

STK473 – Simulasi Statistika

Simulasi Sifat Sebaran Percontohan Statistik



Dr. Ir. Erfiani, M.Si

Prodi Statistika dan Sains Data

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Institut Pertanian Bogor



IPB University
— Bogor Indonesia —

Sebaran Percontohan

Misalkan sampel diambil dari populasi normal

- Sebaran dari rata-rata
 - Jika σ^2 diketahui maka rata-rata menyebar $N(\mu, \sigma^2/n)$
 - Jika σ^2 tidak diketahui maka rata-rata menyebar t-student dengan derajat bebas $n-1$
 - Berdasarkan dalil limit pusat, walau σ^2 tidak diketahui asalkan ukuran sampel besar ($n > 30$) maka sebaran dari rata-rata dapat juga diaproksimasi dengan sebaran $N(\mu, s^2/n)$
- Sebaran dari $(n-1)s^2/\sigma^2$
 - $(n-1)s^2/\sigma^2$ menyebar khi-kuadrat dengan derajat bebas $n-1$
- Sebaran dari $(n_1-1)s_1^2/(n_2-1)s_2^2$
 - $(n_1-1)s_1^2/(n_2-1)s_2^2$ menyebar F dengan derajat bebas pembilang (n_1-1) dan derajat bebas penyebut (n_2-1) .

A magnifying glass with a black handle and a silver rim, focusing on the text.

DALIL

Limit Pusat

Dalil Limit Pusat (*central limit theorem*)

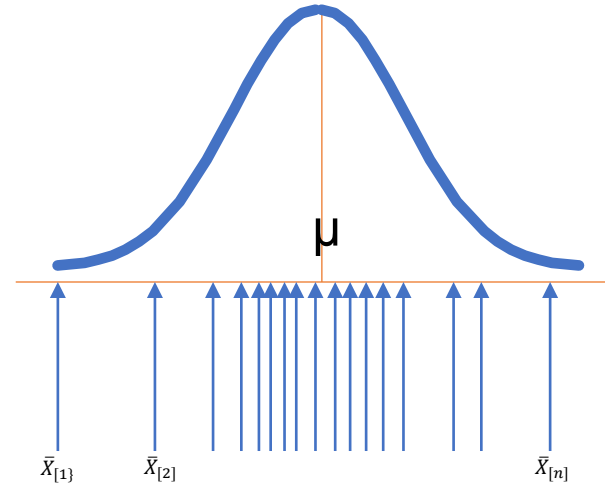
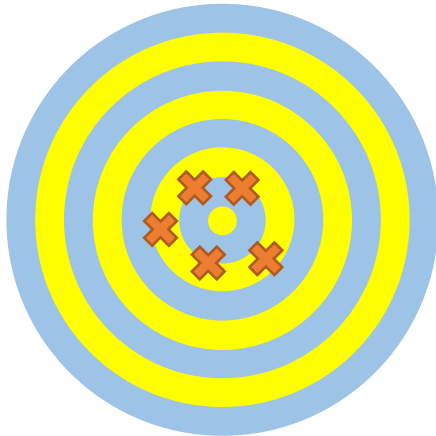
Jika dari suatu populasi dengan nilai harapan μ dan ragam σ^2 ditarik contoh secara acak berukuran n yang besar maka rata-rata contoh akan:

1. memiliki sebaran yang mendekati normal jika ukuran contoh (n) semakin besar
2. nilai harapan rata-rata contoh adalah μ
3. ragam dari rata-rata contoh adalah σ^2/n

$$\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \quad \text{untuk } n \rightarrow \infty$$

nilai harapan rata-rata contoh adalah μ

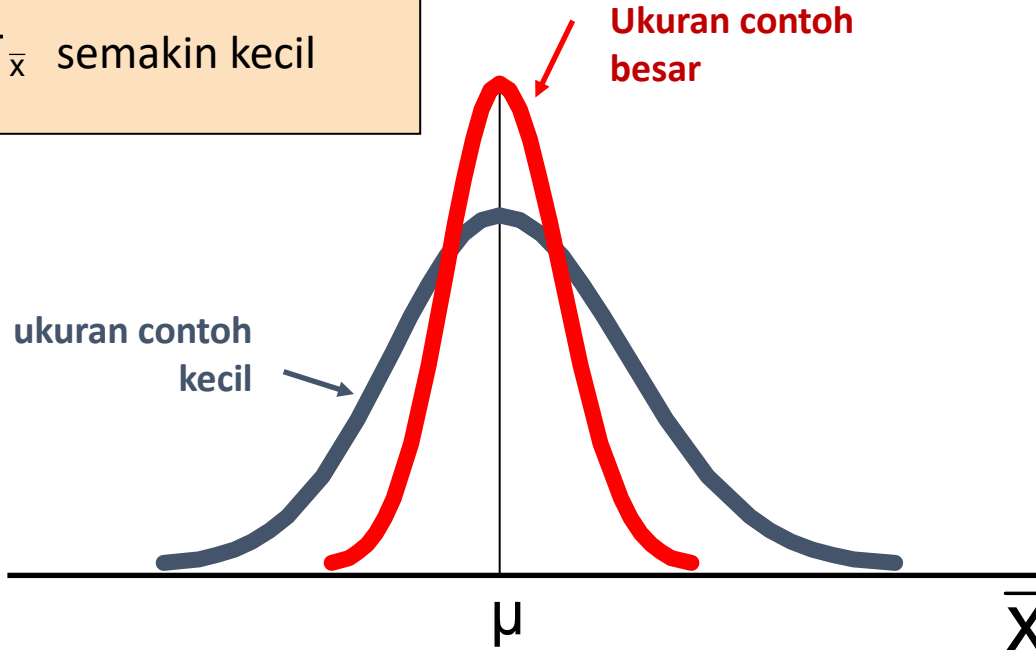
- nilai harapan rata-rata contoh sama dengan nilai harapan populasi
- rata-rata contoh adalah **penduga yang tak bias** bagi rata-rata populasi



Sifat keragaman rata-rata contoh

semakin besar
ukuran contoh (n)

$\sigma_{\bar{x}}$ semakin kecil



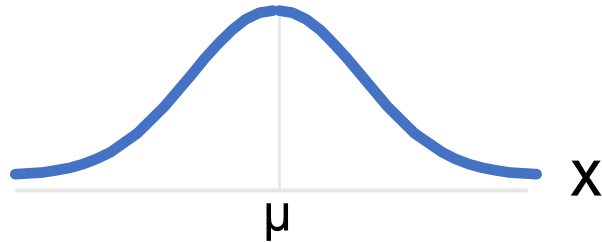
$\sigma_{\bar{x}}$ disebut standard error
(galat baku)

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

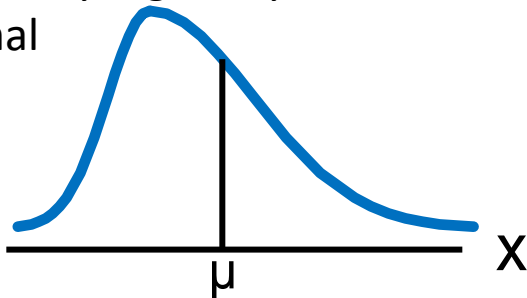
semakin besar n ,
simpangan rata-rata
contoh terhadap μ
cenderung lebih kecil

Bentuk Sampling Distribution dari Rata-Rata Contoh

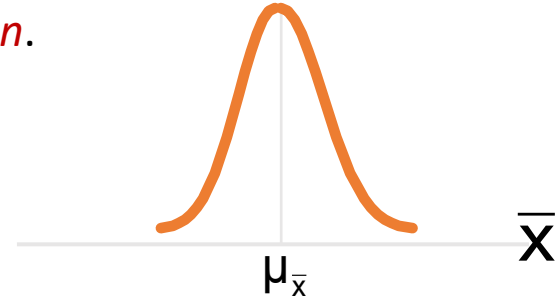
Jika contoh berasal dari populasi yang menyebar normal



Jika contoh berasal dari populasi yang menyebar **tidak** normal



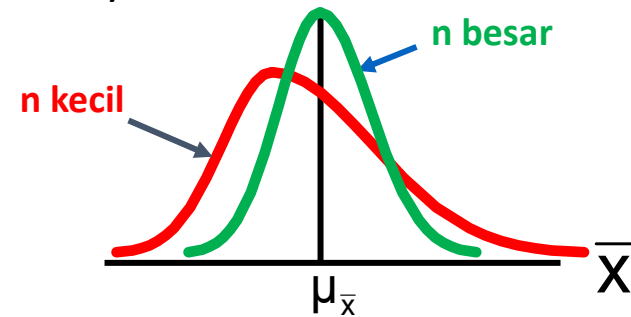
... maka rata-rata contoh akan menyebar normal, **berapapun** n .



dalil limit pusat



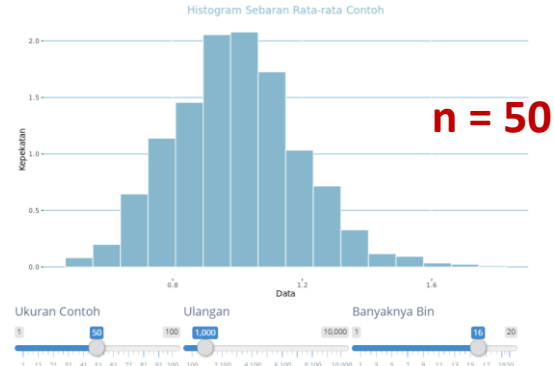
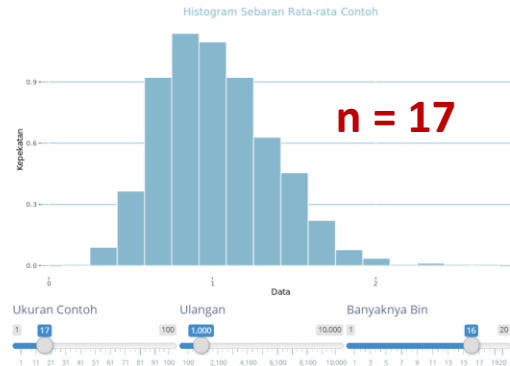
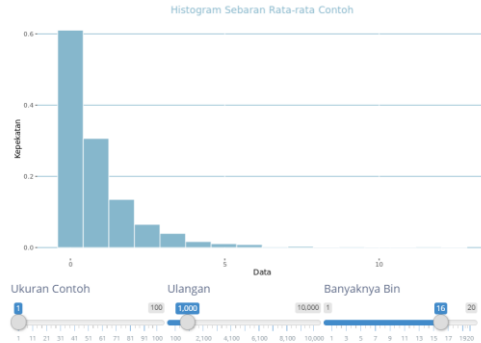
... maka rata-rata contoh akan menyebar normal, asalkan n **besar**.



Seberapa besar n ? Agar sebaran rata-rata contoh cukup dekat dengan sebaran normal...

- pada umumnya, untuk berbagai bentuk sebaran data populasi kita dapat mencapai itu ketika $n > 25$ (beberapa buku menyebut $n \geq 30$)
- pada sebaran data populasi yang sangat tidak simetris, diperlukan n yang lebih besar lagi

Seberapa besar n ? Agar sebaran rata-rata contoh cukup dekat dengan sebaran normal...





Teladan 1.

Tunjukkan dengan menggunakan pendekatan simulasi, apakah dalil limit pusat berlaku pada sembarang sebaran populasi, sembarang ukuran populasi, dan sembarang ukuran contoh.

Distribusi t

Dalil Limit Pusat

Jika n besar, maka rata-rata contoh akan mengikuti sebaran normal dengan rata-rata μ dan ragam σ^2/n

Sebaran t : σ^2 diduga dengan s^2 .

$$\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim \text{t-student db} = n - 1.$$

sebaran t lebih bervariasi tergantung besarnya derajat bebas

Syarat :
kondisi σ^2

Tidak
diketahui

diketahui

Teladan 2.

Tunjukkan dengan menggunakan pendekatan simulasi

Jika sampel diambil dari populasi normal,
maka sebaran dari rata-rata jika σ^2 tidak diketahui
adalah $N(\mu, S^2/n)$



IPB University

— Bogor Indonesia —

Inspiring Innovation with Integrity
in Agriculture, Ocean and Biosciences for a Sustainable World