最优的排班结果。

## 2.2 混合算法流程

IP + EA 混合算法分 IP 和 EA 两个阶段,如图 2 所示。在 IP 阶段应用 IP 算法求得一个满足硬约束条件和软约束条件  $A$  的质量较优的方案,作为进化算法阶段的初始解,接下来还需考虑集合  $B$  中的约束条件。这些约束条件的限制性较弱,在搜索过程中只需要对当前可行解进行链式移动操作甚至单步移动操作就可以得到另外一个可行解。这有利于演化算法中种群的产生,于是采用演化算法进行求解。

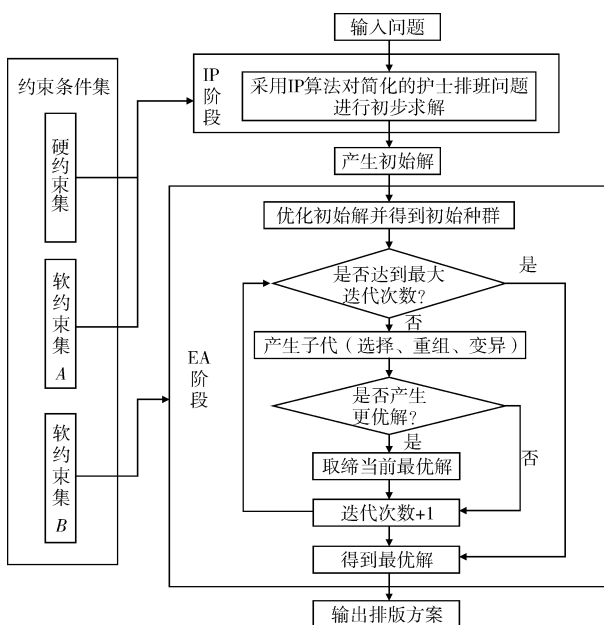


图2 IP + EA 算法流程图

IP 阶段:采用专门的线性规划工具进行编程实现,其输入是数据集、目标函数以及约束条件。IP 阶段的算法主要是分枝定界法,适用于 0-1 规划问题。

EA 阶段:该阶段采用有别于 IP 阶段的排班表的数据结构。IP 阶段的排班表是一个 3 维结构,有利于进行 0-1 规划,大大提高效率;而在 EA 阶段,采用的是 2 维矩阵结构,这是方便演化过程中针对种群个体的各种演化操作。

EA 阶段排班表数据结构定义为:排班周期为  $T$  ( $T = 30$ ) 天,共涉及到的护士总数为  $N$  ( $N = 30$ ),则一个排班表就是一个  $N$  行  $T$  列的矩阵  $X$  ( $N \times T$ )。每天划分  $a$  ( $a = 3$ ) 个班次,矩阵的元素  $x(i, j)$  表示第  $i$  个护士第  $j$  天的工作班次(1 代表早班,2 代表中班,3 代表晚班,0 表示休息)。

算法步骤如下:

- IP 阶段产生一个较好的初始解(必须满足所有硬约束,同时满足部分软约束);
- 对 IP 阶段产生的初始解进行优化,主要是将每天额外的晚班安排改为早班或中班(由于 IP 阶段无法完成这工作,故在此处优化);
- 设置演化的最高子代数,以及初始子代数(设为 0);
- 执行 EA 演化,当得到的子代更优时,取缔当前最优值,同时在此基础上继续执行演化操作;
- 若未达到最高子代数,继续步骤 d),否则结束运行;
- 在演化操作中,  $p_{\text{muta}}$  被设定为阈值,当随机概率小于阈值时,执行演化操作:

(a) 对于周末的日子,交换一个空闲护士和一个工作护士的班次(周末两天都交换,遵循完整周末原则);

(b) 对于工作日的日子,交换护士  $A$  和  $B$  某两天的班次,其中护士  $A$  在这两天的班次原本是 on-off 状态,护士  $B$  在这两天的班次原本是 off-on 状态。

演化算法是通过模拟生物进化过程来求解问题的智能优化技术,虽然有不同的选择、变异方式,但在优化过程中主要还是通过选择、重组和变异三大操作来实现对问题的求解。研究中算法在 IP 阶段已求得质量较优的初始解的基础上,通过变异产生新的解,并计算对比两个解的目标函数值,若新解的目标函数值较小,则用新解代替原来的解。依此进行迭代直到达到最大迭代次数停止。在此过程中,变异是最关键的操作,若变异算子大于随机产生的介于 0 和 1 之间的随机数,则将两个护士对应的班次进行调换。变异算子的计算如式(7)所示:

$$p_{\text{muta}} = \begin{cases} 1 - \text{rand}^{\text{delta}} & 1 - \text{rand}^{\text{delta}} > \frac{2}{\text{period}} \\ \frac{2}{\text{period}} & 1 - \text{rand}^{\text{delta}} < \frac{2}{\text{period}} \end{cases} \quad (7)$$

其中:  $p_{\text{muta}}$  是变异概率阈值;  $\text{period}$  是排班周期;  $\text{delta}$  是变异的一个参数;  $\text{gen}$  表示当前的代数;  $\text{maxgen}$  表示最大迭代次数,则  $\text{delta}$  可由式(8)进行求解。

$$\text{delta} = 1 - \sqrt{\frac{\text{gen}}{\text{maxgen}}} \quad (8)$$

## 2.3 算法关键技术点分析

为保证演化操作前初始解本来是遵循 SC4 完整周末原则和 SC1 工作量公平的原则(即满足软约束集  $A$ ),IP 阶段把完整周末原则和工作量公平原则列入为硬约束条件来产生初始解。这种把软约束条件暂时转换为硬约束条件处理的方法会抛弃大部分质量非常差的可行解,进一步提高初始种群的质量。

质量。

IP 阶段并没有处理全部软约束条件,把软约束条件集  $B$  推延到后续的 EA 阶段进行处理。EA 阶段所采用的演化过程必须在满足软约束条件  $A$  的前提下进行,其中的适应度函数主要对软约束条件集  $B$  进行评估,大大减少了适应度函数所耗费的时间,提高了执行效率。

IP 阶段结束后,对产生的结果进行局部优化。由于约束条件中有对护士工作量的最低要求,所以在满足医院的最小护士人数需求的基础上,额外为未达到最小工作量的护士随机安排工作班次。IP 阶段结束后的优化主要是将每天额外的晚班安排改为早班或中班(这是避免违反硬约束条件 HC3),因为目前 IP 阶段不能解决这个问题,故推延到 IP 阶段结束后进行处理。

演化优化操作是在遵循完整周末原则和工作量公平的原则下进行。因此这种演化策略将不会违反软约束集  $A$ 。对于周末的日子,为满足完整周末原则,两个护士该周末两天的班次同时交换。对于工作日的日子,交换的两个护士在交换后总工作量保持不变。需要注意的是,演化操作的正确性需要前提保证:初始解本来是遵循完整周末原则和总工作量公平的原则。

EA 阶段的演化优化过程中,评估函数将根据全部约束条件进行估值,包括硬约束条件。尽管出现不可行解的概率非常小,但是硬约束条件被赋予很高的权值(设为 100 000),通过这种方法来摒弃不可行解。

3 仿真实验

为了验证 IP + EA 算法的性能,本文进行了多种主流算法的比较测试实验,并给出相关实验结果的分析。以下描述的实验将对 IP + EA 混合算法、IP + VNS 算法<sup>[3]</sup>、纯 EA 方法、IP 方法和 Hybrid EA 方法<sup>[6]</sup> 总共五种方法进行测试对比。

3.1 实验设置

按照文献[3,6]的建议,实验中关键参数设定如下:IP + VNS 方法的 VNS 阶段最大迭代次数为 500 000;IP + EA 方法 EA 阶段与纯 EA 方法的演化最大子代数为 20 000(亦是迭代次数);IP 方法的最大迭代次数为 1 000 000;Hybrid EA 方法的最大迭代次数为 20 000,同时针对每组数据进行 30 次实验,取最优的实验结果。实验参数设置还有三个关键点:

- a)为保证混合了 EA 的方法能够在同等条件下进行测试对比,所有 EA 阶段的迭代次数均被设置为 20 000。
- b)VNS 阶段迭代次数是 EA 阶段迭代次数的 25 倍,这是为了保证 VNS 操作能够得到充分执行。
- c)IP 方法的迭代次数是 EA 阶段迭代次数的 50 倍,这是同样保证 IP 操作能够得到充分执行。

进行实验的台式计算机的性能参数如表 1 所示。

表 1 进行实验的计算机性能参数

操作系统	Windows XP 32 位操作系统
CPU	Intel Core2 Duo 2.93 GHz 2.94 GHz
内存	2 GB

实验采用的实现工具是:IP 阶段均采用线性规划工具 LINGO 11.0 来实现。VNS 阶段采用 C++ 语言来实现,实现工具为 VC++ 6.0;EA 阶段均采用 MATLAB 工具进行实现。

3.2 实验结果

实验主要观察的指标为:各种实现方法最后得到的目标函数值记为 ObjValue;ObjValue 也是惩罚函数值,所以越小越好。研究将针对实验结果中的 20 组问题数据进行实验分析。由于两个阶段所采用的具体数据结构稍有不同(IP 阶段为 3 维结构,EA 阶段为 2 维结构),IP 阶段执行完成输出的中间结果不能被 EA 算法直接使用,需要在使用前进行简单的结构转换。测试问题的生成严格依据文献[21]提及的中国式护士排班问题介绍。

表 2 是 IP + EA 方法与 IP + VNS 等算法经过实验对比所得的结果分析表。在同样的 IP 阶段所得到的初始解的基础上,VNS 阶段所进行迭代次数是 EA 阶段进行迭代次数的 25 倍。在 20 组问题测试数据中,IP + EA 方法在其中 19 组实验中的结果均优于 IP + VNS 方法,剩余的 1 组实验结果(编号 10)也仅仅稍微劣于 IP + VNS 方法。这充分说明 IP + EA 方法优于 IP + VNS 方法。第 10 组实验结果劣于 IP + VNS 方法的原因在于 EA 方法本身不是确定性算法,同时也采用单点演化策略,在演化过程中有可能陷入局部最优解。

表 2 IP + EA 方法与 IP + VNS 方法对比

实验 编号	实验问题所改变的参数				惩罚函数值 ObjValue				
	最少工作天数	最少人数需求(APN)	IP + EA	IP + VNS	EA	IP	Hybrid	EA	
1	22	6 6 4	157	266	352	649	930		
2	22	7 7 5	138	259	300	614	315		
3	22	7 7 4	164	199	312	652	427		
4	22	6 6 3	153	184	202	705	419		
5	22	8 8 4	160	167	254	549	441		
6	22	8 8 3	174	270	247	711	232		
7	22	7 7 3	160	251	241	678	273		
8	22	8 8 5	257	266	352	609	253		
9	21	6 6 3	100	171	197	589	258		
10	21	6 6 4	216	208	277	629	215		
11	21	7 7 3	139	184	201	568	385		
12	21	7 7 4	208	233	191	610	388		
13	21	7 7 5	162	241	294	649	285		
14	18	6 6 3	115	168	209	513	223		
15	18	7 7 4	120	139	318	556	391		
16	18	6 6 4	136	183	211	458	247		
17	17	7 7 3	129	135	242	504	267		
18	17	6 6 3	134	191	254	608	241		
19	17	6 6 4	119	200	271	601	397		
20	17	5 5 3	114	175	265	507	202		

表 2 也提供了 IP + EA 与 EA 方法对比的结果。两者方法在演化策略的操作完全一样,但是生成的初始解不同。IP + EA 方法中的初始解是由 IP 阶段根据问题的约束条件而生成的,所得到的初始解本身具有较高的质量。在 20 组测试实验中,IP 阶段产生初始解所耗费的时间最多为 3 min。EA 方法的初始解是通过人为设定,但是其初始化策略比较简单,随机化的因素比较多,所以在通常情况下初始解本身质量不佳。在 20 组问题测试数据中,IP + EA 方法在其中 19 组实验中的结果均优于 EA 方法,剩余的 1 组实验结果也仅仅稍微劣于 EA 方法。其中第 12 组测试结果劣于 EA 方法的原因在于 EA 本身带有较大的不确定性,演化的结果会受到初始解的影响,即使在初始解较优的情况下执行演化,也有可能得到较差的结果。

如表 2 所示,是 IP + EA 与 IP 方法对比的结果。由结果可

知,IP 方法所得到的结果目标函数值是 IP + EA 方法结果目标函数值的 3 ~ 5 倍,纯 IP 算法所得到的结果远远差于 IP + EA 方法。IP + EA 方法中 IP 阶段是低精确性的,在优先满足硬约束条件的前提下,仅仅满足了部分软约束条件。而后由 EA 来优化此低精确性的解,进而在有限的迭代次数内得到较优解。在 IP 方法中,尽管所设定的迭代次数更大(最大迭代次数为 1 000 000),但是由于本身的精确性需要更多的时间耗费,所以在有限的迭代次数内无法得到比较好的结果。在这种情况下,如果需要稍微提高 IP 方法的结果质量,其时间耗费难以想象,这也再次充分说明 IP 方法不擅长应付大规模的约束问题。这表明 IP + EA 方法远远优于 IP 方法。

表 2 也显示了 IP + EA 方法与 Hybrid EA 方法对比的结果。由结果可知,Hybrid EA 方法的效果较差,针对 20 组问题数据得到可行解均劣于 IP + EA。IP + EA 方法依然表现优良的性能,在有限迭代次数内得到良好的结果。Hybrid EA 方法中,针对每组问题数据均进行三次实验,取最优的一次实验结果作为实验结果对比。

结果分析表明,在 NRP 规模较大的情况下(此问题是求解 30 个护士在 30 天内的排班安排),在优良的初始解的基础上,通过针对具体问题而设计的不违反约束的 EA 算法通常能够在可接受的执行时间内得到非常好的结果解。而 IP 算法也能够满足部分约束的前提下,给出较为优质的解,为下一步 EA 优化奠定基础。经过优化后的 IP + EA 算法充分结合了 IP 算法的精确性以及 EA 算法快速演化的特点,在 20 组数据测试中 IP + EA 算法的表现均优于其余四种方法。

#### 4 结束语

护士排班问题是一类复杂的 NP 问题,本文中的 NRP 是建立在中国大部分护士医院实际排班问题的基础之上,但具有更多的约束条件限制以及更大的问题规模。因此,此类复杂 NRP 较难用现有常用排班算法进行求解。通过对约束条件集的划分,本文提出了基于 IP + EA 混合式算法设计,分两个阶段来求解问题,每一个阶段主要解决 1 个约束条件集。通过这种分步求解问题的方法能有效降低问题的复杂性以及缩小问题的规模,直接实现了算法执行效率的提高以及所得解的质量的优化。IP + EA 方法的求解效率相对于其他目前的主流方法在本问题上具有非常大的优势,同时具有很好的现实意义,宜用于推广到大部分国内医院中进行 NRP 的求解。

**致谢** 香港城市大学管理科学系 Andrew Lim 教授对本文研究提出了重要的指导意见。在此,全体作者表示衷心的感谢。

#### 参考文献:

- [1] Wolfe H, Young J P. Staffing the nursing unit: part I. Controlled variable staffing[J]. *Nursing Research*, 1965, 14(3): 236-242.
- [2] Wolfe H, Young J P. Staffing the nursing unit: part II. The multiple assignment technique[J]. *Nursing Research*, 1965, 14(4): 299-303.
- [3] Burke E K, Li Jingpeng, Qu Rong. A hybrid model of integer programming and variable neighbourhood search for highly-constrained nurse rostering problems[J]. *European Journal of Operational Research*, 2010, 203(2): 484-493.
- [4] Post G, Veltman B. Harmonious personnel scheduling[C]//Proc of the 5th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling. 2004: 557-559.
- [5] Burke E K, Curtois T, Post G, et al. A hybrid heuristic ordering and variable neighbourhood search for the nurse rostering problem[J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 188(2): 330-341.
- [6] Bai Ruibin, Burke E K, Kendall G, et al. A hybrid evolutionary approach to the nurse rostering problem[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2010, 14(4): 580-590.
- [7] Dowsland K A. Nurse scheduling with tabu search and strategic oscillation[J]. *European Journal of Operational Research*, 1998, 106(2): 393-407.
- [8] Burke E K, Kendall G, Soubeiga E. A tabu-search hyperheuristic for timetabling and rostering[J]. *Journal of Heuristics*, 2003, 9(6): 451-470.
- [9] Aickelin U, Dowsland K A. An indirect genetic algorithm for a nurse-scheduling problem[J]. *Computers & Operations Research*, 2004, 31(5): 761-778.
- [10] Aickelin U, Burke E K, Li J. An estimation of distribution algorithm with intelligent local search for rule-based nurse rostering[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2007, 58(12): 1574-1585.
- [11] Bai Ruibin, Blazewicz J, Burke E K, et al. A simulated annealing hyper-heuristic methodology for flexible decision support[J]. *A Quarterly Journal of Operations Research*, 2012, 10(1): 43-66.
- [12] 沈吟东, 苏光辉. 带约束的护士排班模型和基于变换规则的优化算法[J]. *计算机工程与科学*, 2010, 32(7): 99-103.
- [13] Constantino A A, Landa-Silva D, De Melo E L, et al. A heuristic algorithm based on multi-assignment procedures for nurse scheduling[J]. *Annals of Operations Research*, 2013, 218(1): 1-19.
- [14] Ohki M, Kishida S. A parameter free algorithm of cooperative genetic algorithm for nurse scheduling problem[C]//Proc of International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics. [S. l.]: IEEE Press, 2013: 1201-1206.
- [15] Kim S J, Ko Y W, Uhm S, et al. A strategy to improve performance of genetic algorithm for nurse scheduling problem[J]. *International Journal of Software Engineering and Its Applications*, 2014, 8(1): 53-62.
- [16] Kim S J, Ko Y W, Uhm S, et al. An efficient method for nurse scheduling problem using the genetic algorithm[C]//Proc of the 5th International Conference on Advanced Science and Technology. 2013: 82-85.
- [17] Todorovic N, Petrovic S. Bee colony optimization algorithm for nurse rostering[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2013, 43(2): 467-473.
- [18] Guo Hainan, Tang Jiafu, Qu Gang. Historical data-driven nurse flexible scheduling problem[C]//Proc of the 25th Chinese Control and Decision Conference. [S. l.]: IEEE Press, 2013: 1275-1280.
- [19] Lin Rungchuan, Sir M Y, Sisikoglu E, et al. Optimal nurse scheduling based on quantitative models of work-related fatigue[J]. *IIE Trans on Healthcare Systems Engineering*, 2013, 3(1): 23-38.
- [20] Wright P D, Mahar S. Centralized nurse scheduling to simultaneously improve schedule cost and nurse satisfaction[J]. *Omega*, 2013, 41(6): 1042-1052.
- [21] Sheer B, Wong F K Y. The development of advanced nursing practice globally[J]. *Journal of Nursing Scholarship*, 2008, 40(3): 204-211.