Tarea # 9

Ingeniería del Conocimiento

Autor:
Lugli, Valentino Glauco · YB0819879

Razonamiento con Probabilidades

Factores

- Tasa de infectados en la zona donde se vive (f_1)
  - Alta Incidencia – f_1^+
  - Media Incidencia – f_1^0
  - Baja Incidencia – f_1^-
- ¿Está vacunado? (f_2)
  - Sí – f_2^+
  - No – f_2^-

Efectos

- Fiebre (e_1)
  - Alta – e_1^+
  - Media – e_1^0
  - Sin Fiebre – e_1^-
- Tos (e_2)
  - Sí – e_2^+
  - No – e_2^-

Distribuciones de Probabilidad

Distribución de probabilidad de los factores

Zona	¿Vacunado?
$P(f_1^+) = 0{,}7$	$P(f_2^+) = 0{,}2$
$P(f_1^0) = 0{,}2$	$P(f_2^-) = 0{,}8$
$P(f_1^-) = 0{,}1$	

Distribución de probabilidad condicionada de la variable con respecto a los factores

$P(+x \mid f_1, f_2)$	f_1^+	f_1^0	f_1^-
f_2^+	0,002	0,0015	0,0002
f_2^-	0,045	0,03	0,009

Distribución de probabilidad condicionada de los efectos con respecto a la variable

$P(e_1^+ \mid +x)$	0,004
$P(e_1^+ \mid -x)$	0,0025
$P(e_1^0 \mid +x)$	0,02
$P(e_1^0 \mid -x)$	0,009
$P(e_1^- \mid +x)$	0,04
$P(e_1^- \mid -x)$	0,1

$P(e_2^+ \mid +x)$	0,09
$P(e_2^+ \mid -x)$	0,3

Probabilidad de que una persona tenga Covid si vive en una zona de alta incidencia, no está vacunada, y tiene fiebre alta pero no tiene tos

Esta probabilidad se representa como...

$$P(+x|f_1^+, f_2^-, e_1^+, e_2^-) = \frac{P(+x, f_1^+, f_2^-, e_1^+, e_2^-)}{P(f_1^+, f_2^-, e_1^+, e_2^-)}$$

Para el numerador...

$$\begin{aligned} P(+x, f_1^+, f_2^-, e_1^+, e_2^-) &= P(+x|f_1^+, f_2^-) \times P(f_1^+) \times P(f_2^-) \times P(e_1^+ \mid +x) \times P(e_2^- \mid +x) \\ &= 0,045 \times 0,7 \times 0,8 \times 0,004 \times (1 - 0,09) \\ &= 0,000091728 \end{aligned}$$

Y para denominador...

$$\begin{aligned} P(-x, f_1^+, f_2^-, e_1^+, e_2^-) &= P(-x|f_1^+, f_2^-) \times P(f_1^+) \times P(f_2^-) \times P(e_1^+ \mid -x) \times P(e_2^- \mid -x) \\ &= (1 - 0,045) \times 0,7 \times 0,8 \times 0,0025 \times (1 - 0,3) \\ &= 0,37286 \\ P(f_1^+, f_2^-, e_1^+, e_2^-) &= P(+x, f_1^+, f_2^-, e_1^+, e_2^-) + P(-x, f_1^+, f_2^-, e_1^+, e_2^-) \\ &= 0,000091728 + 0,37286 = 0{,}372951728 \end{aligned}$$

Finalmente...

$$\begin{aligned} P(+x|f_1^+, f_2^-, e_1^+, e_2^-) &= \frac{0,000091728}{0{,}372951728} = 0,000245951 \\ &\approx 0,0246\,\% \text{ de que padezca de Covid.} \end{aligned}$$

Probabilidad de que una persona no tenga Covid si vive en una zona de alta incidencia, está vacunado, tiene fiebre alta y tiene tos

Esta probabilidad se representa como...

$$P(-x|f_1^+, f_2^+, e_1^+, e_2^+) = \frac{P(-x, f_1^+, f_2^+, e_1^+, e_2^+)}{P(f_1^+, f_2^+, e_1^+, e_2^+)}$$

Para el numerador...

$$\begin{aligned}
P(-x, f_1^+, f_2^+, e_1^+, e_2^+) &= P(-x|f_1^+, f_2^+) \times P(f_1^+) \times P(f_2^+) \times P(e_1^+|-x) \times P(e_2^+|-x) \\
&= (1 - 0,002) \times 0,7 \times 0,2 \times 0,0025 \times 0,3 \\
&= 0,00010479
\end{aligned}$$

Y para denominador...

$$\begin{aligned}
P(+x, f_1^+, f_2^+, e_1^+, e_2^+) &= P(+x|f_1^+, f_2^+) \times P(f_1^+) \times P(f_2^+) \times P(e_1^+|+x) \times P(e_2^+|+x) \\
&= 0,002 \times 0,7 \times 0,2 \times 0,004 \times 0,09 \\
&= 0,0000001008 \\
P(f_1^+, f_2^+, e_1^+, e_2^+) &= P(+x, f_1^+, f_2^+, e_1^+, e_2^+) + P(-x, f_1^+, f_2^+, e_1^+, e_2^+) \\
&= 0,00010479 + 0,0000001008 = 0,0001048908
\end{aligned}$$

Finalmente...

$$\begin{aligned}
P(-x|f_1^+, f_2^+, e_1^+, e_2^+) &= \frac{0,00010479}{0,0001048908} = 0,9990390006 \\
&\approx 99,9039\,\% \text{ de que no padezca de Covid.}
\end{aligned}$$

Probabilidad de que una persona tenga Covid si ha llegado desde una zona donde no se conoce la situación, no está vacunada, tiene fiebre alta y tiene tos

Esta probabilidad se representa como...

$$P(+x|f_2^-, e_1^+, e_2^+) = \frac{P(+x, f_2^-, e_1^+, e_2^+)}{P(f_2^-, e_1^+, e_2^+)}$$

Para el numerador...

$$\begin{aligned}
P(+x, f_2^-, e_1^+, e_2^+) &= P(+x|f_2^-) \times P(f_2^-) \times P(e_1^+|+x) \times P(e_2^+|+x) \\
P(+x|f_2^-) &= \frac{P(+x, f_2^-)}{P(f_2^-)} = \frac{0,045 + 0,03 + 0,009}{0,8} = 0,105 \\
&= 0,105 \times 0,8 \times 0,004 \times 0,09 \\
&= 0,0003024
\end{aligned}$$

Y para denominador...

$$\begin{aligned}
P(-x, f_2^-, e_1^+, e_2^+) &= P(-x|f_2^-) \times P(f_2^-) \times P(e_1^+|-x) \times P(e_2^+|-x) \\
&= (1 - 0,105) \times 0,8 \times 0,0025 \times 0,3 \\
&= 0,000537 \\
P(f_1^+, f_2^-, e_1^+, e_2^+) &= P(+x, f_1^+, f_2^-, e_1^+, e_2^+) + P(-x, f_1^+, f_2^-, e_1^+, e_2^+) \\
&= 0,0003024 + 0,000537 = 0,0008394
\end{aligned}$$

Finalmente...

$$
\begin{aligned}
P(+x|f_2^-, e_1^+, e_2^+) = \frac{0,0003024}{0,0008394} &= 0,3602573267 \\
&\approx 36{,}0257\,\% \text{ de que padezca de Covid.}
\end{aligned}
$$

A la persona anterior se le aplica un test y da negativo.

El efecto test se representa con e_3, con e_3^+ siendo que el test da positivo y e_3^- que da negativo.

Suponiendo que el resultado del test no se ve afectado por tener fiebre o tos, y sabiendo que $P(e_3^+|+x) = 0,9$ y $P(e_3^-|-x) = 0,99$, ¿cuál sería ahora la probabilidad de que padezca Covid?

Esto se representa como...

$$
P(+x|f_2^-, e_1^+, e_2^+, e_3^-) = \frac{P(+x, f_2^-, e_1^+, e_2^-, e_3^-)}{P(f_2^-, e_1^+, e_2^+, e_3^-)}
$$

Para el numerador...

$$
\begin{aligned}
P(+x, f_2^-, e_1^+, e_2^+, e_3^-) &= P(+x|f_2^-) \times P(f_2^-) \times P(e_1^+|+x) \times P(e_2^+|+x) \times P(e_3^-|+x) \\
P(+x|f_2^-) &= \frac{P(+x, f_2^-)}{P(f_2^-)} = \frac{0,045 + 0,03 + 0,009}{0,8} = 0,105 \\
&= 0,105 \times 0,8 \times 0,004 \times 0,09 \times (1 - 0,9) \\
&= 0,000003024
\end{aligned}
$$

Y para denominador...

$$
\begin{aligned}
P(-x, f_2^-, e_1^+, e_2^+, e_3^-) &= P(-x|f_2^-) \times P(f_2^-) \times P(e_1^+|-x) \times P(e_2^+|-x) \times P(e_3^-|-x) \\
&= (1 - 0,105) \times 0,8 \times 0,0025 \times 0,3 \times 0,99 \\
&= 0,00053163 \\
P(f_1^+, f_2^-, e_1^+, e_2^+, e_3^-) &= P(+x, f_1^+, f_2^-, e_1^+, e_2^+) + P(-x, f_1^+, f_2^-, e_1^+, e_2^+) \\
&= 0,000003024 + 0,00053163 = 0,000534654
\end{aligned}
$$

Finalmente...

$$
\begin{aligned}
P(+x|f_2^-, e_1^+, e_2^+, e_3^-) = \frac{0,000003024}{0,000534654} &= 0,00565599434 \\
&\approx 0,5656\,\% \text{ de que padezca de Covid.}
\end{aligned}
$$

Naturalmente, baja mucho más la probabilidad debido a esta nueva información.