

# STK473 – Simulasi Statistika

## Berbagai Penerapan Simulasi Statistik



Dr. Ir. Erfiani, M.Si

**Prodi Statistika dan Sains Data**

**Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Pertanian Bogor**



**IPB University**  
— Bogor Indonesia —

# Outline

- Penerapan simulasi untuk melihat hubungan beberapa sebaran peubah acak
- Penerapan simulasi untuk pembuktian sifat statistic
- Penerapan Statistik dalam Pembuktian Dalil/Teorema
- Penerapan simulasi dalam Analisis Data

Penerapan simulasi untuk melihat hubungan beberapa sebaran peubah acak



$P \approx 0.5$

Normal  
vs  
Binomial

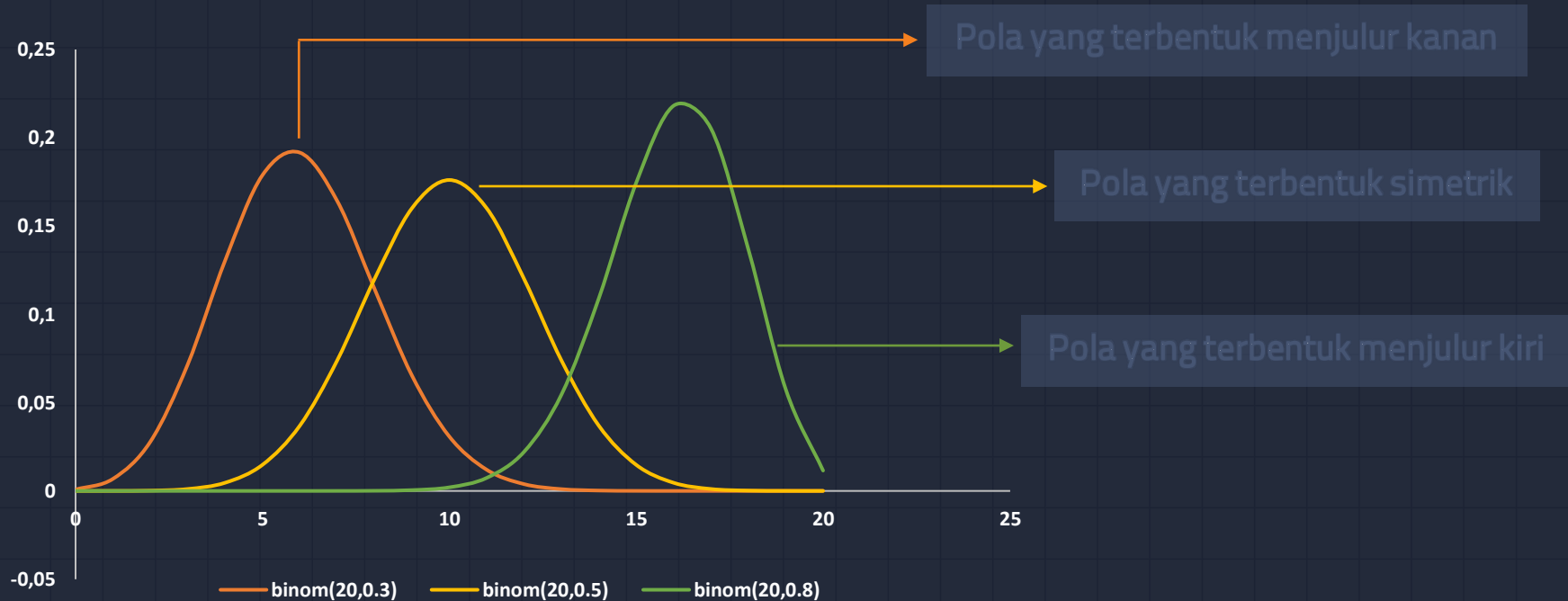


$n$   
besar??

Sebaran data

# ILUSTRASI

$X \sim \text{Binomial}(n, p)$

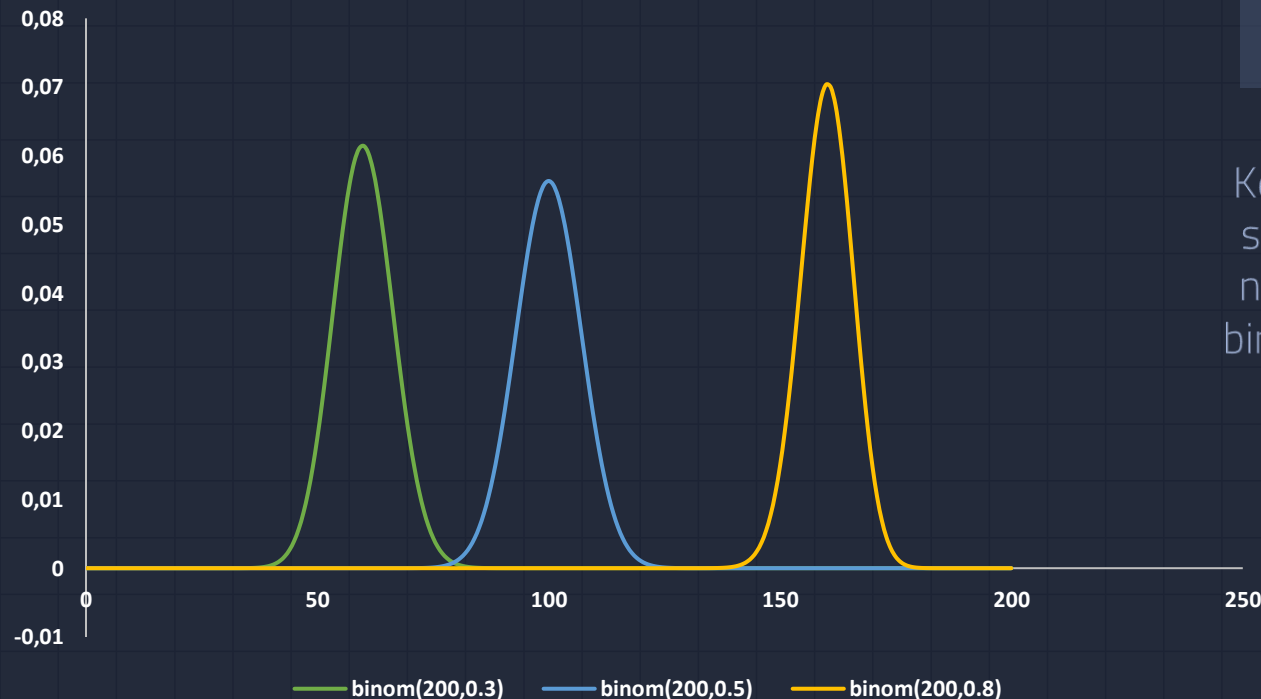


# ILUSTRASI

$$X \sim \text{Binomial}(n, p)$$

*n* besar tetap, *p* berubah

Ketika *n* semakin besar maka semakin mendekati sebaran normal, namun pada  $p = 0.5$ ,  $\text{binomial}(n, p) = \text{normal}(\mu, \sigma^2)$

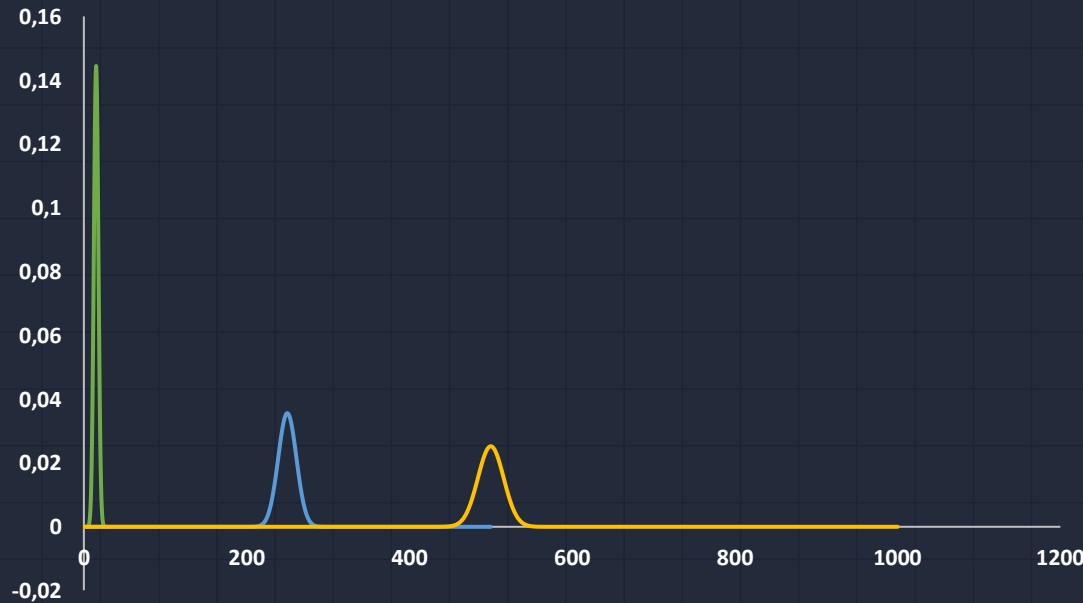


# ILUSTRASI

$$X \sim \text{Binomial}(n, p)$$

*n* berubah, *p* tetap

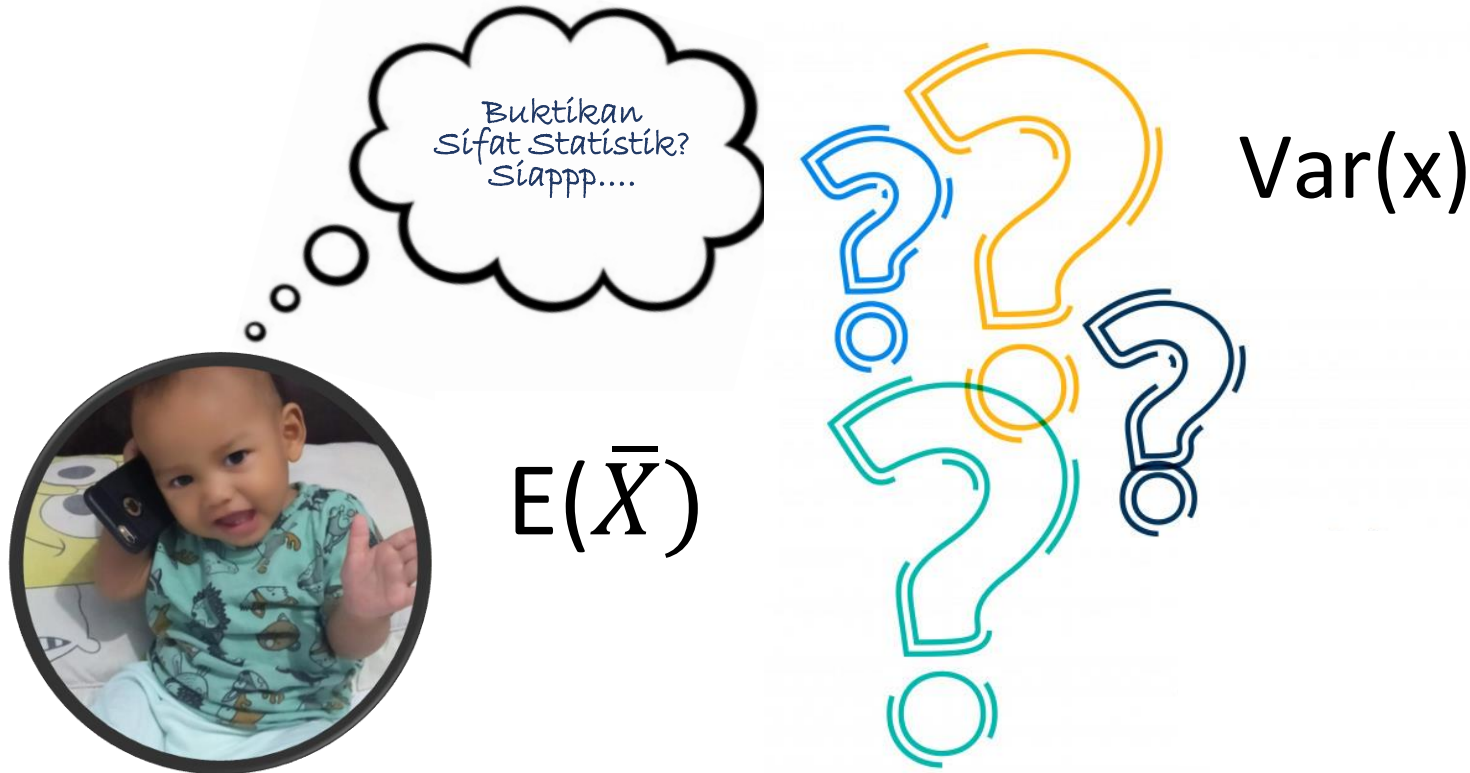
$$p = 0.5$$



— binom(30,0.5) — binom(500,0.5) — binom(1000,0.5)

Ketika *n* semakin besar dengan *p* = 0.5, grafik normal yang terbentuk semakin landai dengan nilai harapan yang bergerak ke kanan dan ragam yang semakin besar

## Penerapan simulasi untuk pembuktian sifat statistic



# Peubah Acak Binomial Negatif

Peubah Acak Binomial Negatif merupakan representasi dari banyaknya tindakan peubah acak binomial yang saling bebas dan kejadian terakhir sukses

**Fungsi Massa Peluang :**

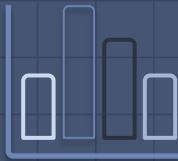
$$f(x) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r}$$

**Nilai Harapan :**

$$E(x) = \frac{r}{p}$$

**Ragam :**

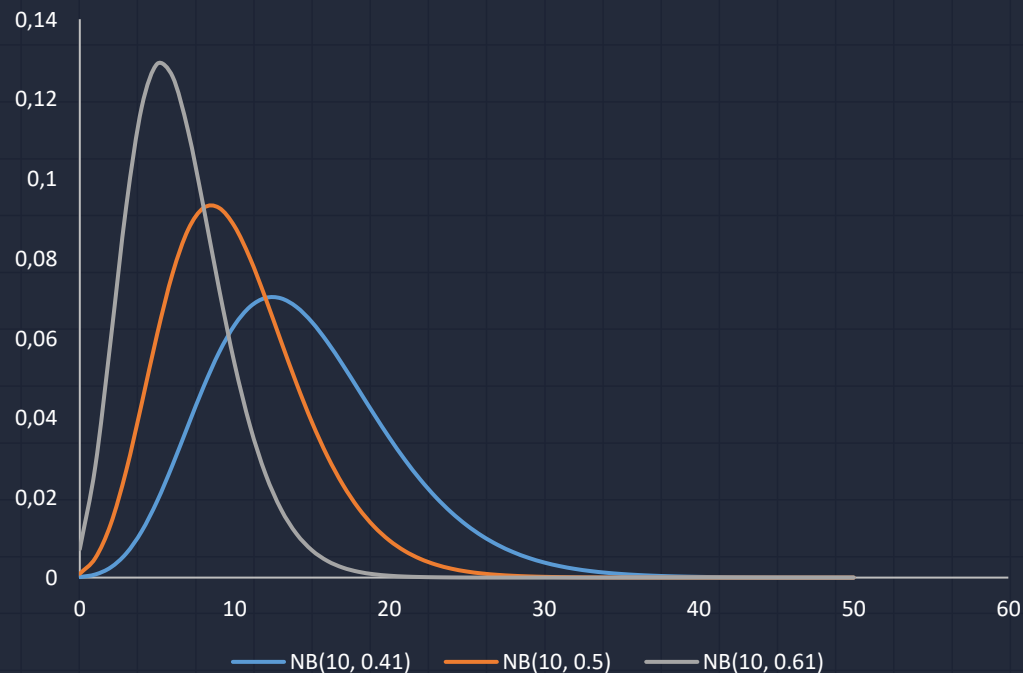
$$V(x) = \frac{r(1-p)}{p^2}$$





# ILUSTRASI

$X \sim \text{Binomial Negatif}(r, p)$



$r$  tetap,  $p$  berubah

$r = 10$

Ketika  $p$  semakin besar maka kurva semakin curam, menunjukkan ragam semakin kecil

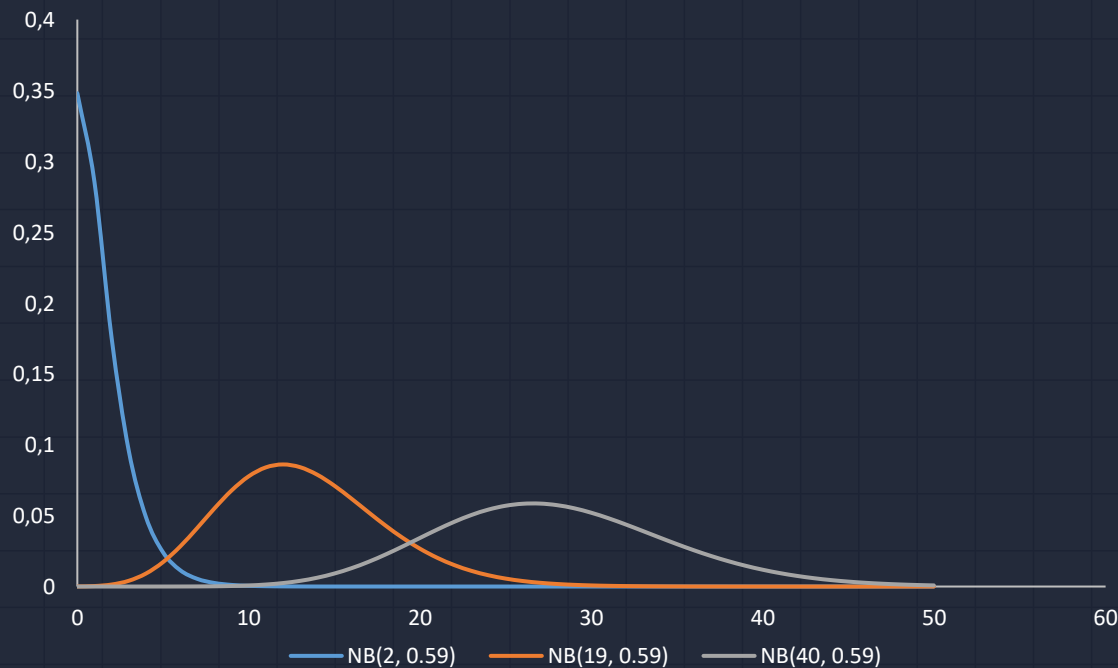
# ILUSTRASI

$X \sim \text{Binomial Negatif}(r, p)$

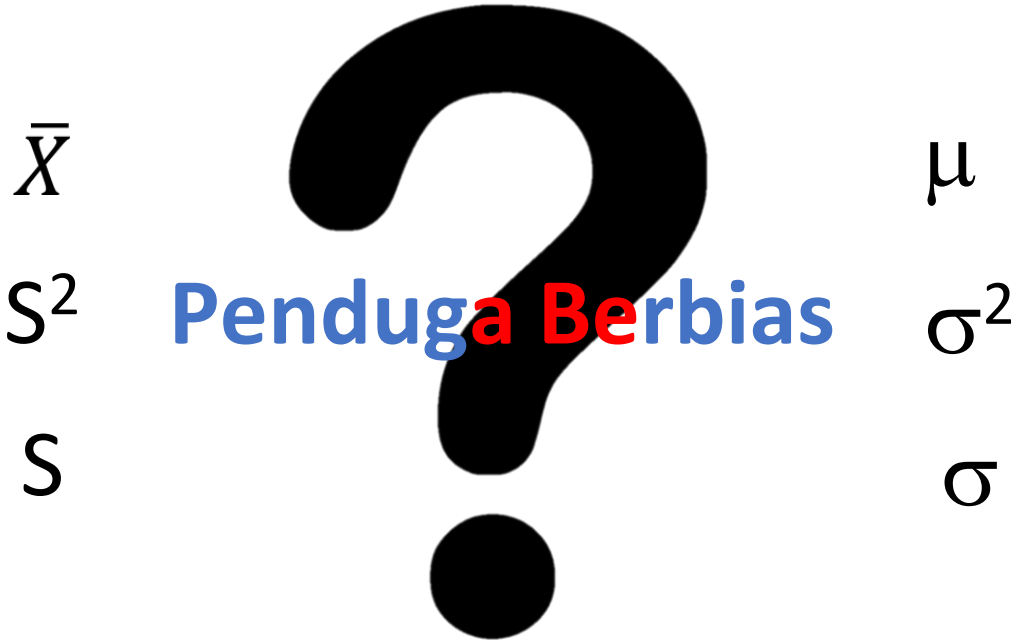
$r$  berubah,  $p$  tetap

$p = 0.59$

Ketika  $r$  semakin besar maka kurva semakin landai, menunjukkan ragam semakin besar



Penerapan simulasi untuk pembuktian sifat statistic



# Penerapan Statistik dalam Pembuktian Dalil/Teorema

Buktikan  
Dalil Limit Pusat  
Yuukk.....



Aim  
8 bln



Naureen  
3 bln



# Dalil Limit Pusat (*central limit theorem*)

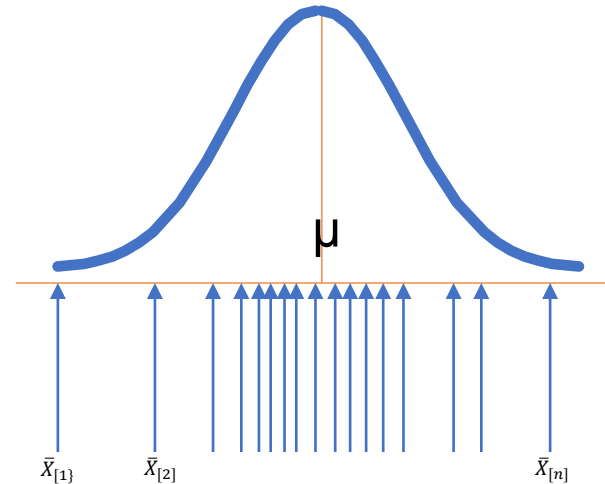
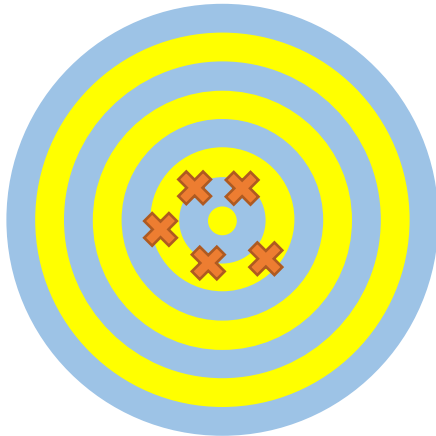
Jika dari suatu populasi dengan nilai harapan  $\mu$  dan ragam  $\sigma^2$  ditarik contoh secara acak berukuran  $n$  yang besar maka rata-rata contoh akan:

1. memiliki sebaran yang mendekati normal jika ukuran contoh ( $n$ ) semakin besar
2. nilai harapan rata-rata contoh adalah  $\mu$
3. ragam dari rata-rata contoh adalah  $\sigma^2/n$

$$\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \quad \text{untuk } n \rightarrow \infty$$

# nilai harapan rata-rata contoh adalah $\mu$

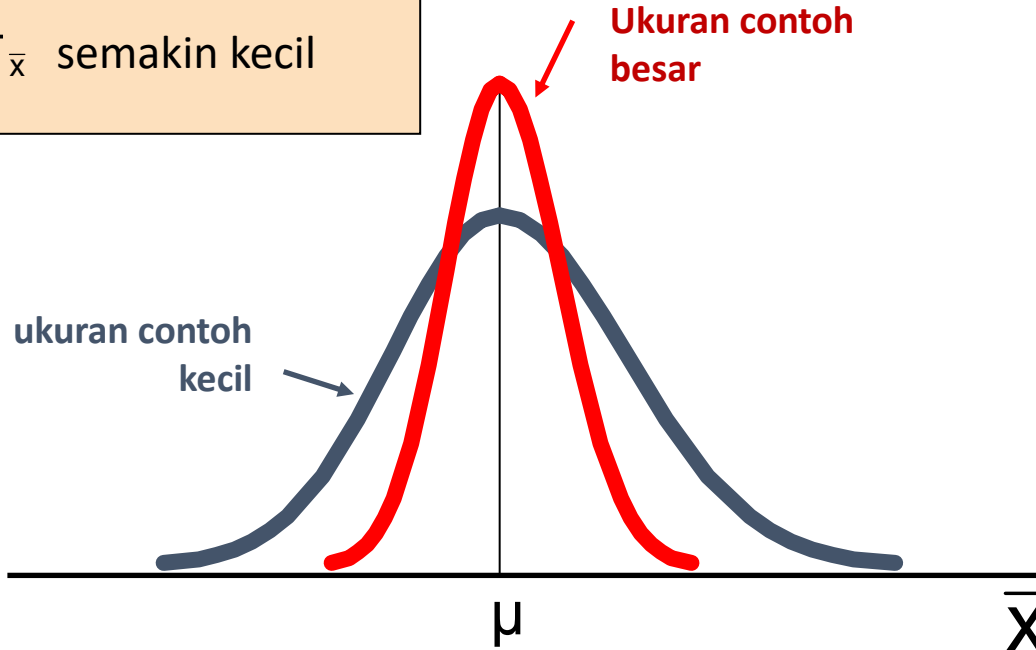
- nilai harapan rata-rata contoh sama dengan nilai harapan populasi
- rata-rata contoh adalah **penduga yang tak bias** bagi rata-rata populasi



# Sifat keragaman rata-rata contoh

semakin besar  
ukuran contoh ( $n$ )

$\sigma_{\bar{x}}$  semakin kecil



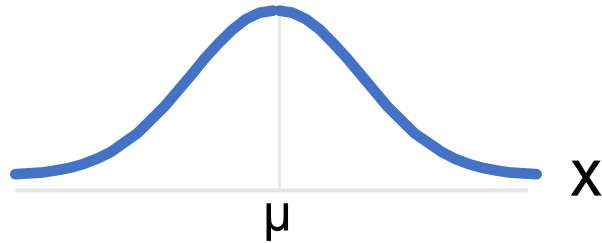
$\sigma_{\bar{x}}$  disebut standard error  
(galat baku)

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

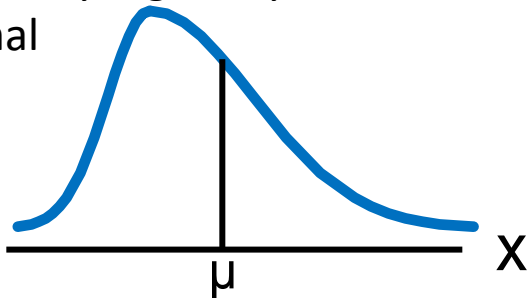
semakin besar  $n$ ,  
simpangan rata-rata  
contoh terhadap  $\mu$   
cenderung lebih kecil

## Bentuk Sampling Distribution dari Rata-Rata Contoh

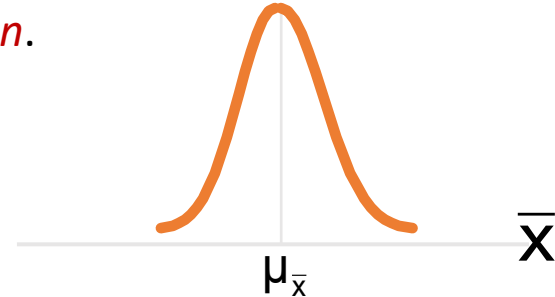
Jika contoh berasal dari populasi yang menyebar normal



Jika contoh berasal dari populasi yang menyebar **tidak** normal



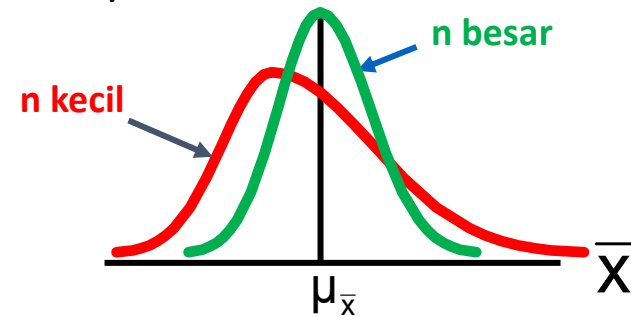
... maka rata-rata contoh akan menyebar normal, **berapapun**  $n$ .



dalil limit pusat



... maka rata-rata contoh akan menyebar normal, asalkan  $n$  **besar**.







## Penerapan simulasi dalam analisis data

- ☐ Menggunakan simulasi untuk pendekatan perhitungan integral
- ☐ Perhitungan luas daerah tidak beraturan
- ☐ Pendugaan Parameter
- ☐ Kasus Data Hilang
- ☐ Menggunakan simulasi untuk untuk menghitung p-value dan selang kepercayaan
- ☐ Menggunakan simulasi untuk menginvestigasi sifat dari prosedur statistik dan pendugaan
- ☐ Penerapan simulasi dalam Perancangan Percobaan



# Penerapan simulasi dalam analisis data

## Materi UAS

- ☐ Penerapan Simulasi dan Resampling Kuasa Uji dan Uji Hipotesis
- ☐ Penerapan Simulasi dalam Regresi Linear / Logistik
- ☐ Penerapan Simulasi dalam Analisis Data Time Series
- ☐ Menggunakan simulasi untuk mendemonstrasikan teorema
- ☐ Principal Component



# IPB University

— Bogor Indonesia —

Inspiring Innovation with Integrity  
in Agriculture, Ocean and Biosciences for a Sustainable World