STK473 – Simulasi Statistika

Pembangkitan Bilangan Acak Normal

Dr. Ir. Erfiani, M.SI

Prodi Statistika dan Sains Data

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Institut Pertanian Bogor

IPB University — Bogor Indonesia —

Peubah Acak Normal

Pembangkitan Peubah Acak Normal

1. Dalil Limit Pusat
2. Metode Box-Muller
3. Metode Polar Marsaglia

Peubah Acak Normal

Pembangkitan Peubah Acak Normal

Dalil Limit Pusat

$U_1, U_2, \ldots, U_n \sim$ Uniform(0,1) → $X = \sum_{i=1}^{n} U_i \sim$ Normal (μ, σ^2)

$E(U_i) = 1/2$

$Var(U_i) = 1/12$

?? → $X = \sum_{i=1}^{12} U_i - 6 \sim$ Normal (0, 1)

??

$X = \sum_{i=1}^{??} U_i - ?? \sim$ Normal (μ, σ^2)

Peubah Acak Normal

Pembangkitan Peubah Acak Normal

Dalil Limit Pusat

Untuk sembarang peubah acak X_i yang saling bebas dan identik, $Y = \Sigma_{i=1}^{n} X_i$ akan menyebar normal untuk n cukup besar

$$X = \sum_{i=1}^{n} U_i \sim \text{Normal } (\mu, \sigma^2)$$

$U_i \sim \text{Uniform}(0,1)$

Peubah Acak Normal

Pembangkitan Peubah Acak Normal

Metode Box-Muller

Untuk dua peubah acak U(0,1) yang saling bebas, U_1 dan U_2,

$N_1 = (-2 \log_e U_1)^{1/2} \cos(2\pi U_2)$

$N_2 = (-2 \log_e U_1)^{1/2} \sin(2\pi U_2)$

$N_1 \sim N(0,1)$ dan $N_2 \sim N(0,1)$

Peubah Acak Normal

Pembangkitan Peubah Acak Normal

Metode Box-Muller

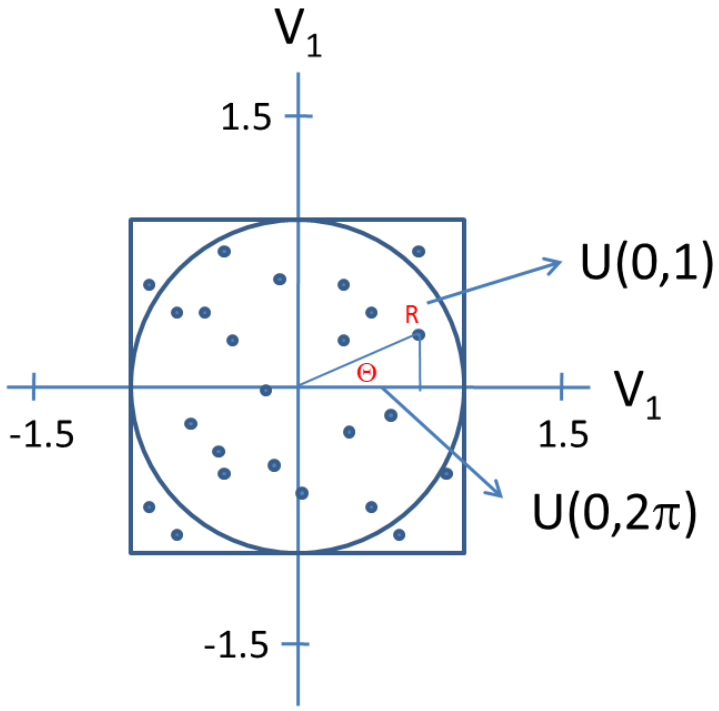
- Fungsi sebelumnya bisa dituliskan menjadi:
  - $N_1 = R \cos \Theta$
  - $N_2 = R \sin \Theta$
- dengan
  - $R = (-2 \log_e U_1)^{1/2}$ ~ Eksponensial (1/2)
  - $\Theta = 2\pi U_2$ ~ U(0,2π)

- (N1, N2) ↔ (R, Θ)
- Koordinat Cartesius ↔ koordinat polar

Peubah Acak Normal

Pembangkitan Peubah Acak Normal

Metode Polar-Marsaglia

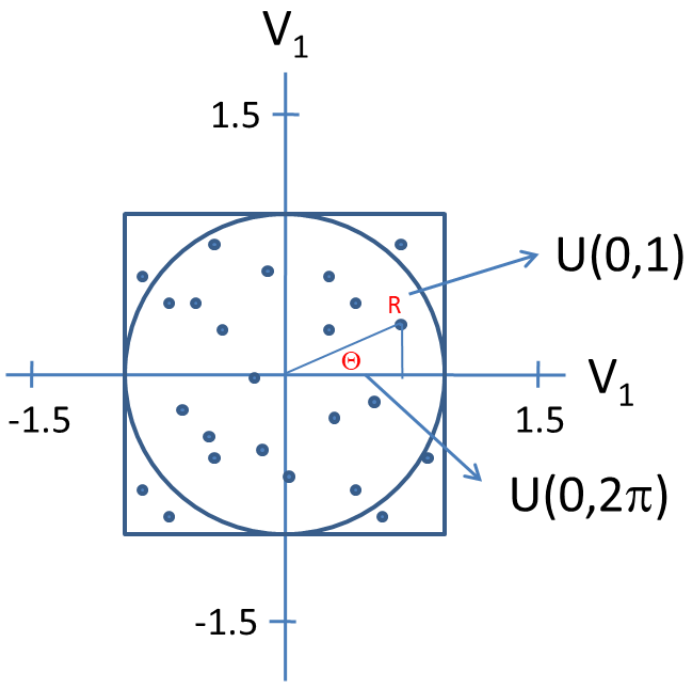


- Bila U ~ U(0,1)
  - 2U ~ U(0,2)
  - V = (2U – 1) ~ U(-1,1)
- V_1, V_2 ~ U(-1,1)
  - $R^2 = V_1^2 + V_2^2$
  - $\tan \Theta = V_2/V_1$

Peubah Acak Normal

Pembangkitan Peubah Acak Normal

Metode Polar-Marsaglia



- Dari metode Box-Muller
  - $N_1 = (-2 \log_e U_1)^{1/2} \cos(2\pi U_2)$
  - $N_2 = (-2 \log_e U_1)^{1/2} \sin(2\pi U_2)$

R

$\sin \Theta = V_2/R$

$\cos \Theta = V_1/R$

$V_1(V_1^2+V_2^2)^{-1/2}$

$V_2(V_1^2+V_2^2)^{-1/2}$

Peubah Acak Normal

Pembangkitan Peubah Acak Normal

Metode Polar-Marsaglia

- $N_1 = (-2 \log_e U_1)^{1/2} \cos (2\pi U_2)$
- $N_2 = (-2 \log_e U_1)^{1/2} \sin (2\pi U_2)$

- $N_1 = (-2 \log_e R^2)^{1/2} V_1 (V_1^2+V_2^2)^{-1/2}$
- $N_2 = (-2 \log_e R^2)^{1/2} V_2 (V_1^2+V_2^2)^{-1/2}$

- $N_1 = (-2 \log_e (V_1^2+V_2^2))^{1/2} V_1 (V_1^2+V_2^2)^{-1/2}$
- $N_2 = (-2 \log_e (V_1^2+V_2^2))^{1/2} V_2 (V_1^2+V_2^2)^{-1/2}$

- $N_1 = V_1\{(-2 \log_e W)/W\}^{1/2}$
- $N_2 = V_2\{(-2 \log_e W)/W\}^{1/2}$

- dengan $W = V_1^2+V_2^2$

Dr. Ir. Erfiani, M.Si

See you next week