

STK473 – Simulasi Statistika

Teknik *Resampling*



Dr. Ir. Erfiani, M.Si

Prodi Statistika dan Sains Data
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Pertanian Bogor



Outline

- ❑ Simulasi untuk pendekatan perhitungan integral
- ❑ Teknik Resampling Bootstrap
- ❑ Teknik Resamplin Monte Carlo
- ❑ Teknik Resampling Jackknife

Simulasi untuk menghitung integral

Integral terbatas $M = \int_a^b h(x)dx$

dapat ditulis ulang $M = (b-a) \int_a^b h(x) \frac{1}{b-a} dx$

Jika $X \sim \text{Seragam}(a, b) \longrightarrow f(x) = \frac{1}{b-a}$ untuk $a \leq x \leq b$

$$M = (b-a) \int_a^b h(x) f(x) dx = (b-a) E(h(X))$$

simulasi untuk menghitung integral

$$M = \int_a^b h(x)dx$$

$$M = (b-a) \int_a^b h(x) f(x) dx = (b-a) E(h(X))$$

$X \sim \text{Seragam}(a, b)$

$$E(Y) = E(g(X)) = \int_X g(x) f(x) dx$$

Untuk n sangat besar

$$\hat{E}(Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(x_i)$$

Jadi, M dapat didekati dengan

$$\hat{M} = \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^n h(x_i)$$

dengan x_1, \dots, x_n adalah bilangan acak $\text{Seragam}(a, b)$

simulasi untuk menghitung integral

Prosedur menghitung hasil pengintegralan

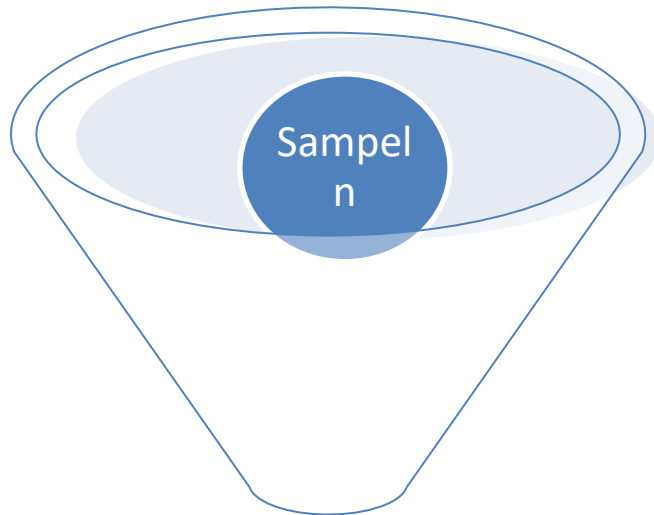
$$M = \int_a^b h(x)dx$$

- Bangkitkan n buah peubah acak Seragam(a, b), beri nama x_1, x_2, \dots, x_n
- Hitung nilai $h(x_1), h(x_2), \dots, h(x_n)$
- Hitung rata-rata nilai h
- M didekati dengan nilai rata-rata h dikalikan $(b-a)$

TEKNIK *RESAMPLING BOOTSTRAP*

Ukuran n kecil mengakibatkan beberapa teori peluang dan statistika inferensia tidak terpenuhi.

Ukuran n kecil juga menjadi permasalahan dalam suatu pendugaan parameter yang berkaitan dengan tingkat keakuratan dan ketelitian



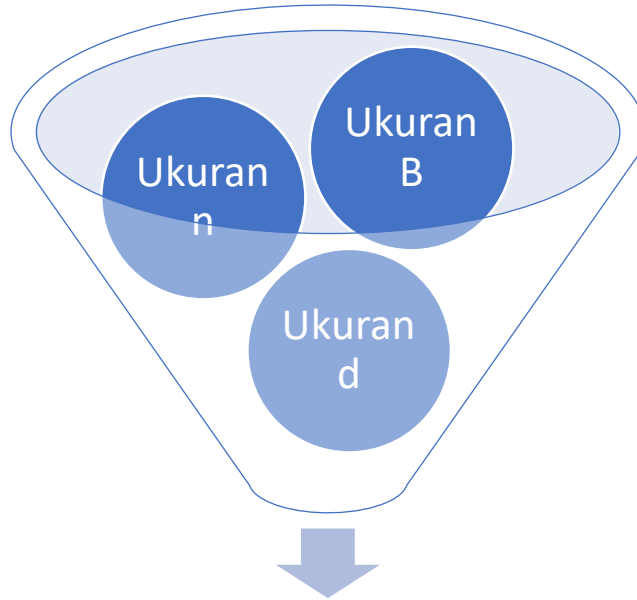
Pendugaan parameter?

Pengujian Hipotesis?

n kecil

Tidak ada informasi sebaran
populasi

- ❑ Salah satu solusi untuk permasalahan tersebut adalah Metode Resampling Bootstrap
- ❑ Ide dasar dari bootstrap adalah membangun data semu dengan menggunakan informasi data asli.
- ❑ Metode ini menjadi sebuah metode yang efisien untuk mendapatkan hasil yang robust



RESAMPLING

Note :

n=ukuran data contoh

B=ulangan *Bootstrap*

d=ukuran contoh *Bootstrap*

Penentuan n , d , B



Desain simulasi

1. Data populasi
2. Data contoh (n) : kecil, sedang, besar
3. Ukuran contoh Bootstrap: $n < d$, $n = d$, $n > d$
(d)= $0.5n, 0.75n, n, 1.5n, 2n$
4. Pengulangan Bootstrap (B)= $50, 150, 250, 500$

Tabulasi ukuran contoh Bootstrap pada berbagai ukuran data (n)



n	d				
	d<n		d=n	d>n	
	50%	75%	100%	150%	200%
10	5	8	10	15	20
15	8	11	15	23	30
20	10	15	20	30	40
30	15	23	30	45	60
50	25	38	50	75	100
100	50	75	100	150	200



Simulasi Monte Carlo

Simulasi Monte Carlo

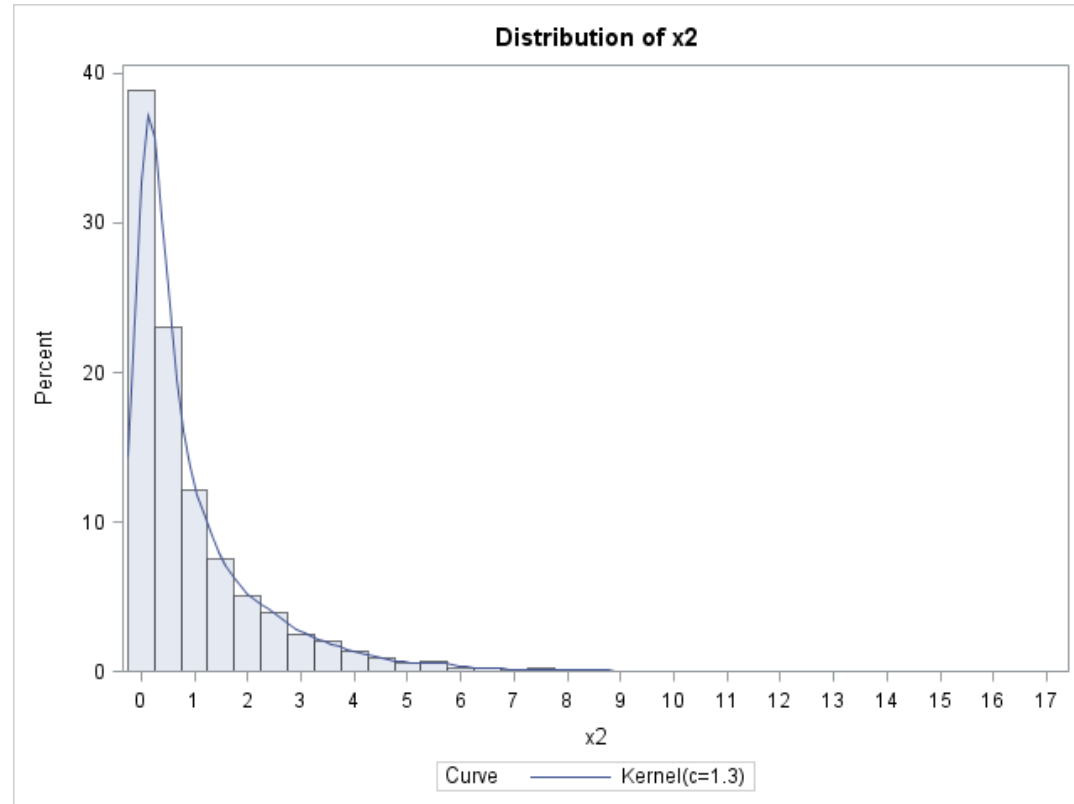
- Simulasi yang memanfaatkan informasi mengenai sebaran data yang **diketahui (dihipotesiskan, dianggap tahu)** dengan pasti.
- Simulasi didasarkan pada pembangkitan bilangan acak dari sebaran hipotetik.
- Perilaku yang ingin dipelajari dapat diketahui jika proses diulang berkali-kali.
- Banyak digunakan untuk “mengetahui” sebaran dari statistik

Ilustrasi (1)

Bila X menyebar $\text{Normal}(0, 1)$, bentuk sebarannya X^2 apa ya?

1. Bangkitkan X dengan sebaran $\text{Normal}(0, 1)$
2. Hitung dan simpan X^2
3. Ulangi 1 dan 2 sebanyak 10000 kali
4. Buat histogram dari X^2 .

Ilustrasi (1)



Ilustrasi (2)

Jika X menyebar Normal(0, 1)

Berapa $P(X^2 > 4)$

Menghitung menggunakan simulasi:

1. Bangkitkan X dengan sebaran Normal(0, 1)
2. Hitung dan simpan X^2
3. Ulangi 1 dan 2 sebanyak 10000 kali
4. Hitung berapa persentasi nilai X^2 yang lebih dari 4

Latihan

Andaikan contoh acak berukuran 15 diperoleh dari populasi yang menyebar Poisson.

3	8	4	2	5	5	6	7
4	1	3	3	4	4	3	

- Ujilah $H_0: \lambda = 5$
- Andaikan digunakan statistik uji
- Apa kesimpulan dari pengujian?

$$t = \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} \right|$$



Simulasi Jackknife ?



Refferensi:

Resampling Methods

A Practical Guide to Data Analysis

Third Edition

Phillip I. Good

Elements of Simulation

Byron J.T Morgan

Chapman and Hall



IPB University

— Bogor Indonesia —

Inspiring Innovation with Integrity
in Agriculture, Ocean and Biosciences for a Sustainable World