



METODE SIMULASI DAN RESAMPLING

Pika Silvianti

PENDAHULUAN



RENCANA PERKULIAHAN

REFERENSI:

1. Morgan, B. J. T. 1984. Elements of Simulation. Chapman and Hall.
2. Vasisht, S. & Broe, M. 2011. The Foundations of Statistics: A Simulation-based Approach. Springer Berlin Heidelberg
3. Voss, J. 2014. An Introduction to Statistical Computing: A Simulation-based Approach. Wiley series in computational statistics
4. Ross, S. R. 2012. Simulation 5th ed. Academic Press

1	Pengertian simulasi dan simulasi Statistika 1: Bab 1	5
2-3	Pembangkitan Bilangan acak tunggal 1: Bab 3 dan 4	15
4	Simulasi peubah acak 1: Bab 5	10
5-6	Simulasi Statistik 1: Bab 6 4: Bab 8	10
7	Pembangkitan Bilangan Acak Ganda 4: Bab 6.2	10

SIMULASI

Simulasi adalah suatu kegiatan yang dapat disesuaikan dengan objek atau rencana kegiatan yang ditentukan.

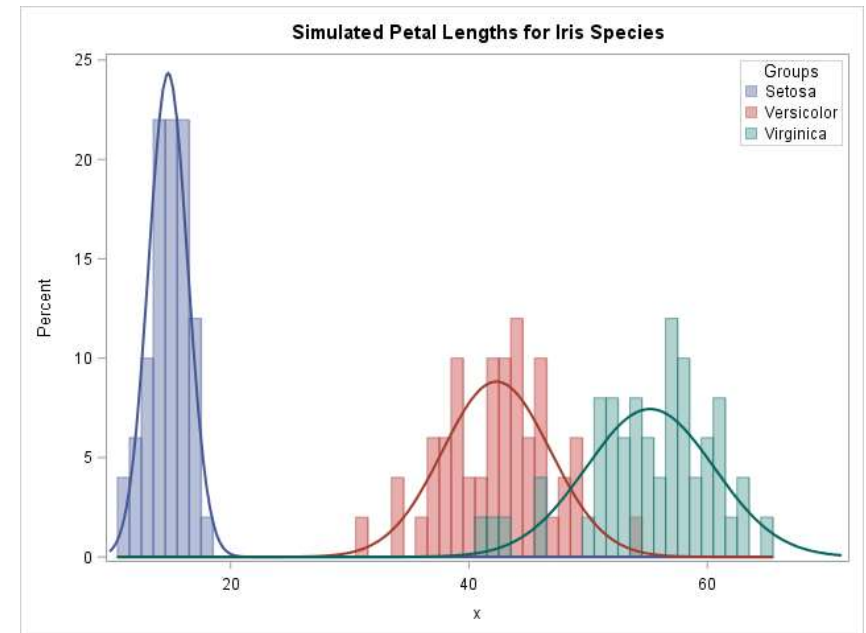


SIMULASI



SIMULASI STATISTIKA

Simulasi adalah cara untuk memodelkan peristiwa acak, sehingga hasil yang disimulasikan sangat mirip dengan hasil di dunia nyata.



TAHAPAN SIMULASI STATISTIKA

Langkah 1: Nyatakan masalahnya atau jelaskan eksperimennya.

Langkah 2: Nyatakan asumsinya

Langkah 3: Tetapkan angka untuk mewakili hasil.

Langkah 4: Simulasikan banyak pengulangan.

Langkah 5: Nyatakan Kesimpulan



- Simulasi kepadatan penumpang krl jabodetabek
- Simulasi minat wisatawan yang menyaksikan lomba f1 boat race di danau toba
- Simulasi penambahan rute biskita dramaga – kota
- Simulasi jadwal penerbangan pada bandara baru
- Simulasi lama setiap warna pada lampu lalu lintas
- Simulasi pembangkitan data berdasarkan sebaran tertentu
- Simulasi pendugaan data hilang pada time series
- Simulasi pembuktian teori

ILUSTRASI SIMULASI 1

Melempar sebuah koin sebanyak 10 kali.
Berapakah peluang munculnya 3 kepala atau ekor berturut-turut atau lebih?



TAHAPAN SIMULASI STATISTIKA: MELEMPAR KOIN 10X

Langkah 1: Nyatakan masalahnya atau jelaskan eksperimennya.

Melempar sebuah koin sebanyak 10 kali. Berapa peluang terjadinya paling sedikit 3 gambar berturut-turut atau 3 ekor berturut-turut?

Langkah 2: Nyatakan asumsinya

Ada dua:

- Kemungkinan terjadinya kepala atau ekor sama besarnya pada setiap pelemparan.
- Pelemparan tidak bergantung satu sama lain (yaitu, apa yang terjadi pada satu pelemparan tidak akan mempengaruhi pelemparan berikutnya).

Langkah 3: Tetapkan angka untuk mewakili hasil.

Dalam tabel bilangan acak, seperti Tabel Bilangan Acak, angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9 muncul dengan frekuensi relatif jangka panjang yang sama ($1/10$).

Kita juga tahu bahwa angka-angka yang berurutan dalam tabel adalah bebas.

Oleh karena itu, angka genap dan angka ganjil muncul dengan frekuensi relatif jangka panjang yang sama, 50%.

Berikut adalah salah satu penetapan angka untuk pelemparan koin:

- Satu digit menyimulasikan satu kali pelemparan koin.
- Angka ganjil melambangkan kepala; angka genap melambangkan ekor.

Digit yang berurutan dalam tabel mensimulasikan lemparan independen.

Langkah 4: Simulasikan banyak pengulangan.

Melihat 10 digit berurutan dalam Tabel Angka Acak mensimulasikan satu pengulangan.
Bacalah banyak kelompok yang terdiri dari 10 digit dari tabel untuk menyimulasikan banyak pengulangan.
Pastikan untuk mencatat apakah kejadian yang kita inginkan (lari 3 kepala atau 3 ekor) terjadi pada setiap pengulangan.
Berikut adalah tiga pengulangan pertama, dimulai dari baris 31 pada Tabel Angka Acak.

Gambar 3 atau lebih kepala atau ekor telah digarisbawahi.

Angka	4	1	6	9	2	4	0	5	8	1		9	3	0	5	0	4	8	7	3	4		3	4	6	5	2	4	1	5	7	7
Heads/Tails	T	H	T	H	T	T	T	H	T	H		H	H	T	H	T	T	T	H	H	T		H	T	T	H	T	H	H	H	H	H

Jalankan(Run) 3 x

22repetisi tambahan dilakukan dengan total 25 repetisi;
23 di antaranya memang memiliki 3 kepala atau ekor atau lebih.

Langkah 5: Nyatakan Kesimpulan

- Kita menduga peluang *run* berdasarkan proporsi.
- Tentu saja, 25 pengulangan tidak cukup untuk yakin bahwa dugaan kita akurat.
- Sekarang setelah kita memahami cara melakukan simulasi, kita dapat memerintahkan komputer untuk melakukan ribuan pengulangan.
- Simulasi panjang (atau analisis matematis) menemukan bahwa probabilitas sebenarnya adalah sekitar 0,826.

SYNTAX R

Tentukan digit untuk Heads/Tails: 0 = Tails dan 1 = Heads

Syntax 1

```
> sample(0:1,15,rep=T)
[1] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 1 1 0
```

Syntax 2

```
> FlipCoin = function(n) sample(0:1,n,rep=T)
> e1=FlipCoin(30)
> e1
[1] 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1
```

```
sum(e1==0)
sum(e1==0)/30
sum(e1==1)
sum(e1==1)/30
```

```
hist(e1,breaks=c(-0.5,0.5,1.5), prob=T)
```

LATIHAN

- Lakukan percobaan melempar koin dengan R, isi table berikut
- Buat histogram pada pelemparan 100x, beri komentar anda

	Lempar koin 100 x	Lempar koin 500x
Frekuensi Relatif Heads		
Frekuensi Relatif Tails		

ILUSTRASI SIMULASI 2

Sepasang suami istri berencana untuk memiliki anak sampai mereka mempunyai anak perempuan atau sampai mereka mempunyai empat anak, mana saja yang lebih dulu. Seberapa besar kemungkinan mereka akan mempunyai anak perempuan di antara anak-anak mereka?



ILUSTRASI SMILULASI

- Kita akan menunjukkan cara menggunakan angka acak untuk menduga kemungkinan mereka akan mempunyai anak perempuan.
- Modelnya sama seperti melempar koin. Kita asumsikan bahwa setiap anak mempunyai peluang 0,5 untuk menjadi perempuan dan 0,5 untuk menjadi laki-laki, dan jenis kelamin anak-anak yang berurutan adalah independen.
- Menetapkan digit juga mudah. Satu digit mensimulasikan jenis kelamin satu anak:
 - 0, 1, 2, 3, 4 = Perempuan (G)
 - 5, 6, 7, 8, 9 = laki-laki (B)

- 7854 54 92 0 1 0 53 2 91 4 1 82 1 0 971
- BBBG BG BG G G G BG G BG G G BG G G BBG
- + + + ++ + + + + + + + ++ +
- 90 4 72 4 4 682 3 93 0 4 1 981 9557
- BG G BG G G BBG G BG G G G BBG BBBB
- + + + + + + + + + + + + -

7854 54 92 0 1 0 53 2 91 4 1 82 1 0 971

BBBG BG BG G G G BG G BG G G BG G G BBG

+ + + ++ + + + + + + + ++ +

90 4 72 4 4 682 3 93 0 4 1 981 9557

BG G BG G G BBG G BG G G G BBG BBBB

+ + + + + + + + + + + + -

Dalam 28 kali pengulangan ini, seorang anak perempuan dilahirkan sebanyak 27 kali. Oleh karena itu, dugaan kita mengenai kemungkinan bahwa strategi ini akan menghasilkan anak perempuan adalah $= 27/28 = 0,964$

Beberapa hitungan matematika menunjukkan bahwa jika model peluang kita benar, kemungkinan sebenarnya untuk memiliki anak perempuan adalah 0,938. Jawaban simulasi kita masuk akal.

Kecuali pasangan tersebut kurang beruntung, mereka akan berhasil mempunyai anak perempuan.

TABEL BILANGAN ACAK

Random Number Table

| | |
|--------|---|
| Row 20 | 39634 62349 74088 65564 16379 19713 39153 69459 17986 24537 |
| | 14595 35050 40469 27478 44526 67331 93365 54526 22356 93208 |
| | 30734 71571 83722 79712 25775 65178 07763 82928 31131 30196 |
| | 64628 89126 91254 24090 25752 03091 39411 73146 06089 15630 |
| | 42831 95113 43511 42082 15140 34733 68076 18292 69486 80468 |
| Row 25 | 80583 70361 41047 26792 78466 03395 17635 09697 82447 31405 |
| | 00209 90404 99457 72570 42194 49043 24330 14939 09865 45906 |
| | 05409 20830 01911 60767 55248 79253 12317 84120 77772 50103 |
| | 95836 22530 91785 80210 34361 52228 33869 94332 83868 61672 |
| | 65358 70469 87149 89509 72176 18103 55169 79954 72002 20582 |
| Row 30 | 72249 04037 36192 40221 14918 53437 60571 40995 55006 10694 |
| | 41692 40581 93050 48734 34652 41577 04631 49184 39295 81776 |
| | 61885 50796 96822 82002 07973 52925 75467 86013 98072 91942 |
| | 48917 48129 48624 48248 91465 54898 61220 18721 67387 66575 |
| | 88378 84299 12193 03785 49314 39761 99132 28775 45276 91816 |
| Row 35 | 77800 25734 09801 92087 02955 12872 89848 48579 06028 13827 |
| | 24028 03405 01178 06316 81916 40170 53665 87202 88638 47121 |
| | 86558 84750 43994 01760 96205 27937 45416 71964 52261 30781 |
| | 78545 49201 05329 14182 10971 90472 44682 39304 19819 55799 |
| | 14969 64623 82780 35686 30941 14622 04126 25498 95452 63937 |
| Row 40 | 58697 31973 06303 94202 62287 56164 79157 98375 24558 99241 |
| | 38449 46438 91579 01907 72146 05764 22400 94490 49833 09258 |
| | 62134 87244 73348 80114 78490 64735 31010 66975 28652 36166 |
| | 72749 13347 65030 26128 49067 27904 49953 74674 94617 13317 |

ROLLING DICE

Rolling dice

The probability of getting a number between 1 to 6 on a roll of a die is $1/6 = 0.1666667$. As above we can use **R** to simulate an experiment of rolling a die a number of times and compare our results with the theoretical probability. We can use the following command to tell **R** to roll a die 20 times:

```
> sample(1:6,20,rep=T)
[1] 3 3 4 1 1 2 2 5 1 2 4 4 3 2 1 5 2 6 5 2
```

As before we can write a function to roll a die n times:

```
> RollDie = function(n) sample(1:6,n,rep=T)
> d1=RollDie(50)
> d1
[1] 3 4 5 5 6 5 1 6 3 3 1 3 5 4 4 3 2 1 5 2 1 1 2 2 3 1 6 2 6 1 5 1 4 1 4 4 4 6
[39] 2 1 5 5 2 6 1 3 6 3 1 6
```

Now we can use the **sum** command to compare the results from this experiment to the theoretical probabilities. For example in the above experiment the number of 3's and its relative frequency is:

```
> sum(d1==3)
[1] 8
> sum(d1==3)/50
[1] 0.16
```

The number 3 occurs 8 times and its relative frequency is 0.16 which is quite close to $1/6$. **Note that you may get different answers.** We can plot a **relative** histogram using the command:

```
> hist(d1,breaks=c(0.5,1.5,2.5,3.5,4.5,5.5,6.5), prob=T)
```

LATIHAN 2

Questions

1. Use **R** to simulate an experiment of rolling a die 200 times. Print the relative histogram and write your name on it.
2. Find the relative frequency of the numbers 1 to 6 in your experiment and fill in the table on the next page.
3. Repeat 2 for rolling a die 1000 times (do not print histogram).

To Hand in

Fill in the next sheet with answers to above questions and hand it in along with one histograms each for “coin toss” and “rolling a die” with your name on it.

Rolling Dice

| | 200 rolls | 1000 rolls |
|-------------------------|-----------|------------|
| Relative Frequency of 1 | | |
| Relative Frequency of 2 | | |
| Relative Frequency of 3 | | |
| Relative Frequency of 4 | | |
| Relative Frequency of 5 | | |
| Relative Frequency of 6 | | |

TERIMA KASIH

