

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG
OBSERVATOIRE ASTRONOMIQUE

École doctorale STUE
Sciences de la Terre, de l'Univers et de l'Environnement

T H È S E

pour obtenir le grade de

Docteur en Sciences

de l'Université de Strasbourg

Spécialité : Astrophysique

Présentée et soutenue par
Morgan FOUESNEAU

**Étude des populations d'amas
stellaires dans les galaxies**

Une approche bayésienne

Thèse dirigée par Ariane Lançon

Préparée à l'Observatoire Astronomique de
Strasbourg

Commission d'examen :

Mme	Ariane LANÇON	- Directrice de thèse
Mr	Markus KISSLER-PATIG	- Rapporteur externe
Mr	Stéphane CHARLOT	- Rapporteur externe
Mr	Rodrigo IBATA	- Rapporteur interne
Mr	Søren LARSEN	- Examinateur

REMERCIEMENTS

Les quelques lignes qui suivent expriment la gratitude que j'éprouve à l'égard de personnes qui m'ont aidé ou soutenues tout au long de la réalisation de cette thèse.

Tout d'abord un grand merci à Ariane, ma directrice de thèse, pour les bons moment et pour avoir supporter les mauvais, les corrections de dernières minutes et également à son mari et ses enfants pour m'avoir laissé la faire travailler plusieurs week-ends...

Je remercie également les membres de la commission d'examen : Markus, Stéphane pour avoir accepter de lire ce manuscrit sans conditions, Søren pour avoir pris le temps de lire ce manuscrit alors qu'il était en partie en français, et Rodrigo pour avoir accepté d'être désigné volontaire pour présider cette journée. Je les remercie tous pour leurs remarques et l'intérêt qu'ils ont portés à mon travail.

Je tiens également à remercier tous ceux qui ont participé de près ou de loin à mon avancé au cours de ces 3 années : (dans le désordre), Florent, F-X, Alex, Alexis, Fabien, Stéphane, Johnatan, Frédéric, Nicolas, Anjali, Caroline, Mickael, Yann, Damian, Romain, Zoltan, Marie, Isabelle, Julien, ... j'en oublie tout plein mais la liste est encore bien longue... Toutes ces personnes avec qui j'ai partagé de bons moments et qui m'ont changé les idées quand j'en avais le plus besoin.

Un petit mot également pour ceux qui ont relu mon manuscrit, même s'il n'avait aucune connaissance dans ce domaine. Ils se reconnaîtront.

Et enfin pour l'ensemble de l'observatoire, pour l'accueil et l'ambiance chaleureuse, qu'elle puisse durée longtemps.

RÉSUMÉ

La multiplication des observations et les améliorations instrumentales nous offrent aujourd’hui un regard nouveau sur l’espace. Elles repoussent de plus en plus les limites de notre Univers connu et nous permettent d’en comprendre quelques rouages. Les amas d’étoiles représentent de précieux outils pour appréhender la formation des galaxies qui les contiennent. Ils sont des témoins, visibles à très grandes distances, des différents épisodes de l’histoire de ces galaxies. Cependant, il nous est évidemment impossible de nous rendre sur place pour prélever les indices de ces vestiges. Il nous est donc indispensable de les étudier par l’unique moyen à notre disposition : la lumière qu’ils émettent et qui nous parvient. L’interprétation des observations de ces objets est un véritable défi pour les astronomes, car leur lumière est dominée par l’émission de quelques étoiles massives. Il s’agit donc de comprendre toute une population d’étoiles à partir d’informations sur quelques individus seulement.

Les travaux effectués au cours de cette thèse s’inscrivent dans ce cadre d’études. Ils apportent une méthode d’analyse nouvelle d’observations d’amas d’étoiles, afin de retrouver leur propriétés et ainsi apporter des éléments pour mieux comprendre leur histoire. Cette recherche se focalise plus particulièrement sur les amas de petites masses et de masses intermédiaires ($< 10^5 M_{\odot}$), dont la lumière est dominée par la présence rare et aléatoire de quelques étoiles brillantes. En effet, pour fixer les idées, on trouve en moyenne une étoile supergéante (1 000 fois plus brillante que le Soleil) pour 10 000 étoiles. De sorte que pour une même population d’étoiles, si on ajoute une telle étoile, soit bleue, soit rouge par exemple, on en déduira des propriétés bien différentes. Les variations dans les couleurs et les flux mesurés induites par la présence aléatoire de ces étoiles sont appelées *fluctuations stochastiques* ; celles-ci, en particulier, influencent fortement l’estimation des âges de ces amas d’étoiles.

La méthode générale pour estimer l’âge ou plus généralement les

paramètres d'un amas, dans ce type d'études, commence par la "synthétise" des populations d'étoiles et la prédiction propriétés observables. Ensuite, par comparaisons, le plus fidèle de ces modèles nous donne une estimation des propriétés physiques de l'amas observé. Il devient aujourd'hui indispensable de prendre en compte l'existence aléatoire des étoiles brillantes dans l'étude des amas stellaires afin de comprendre ces amas et les galaxies qui les contiennent.

Après une première partie présentant l'importance de l'étude des amas stellaires et les grands résultats qui en découlent, ce manuscrit présente l'adaptation du code de synthèse PÉGASE afin de prendre en compte les fluctuations stochastiques. Dans un deuxième temps, nous présentons la méthode d'analyse bayésienne reposant sur une grande collection de modèles de synthèse *discrets*, en opposition aux modèles dits *continus*, afin d'analyser les données photométriques multi-longueurs d'ondes d'amas non résolus en étoiles. Une étude théorique des modèles ainsi réalisés, permet de mettre en évidence les effets systématiques inhérent aux méthodes introduits lors des estimations d'âges et de masses d'amas. Nous montrons alors que la méthode développée dans cette thèse s'avère robuste au bruit contenu dans les observations mais également aux *a priori bayésiens*, hypothèses nécessaires à l'application de cette méthode. Enfin cette thèse se conclut sur l'application de la méthode développée à l'étude de récentes observations d'amas dans la galaxie Messier 83 par le télescope spatial HUBBLE . Nous montrons que la prise en compte des fluctuations stochastiques lors de l'analyse des données confirme les résultats précédents décrivant la distribution des masses des populations d'amas jusqu'à de faibles masses. Toutefois cette méthode permet également de mettre en évidence des variations dans les distributions des âges jusqu'alors masquées par les systématiques des méthodes précédentes.

ABSTRACT

The growing body of observations and the improvement of the instruments is now opening a new window to our Universe. Both are continuously pushing away the frontiers of the known Universe allowing us to understand its mechanisms. In this context, star clusters are precious tools to probe the formation of galaxies, because they are witnesses of the successive episodes in the history of these galaxies. However it is excluded to travel to other galaxies to get samples of these artefacts. We must hence study star clusters from the unique support of information at our disposal: the light they emit and reach us. The interpretation of cluster observations are true challenges for astronomers because their emitted light is dominated by only a few massive stars. Therefore, we must spill out the details of an entire star population from a few of them only.

The work that is exposed in this thesis attempt to follow this direction. In this manuscript, we describe a new method to analyse observations of star clusters in order to estimate their properties, and eventually their history. In particular, this study focuses on clusters of low- and intermediate mass ($< 10^5 M_\odot$), of which the emitted light is the most affected by the random presence of a very few bright stars. Indeed, we find on average the presence of one supergiant (1 000 times brighter than our Sun) for 10 000 stars. So that for a given stellar population, if such a star is added, the resulting integrated properties wold be strongly different if this star is either blue or red. The variations of the measured colors of fluxes induced by the random presence of such stars are called *stochastic fluctuations* ; in particular, the later are strongly affecting the ages estimates when analyzing the properties of star clusters.

In this context, the common method to estimate ages or any cluster parameters starts with the “synthesis” of stellar populations and the prediction of their observable properties. Then by comparison, the best fit model gives the most likely values of the physical properties of the observed cluster. Nowadays, we must take into account the random pres-

ence of bright star, the so-called stochastic fluctuations while studying star clusters in order to understand their host galaxies.

After presenting the importance of studying star clusters and the major results that were deduced from them, this manuscript describes the adaptation of a population synthesis code “PÉGASE”. This adaptation explicitly takes into account the stochastic nature of the star cluster populations. Then, we present the Bayesian analysis method based on a broad collection of models from *discrete* synthesis, which differ from *continuous* models. This method opens a new window to analyze multi-wavelength photometry of clusters that are unresolved into stars. We show that the method we developed during this thesis project is robust in terms of noise that could suffer the observations but also robust in terms of Bayesian priors: assumption that are required to apply the calculations. Finally, this manuscript concludes by bringing the method to bear on recent observations from the Hubble Space Telescope of the M83 galaxy. We show that taking into account the stochastic fluctuations during the analysis confirms the previously described cluster mass function and extends the result down to lower masses ($10^3 M_\odot$). However, this method also highlight variations in the age distributions that were so far hidden within the systematics of previous methods.

Sommaire

Sommaire	ix
Liste des figures	xii
1 Entrée en Matière	1
2 L'étude des amas d'étoiles	5
2.1 Introduction	5
2.2 Les mécanismes d'évolution des amas	6
2.2.1 Phase I : la formation, "un seul mot d'ordre : efficacité" .	6
2.2.2 Phase II : l'évolution sans gaz, "un combat dynamique" .	8
2.3 La fonction de luminosité	10
2.4 La fonction de masse	13
2.5 L'observation des amas d'étoiles	15
2.6 Problématique	17
3 Synthèse de Populations Discrètes	25
3.1 Introduction	25
3.2 Les bases de la synthèse	26
3.2.1 L'évolution stellaire	27
3.2.2 Bibliothèque spectrale	31
3.2.3 L'histoire de formation stellaire	33
3.2.4 La distribution de masse initiale	34
3.3 PÉGASE.2N	37
3.3.1 Pégase.2	38
3.3.2 Fonction de masses et <i>populations discrètes</i>	40
3.3.3 Les autres modifications depuis Pegase.2	42
3.4 Synthèse continue & synthèse discrète	43
4 Analyse des systématiques	51
4.1 Introduction	53
4.2 Synthetic populations	55
4.3 Analysis methods	58

4.3.1	Standard estimates: the “infinite limit”	58
4.3.2	Bayesian estimates	59
4.3.3	Single best-fit	60
4.4	Analysis of UBVIK photometry	60
4.4.1	Input sample description	61
4.4.2	Estimates from photometry without noise	61
4.4.3	When extinction is a free parameter	64
4.4.4	Estimates from noisy fluxes	68
4.5	When there is no K band data	70
4.6	Discussion	72
4.6.1	Non-stochastic studies : mass and age distributions	73
4.6.2	Prospects of the stochastic analysis	75
4.6.3	Impact of the photometric band selections	79
4.7	Conclusions	81
4.8	Appendix: Examples of probability maps	82
5	Influence des a priori bayésiens	87
5.1	Introduction	89
5.2	Synthetic populations	90
5.3	Generation of the catalogue following the M^{-1} distribution	91
5.4	Analysis methods	92
5.4.1	Input sample description	93
5.5	Assuming a shallower mass distribution	96
5.5.1	When extinction is known	96
5.5.2	When extinction is a free parameter	98
5.6	Assuming a steeper mass distribution	100
5.7	Assuming a different prior age distribution	100
5.8	Prospect on the edge effects	103
5.9	Conclusions	104
6	Les amas d’étoiles de Messier 83	107
6.1	Introduction	109
6.2	Data and Observations	111
6.3	Population synthesis models	111
6.4	Luminosity and color distributions	113
6.5	Cluster Ages and Masses	115
6.6	Discussion	120
6.6.1	Comparison with continuous models	120
6.6.2	Models from PÉGASE and from Bruzual & Charlot 2009 . .	123

6.6.3	Discrete versus continuous models	125
6.6.4	New implications of using a stochastic method	125
6.6.5	Adding narrow band photometry in the analysis	126
6.7	Conclusions	128
7	Conclusions et perspectives	131
A	Résumé pratique des méthodes Monté-Carlo	139
A.1	Introduction aux méthodes de Monté-Carlo	139
A.1.1	Génération de nombres uniformément distribués	139
A.2	Génération de nombre non-uniformément distribués	140
A.2.1	La méthode de transformation	140
A.2.2	La méthode de rejet (“Rejection method”)	142
B	Combinaisons linéaires d’amas synthétiques	145
B.1	Motivation	145
B.2	Combinaisons d’amas de synthèse	146
B.3	Limitations éventuelles	147

Liste des figures

2.1	Etapes de formation d'un amas	8
2.2	NGC2158 et M35	11
2.3	NGC5139 Omega Centauri	12
2.4	Comparaison de fonction de masses	14
2.5	Exemple de l'étude de l'amas <i>L</i> de Messier 82	18
3.1	Tracé d'évolution	28
3.2	Isochrone	29
3.3	Diagramme couleur-magnitude de M3	30
3.4	Exemple de bibliothèque spectrale	32
3.5	Exemples de tirage suivant une IMF de Kroupa	35
3.6	Représentation de différentes IMFs	36
3.7	CMDs & Variations stochastiques	38
3.8	Exemples de spectres pour des populations discrètes	41
3.9	Distribution intrinsèque des masses dans les catalogues	44
3.10	CMD U–B V–K	45
3.11	Décomposition du CMD U–B V–K par intervalles d'âges	46
3.12	CMDs & Variations stochastiques de la fonction de masse	48
4.1	Stochastic properties of star clusters at solar metallicity	57
4.2	Model sample of 1000 discrete models	61
4.3	Estimations based on UBVI and K band fluxes without noise	62
4.4	Photometric properties of stochastic populations	63
4.5	Estimates based on UBVI and K band fluxes without noise .	65
4.6	Bayesian derived ages and masses and UBVIK data	68
4.7	Estimations based on UBVI and K band fluxes with 5% noise .	69
4.8	Estimations based on UBVI band fluxes with 5% noise	71
4.9	Age-mass and age-luminosity distributions obtained	74
4.10	Bayesian and Standard derived age-mass distributions	77
4.11	Bayesian Age-mass distributions & 1-mag reddened sample	78
4.12	Recovered age-luminosity distributions	78
4.13	Example of probability maps, pop. of 33 Myr & 650 M _⊙	83

4.14	Example of probability maps, pop. of 2.3 Gyr & 780 M _⊙	84
4.15	Binning effect	84
5.1	Catalogs intrinsic mass distributions	92
5.2	Age & Mass reference estimate distributions	94
5.3	Model sample of 1000 discrete models from catII & catIII	95
5.4	UBVI analysis, shallower prior mass function & known A_V	97
5.5	UBVI analysis, shallower prior mass function & varying A_V	98
5.6	Comparing stochastic estimates with different mass priors	99
5.7	UBVI data analysis using a steeper mass function	101
5.8	Comparing stochastic estimates with different age priors	102
5.9	Distribution of the probabilities	103
6.1	Color image of the observed region of M83	112
6.2	Color-color and color-magnitude diagrams of the sources	114
6.3	Bayesian Age–Mass–Extinction distribution	116
6.4	Bayesian age distribution	117
6.5	Bayesian mass distribution	118
6.6	Spatial distribution of ages, masses, and extinctions	121
6.7	Dust & Extinction distribution	122
6.8	Spiral arm & age distribution	122
6.9	Age–Mass distribution from a χ^2 -fit & continuous models	123
6.10	BC09 & PEGASE.2 continuous U-B, V-I age sequence	124
6.11	Continuous age distrib. compared to Chandar et al., 2010	125
6.12	Continuous and discrete Age – Mass distribution	126
6.13	Projected age and mass distribution from both models	127

ENTRÉE EN MATIÈRE

1

Avez-vous jamais réalisé que vous vous déplacez en permanence ? A bord de notre vaisseau Terre, vos pieds se déplacent à 30 kilomètres par seconde dans l'immense inconnu de l'Univers. Autour de nous trônent les étoiles, les galaxies et autres particularités astronomiques. Qui n'a jamais levé les yeux au ciel sans s'exclamer reconnaître la Grande Ourse, ou Orion et son pied posé sur Rigel la bleue, ou Betelgeuse la rouge posée sur son épaulé ?

Il y a quelques décennies encore, notre vision de ces mondes lointains se cantonnait uniquement au domaine visible. La multiplication des observations et les améliorations techniques, nous offrent aujourd'hui un regard nouveau sur l'Espace. Depuis les années soixantes, la vision d'un ciel à d'autres longueurs d'ondes s'est ouverte à nous (?Giacconi et al. 1962, Boisse et al. 1981, et références citées). Ainsi, nous avons commencé à appréhender la complexité des phénomènes astrophysiques. Parmi ceux-ci, au coeur de l'astrophysique moderne, se place l'évolution des galaxies et des étoiles qui les composent, réunissant un large éventail d'outils toutes sciences confondues, afin de comprendre la formation et l'évolution des étoiles, l'évolution du gaz et de la poussière dans le milieu interstellaire, la dynamique des galaxies..., etc.

Notre exploration de cet Univers repose presque essentiellement sur la lumière que nous percevons. Les neutrinos, les rayons cosmiques, les ondes gravitationnelles apporteront peut-être un jour d'aussi riches informations que celle portées par les photons. A l'heure actuelle, ces derniers restent la principale source de renseignements sur les étoiles et les galaxies qui nous entourent. L'astrophysique est une science qui a pour particularité de ne pas avoir de laboratoire pour y reproduire des expériences comme les autres sciences en sont dotées : il est impossible à l'astronome de fabriquer une étoile en laboratoire et de l'étudier de près. L'astronome doit observer et "sonder" l'Univers à distance.

L'Univers est composé de plusieurs milliards de galaxies. Chacune étant un assemblage complexe d'étoiles, de gaz et de poussière. Comprendre les galaxies revient à comprendre comment ces trois composantes évoluent et interagissent entre elles. En particulier les étoiles qui sont les sources d'énergie de ces systèmes.

Des étoiles naissent et meurent tout au long de l'évolution d'une galaxie. A chaque instant, elles sont présentes à des stades divers d'évolution. D'abord présentes au stade d'étoiles de la séquence principale, elles contribuent au rayonnement de la galaxie. Puis elles évoluent en des stades plus avancés, comme les géantes, et enfin disparaissent en enrichissant le milieu interstellaire des produits de réactions thermonucléaires qui se produisaient leur sein, afin de permettre aux nouvelles générations d'étoiles de briller en conservant une trace de leurs ancêtres.

Les amas d'étoiles représentent un outil précieux pour comprendre la formation stellaire car dans les galaxies, celle-ci se produit en grande partie dans ces regroupements d'étoiles (Lada & Lada 2003). L'étude des amas nous procure donc un moyen d'observer et de mieux comprendre la formation stellaire au sein de la Galaxie mais également des galaxies proches. En effet, les amas sont très lumineux et sont donc visibles à de très grandes distances. Les étoiles en leur sein évoluent dans un contexte commun. Le meilleur moyen pour comprendre la nature des amas stellaires est d'observer individuellement les étoiles qui les composent. Cependant, à cause de la distance qui nous en sépare, il n'est pas toujours possible d'y parvenir, même avec l'arrivée prochaine des nouvelles générations de télescopes qui repousseront cette limite au-delà de 10 Mpc (33 millions d'années lumières, soit 3×10^{20} km). Toutefois il est encore possible d'observer les amas au-delà de cette limite en utilisant leur lumière intégrée, c'est-à-dire la lumière émise par l'objet dans son ensemble, sans chercher à isoler les individus de sa population stellaire. De plus ces mesures de lumière sont et resteront longtemps un moyen privilégié pour l'étude des relevés contenant de grands échantillons d'objets.

Les progrès technologiques récents nous permettent aujourd'hui une observation relativement aisée des amas d'étoiles. Toutefois, l'interprétation de la lumière que nous en percevons n'en reste pas moins complexe. Pourtant à la base de toutes les études, elle reste encore un des grands défis des astronomes aujourd'hui. La lumière émise par une population est dominée par les étoiles les plus brillantes. Ces étoiles sont relativement peu nombreuses en général. Il faut donc, pour l'astronome,

reconstruire l'histoire de ces populations d'étoiles à partir de quelques individus seulement, afin d'être capable d'estimer les âges, les masses et les métallicités de ces objets tout en tenant compte de l'extinction due au milieu interstellaire. En particulier, plus l'amas est petit et plus la présence d'une unique étoile très lumineuse importe. Lorsque cela se produit, une grande partie de l'émission de la population est masquée par le rayonnement de cette étoile. Il en résulte une grande disparité dans les couleurs et luminosités de l'ensemble de l'objet.

Les travaux effectués au cours de cette thèse s'inscrivent dans cette problématique. Ils apportent une méthode d'analyse nouvelle pour étudier des observations d'amas d'étoiles. En particulier, ce travail se concentre sur des amas de masses faibles et intermédiaires ($< 10^5 M_{\odot} \approx 2 \times 10^{35} \text{ kg}$). Pour ces populations, la présence d'une étoile très lumineuse est assez rare. Lorsque cela se produit, une grande partie de l'émission des autres étoiles est masquée par l'émission de celle-ci. Il en résulte une grande différence dans les couleurs et la luminosité entre un amas qui contient une telle étoile et un amas qui n'en contient aucune. L'étude des couleurs et luminosités intégrées de populations d'étoiles ne peut s'effectuer sans une certaine modélisation. Celle-ci a pour finalité de présenter des distributions d'énergies (ou des spectres) de populations synthétiques afin de permettre une comparaison directe avec les observations.

La modélisation d'une population est encore délicate. Les étoiles contribuant à la majeure partie de la lumière telles que les super-géantes ou les étoiles de la branche asymptotique sont encore mal connues. Les étoiles évoluant dans ces phases sont difficiles à modéliser car elles sont généralement variables, rendant ainsi la calibration des modèles incertaine. Pourtant, malgré ces difficultés, des modèles de populations stellaires sont développés et utilisés pour analyser les observations. Par leur biais, les astronomes avancent dans la compréhension de l'évolution stellaire, des processus de formation des étoiles ainsi que de l'évolution dynamique et morphologique des galaxies.

Ce manuscrit commence par une revue des motivations et résultats obtenus par l'étude des amas d'étoiles proches et distants afin d'introduire la problématique de cette thèse. Puis est introduite la modélisation de populations d'amas qui est le support d'une méthode d'analyse des observations photométriques d'amas d'étoiles. Ces deux chapitres ont été rédigés dans la perspective d'être accessibles à tout lecteur, y compris non initié à l'astronomie.

Puis le reste de cette thèse s'adresse principalement à la communauté d'astronomes, et ainsi a-t-elle été rédigée en anglais afin d'être accessible au plus grand nombre. Toutefois chaque chapitre en anglais dispose d'un résumé en français en début de chapitre. Dans cette seconde partie, nous montrerons la robustesse de la méthode d'analyse que nous avons développée vis-à-vis du bruit dans les données mais également de certaines hypothèses inhérentes à cette méthode. Enfin cet exposé se termine sur les premiers résultats d'application à l'étude de récentes observations de la galaxie Messier 83.

BIBLIOGRAPHIE

Boisse, P., Ryter, C., Gispert, R., et al. 1981, *å*, 94, 265

Giacconi, R., Gursky, H., Paolini, F. R., & Rossi, B. B. 1962,
Phys. Rev. Lett., 9, 439

Lada, C. J. & Lada, E. A. 2003, ARA&A, 41, 57

L'ÉTUDE DES AMAS D'ÉTOILES

2

Sommaire

2.1	Introduction	5
2.2	Les mécanismes d'évolution des amas	6
2.3	La fonction de luminosité	10
2.4	La fonction de masse	13
2.5	L'observation des amas d'étoiles	15
2.6	Problématique	17

2.1 INTRODUCTION

Les étoiles se forment à partir de gigantesques nuages de gaz, ayant des dizaines de milliers de fois la masse du Soleil (masse notée M_{\odot} par la suite). Ils sont suffisamment massifs pour pouvoir s'effondrer sous l'effet de leur propre gravité. Cependant, de tels nuages sont bien trop grand pour s'effondrer en une seule et unique étoile (Jeans 1902, Boss 1998, Smith et al. 2009). Ainsi la formation des étoiles se produit-elle majoritairement au sein d'amas (Lada & Lada 2003). Ceci est largement vérifié à l'intérieur même de la Voie Lactée, notre galaxie. Parker & Goodwin (2007) ont montré qu'environ 70 % des étoiles de type O¹ résident dans des amas jeunes, sans compter que 50 % de étoiles O isolées sont identifiées comme des étoiles éjectées (de Wit et al. 2005) du groupe auxquelles elles appartenaient². Il semblerait même que seulement 4 % de ces étoiles isolées, voire moins

¹En astronomie, les étoiles présentent quatre caractéristiques principales : température de surface, gravité à la surface, masse et luminosité. Ces caractéristiques ne sont pas indépendantes les unes des autres et ne sont pas directement mesurables. Cependant, elles permettent d'associer un type spectral à chaque étoile. Les étoiles de type O sont les étoiles massives les plus chaudes.

²Les étoiles éjectées de leur association d'origine sont communément appelées "runaways".

d'après certaines études (par exemple Gvaramadze & Bomans 2008, Schilbach & Röser 2008), peuvent être considérées comme s'étant formées en dehors d'un amas stellaire (de Wit et al. 2005). D'autres arguments en faveur de cette affirmation proviennent de la similarité des relevés de taux de formation stellaires au sein des amas (Lada & Lada 2003, $\approx 3 \times 10^3 M_{\odot} \text{ Myr}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$) avec les estimations des taux de formation nécessaires pour produire les étoiles dans le champ, c'est-à-dire celles n'appartenant pas à un amas (Miller & Scalo 1979, $\approx 3 - 7 \times 10^3 M_{\odot} \text{ Myr}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$). L'étude des amas d'étoiles nous procure donc un moyen d'observer et de mieux comprendre la formation stellaire au sein de la Galaxie mais également des galaxies proches. En effet, les amas sont très lumineux comparé à des étoiles individuelles et sont donc visibles à de plus grandes distances. Les amas stellaires dans les Nuages de Magellan (par exemple de Grijs & Anders 2006, Gieles et al. 2007, Liu et al. 2009, Milone et al. 2009, Chandar et al. 2010) ainsi que d'autres galaxies comme M31 (par exemple Narbutis et al. 2008, Barmby et al. 2009, Hodge et al. 2009, Caldwell et al. 2009, Peacock et al. 2010) et M33 (par exemple Chandar et al. 1999, Ma et al. 2004, Sarajedini et al. 2007, San Roman et al. 2009), nous donnent l'opportunité d'étudier les populations contenues dans les amas stellaires. Les études montrent que ces amas peuvent être de toutes masses et de tous âges et compositions chimiques (Hunter et al. 2003, de Grijs & Anders 2006, par exemple pour les nuages de Magellan).

2.2 LES MÉCANISMES D'ÉVOLUTION DES AMAS

Au début de l'astronomie moderne, les amas d'étoiles étaient notre principal outil pour appréhender les rouages de l'évolution stellaire. Aujourd'hui, ces objets continuent de contraindre la physique des étoiles mais sont également étudiés pour mieux comprendre leur nature et en tant que témoignage de l'histoire des galaxies.

2.2.1 Phase I : la formation, “un seul mot d'ordre : efficacité”

Nuage moléculaire

La formation d'un amas débute par l'effondrement d'un nuage géant de gaz moléculaire, froid ($< 10 \text{ K}$) et dense possédant plusieurs dizaines de milliers de fois la masse du Soleil (Elmegreen & Efremov 1997). Plusieurs

événements, comme les ondes de chocs provenant d'une supernova³ (Barnes 2004) à proximité ou l'interaction gravitationnelle avec son environnement, peuvent déclencher cet effondrement⁴ dont le résultat sera un épisode de formation stellaire (Harris et al. 1991, Meurer et al. 1995, Barton et al. 2000, Di Matteo et al. 2007).

Lors de l'effondrement, le nuage de gaz va se fragmenter en nuages de plus en plus petits qui s'effondrent à leur tour jusqu'à former des milliers d'étoiles (Boss 1998). Ainsi plusieurs amas peuvent-ils être formés à partir d'un même nuage de gaz. Il existe même des amas doubles, au même titre que les étoiles binaires résultant de la formation simultanée des deux systèmes stellaires comme par exemple l'amas double NGC 869 et NGC 884 (Subramaniam et al. 1995).

Fragmentation

Lors de la formation d'un amas, s'il se forme une étoile massive, comme une étoile OB par exemple, celle-ci va émettre une quantité importante de photons ultraviolets⁵. L'émission radiative de cette étoile va alors ioniser le gaz, encore contenu au sein de l'amas et à proximité, formant ainsi une région dite HII. Les vents stellaires de ces étoiles massives et la pression de radiation des photons vont chasser le gaz hors de l'amas. Au bout de plusieurs millions d'années, un amas peut également subir ses premières explosions *supernovae* qui vont elles aussi souffler le gaz hors du système (Castor et al. 1975, Eggleton 2006). Ainsi après une dizaine de millions d'années, un amas se sera vu retirer la majorité du gaz qui a servi à sa formation, dont une petite fraction seulement aura contribué à la formation des étoiles : environ 10 % d'après Battinelli & Capuzzo-Dolcetta (1991) et au plus 40 % d'après Kroupa et al. (2001). Cette fraction est appelée *efficacité de formation stellaire* (SFE) (Di Matteo et al. 2007).

Déplétion

Cependant la perte du gaz a des répercussions sur la stabilité dynamique de l'amas pouvant conduire à la destruction totale de l'amas en question (Boily & Kroupa 2003) : on parle de "*mortalité infantile*". En particulier, si l'efficacité de formation stellaire n'est pas suffisante, la quantité de gaz expulsée va conduire à une réduction drastique du potentiel gravitationnel qui retient chacune des composantes de l'amas. Les étoiles ainsi déliées de leur nurserie se retrouvent éparpillées dans la galaxie hôte. Toutefois certains amas "*survivent*" même après cette importante

Equilibre / Survie

³L'explosion d'une étoile qui survient sous certaines conditions.

⁴L'effondrement du nuage moléculaire peut être partiel.

⁵Les étoiles de type O ou B sont des étoiles massives très chaudes, qui émettent une grande quantité de photons ionisants et produisent de forts vents stellaires



Figure 2.1 – Les grandes étapes de la formation d'un amas stellaire. De gauche à droite, les premières étoiles formées de NGC 7129, encore dans leur berceau de gaz et de poussière ; NGC 346, un jeune amas dans le Petit Nuage de Magellan qui commence à expulser son gaz ; enfin NGC 3603, un amas qui a complètement balayé le gaz qui a servi à sa formation. (Images de T. Megeath, Spitzer ; A. Nota, HST ; J. Maiz Apellàñiz, HST)

perte de masse due à l'expulsion totale du gaz d'origine. Les étoiles encore liées gravitationnellement vont alors continuer leur vie dans un environnement dépourvu de gaz.

Dans cette première partie de vie (< 3 Myr), un amas est un complexe mélange de dynamique de gaz, de dynamique stellaire, d'évolution stellaire et de transfert radiatif. Les trois grandes étapes de cette formation sont illustrées figure 2.1. Cette partie est si complexe que nos connaissances actuelles de cette période sont encore incomplètes (Elmegreen & Efremov 1997, Price & Bate 2009). En particulier, cela nous laisse des incertitudes sur des propriétés basiques, mais pour autant critiques des amas, comme par exemple la durée et l'efficacité des processus de formation des étoiles, la probabilité de survie d'un amas et même la distribution de masse stellaire initiale.

2.2.2 Phase II : l'évolution sans gaz, “un combat dynamique”

On distingue deux périodes d'évolution des amas après que l'expulsion du gaz soit complète (pour les survivants, bien entendu). La première est caractérisée par le rôle important de la *perte de masse* (sous forme de vents stellaires, perte d'étoiles, évolution stellaire...) dans les processus dynamiques. Le second étant la période où seuls les processus dynamiques dominent l'évolution à long terme du système. La limite entre ces deux phases peut se situer n'importe où entre 100 Myr et 1 Gyr⁶. Celle-ci est liée à la masse initiale du système total, au rayon de l'amas et à son profil

⁶1 Gyr = 10^9 années

de densité, mais également à la fonction de masse initiale des étoiles. Un amas devra alors trouver un équilibre à chaque perturbation qu'il subira.

Les simulations d'évolution dynamique des amas montrent que les étoiles de plus grande masses ont tendance à "tomber" vers le centre, on parle de *ségrégation de masses* (e.g McMillan et al. 2007, Allison et al. 2009). De nombreuses études ont montré que ce phénomène a une grande influence sur la survie d'un amas. En particulier Vesperini et al. (2009) ont montré que la perte de masse, liée aux vents des étoiles massives, concentrée au milieu de l'amas a des effets plus destructeurs qu'une perte équivalente répartie dans tout le système.

Une conséquence importante de cette ségrégation de masses est l'augmentation de la perte de masse par *évaporation* : la perte des étoiles se trouvant à la périphérie de l'amas. Une étoile s'échappe d'un amas si elle brise ses liens gravitationnels avec celui-ci, autrement dit, si elle acquiert une énergie suffisante pour lui permettre de sortir du puits de potentiel de l'amas. Un tel gain d'énergie peut, par exemple, être obtenu par simple agitation "thermique" du système, une explosion supernova, ou par un effet de fronde avec une ou plusieurs étoiles (on parle aussi de "kick"), ou encore par une influence extérieure. La ségrégation de masse modifie le potentiel gravitationnel de l'amas, ayant pour effet d'abaisser le seuil d'énergie requit pour que les étoiles en périphérie puissent être éjectées, en comparaison avec un amas sans ségrégation. La perte de ces étoiles déstabilise alors l'équilibre de l'amas conduisant dans certains cas à la dissolution de ce dernier.

L'équilibre des amas est précaire. En réalité il n'existe pas d'état d'équilibre parfait pour un amas d'étoiles. L'évaporation des étoiles de grande vitesse et les restructurations internes à l'amas peuvent conduire à un *effondrement du cœur* ou "*core collapse*", en anglais (Antonov 1962, Lynden-Bell & Eggleton 1980, Makino 1996). Au cours de cette évènement, les parties internes de l'amas vont se condenser, tandis que les parties externes vont s'étendre, jusqu'à évaporation totale des parties externes dont le résultat est un cœur très dense (rarement durable en raison des systèmes binaires qui peuvent s'y former).

Les amas n'existent pas seuls. Ils sont généralement dans l'environnement proche d'une galaxie et sont donc influencés par la gravité de cet hôte. De manière similaire à l'influence de la Lune sur la Terre, la galaxie hôte va produire des phénomènes de marée sur les amas qu'elle contient. On peut imaginer ce phénomène sous la forme d'un champ de forces (*champ de marée* ou *potentiel de marée*), qui pour un amas donné va

Ségrégation

Évaporation

Effondrement

Champ de marée

tendre à le déformer. Cette déformation peut avoir deux effets : le premier de comprimer l'amas, et ainsi le rendre plus dense, ce qui généralement va favoriser sa stabilité ; l'autre au contraire de déchirer l'amas (dans une direction donnée) ce qui compromet sa stabilité (Renaud et al. 2009, pour plus de détails.).

De nombreuses questions ont été soulevées et restent encore aujourd'hui débattues. La distribution des masses des étoiles à l'intérieur des amas lors de leur formation ou au cours de leur évolution, ou les tendances dans les évolutions des couleurs de ces objets dans le temps, ou encore leur durée de vie en tant que système stellaire gravitationnellement lié en sont trois exemples. Une autre grande question encore non résolue est de savoir s'il existe une loi universelle décrivant la distribution des masses (totales) des amas. Pour répondre à ces interrogations, il faudra encore de nombreuses études statistiques. Par exemple, comparer le contenu stellaire actuel au sein de différentes galaxies avec celui des amas encore en cours de formation, nous renseignera sur la physique encore mal connue qui régit les mécanismes d'évolution des amas. En particulier, cela peut nous permettre de répondre à la question de l'existence ou non d'une distribution universelle des masses des amas dans les galaxies.

2.3 LA FONCTION DE LUMINOSITÉ

La fonction de luminosité des amas d'étoiles est l'un des plus importants résultats provenant de leurs études. Celle-ci est issue directement des observations. On distingue généralement les distributions associées aux amas globulaires, compacts et âgés, de celle des amas ouverts. Un exemple est donné figure 2.2 à titre de comparaison.

Les amas globulaires se présentent sous la forme d'un ensemble d'étoiles relativement sphérique et généralement très dense en leur centre (Binney & Tremaine 1987). Ils sont relativement âgés ($\sim 1 - 10$ Gyr) et massifs ($\sim 10^4 - 10^6 M_{\odot}$; Meylan & Heggie 1997). La Voie Lactée contient quelques centaines d'amas globulaires, dont les masses vont de l'ordre de $10^3 M_{\odot}$ pour l'amas AM4 du Sagittaire, à $2.2 \times 10^6 M_{\odot}$ pour NGC 5139, Oméga du Centaure⁷. Cela représente moins de 0.1% de

⁷Données provenant du catalogue publié par Harris (1996) qui suppose un rapport de masse-luminosité constant de 2.



Figure 2.2 – Deux amas d'étoiles de la constellation des Gémeaux. NGC 2158(à droite) est un amas globulaire de 1.5 Gyr environ, bien plus compact que son "voisin", M 35, quatre fois plus proche de nous en réalité, un amas ouvert une dizaine de fois plus jeune (~ 150 Myr). Tout deux sont visibles, soit avec une paire de jumelles pour NGC 2158, soit avec un petit télescope pour M 35. Image par J.-C. Cuillandre (CFHT)

la masse visible de la Galaxie ($\approx 3.5 \times 10^7 M_\odot$ selon le recensement de Harris 1996).

L'étude de vieux amas globulaires, comme dans les galaxie M 31 ou M 87 par exemple, a permis de montrer que leur fonction de distribution était relativement proche d'une loi log-normale (Fig. 2.3) dont la magnitude absolue (en bande V) la plus brillante était de l'ordre de -7 (Harris et al. 1991, Whitmore & Schweizer 1995, Harris et al. 1998) correspondant à une masse typique de l'ordre de $2 \times 10^5 M_\odot$.

Les amas ouverts quant à eux ne présentent pas de géométrie particulière et sont bien plus jeunes que les précédents et moins massifs. De plus, ils sont généralement plus riches en métaux⁸ (Binney & Tremaine 1987). L'amas des Pléiades ou celui des Hyades ($< 5 \times 10^3 M_\odot$) sont des exemples bien connus d'amas ouverts.

L'étude des amas ouverts, comme des populations jeunes, présente une distribution ayant la forme d'une loi de puissance (Elson & Fall 1985, Harris & Pudritz 1994, Elmegreen & Efremov 1997). La liste des amas ouverts galactiques représente environ 1700 objets référencés dans la littérature (Kharchenko et al. 2005), dont le catalogue présenté par

⁸En astrophysique, le terme métaux regroupe tous les éléments chimiques plus lourds que l'hélium.

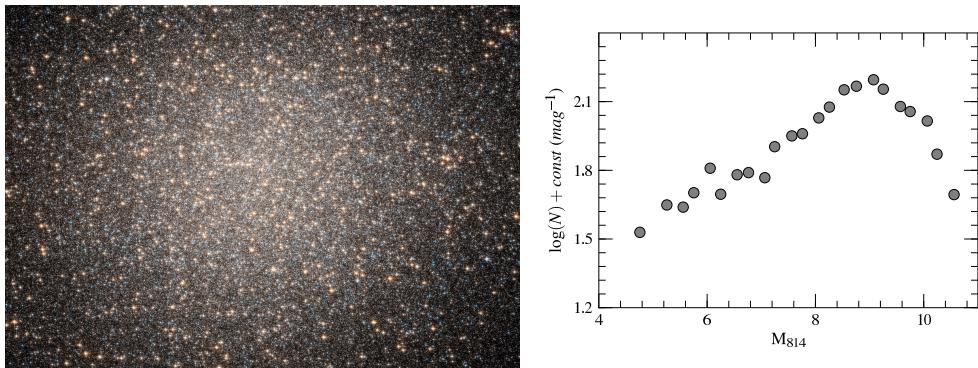


Figure 2.3 – *NGC 5139, le plus gros amas globulaire de la Voie la Lactée. Cet amas contient 10^7 étoiles pour une masse totale de $2.2 \times 10^6 M_\odot$. L'image sur la gauche provient d'observations réalisées à partir du télescope spatial Hubble (Hubble Heritage). Le graphe représente la fonction de luminosité de cet amas en bande I (F814W) de l'instrument WFPC2 à bord du satellite Hubble (Fig. 3 de Marchi 1999).*

Piskunov et al. (2008) fournit une liste statistiquement complète jusque 800 pc, et dont la masse moyenne est de $500 M_\odot$.

Malgré le nombre important d'études d'amas stellaires réalisées, les mécanismes d'évolution permettant de passer de la fonction de luminosité des populations jeunes à celle des amas vieux ne sont pas encore compris. Les propriétés déduites des différentes études sur les amas stellaires, comme par exemple la distribution spatiale ou des masses des étoiles au sein du système, sont à prendre avec précautions. Celles-ci sont sensibles aux hypothèses sous-jacentes d'histoire de formation d'étoiles dans les galaxies ainsi qu'aux modèles de formation et d'évolution des amas stellaires. De plus les incertitudes sur l'estimation de ces propriétés restent encore importantes, et les biais observationnels sont également fréquents et pas toujours explicites. Citons comme exemple l'étude de Battinelli & Capuzzo-Dolcetta (1991) d'un échantillon d'une centaine d'objets provenant du catalogue Lynga (1982), lequel se présentait comme un catalogue complet jusqu'à 2 kpc mais qui s'est avéré présenter un biais de sélection en luminosité se traduisant par une liste d'amas de masses supérieures à plusieurs milliers de masses solaires uniquement. Il faut donc rester prudent quant aux évolutions de valeurs estimées avec la distance. Ainsi il devient très délicat de faire des comparaisons directes d'échantillons d'amas.

2.4 LA FONCTION DE MASSE

Il est souvent plus simple pour le théoricien d’appréhender la quantité de lumière émise par un amas en terme de masse. Ainsi, la fonction de luminosité des amas est souvent ramenée, par les observateurs, à la fonction de masse de ces mêmes objets. En étroite relation avec la fonction de luminosité, la fonction de masse des amas n’est quant à elle pas observable de manière directe. Il n’est pas aisés de mesurer la masse d’un objet à distance et il n’est pas non plus trivial d’obtenir des informations sur les propriétés d’un objet à partir de sa luminosité. En effet, les luminosités des amas et leurs masses respectives sont liés de manière complexe. Par exemple la luminosité d’un amas décroît très fortement au cours du premier milliard d’années de sa vie simplement pour des raisons d’évolution stellaire. L’estimation des masses des amas se fait en général par le biais de modèles. Soit par détermination de la masse de chacune des étoiles qui compose l’amas lorsque cela est possible, soit par comparaison à des modèles décrivant la population de l’amas dans son ensemble. Les déterminations directes de masses dynamiques restent rares et dépendent d’hypothèses sur la structure et l’équilibre des systèmes en question.

Surdin (1979) apparaît comme le premier à décrire la distribution de masse des amas comme une loi de puissance⁹. Il suggère que dN/dM le nombre d’amas par unité de masse, se comporte comme $M^{-1.9}$ pour des amas de masse importante ($M > 10^5 M_\odot$) dans la Voie Lactée. Cette valeur sera par la suite confirmée et généralisée à d’autres galaxies par de nombreuses études (par exemple Harris & Pudritz 1994, table 1 et références citées). Cette description de la distribution des masses a également été étendue aux amas jeunes (par exemple Anders et al. 2007, Dowell et al. 2008, Larsen 2009, et références citées). Une comparaison des différentes distributions pour plusieurs galaxies est présenté Fig. 2.4. Deux représentations décrivant ces distributions sont aujourd’hui communément utilisées : soit par une loi de puissance dont la valeur de l’exposant est de l’ordre de 2 (e.g Fall et al. 2005), soit par une distribution de Schechter (1976) prenant la forme suivante :

$$\phi(M) = dN/dM \propto M^{-\beta} \exp(-M/M_*) \tag{2.1}$$

⁹Dans cet exposé, nous adoptons la notation M , pour la masse d’un amas, et m pour celle d’une étoile individuelle.

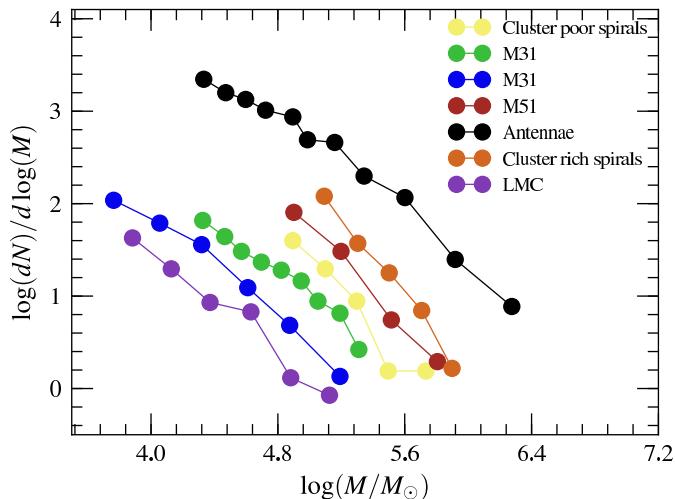


Figure 2.4 – Comparaison de fonctions de masses d’amas jeunes (< 1 Gyr) dans différentes galaxies. Figure adaptée de Portegies Zwart et al. (2010, Fig. 10). Les résultats proviennent de Larsen (2009) pour le grande nuage de Magellan et les amas des galaxies spirales, Gieles (2009) pour M51, Zhang & Fall (1999) pour les Antennes et Narbutis et al. (2008), Vansevičius et al. (2009) pour les deux relevés dans M31.

La forme de la distribution de Schechter est très semblable à une loi de puissance mais décroît plus rapidement pour les grandes masses. La vitesse de cette chute est définie par la masse de Schechter, M_* . Dans cette description, β prend en général une valeur proche de 2, et M_* est communément de l’ordre de $10^6 M_\odot$ (par exemple Larsen 2009, Bastian et al. 2010). Cependant, la valeur de M_* semble dépendre de l’environnement galactique dans lequel se trouvent les amas en question.

Un grand débat sur l’universalité de cette fonction de masse existe. Pour le moment, un consensus semble s’installer : les preuves de variations de cette distribution de masse sont absentes, néanmoins rien n’exclut qu’elles existent. Le lecteur intéressé est invité à lire l’article de synthèse par Bastian et al. (2010).

Il est important de noter que les observations d’amas nous donnent une distribution des masses à un instant donné qui est différente de la distribution d’origine. Cette distribution *instantanée*, comme nous l’avons discuté précédemment, est liée de manière complexe avec la fonction de masse *initiale* des amas d’étoiles, elle-même liée à la fonction de masse initiale des étoiles. Déterminer et comparer les masses des amas avec celles d’autres encore en formation dans les nuages moléculaires, nous

permettra *in fine* de mieux comprendre la physique de la formation d'étoiles et leurs répartitions en amas ou dans le champ.

2.5 L'OBSERVATION DES AMAS D'ÉTOILES

Nous venons de discuter de la manière dont l'étude des distributions d'âge, de masse et de luminosité des amas stellaires permet de mieux comprendre comment se forment et évoluent ces objets. Ainsi, la combinaison de ces distributions nous renseigne sur la formation, l'évolution et l'histoire des galaxies hôtes. Cette discussion montre l'importance des observations d'amas d'étoiles, en particulier celles provenant d'un grand nombres d'objets appartenant à différentes galaxies.

Les galaxies proches permettent des études moins affectées par les problèmes de distance et d'extinction en comparaison des amas de la Galaxie. Elles offrent une vision plus globale des populations au sein des amas d'étoiles et ainsi une meilleure contrainte de la distribution des âges de ces populations (Girardi et al. 1995, Wang et al. 2010).

Il faut distinguer deux grandes familles d'observations : les observations de populations résolues, pour lesquelles il est possible de regarder individuellement les étoiles qui les composent, de celles qui se font en lumière intégrée.

D'abord les observations d'amas résolus en étoiles. Ce mode d'observation est, et restera longtemps, le moyen le plus précis d'étudier ces objets. Il fournit un recensement d'étoiles de même distance, et approximativement du même âge et de même composition chimique. Ainsi peut-on acquérir d'importantes contraintes directes sur les modèles d'évolution stellaire. De plus les observations résolues en étoiles nous permettent d'obtenir une vision détaillée de la structure spatiale des amas (en projection sur le ciel), vision qui peut parfois être complétée par des mesures cinématiques apportées par la spectroscopie. Cependant, ce mode d'observations se limite aux objets proches, comme les amas de la Voie Lactée (Fig. 2.3) et des galaxies du Groupe Local (Fig. 2.2). Toutefois dans un futur proche, les nouveaux projets de grand télescopes (télescopes de 30 m) nous permettront de résoudre les étoiles dans des amas jusqu'à des distances de plusieurs Mega-parsecs (Mpc). Les observations résolues ont été utilisées en particulier pour valider les scénarios théoriques de ségrégation des masses. Un exemple bien

connu est l'amas des Arches se trouvant près du centre de la Galaxie. Les Arches ont un âge de 1 – 2 Myr et leur densité centrale est de l'ordre de $10^5 M_\odot \text{ pc}^{-3}$ (Figer et al. 2002). Stolte et al. (2002) trouvent la preuve d'une ségrégation de masse au sein de l'amas des Arches par l'observation d'un distribution de masse des étoiles dont la pente augmente significativement à mesure que l'on s'éloigne du centre de l'amas. Cependant, Espinoza et al. (2009) suggèrent que cette ségrégation pourrait provenir d'un biais dans les observations. En effet, l'extinction apparente, d'environ 30 magnitudes au travers de l'amas introduit une véritable difficulté dans l'étude. En fait, Ascenso et al. (2009) montrent qu'il peut être très difficile d'observer les effets de la ségrégation de masses dans les parties centrales d'amas, car très souvent des biais sont introduits dans les observations dont les effets sont en faveur de ce mécanisme.

Des amas à plus grandes distances montrent également des propriétés attribuées à la ségrégation de masse. McCrady et al. (2005) montrent que l'amas *F* de la galaxie Messier 82 apparaît plus petit aux longueurs d'ondes dans le rouge que dans celle du côté bleu, attribuant cet effet à la ségrégation. Ceci a également été observé pour NGC 1569-*B* (Larsen et al. 2008).

Une telle ségrégation, même si sa quantification reste difficile, doit exister selon la théorie. Cela introduit de nouvelles difficultés dans l'observation et l'étude des amas ouverts. En effet, il devient plus difficile de déterminer la taille de ces objets. Leur partie extérieure étant constituée des étoiles plus petites est moins lumineuse et par là même plus difficile à observer. Ainsi un amas avec une très forte ségrégation de masse pourra paraître plus massif si la limite en luminosité des observations n'est pas adaptée. A plus grande échelle, l'étude des distributions de masses va être influencée en faveur d'amas avec un déficit en étoiles de faible masses, dits "*top-heavy*".

En opposition avec les observations résolues, la seconde famille d'observations, dites "non résolues", est quant à elle applicable à de très grandes distances. Ce type d'observation, basé sur la mesure de la lumière totale émise par les objets, restera le moyen privilégié pour étudier de grands échantillons d'amas pour des raisons pratiques : le temps télescope ¹⁰ très limité impose qu'un grand relevé d'objets soit plus souvent photométrique que spectroscopique afin d'obtenir des informations sur

¹⁰temps d'utilisation d'un instrument alloué à un projet d'observation

le plus grand nombre d'objets à la fois¹¹. Cependant, il est important de bien remarquer que l'observation de la lumière intégrée de populations regroupe des milliers d'individus en un seul et unique point. Or, la lumière perçue d'une telle population est surtout produite par les étoiles les plus lumineuses. Cependant pour un amas, les étoiles lumineuses (plusieurs fois plus brillantes que le Soleil) sont rares. Ainsi l'étude des propriétés lumineuses des amas de petite taille ou de taille intermédiaire ($< 10^5 M_{\odot}$) équivaut à étudier une population en se basant sur un petit nombre d'individus. Ce qui revient à étudier une forêt à partir de l'arbre qui la cache.

La méthode "classique" consiste à comparer les couleurs observées avec celles prédites par des modèles provenant de la synthèse de population (par exemple Vesperini 1998, Fall & Zhang 2001, Anders et al. 2004). La figure 2.5 montre un exemple de comparaison du spectre de l'amas L dans Messier 82. Pour cet amas très massif ($4 - 13 \times 10^5 M_{\odot}$; Lançon et al. 2008, tab. 2 et références citées), il existe des modèles de population qui ajustent très bien le spectre observé. Ainsi, grâce aux modèles on déduit par exemple que cette population est âgée de 18 Myr.

Le travail de cette thèse s'inscrit dans la perspective d'étudier les amas non résolus de plus faibles masses que les "monstres" comme M82-L. Pour cette finalité, une amélioration des méthodes d'analyse des propriétés lumineuses des amas stellaires a été nécessaire, optimisée pour l'étude des populations de faibles masses.

2.6 PROBLÉMATIQUE

Toutes les études d'amas individuels et de populations d'amas dans les galaxies reposent sur notre capacité à estimer leurs propriétés telles que l'âge, la masse, ou la métallicité par exemple. Généralement, ces études utilisent des modèles de synthèse de population. Les modèles "*standards*" prédisent la distribution d'énergie d'une population en supposant que chaque point de l'isochrone sous-jacente est effectivement représenté, en d'autres termes que la fonction de masse stellaire est continûment peuplée. On parle également de modèles "*continus*". Cette fonction de masse

¹¹En photométrie, le support de l'information est une image du ciel pouvant comporter un grand nombre d'objets. La spectroscopie quant à elle ne peut se faire que sur un nombre restreint d'objets à la fois pour des raisons techniques et demande, pour chaque cible, un temps de pose plus long que l'imagerie. Ainsi, le temps nécessaire pour l'étude d'un même nombre d'objets est plus long en spectroscopie qu'en photométrie.

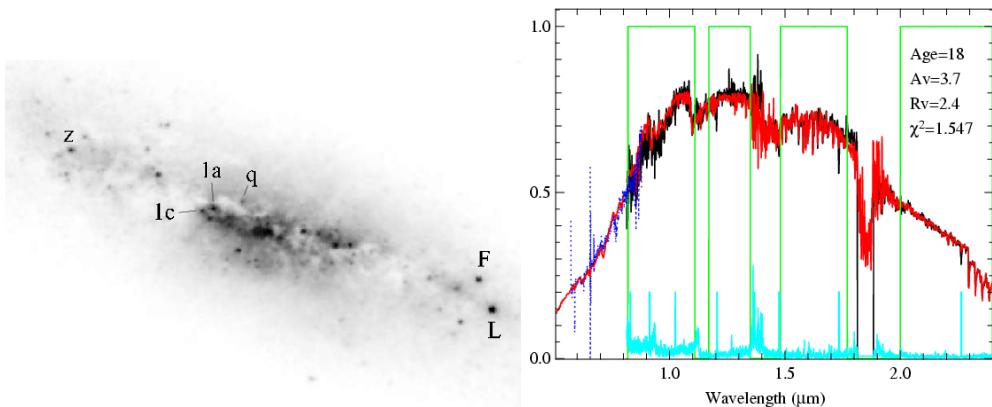


Figure 2.5 – Exemple de l'étude de l'amas L de Messier 82 tirée de Lançon et al. (2008). A gauche une image infrarouge du centre de cette galaxie présentant plusieurs amas dont l'amas L situé sur la droite de l'image. Cet amas contient de l'ordre de $10^6 M_{\odot}$ et permet ainsi, une estimation fiable de son âge à partir des modèles continus. A droite, le spectre observé de cet amas est donné en noir. Le modèle s'ajustant au mieux est donné en rouge. Les propriétés du modèle sont données sur la figure.

stellaire est la fonction qui décrit la proportion d'étoiles d'une masse donnée par rapport aux étoiles de masses supérieures ou inférieures. En particulier, elle décrit par une décroissance très forte aux grandes masses le fait que dans la nature, les étoiles massives (les plus lumineuses) sont rares. Dire que cette fonction est continument peuplée représente une hypothèse très forte sur la population en question.

Pourtant, les résultats des études menées à l'aide de ces modèles ont un impact important sur notre compréhension des amas d'étoiles : par exemple la fonction de masse décrite comme une loi de puissance d'exposant -2 (par exemple Zhang & Fall 1999, Bik et al. 2003, Boutloukos & Lamers 2003). Souvent les approches sont couplées à des études statistiques, conduisant à des impressions telles que celle de la levée de dégénérescences. Citons l'une des principales dégénérescences, à savoir celle entre l'âge et la métallicité : une population donnée pourra être confondue avec une autre de forte métallicité plus jeune car intrinsèquement plus rouge mais également confondue avec une population moins riche en métaux plus âgée car intrinsèquement plus bleue. Certaines études concluent que cette dégénérescence peut être levée par l'inclusion de données infrarouges (par exemple Goudfrooij et al. 2001, Puzia et al. 2002, Anders et al. 2004, Bridžius et al. 2008).

Les modèles continus ne sont strictement valides que dans la limite où le nombre d'étoiles contenu dans la population étudiée tend vers l'infini. Il est cependant impossible de trouver une telle population dans la nature, les amas "réels" possédant un nombre fini

d'individus. De plus comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, seule une fraction de ce nombre contribue réellement à la lumière que nous percevons, en particulier dans le domaine de l'infrarouge proche. Les modèles continus ne peuvent ainsi pas rendre compte de la présence aléatoire de ces étoiles brillantes responsables de ces fluctuations, dites "*stochastiques*", dans les couleurs et les flux des populations. Certaines de ces variations peuvent être quantifiées en utilisant des informations contenus dans les modèles continus (Lançon & Mouhcine 2000, Cerviño et al. 2002, Cerviño & Luridiana 2004; 2006) mais d'autres en revanche nécessitent le développement de "*modèles de synthèse de populations discrètes*" (Barbaro & Bertelli 1977, Girardi & Bica 1993, Bruzual 2002, Deveikis et al. 2008, Piskunov et al. 2009, Popescu & Hanson 2010). Les effets sur les distributions d'énergie dépendent du nombre total d'individus dans la population, ce qui peut être ramené à la masse totale de l'amas. Les dispersions dans les couleurs et les flux sont d'autant plus grandes que la population est restreinte. Les distributions qui en résultent sont généralement loin d'être décrites par des gaussiennes même pour des amas de plusieurs centaines de milliers de fois la masse du Soleil. Lançon & Mouhcine (2000) ont montré que pour des amas de $10^6 M_{\odot}$ et plus massifs encore, les fluctuations stochastiques dans les couleurs sont réduites, en particulier les variations dans le domaine du proche infrarouge sont alors inférieures à 5%. L'exemple donné Fig. 2.5 montre que, pour de tels amas, les modèles continus sont suffisants pour décrire la distribution d'énergie. Cependant, les amas plus petits sont les plus nombreux et pour des amas de faibles masses et de masses intermédiaires ($< 10^5 M_{\odot}$). Pour ceux-ci, les couleurs prédites par des modèles discrets sont généralement décalées par rapport celle données par les modèles continus : pour des amas de masse inférieure à $10^4 M_{\odot}$ par exemple, ces derniers ne peuvent rendre compte que dans la majorité des cas, l'étoile la plus lumineuse de la population sera sur la séquence principale plutôt que dans une phase d'évolution plus tardive telle que la phase géante.

Le travail contenu dans cette thèse consiste en un développement d'une analyse des couleurs des amas de faible masses et de masses intermédiaires, en se basant sur des modèles discrets de synthèse de population. Une collection de ces derniers a été réalisée à partir de l'adaptation d'un code existant, PÉGASE. L'ensemble sera détaillé dans le chapitre suivant. Ainsi, en utilisant une très grande collection de modèles d'amas

de synthèse, nous avons pu construire une méthode, dite “bayésienne”, permettant de déterminer de manière probabiliste l’âge, la masse et l’extinction d’un amas à partir de sa photométrie. A l’aide de cette méthode, nous mettrons en évidence les erreurs systématiques introduites par l’usage des modèles continus au cours de ces analyses. Enfin cette étude se concluera sur l’analyse d’amas stellaires au sein de la galaxie spirale de Messier 83 à partir de données provenant de l’instrument WFC3 récemment installé à bord du télescope spatial Hubble.

BIBLIOGRAPHIE

- Allison, R. J., Goodwin, S. P., Parker, R. J., et al. 2009, *ApJ*, 700, L99
- Anders, P., Bissantz, N., Boysen, L., de Grijs, R., & Fritze-v. Alvensleben, U. 2007, *MNRAS*, 377, 91
- Anders, P., Bissantz, N., Fritze-v. Alvensleben, U., & de Grijs, R. 2004, *MNRAS*, 347, 196
- Antonov, V. A. 1962, Solution of the problem of stability of stellar system Emden’s density law and the spherical distribution of velocities, ed. Antonov, V. A.
- Ascenso, J., Alves, J., & Lago, M. T. V. T. 2009, *Ap&SS*, 324, 113
- Barbaro, C. & Bertelli, C. 1977, *A&A*, 54, 243
- Barmby, P., Perina, S., Bellazzini, M., et al. 2009, *AJ*, 138, 1667
- Barnes, J. E. 2004, *MNRAS*, 350, 798
- Barton, E. J., Geller, M. J., & Kenyon, S. J. 2000, *ApJ*, 530, 660
- Bastian, N., Covey, K. R., & Meyer, M. R. 2010, ArXiv e-prints
- Battinelli, P. & Capuzzo-Dolcetta, R. 1991, *MNRAS*, 249, 76
- Bik, A., Lamers, H. J. G. L. M., Bastian, N., Panagia, N., & Romaniello, M. 2003, *A&A*, 397, 473
- Binney, J. & Tremaine, S. 1987, Galactic dynamics, ed. Binney, J. & Tremaine, S.
- Boily, C. M. & Kroupa, P. 2003, *MNRAS*, 338, 665
- Boss, A. P. 1998, *ApJ*, 501, L77
- Boutloukos, S. G. & Lamers, H. J. G. L. M. 2003, *MNRAS*, 338, 717

- Bridžius, A., Narbutis, D., Stonkutė, R., Deveikis, V., & Vansevičius, V. 2008, Baltic Astronomy, 17, 337
- Bruzual, G. 2002, in IAU Symposium, Vol. 207, Extragalactic Star Clusters, ed. D. P. Geisler, E. K. Grebel, & D. Minniti, 616
- Caldwell, N., Harding, P., Morrison, H., et al. 2009, AJ, 137, 94
- Castor, J., McCray, R., & Weaver, R. 1975, ApJ, 200, L107
- Cerviño, M. & Luridiana, V. 2004, A&A, 413, 145
- Cerviño, M. & Luridiana, V. 2006, A&A, 451, 475
- Cerviño, M., Valls-Gabaud, D., Luridiana, V., & Mas-Hesse, J. M. 2002, A&A, 381, 51
- Chandar, R., Bianchi, L., Ford, H. C., & Salasnich, B. 1999, PASP, 111, 794
- Chandar, R., Whitmore, B. C., & Fall, S. M. 2010, ApJ, 713, 1343
- de Grijs, R. & Anders, P. 2006, MNRAS, 366, 295
- de Marchi, G. 1999, AJ, 117, 303
- de Wit, W. J., Testi, L., Palla, F., & Zinnecker, H. 2005, A&A, 437, 247
- Deveikis, V., Narbutis, D., Stonkutė, R., Bridžius, A., & Vansevičius, V. 2008, Baltic Astronomy, 17, 351
- Di Matteo, P., Combes, F., Melchior, A., & Semelin, B. 2007, A&A, 468, 61
- Dowell, J. D., Buckalew, B. A., & Tan, J. C. 2008, AJ, 135, 823
- Eggleton, P. 2006, Evolutionary Processes in Binary and Multiple Stars, ed. Eggleton, P.
- Elmegreen, B. G. & Efremov, Y. N. 1997, ApJ, 480, 235
- Elson, R. A. W. & Fall, S. M. 1985, PASP, 97, 692
- Espinoza, P., Selman, F. J., & Melnick, J. 2009, A&A, 501, 563
- Fall, S. M., Chandar, R., & Whitmore, B. C. 2005, ApJ, 631, L133
- Fall, S. M. & Zhang, Q. 2001, ApJ, 561, 751
- Figer, D. F., Najarro, F., Gilmore, D., et al. 2002, ApJ, 581, 258
- Gieles, M. 2009, MNRAS, 394, 2113
- Gieles, M., Lamers, H. J. G. L. M., & Portegies Zwart, S. F. 2007, ApJ, 668, 268
- Girardi, L. & Bica, E. 1993, A&A, 274, 279

- Girardi, L., Chiosi, C., Bertelli, G., & Bressan, A. 1995, *A&A*, 298, 87
- Goudfrooij, P., Alonso, M. V., Maraston, C., & Minniti, D. 2001, *MNRAS*, 328, 237
- Gvaramadze, V. V. & Bomans, D. J. 2008, *A&A*, 490, 1071
- Harris, W. E. 1996, *AJ*, 112, 1487
- Harris, W. E., Allwright, J. W. B., Pritchett, C. J., & van den Bergh, S. 1991, *ApJS*, 76, 115
- Harris, W. E., Harris, G. L. H., & McLaughlin, D. E. 1998, *AJ*, 115, 1801
- Harris, W. E. & Pudritz, R. E. 1994, *ApJ*, 429, 177
- Hodge, P. W., Krienke, O. K., Bellazzini, M., et al. 2009, *AJ*, 138, 770
- Hunter, D. A., Elmegreen, B. G., Dupuy, T. J., & Mortonson, M. 2003, *AJ*, 126, 1836
- Jeans, J. H. 1902, Royal Society of London Philosophical Transactions Series A, 199, 1
- Kharchenko, N. V., Piskunov, A. E., Röser, S., Schilbach, E., & Scholz, R. 2005, *A&A*, 440, 403
- Kroupa, P., Aarseth, S., & Hurley, J. 2001, *MNRAS*, 321, 699
- Lada, C. J. & Lada, E. A. 2003, *ARA&A*, 41, 57
- Lançon, A., Gallagher, III, J. S., Mouhcine, M., et al. 2008, *A&A*, 486, 165
- Lançon, A. & Mouhcine, M. 2000, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 211, Massive Stellar Clusters, ed. A. Lançon & C. M. Boily, 34
- Larsen, S. S. 2009, *A&A*, 494, 539
- Larsen, S. S., Origlia, L., Brodie, J., & Gallagher, J. S. 2008, *MNRAS*, 383, 263
- Liu, Q., de Grijs, R., Deng, L. C., Hu, Y., & Beaulieu, S. F. 2009, *A&A*, 503, 469
- Lynden-Bell, D. & Eggleton, P. P. 1980, *MNRAS*, 191, 483
- Lynga, G. 1982, *A&A*, 109, 213
- Ma, J., Zhou, X., & Chen, J. 2004, *Chinese J. Astron. Astrophys.*, 4, 125
- Makino, J. 1996, *ApJ*, 471, 796
- McCrady, N., Graham, J. R., & Vacca, W. D. 2005, *ApJ*, 621, 278

- McMillan, S. L. W., Vesperini, E., & Portegies Zwart, S. F. 2007, *ApJ*, 655, L45
- Meurer, G. R., Heckman, T. M., Leitherer, C., et al. 1995, *AJ*, 110, 2665
- Meylan, G. & Heggie, D. C. 1997, *A&A Rev.*, 8, 1
- Miller, G. E. & Scalo, J. M. 1979, *ApJS*, 41, 513
- Milone, A. P., Bedin, L. R., Piotto, G., & Anderson, J. 2009, *A&A*, 497, 755
- Narbutis, D., Vansevičius, V., Kodaira, K., Bridžius, A., & Stonkutė, R. 2008, *ApJS*, 177, 174
- Parker, R. J. & Goodwin, S. P. 2007, *MNRAS*, 380, 1271
- Peacock, M. B., Maccarone, T. J., Knigge, C., et al. 2010, *MNRAS*, 402, 803
- Piskunov, A. E., Kharchenko, N. V., Schilbach, E., et al. 2008, *A&A*, 487, 557
- Piskunov, A. E., Kharchenko, N. V., Schilbach, E., et al. 2009, *A&A*, 507, L5
- Popescu, B. & Hanson, M. M. 2010, *ApJ*, 713, L21
- Portegies Zwart, S., McMillan, S., & Gieles, M. 2010, ArXiv e-prints
- Price, D. J. & Bate, M. R. 2009, *MNRAS*, 398, 33
- Puzia, T. H., Zepf, S. E., Kissler-Patig, M., et al. 2002, *A&A*, 391, 453
- Renaud, F., Boily, C. M., Naab, T., & Theis, C. 2009, *ApJ*, 706, 67
- San Roman, I., Sarajedini, A., Garnett, D. R., & Holtzman, J. A. 2009, *ApJ*, 699, 839
- Sarajedini, A., Barker, M. K., Geisler, D., Harding, P., & Schommer, R. 2007, *AJ*, 133, 290
- Schechter, P. 1976, *ApJ*, 203, 297
- Schilbach, E. & Röser, S. 2008, *A&A*, 489, 105
- Smith, R. J., Clark, P. C., & Bonnell, I. A. 2009, *MNRAS*, 396, 830
- Stolte, A., Grebel, E. K., Brandner, W., & Figer, D. F. 2002, *A&A*, 394, 459
- Subramaniam, A., Gorti, U., Sagar, R., & Bhatt, H. C. 1995, *A&A*, 302, 86
- Surdin, V. G. 1979, *Soviet Ast.*, 23, 648
- Vansevičius, V., Kodaira, K., Narbutis, D., et al. 2009, *ApJ*, 703, 1872
- Vesperini, E. 1998, *MNRAS*, 299, 1019

- Vesperini, E., McMillan, S. L. W., & Portegies Zwart, S. 2009, *ApJ*, 698, 615
- Wang, S., Fan, Z., Ma, J., de Grijs, R., & Zhou, X. 2010, *AJ*, 139, 1438
- Whitmore, B. C. & Schweizer, F. 1995, *AJ*, 109, 960
- Zhang, Q. & Fall, S. M. 1999, *ApJ*, 527, L81

SYNTHÈSE DE POPULATIONS DISCRÈTES

3

Sommaire

3.1	Introduction	25
3.2	Les bases de la synthèse	26
3.3	PÉGASE.2N	37
3.4	Synthèse continue & synthèse discrète	43

3.1 INTRODUCTION

Les amas stellaires, comme les galaxies, sont essentiellement constitués d'une multitude d'étoiles. L'examen direct de chacune des étoiles qui les composent n'est cependant possible qu'à petite distance et seulement pour la Voie Lactée et des galaxies très proches comme les Nuages de Magellan. Pour les amas plus lointains, qui nous apparaissent comme des sources uniques *non résolues*, seule l'information intégrée sur toute la population est accessible. La synthèse de population est alors l'instrument pour étudier et comprendre le contenu stellaire de ces populations.

L'information la plus complète que nous puissions obtenir par l'observation d'une population distante est son spectre. Celui-ci est l'addition des contributions de chacune des étoiles individuelles que cette dernière contient. L'objet de la synthèse de population est de “*prédirer*” les propriétés observables de populations d'étoiles, comme par exemple leur spectre ou leurs couleurs, sur la base d'un petits nombres d'hypothèses et de notre compréhension de l'évolution stellaire. Par comparaison des propriétés observées et des prédictions de la synthèse,

il devient possible d'en déduire des informations sur la population elle-même, comme son âge, sa masse ou sa métallicité¹ par exemple. De nombreux modèles nous permettent de prédire l'évolution des distributions d'énergies des galaxies : par exemple, Fioc & Rocca-Volmerange (1997), Leitherer et al. (1999), Vazdekis & Arimoto (1999), Bruzual & Charlot (2003), Cordier et al. (2007). Tous sont basés sur les même principes que nous allons présenter dans une première partie de ce chapitre. L'un des problèmes majeurs, lorsque nous étudions des populations d'amas d'étoiles, est le comportement stochastique des couleurs et des luminosités des amas à cause de la présence aléatoire des rares étoiles très lumineuses dominant l'émission de ces objets. Dans une deuxième partie, nous nous attarderons sur PÉGASE (Fioc & Rocca-Volmerange 1997) et les adaptations que nous en avons fait afin d'étudier les populations d'amas stellaires pour prendre en compte au mieux ce phénomène.

3.2 LES BASES DE LA SYNTHÈSE

Rappelons que dans le contexte de cette thèse, la synthèse de populations sera restreinte à des amas, cependant, elle s'étend largement pour l'étude d'objets plus important comme des galaxies. Tous les modèles de populations reposent sur les même "ingrédients" de base et la même "recette" (nous en donnerons les principaux éléments plus loin). Leurs différences se situent principalement dans la manière d'appliquer cet algorithme, ainsi que dans le choix des ingrédients pour lesquels il peut exister de nombreuses variétés. Le calcul des propriétés spectrales d'une population repose principalement sur trois hypothèses de base et le choix d'un modèle d'évolution stellaire que nous allons présenter brièvement avant détailler chacune de ces hypothèses et leurs implications.

Une population stellaire synthétique est générée à partir des briques de bases que sont les étoiles individuelles. La distribution d'énergie de cette population est alors construite à partir d'une superposition de spectres provenant d'une bibliothèque spectrale tout en s'appuyant sur les théories d'évolution stellaires. La construction et le choix de cette bibliothèque de spectres est détaillé section 3.2.2. Ainsi chaque spectre de la bibliothèque est-il affecté d'un poids, tous ces poids représentant alors

¹En astronomie, la métallicité désigne la teneur en métaux d'un objet, éléments chimiques plus lourds que l'hélium comme l'oxygène ou le carbone par exemple.

les contributions des différents types d'étoiles dans le spectre global de la population.

Que nous cherchions à construire un modèle de spectre pour une galaxie ou un amas, on suppose que la population stellaire est *simple* (SSP, *Simple Stellar Population* en anglais), c'est-à-dire que toutes les étoiles qui la composent sont du même âge et de même métallicité. Cette première hypothèse est particulièrement adaptée pour l'étude des amas. En effet, les populations d'amas ont la particularité d'avoir une naissance quasi-simultanée des étoiles qui en sont membres, et ainsi une métallicité et un âge communs. Notons toutefois qu'il existe de nombreux cas pour lesquels on identifie des populations d'âges bien distincts au sein des amas et avec des métallicités variées (e.g. Milone et al. 2009 pour des amas des Nuages de Magellan, ou Bedin et al. 2004 pour Oméga du Centaure). Des études pour construire des populations plus complexes, comme présentée par Eggleton (2009), commencent à apparaître.

Pour ces amas plus complexes, on se ramène à l'étude d'une galaxie (en plus petit). Pour modéliser une galaxie, l'hypothèse précédente d'une population simple ne s'applique pas, et dans ce cas, on compose un modèle avec une superposition de plusieurs populations simples, en introduisant une seconde hypothèse portant sur l'*histoire de formation stellaire* (SFH, *Star Formation History* en anglais).

Une troisième hypothèse importante dans le cas de modèles de populations d'amas porte sur la forme de la distribution de masses stellaires *initiale* ou *instantanée*². Dans le domaine des grandes masses, elle influe sur le spectre d'émission ; dans le domaine des petites masses, elle détermine le rapport masse-sur-lumonisité.

3.2.1 L'évolution stellaire

L'évolution stellaire tient un rôle important dans la synthèse de populations. En effet, elle intervient dans le calcul des propriétés spectrales des objets. L'évolution stellaire décrit l'évolution d'une étoile isolée, en opposition avec les systèmes multiples où l'interaction entre les composantes peut fortement modifier l'évolution (Paczynski 1971). Dans les modèles utilisés ici, on néglige ce phénomène, bien qu'il joue un rôle important

²La question de la dépendance temporelle de la fonction de masse initiale (*Initial mass function* ou IMF) ne sera pas abordée dans cet exposé. Par la suite, nous parlerons principalement de fonction de masse *instantanée*, c'est-à-dire observée ultérieurement à la formation de la population, et nous soulèverons le problème de relier cette fonction à l'IMF.

$\mathcal{H}_1 : \text{SSP}$

$\mathcal{H}_2 : \text{SFH}$

$\mathcal{H}_3 : \text{IMF}$

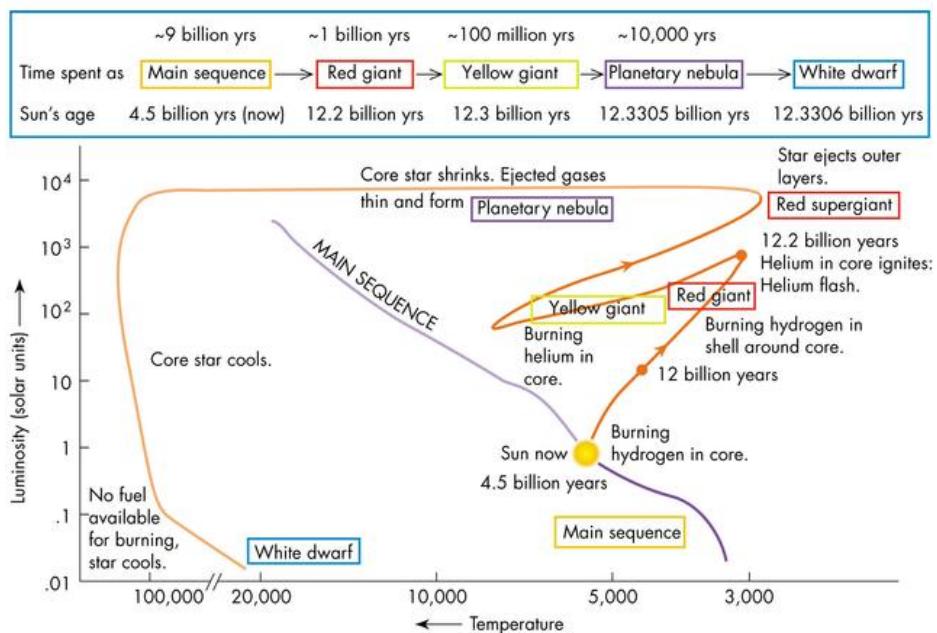


Figure 3.1 – Représentation de l'évolution d'une étoile au cours du temps dans un diagramme luminosité-température (diagramme HR). Ce schéma est basé sur l'évolution d'une étoile comme le Soleil ($1 M_{\odot}$). Schéma provenant du Sloan Digital Sky Survey.

et qu'il modifie la distribution d'énergie de la lumière émise par la population (en particulier dans le domaine X, voir Wilson & Devinney 1971 mais également dans le visible comme présenté dans Han et al. 2010). Au cours de son évolution, une étoile réalise la fusion thermonucléaire d'éléments chimiques de plus en plus lourds. L'enchaînement de ces réactions se traduit, pour l'observateur, par une modification de la luminosité et de la température effective de l'étoile³. Ces deux grandeurs nous permettent de décrire les différentes phases d'évolution dans les diagrammes température-luminosité ou Hertzsprung-Russell (HR), ou un équivalent en termes de couleurs et/ou magnitudes. Ces modèles nous renseignent sur ce qu'il se passe à l'intérieur des étoiles à chaque étape de leur évolution. Un schéma de l'évolution d'une étoile comme le Soleil est représenté sur le diagramme HR en figure 3.1.

Le calcul de l'évolution des étoiles est disponible sous la forme de tracés, qui décrivent le comportement temporel des propriétés d'une étoile de masse donnée. Ces tracés sont disponibles pour toute une gamme de masses allant en général d'une fraction de masse solaire à

³La température effective d'une étoile est la température visible en "surface", celle-ci pouvant être très différente et inhomogène à l'intérieur. Cette température est en particulier très liée à la couleur de l'étoile : une étoile bleue est chaude (10 000 K) alors qu'une étoile rouge est relativement plus froide (3 500 K).

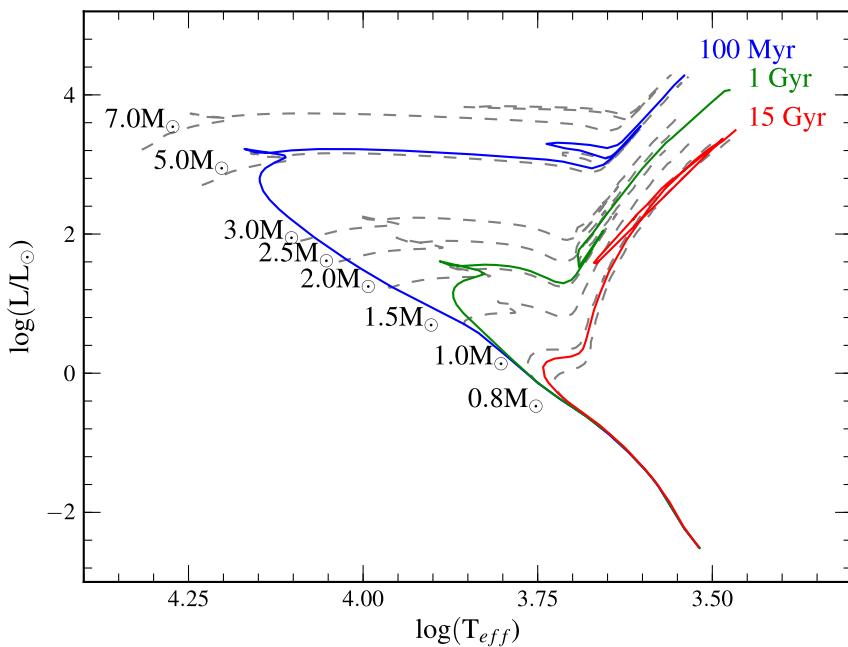


Figure 3.2 – Représentation de trois isochrones à partir des tracés d'évolution de Padoue (Girardi et al. 2000) (métallicité solaire). Sur cette figure, les tracés d'évolutions sont donnés par les lignes pointillées pour différentes masses. Les lignes en trait plein représentent les isochrones.

plus d'une centaine, et également pour plusieurs métallicités. En particulier, ils donnent la luminosité, la température effective et la gravité de surface des étoiles en fonction de leur âge (et leur masse initiale).

Parmi les sources disponibles pour obtenir ces *tracés d'évolution stellaire*, les deux modèles les plus souvent employés en synthèse de population sont probablement les tracés de l'équipe de Genève (e.g. Schaller et al. 1992, Lejeune & Schaerer 2001) et ceux de l'équipe de Padoue (Bressan et al. 1993, Bertelli et al. 1994, Girardi et al. 2000). A partir de ces tracés, on peut en déduire des *isochrones* : des tracés équivalents qui pour un âge fixé, donnent la position des étoiles de toutes masses. La figure 3.2 montre un exemple de tracés d'évolution provenant de Girardi et al. (2000) pour des étoiles de $0.8 \text{ à } 7 M_{\odot}$ ainsi que trois isochrones associées. Les modèles d'évolution sont souvent utilisés sous cette forme car cette représentation permet une comparaison direct des modèles aux observations, en particulier pour les amas résolus en étoiles comme illustré figure 3.3.

Cependant certains phénomènes physiques se produisant au sein des étoiles sont encore mal décrits, comme par exemple la convection, la perte de masse ou la turbulence. Ceux-ci constituent une

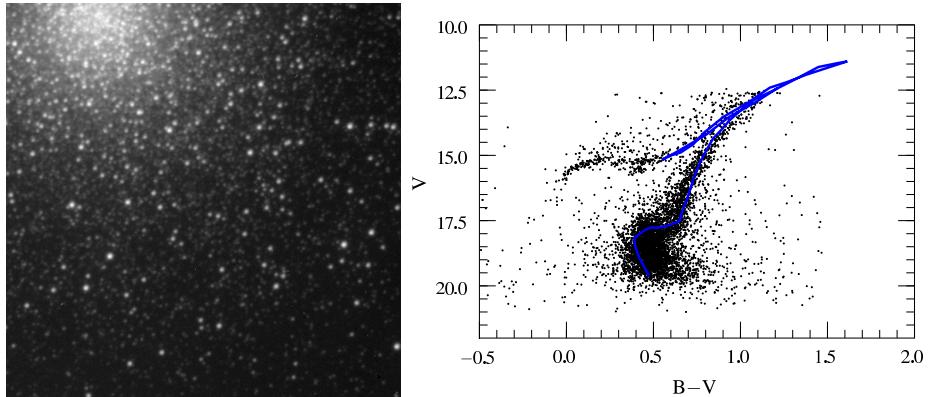


Figure 3.3 – Exemple de diagramme couleur–magnitude de l’amas d’étoile Messier 3. A gauche l’image d’observation (en bande B) de l’amas pour lequel on peut résoudre individuellement les étoiles. A droite, le diagramme couleur–magnitude obtenu sur lequel est superposé une isochrone de 10 Gyr. Observations obtenues en 2007 avec le télescope de 1m20 de l’Observatoire de Haute Provence.

source d’incertitude majeure dans les modélisations. Les modèles actuels trouvent leurs limites dans la représentation de phases particulières d’évolution : par exemple les étoiles sur la branche asymptotique des géantes (étoiles AGB) présentent de fortes variations de luminosité provoquées par la pulsation de l’étoile, pulsation qui induit également d’importantes pertes de masse. L’amélioration de ces derniers est réalisée de manière empirique par la confrontation des prédictions à des observations d’étoiles individuelles mais aussi d’amas (Maraston 2005, Conroy & Gunn 2010).

La synthèse évolutive permet de distribuer des étoiles (suivant une fonction de distribution de masse, l’IMF) en fonction de ces précédents paramètres pour différents âges. Afin ensuite de comparer les résultats de la synthèse aux observations, il est nécessaire de convertir les sorties des tracés en grandeurs observables, en d’autres termes en couleurs et magnitudes. Pour cela nous attribuons une ou des étoiles de référence à chaque point des tracés, afin de représenter l’observation que nous pourrions faire d’une étoile à ce stade de son évolution. En pratique cela n’est malheureusement pas possible pour tous les points donnés par les tracés. Les catalogues d’étoiles disponibles restent limités. Le problème, ainsi soulevé, provient de la construction et du choix d’une bibliothèque spectrale d’étoiles.

3.2.2 Bibliothèque spectrale

Pour les études présentées dans ce manuscrit, les observations sont d'ordre spectral : des spectres, des flux ou magnitudes et des couleurs. La synthèse de population prend en compte l'évolution individuelle de chaque étoile d'une population pour laquelle un spectre est attribué et qui par la suite sera comparé aux observations. Ainsi, construire un spectre de l'ultra-violet à l'infrarouge requiert un catalogue de spectres pour des étoiles couvrant le plus largement possible le diagramme HR, tant pour les températures effectives, qu'en termes de luminosité. Il est à noter que la détermination des propriétés d'une étoile observée, comme sa luminosité ou température effective par exemple, nécessite le recours à des modèles d'évolution stellaire. De plus, la composition chimique ou *métallicité* ayant un impact sur la distribution d'énergie, il est important d'en représenter également un large domaine. Plusieurs méthodes sont alors possibles afin de réaliser de tels catalogues.

La première, la plus intuitive peut-être, est de regrouper des observations, spectroscopiques, d'un plus grand nombre possible d'étoiles. La réalisation d'un catalogue empirique comme celui-ci requiert donc de déterminer pour chaque étoile observée les paramètres précédemment cités (température, gravité, luminosité, masse), mais également la métallicité. De plus, des problèmes plus délicats s'ajoutent lorsqu'on construit une bibliothèque à partir d'observations. En effet, il faut bien garder en mémoire que les informations proviennent d'instrument imparfaits. Cela introduit des incertitudes, comme par exemple la calibration en flux. La limite finie de la plage de longueurs d'onde couvertes par chaque instrument impose de faire un travail de recollement des différentes parties de spectre d'un même objet. Ceci implique en particulier que la résolution spectrale peut varier entre l'ultra-violet et l'infrarouge d'un même spectre. De telles bibliothèques existent et sont publiquement disponibles. Parmi celles-ci, on pourra citer par exemple la bibliothèque de Pickles (1998) qui propose un échantillon de spectres sur le domaine 1150 – 25000 Å. D'autres bibliothèques existent et possèdent toutes leurs points forts et leurs points faibles, par exemple ELODIE (Prugniel & Soubiran 2001) contient des spectres haute résolution ($R \approx 2000$) mais uniquement pour le domaine visible et nécessite donc d'être associée à d'autres bibliothèque afin de couvrir tout le spectre. Pour le domaine visible, on pourra également citer par exemple STELIB (Le Borgne et al. 2003) ou encore MILES (Sánchez-Blázquez et al. 2006).

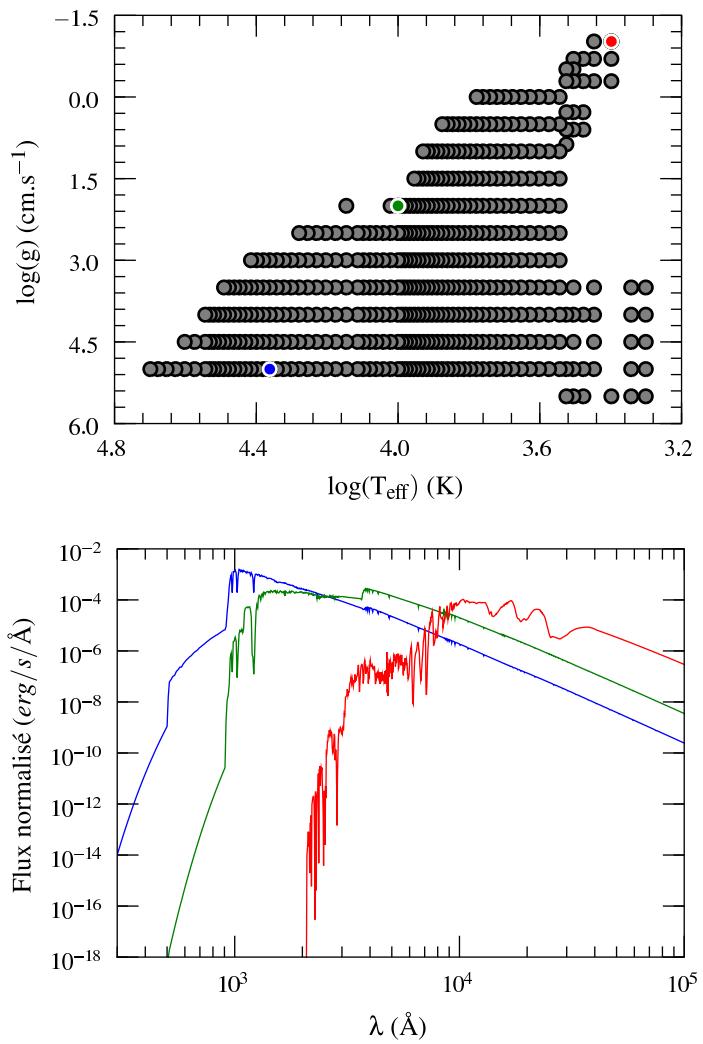


Figure 3.4 – Exemple de bibliothèque spectrale, la bibliothèque de Lejeune & Schaerer (2001). En haut, la couverture en température et gravité des étoiles répertoriées. Les points de couleur représentent les trois exemples de spectres donnés sur le second graphe : en bleu celui d'une étoile de la séquence principale, en vert, d'une étoile post-séquence principale et en rouge celui d'une étoile froide de type supergéante.

La seconde méthode pour réaliser une bibliothèque spectrale, est une construction par modélisation. Parmi celles construites sur ce principe, on citera par exemple la bibliothèque PHOENIX (Hauschildt et al. 1999) ou ATLAS9 (Castelli et al. 1997). Cette construction a pour point fort de fournir des spectres dont les paramètres sont bien connus. Toutefois, cela fait appel à des modèles d'atmosphères stellaires et de transfert du rayonnement dont la calibration s'effectue par comparaison à des observations. Leur qualité encore imparfaite peut en particulier varier avec la longueur d'onde.

Certaines bibliothèques combinent plusieurs d'entre elles afin de profiter des points forts apportés par chacune et pallier au mieux à leurs points faibles. Cependant, il est à noté que chacun est optimisé pour un domaine déterminé de l'espace "température effective - gravité - métallicité". On citera par exemple la bibliothèque BaSEL (Lejeune et al. 1997; 1998, illustrée Fig. 3.4) qui regroupe les bibliothèques de Bessell et al. (1991), Fluks et al. (1994), Allard & Hauschildt (1995), formant ainsi une bibliothèque spectrale semi-empirique⁴.

3.2.3 L'histoire de formation stellaire

L'histoire de formation des étoiles représente la manière dont une population s'est formée. Elle peut être considérée comme une succession d'épisodes plus ou moins longs au cours desquels des étoiles se forment à partir du milieu interstellaire modifié par les générations précédentes d'étoiles. La détermination de l'histoire de formation d'étoiles des galaxies se fait par l'étude de la répartition des âges des étoiles qu'elle contient. Cependant, l'étude des étoiles individuelles d'une galaxie n'est souvent pas possible car limité seulement aux étoiles les plus brillantes (donc jeunes). Ainsi, on étudie l'histoire de formation stellaire par le biais des amas d'étoiles, plus brillants même pour des âges avancés.

Lors de la synthèse spectrale, l'histoire de formation d'étoiles joue un rôle important dans l'enrichissement du milieu interstellaire et des étoiles qui s'y forment. Dans le cadre de ce travail, nous nous limitons à l'études des populations simples, c'est-à-dire des populations dont toutes les étoiles sont nées (quasi-)simultanément. On parle de *burst instantané*,

⁴Au cours de leur tentative d'amélioration de BaSeL, Westera et al. (2002) soulevèrent de nombreux problèmes rencontrés lors de la construction de ce type de bibliothèques.

cette description étant une bonne approximation des populations d'amas stellaires.

3.2.4 La distribution de masse initiale

La fonction de masse initiale, IMF, est la relation qui décrit la distribution des masses des étoiles pour une population d'étoiles nouvellement formées. Elle fournit le nombre d'étoiles de masse m par unité de masse dm . La difficulté pour établir cette loi est la mesure de la masse des étoiles individuelles qui compose une population donnée. Elle peut être obtenue par la fonction de luminosité en utilisant une relation masse-luminosité provenant de modèles d'évolution stellaire par exemple. Il existe plusieurs descriptions pour la fonction des masses. L'observation des étoiles de notre environnement proche (Salpeter 1955, Miller & Scalo 1979, Scalo 1986) indique que la plupart sont des étoiles de faible masse, inférieure à celle du Soleil, tandis que les étoiles massives sont rares.

Mais toutes les descriptions de cette fonction s'accordent à définir approximativement la distribution des masses individuelles des étoiles comme une série de lois de puissances, c'est-à-dire que pour chaque intervalle de masses $[m, m + dm]$ la distribution est approximativement donnée par : $dN/d\log(m) \propto m^\alpha$. En général, elle s'exprime analytiquement par une loi de puissance définie par morceaux sur n intervalles sous la forme :

$$\forall i \in [1, n], \forall m \in [m_i, m_{i+1}], f_i(m) = b_i \cdot m^{\alpha_i} \quad (3.1)$$

Les coefficients $\{b_i\}$ sont définis pour satisfaire la continuité de la fonction aux points de jonctions entre deux intervalles de définition. En supposant la fonction définie sur n intervalles de masses (donc $n + 1$ masses connues), ces coefficients s'expriment alors par des relations itératives et une condition initiale :

$$b_0 = 1 \quad (3.2)$$

$$\forall i \in [1, n], b_{i+1} = b_i \times (m_{i+1})^{\alpha_i - \alpha_{i+1}} \quad (3.3)$$

Un exemple est donné pour la fonction initiale de Kroupa et al. (1993) sur la figure 3.5. Afin de satisfaire aux propriétés statistiques de l'IMF, il faut s'assurer qu'elle est bien normalisée, ceci revenant à modifier le postulat sur b_0 (eq. 3.2).

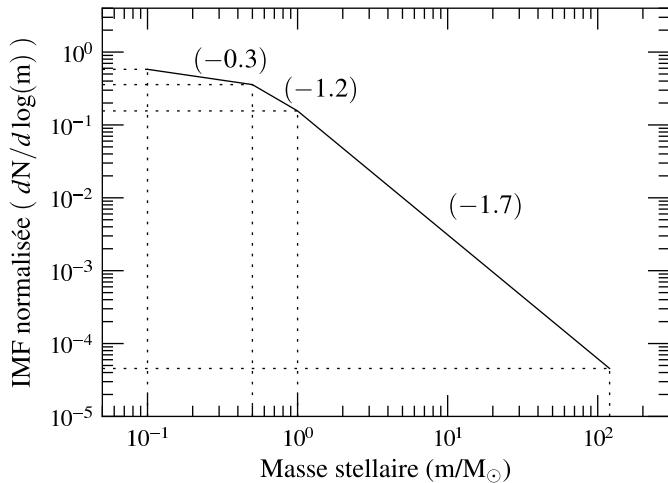


Figure 3.5 – Exemple de tirage de masses suivant une fonction de masse initiale de Kroupa. Les valeurs entre parenthèses correspondent aux valeurs de la pente des différentes lois de puissances qui définissent cette fonction.

Nous supposerons pour la suite que cette normalisation est toujours effectuée.

Table 3.1 – Masse moyenne d'une étoile donnée pour des IMFs usuelles, définies sur le domaine de masses de 0.1 M_\odot à 120 M_\odot

Initial Mass Function	Masse moyenne (M_\odot)
Kenicutt	0.690
[†] Kroupa (1993)	0.503
[†] Kroupa (2001)	0.644
Miller & Scalo	0.642
Salpeter	0.354
Scalo 86	0.776

[†] Ces deux IMFs diffèrent aux grandes masses, mais restent cependant compatibles en tenant compte des incertitudes associées à ces lois.

Ainsi, par exemple Salpeter (1955) favorise une valeur de $\alpha \approx -1.3$ pour toutes les masses entre 0.1 et 120 M_\odot ou encore Kroupa et al. (1993) qui préconise une définition en trois intervalles⁵ comme présenté sur la figure 3.5.

On notera que la puissance α est en général négative, traduisant ainsi la rareté des étoiles de masse importante⁶. La diversité des fonctions de masse initiale est illustrée par les quelques exemples donnés figure 3.6.

⁵Malgré que Kroupa (2001) préconise de repasser à une pente de -1.3 pour l'intervalle de 0.5 à 120 M_\odot , la description de 1993 peut encore être considérée comme valide compte tenu des barres d'erreurs.

⁶Le fait que α est entre -2 et -1 dénote que la lumière d'une population provient

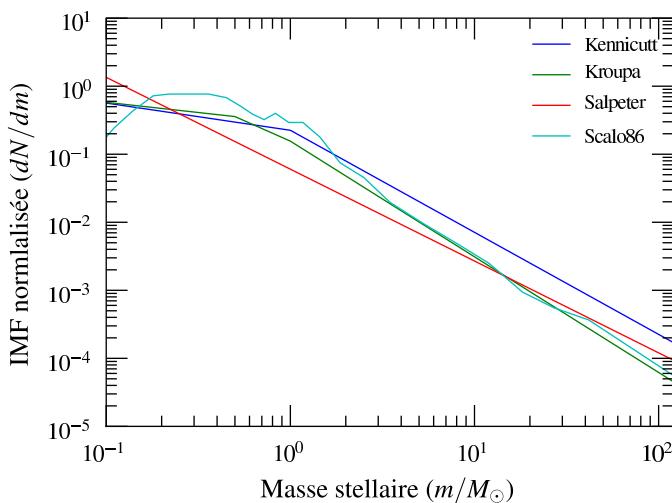


Figure 3.6 – *Représentation des fonction de masse initiales usuelles. Les différentes représentations sont tirées de Salpeter (1955), Scalo (1986), Kennicutt (1998), Kroupa (2001).*

Notons que ces descriptions sont obtenues à partir d'observations. Ces dernières toutefois ne montrent qu'une répartition des masses à un instant donné, qui n'est pas l'instant de formation de la population en question. La détermination de l'IMF impose donc d'être capable “d'inverser” l'évolution des étoiles pour remonter à leur masse initiale⁷.

Ainsi, on se rend bien compte de la difficulté de déterminer une telle loi : obtenir la masse initiale d'une étoile individuelle en utilisant les tracés d'évolution n'est pas simple car à une étoile peuvent correspondre plusieurs modèles (voir fig.3.2), sans mentionner l'impact d'un compagnon dans un système multiple sur l'évolution d'une étoile (étoile binaire par exemple), ou encore l'extinction qui complique également l'obtention de la fonction de masse. Plus important encore, l'évolution stellaire implique que pour une population donnée, les étoiles au-dessus d'une certaine masse sont déjà mortes. Finalement, la dynamique (ségrégation de masse, évaporation par exemple) est à l'origine de la perte de certaines étoiles au sein de la population. La reconstruction de l'IMF d'une population doit donc tenir compte de tout ces phénomènes.

Cette fonction est d'une importance capitale dans la synthèse de populations. Elle ne fixe pas seulement la proportion d'étoiles de différentes

principalement des grandes masses (en relation avec le rapport masse-luminosité de l'ordre de 2). Cela traduit également le fait que la masse totale provient principalement des petites étoiles.

⁷La masse d'une étoile varie au cours du temps, en particulier à cause de la perte de masse par les vents stellaires ou l'augmentation par accrétion de matière d'un compagnon par exemple

masses observables dans une galaxie ou un amas mais également le nombre de photons contribuant à l'émission et donc le détail des spectres. Elle constraint également l'enrichissement du milieu interstellaire et les étoiles qui s'y forment par le conditionnement des rejets par les étoiles massives.

Dans le cadre de cette thèse, nous avons principalement utilisé la fonction de masse de Kroupa et al. (1993) (entre 0.1 et $120 M_{\odot}$). Toutefois, l'universalité de cette fonction de masse initiale et son invariance ne sont pas démontrées.

3.3 PÉGASE.2N

Au cours de cette étude, nous avons adapté un code de synthèse de population, PÉGASE.2 (Fioc & Rocca-Volmerange 1997), afin d'étendre son domaine d'application à l'étude des populations d'amas d'étoiles tenant compte des phénomènes stochastiques dans les prédictions des couleurs et luminosités de ces objets. En effet, les modèles classiques considèrent seulement le nombre relatif d'étoiles dans chaque intervalle de masses et ainsi introduisent l'hypothèse que la fonction de masse est continument peuplée. On parle de *populations continues*. Cette hypothèse n'est strictement valide que pour des populations possédant un nombre infini d'étoiles. Même si cela est physiquement impossible, ceci constitue une très bonne approximation pour l'étude de galaxies, pour lesquelles le nombre d'étoiles est très important ($> 10^7$ étoiles). Pour des populations plus petites comme des amas stellaires, cette hypothèse n'est plus valide. Lorsque le nombre d'étoiles qui compose la population est plus restreint ($< 10^6$ étoiles), les variations dans les luminosités et couleurs dues aux présences aléatoires des étoiles massives commencent à être importantes. Ces variations sont de l'ordre de 5 % dans l'infrarouge pour des populations de 5×10^5 étoiles (Lançon & Mouhcine 2000) et augmentent très fortement à mesure que le nombre d'étoiles diminue. La figure 3.7 illustre la dispersion dans les couleurs et les flux en infrarouge en fonction de la taille des amas. Ainsi, PÉGASE.2N, code résultant de l'adaptation de PÉGASE, est capable de générer les propriétés spectrales de populations de petites tailles en tenant compte de leurs propriétés stochastiques.

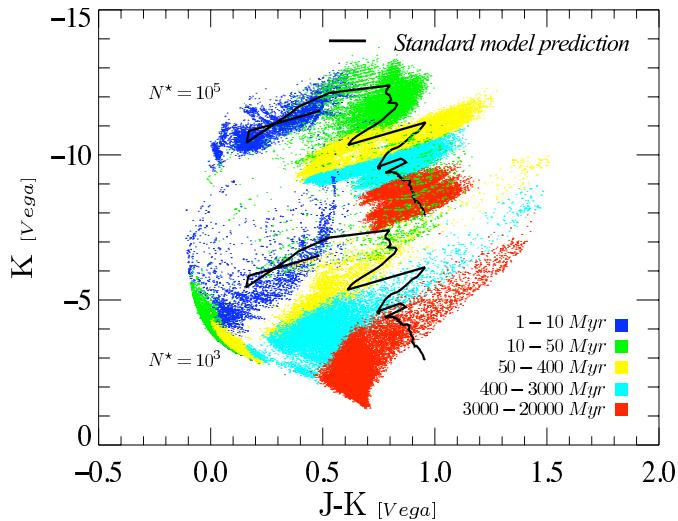


Figure 3.7 – Exemple de variations dans les couleurs et flux d’amas synthétiques liées à la discréttisation des populations. Chaque point de cette figure représente les propriétés photométriques intégrées d’un amas individuel contenant respectivement 10^3 ou 10^5 étoiles. Les lignes continues présentent la séquence d’âges correspondante pour des modèles continus, ramenés à des populations de même nombres d’étoiles. Figure inspirée de Bruzual (2002).

3.3.1 Pégase.2

Le code de synthèse Pégase.2, pour “*Projet d’Étude des Galaxies par Synthèse Évolutive*”, modélise l’évolution spectrale des galaxies⁸.

Comme nous l’avons précédemment expliqué, les codes de synthèse sont fortement basés sur les théories d’évolution stellaire. Ce code s’appuie sur les tracés de Padoue (Bertelli et al. 1994, et références citées), étendus à la branche asymptotique des géantes et à la phase post-branche asymptotique. Tant les tracés de Padoue que ceux de Genève s’arrêtent au début de la phase de pulsations thermiques des étoiles géantes (TPAGB, *Thermal Pulsating Asymptotic Giant Branch* en anglais). Cette phase d’évolution présente de sérieuses complications numériques (Wagenhuber & Weiss 1994). Actuellement, les modèles utilisés dans Pégase.2 sont les modèles semi-analytiques ajustés par Groenewegen & de Jong (1993) sur des observations d’étoiles AGB (*Asymptotic Giant Branch*). En ce qui concerne l’évolution des étoiles post-AGB, celle-ci dépend essentiellement de la masse du cœur dégénéré de carbone et d’oxygène obtenu à la fin de la phase AGB. Le code de synthèse actuel utilise les tracés de Schoenberner (1983) ainsi que ceux de Bloecker (1995). Ainsi le code Pégase.2 met-il à notre disposition tous les

Les tracés

⁸Le code Pégase.2 est disponible à l’adresse suivante : <http://www.iap.fr/pegase>

stades important de l'évolution des étoiles et ce pour plusieurs métallicités.

Au cours de cette thèse, nous avons utilisé les tracés de Padoue uniquement, car le travail d'intégration des tracés, ainsi que les reconstructions avec les phases évoluées (post-AGB par exemple) étaient déjà présents. Un changement de jeu de tracés demande un travail important sur la mise en forme des modèles afin de les intégrer au code. Cela aurait requis en particulier un calcul de points équivalents et de prolongation des tracés assez complexe et a donc été laissé en attente.

Pour un scénario d'évolution donné, typiquement une loi de formation stellaire et une distribution de masses initiales, le code calcule de manière cohérente l'évolution de la distribution spectrale d'une population, celle du taux de formation stellaire et l'enrichissement du milieu. Toutefois, pour des populations SSP (*instant burst*), l'enrichissement du milieu et l'évolution du SFR n'ont pas d'influence car il n'y a pas de génération ultérieures d'étoiles.

En plus des modèles d'évolution, il est nécessaire d'avoir des spectres de référence pour les étoiles de la population de synthèse. PÉGASE construit des spectres de populations en utilisant la bibliothèque spectrale BASEL (Lejeune et al. 1997; 1998, présentée précédemment). Ainsi, ce code de synthèse évolutive est capable de synthétiser des spectres de basse résolution ($R \approx 200$) allant de l'ultra-violet au proche infrarouge (de 91 à $2.5 \times 10^6 \text{ Å}$) et fournit donc des modèles d'évolution de galaxies pour différentes morphologies, mais inclut également un modèle de poussière et d'émission nébulaire⁹.

Bibliothèque
spectrale

L'émission du gaz encore présent au sein des populations stellaires est un atout important lors de la synthèse de population lorsqu'elle est prise en compte lors de la modélisation. En particulier, les amas jeunes sont caractérisés par un cocon de gaz et de poussière qui contribuent aux couleurs et à la lumière que nous en percevons. Le rayonnement du gaz nécessite une ionisation par des étoiles chaudes ($T_{eff} > 30\,000 \text{ K}$) rayonnant un grand nombre de photons (dans le continu de Lyman, $\lambda < 912 \text{ Å}$). Deux types d'objets produisent ces photons : les étoiles massives, de type O ou B, et les post-AGB. Le code Pegase.2 tient compte de ce phénomène en appliquant le modèle simplifié de sphère de Strögren de Guiderdoni & Rocca-Volmerange (1987) pour lequel l'émission nébulaire est liée aux nombres de photons ionisants dans l'hypothèse où tous con-

émission nébulaire

⁹Ce modèle sera mis à jour dans une prochaine version de Pégase, en particulier pour les contributions à la distribution spectrale en infrarouge lointain

tribuent à la ionisation de la nébuleuse. A cela est également inclus à la demande, l'absorption des photons par la poussière en fonction de type de la galaxie et de la composition chimique du milieu interstellaire.

3.3.2 Fonction de masses et *populations discrètes*

Afin d'étendre le domaine d'application de ce code, des galaxies aux amas de faibles masses, quelques modifications ont été nécessaires. La plus importante étant celle qui permet de tenir compte du petit nombre d'étoiles dominant la lumière émise par un amas. Pour ce faire, il fut nécessaire de modifier le point de vue adopté à propos de la fonction de masse initiale. Un exemple de variation entre deux amas synthétiques ayant des propriétés très proches est présenté sur la figure 3.8.

Afin de pouvoir générer une population comprenant N étoiles, il est nécessaire de tirer autant de masses aléatoires. Pour ce faire, il nous faut connaître la distribution en masses, donc l'IMF.

Nous avons choisi de générer une population en tirant ces masses à partir d'une méthode Monte-Carlo dite "de transformation", en opposition aux méthodes dites de "rejet"¹⁰. Comme en général, l'IMF est définie de manière analytiquement simple (par morceau tout du moins), on peut alors calculer l'expression de la fonction de répartition afin de l'inverser et ainsi construire un tirage de N masses respectant cette IMF.

Supposons une IMF normalisée f connue, de paramètres $\{m_i\}_{i \in [1..n+1]}$ ainsi que $\{\alpha_i, b_i\}_{i \in [1..n]}$, comme nous l'avons défini précédemment (paragraphe 3.2.4, eq. 3.1). Alors la fonction de répartition s'obtient en intégrant la densité de probabilité comme suit:

$$F(x) = \int_{m_1}^x f(m) d\log(m)$$

soit finalement pour un intervalle de masse $[m_i, m_{i+1}]$:

$$F(m, i) = F(m_i) + \frac{b_i}{\alpha_i} (m^{\alpha_i} - m_i^{\alpha_i}) \quad (3.4)$$

Il reste encore à inverser cette fonction afin d'obtenir une expression des masses en fonction de F . Il nous faut alors définir les intervalles images correspondant afin de procéder à l'inversion. Ceci s'obtient très simplement par calcul des $\{F(m_i, i)\}$.

¹⁰Le lecteur intéressé trouvera en annexe A une description détaillée des deux familles de méthodes.

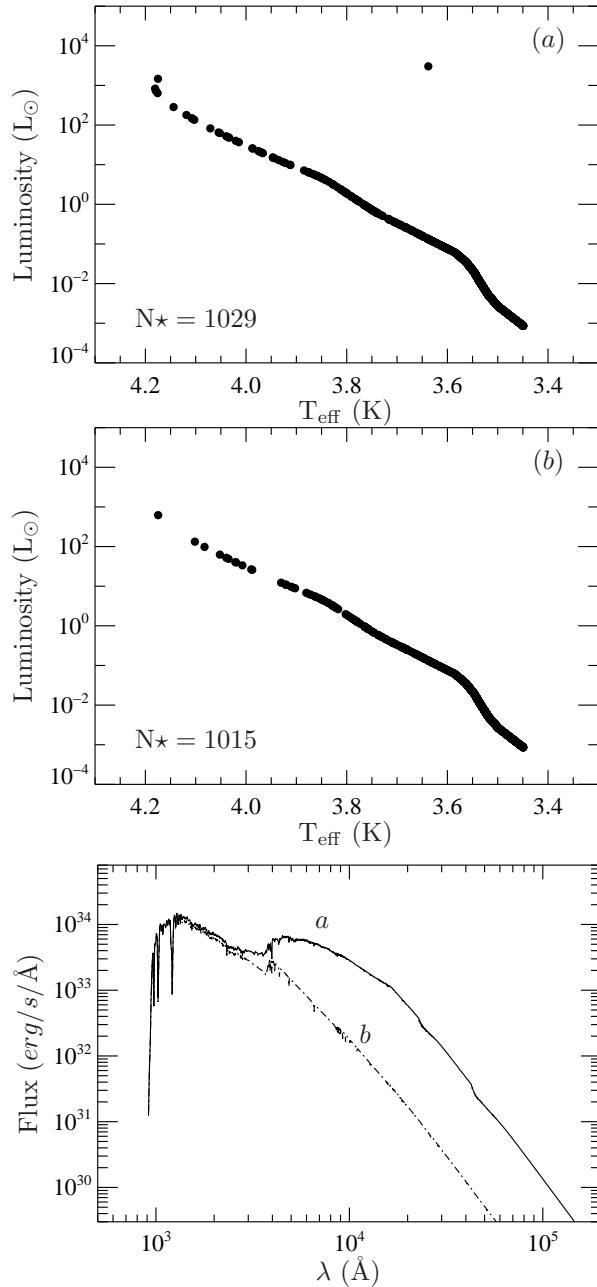


Figure 3.8 – Deux populations ayant le même nombre d'étoiles sont présentées sur les deux figures du haut. Les spectres correspondant sont donnés sur la figure du bas. La présence d'une étoile lumineuse et rouge dans un cas (ou son absence dans l'autre) change complètement le spectre intégré de la population. Figure inspirée de Santos & Frogel (1997).

Posons pour simplifier les notations $\forall i \in [1, n + 1]$, $F_i = F(m_i, i - 1)$. Alors on obtient la fonction inverse qui à un nombre réel, x , entre 0 et 1 associe une masse m :

$$\forall x \in [F_i, F_{i+1}], \quad m = \left((x - F_i) \frac{\alpha_i}{b_i} + m_i^{\alpha_i} \right)^{\frac{1}{\alpha_i}} \quad (3.5)$$

Ceci étant, il est à noter que cette équation fait apparaître des grandeurs d'ordre très différents. Une application numérique de l'équation 3.5 nécessite alors de modifier un peu la formulation pour obtenir une expression contournant le problème de limite de précision induite par la machine. L'expression devient alors :

$$\forall x \in [F_i, F_{i+1}], \quad m(x, i) = \left(\frac{\alpha_i}{b_i} \frac{x - F_i}{m_i^{\alpha_i}} + 1 \right)^{\frac{1}{\alpha_i}} \quad (3.6)$$

Ainsi, un tirage aléatoire de N valeurs de x suivant une loi uniforme entre 0 et 1 permet d'obtenir les masses associées respectant la distribution F , et donc de l'IMF choisie, par le biais de cette dernière expression (eq. 3.6).

Notons qu'un tel tirage est par construction dépendant d'un calcul de F , soit une intégrale de la fonction de distribution. Lorsque le calcul analytique n'est pas possible, l'utilisation d'une méthode de "rejet" (plus coûteuse en calculs) devient nécessaire (cf. Annexe A).

3.3.3 Les autres modifications depuis Pégase.2

Au début de ce travail, nous avons eu accès au code de synthèse Pégase.2. La version que nous avons exploité avait déjà subi des modifications par rapport à la version publiée dans Fioc & Rocca-Volmerange (1997). En particulier une complète réécriture du code en Fortran 90 avait été entreprise par M. Fioc (la version précédente était en Fortran 77).

L'algorithme de calcul des spectres avait également été transformé afin de suivre les modifications provenant de Pégase.HR (Le Borgne et al. 2004) optimisant les calculs pour des spectres de haute résolution ($R \approx 10\,000$). Combiné à la modularité du nouveau code, le développement d'une version adaptée à la construction de spectres haute résolution est plus direct, ne nécessitant qu'une modification de la bibliothèque spectrale.

Deux modifications techniques ont été motivées par notre besoin de

construire des catalogues de modèles de populations discrètes. Afin de pouvoir décrire les variations des couleurs et luminosités de ces populations, il est nécessaire de faire un grand nombre de spectres à partir de tirages Monte-Carlo d'étoiles. Ainsi, le code a été parallélisé par mes soins, en utilisant les bibliothèques OpenMP¹¹, pour exploiter au mieux les calculateurs couramment disponibles aujourd'hui. De plus, le calcul des isochrones à partir des tracés d'évolution a été isolé afin que leur calculs ne soient effectués que lorsque cela est nécessaire¹².

Finalement la version de Pégase ainsi développée est capable de générer des modèles continus comme des modèles discrets. Lors de la construction de modèles de populations discrètes, les étoiles sont choisies par tirage aléatoires des masses afin de peupler les isochrones correspondantes à chaque pas de temps. Le reste de la synthèse spectrale reste commun aux deux types de modèles.

3.4 SYNTHÈSE CONTINUE & SYNTHÈSE DISCRÈTE

L'analyse des couleurs et luminosités des amas doit être basée sur des modèles qui tiennent compte explicitement des fluctuations stochastiques découlant de la présence aléatoire d'un petit nombre d'étoiles brillantes. Pour cela nous avons construit plusieurs gros catalogues d'amas synthétiques utilisant Pégase.2n que nous avons présenté précédemment. Notre collection actuelle d'amas discrets contient deux types de catalogues.

Le premier jeu de catalogues (noté `catI` dans la suite du texte) contient des collections d'amas ayant un nombre constant d'étoiles prenant des valeurs dans la liste suivante : 10^3 , 3.10^3 , 6.10^3 , 10^4 , 3.10^4 , 6.10^4 et 10^5 pour 69 pas de temps allant de 1 million d'années à 20 milliard d'année. Cela représente pour ces premiers catalogues 69 000 amas synthétiques (1000 pour chacun des 69 pas temporel). La figure 3.7 est un exemple de diagramme couleur-magnitude tiré de ces modèles pour lesquels sont représentés les amas (à métallicité solaire, $Z = 0.02$) contenant 10^3 et 10^5 étoiles. Il est évidemment que ces distributions sont fortement dépendantes de la masse des amas. La majorité des amas les plus petits ($10^3 M_\odot$)

¹¹OpenMP, *Open Multi-Processing*, est une bibliothèque permettant la mise en parallèle de code sur des machines à mémoire partagée. En d'autres termes, cela permet de distribuer des tâches indépendantes au sein d'une machine multi-processeurs, ou multi-cœurs. <http://openmp.org> pour plus d'informations.

¹²Les isochrones ne nécessitent d'être calculées que lorsque les âges auxquels sont calculés les spectres sont modifiés.

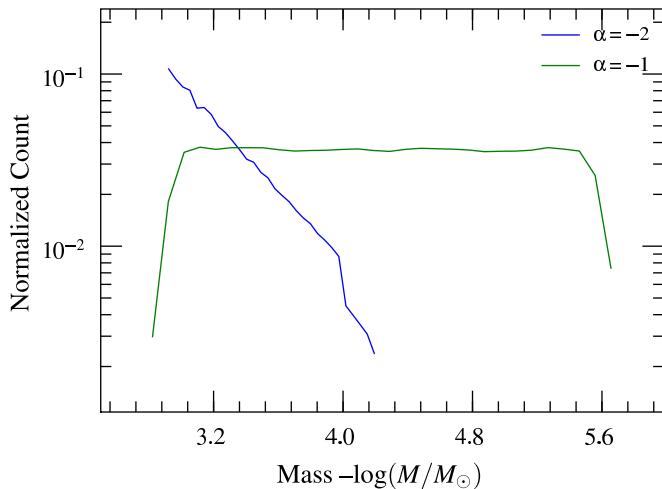


Figure 3.9 – Distribution de la masse des amas de synthèse contenu dans les collection catII (en bleu) et catIII (en vert).

ne contiennent aucune étoiles en dehors de la séquence principale (cf. figure 3.1), car le nombre moyen de telles étoiles est plus petit que 1 suivant une distribution de masse stellaire de Kroupa de 0.1 à 120 M_⊙).

Un second jeu de catalogues (noté catII dans la suite) consiste en plus de 800 000 amas pour 309 pas de temps ayant des nombres d'étoiles supérieurs à 1000 et disponible pour les métallicités suivantes : Z = 0.004, Z = 0.008, Z = 0.02 et Z = 0.05. La distribution des âges pour ces catalogues est uniforme sur une échelle logarithmique à partir de 20 millions d'années. Les âges plus jeunes sont sous-représentés en comparaison des autres âges. Le nombre d'étoiles contenues dans chaque amas est tiré aléatoirement suivant une loi de puissante d'exposant −2. Ce qui conduit naturellement à une distribution de masses qui suit approximativement la même loi. Le lecteur notera que dans ce contexte, la distribution de masse des amas fait référence à la distribution instantanée et non initiale. Ces distributions d'âges et de masses ont été choisies pour refléter les possibles distributions réelles trouvées au sein des galaxies comme présentées par exemple dans Fall et al. (2009) ou Chandar et al. (2010) même si ces distributions ont été obtenues par des études ne prenant pas en compte les effets stochastiques. Ces catalogues cependant sont limités à l'étude de petits amas car ils ne sont statistiquement complets¹³ que jusque 2.10⁴ M_⊙. Un exemple de diagramme couleur-couleur issu de ce catalogue est donné figure 3.10. Cette

¹³On considère un catalogue statistiquement complet, si l'échantillon, ici d'amas de synthèse, est significativement représentatif, en termes statistiques, des différentes propriétés possibles des objets étudiés.

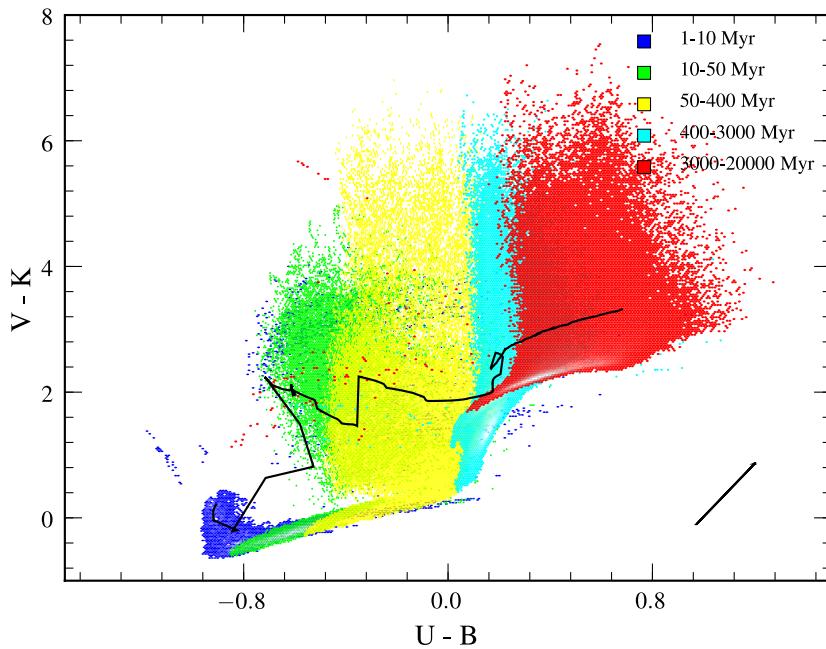


Figure 3.10 – Diagramme couleur-couleur représentant les propriétés photométriques dans le visible de populations discrètes comparées aux prédictions moyennes des modèles continus (métallicité solaire). Figure réalisée à partir du catalogue catII ($dN/dM \propto M^{-2}$). Chaque point représente les propriétés intégrées d'un amas provenant du catalogue de réalisations Monte-Carlo. Les couleurs correspondent à des intervalles d'âges données. De larges zones de recouvrement existent entre les différents âges cachant l'étendue exacte des modèles d'âges inférieurs. La figure 3.11 donne le même diagramme en décomposant cette superposition. La ligne continue représente la séquence d'âges correspondante prédite par les modèles continus. Le vecteur d'extinction est donné par la flèche pour 1 magnitude d'extinction en bande V, en supposant une loi de Cardelli (Cardelli et al. 1989).

figure est complété de la figure 3.11 afin de mieux apprécier les distributions de ces couleurs sans être limité par le fort taux de recouvrement entre chaque intervalle d'âge.

Un dernier jeu de catalogues (noté catIII par la suite) a été motivé par l'étude d'amas de masses intermédiaires ($> 10^4 M_{\odot}$) et jusque des masses de quelques $10^5 M_{\odot}$. Pour ces catalogues, la distribution des masses des amas a été remplacée par une loi de puissance d'exposant -1 , en d'autres termes, ces catalogues présentent une distribution de masses uniforme sur une échelle logarithmique. Ainsi le nombre d'amas de masse supérieure à $10^5 M_{\odot}$ s'en trouve significativement augmenté par rapport au précédent jeu de modèles. Afin d'accélérer la construction de ces derniers catalogues, nous avons choisi de combiner les modèles contenus dans catII. Pour un nombre d'étoiles donné, une combinaison aléatoire de modèles de catII a été réalisée afin de composer le modèle

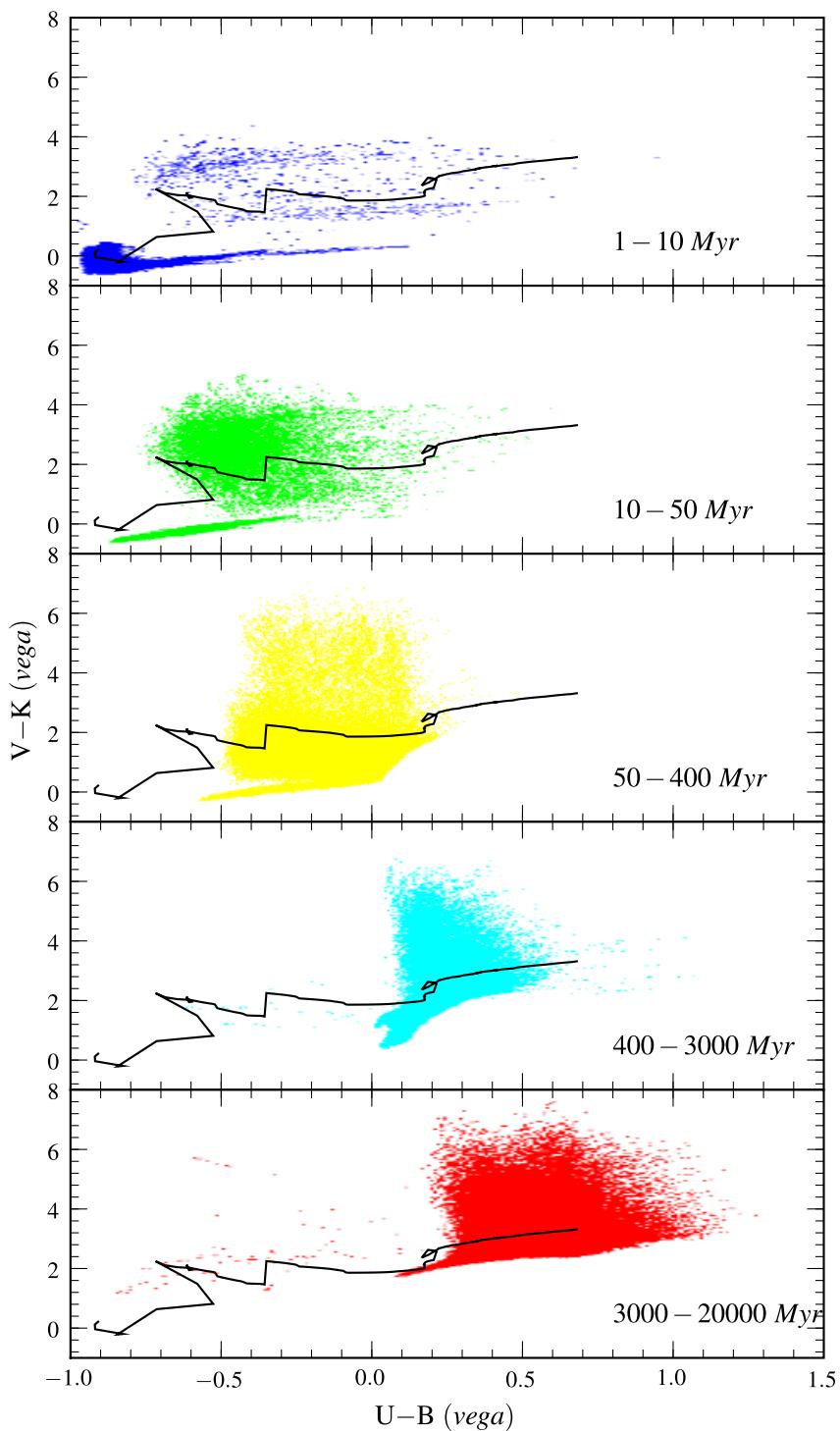


Figure 3.11 – Cette figure décompose le diagramme couleur-couleur présenté en figure 3.10 suivant les même intervalles d'âges.

demandé. Le détail et la justification de ces combinaisons est donné en Annexe B. Ainsi ces nouveaux catalogues sont statistiquement complets jusque $2.10^5 M_{\odot}$. Au delà, les modèles continus deviennent progressivement suffisamment fiables compte tenu des incertitudes dans les modèles de synthèse pour remplacer les modèles discrets. La figure 3.9 illustre les couvertures respectives en masse des deux derniers catalogues cités.

La figure 3.12 illustre la dispersion des propriétés observables en bande J et K (domaine infrarouge) contenue dans les catalogue catII et catIII. Ces cartes de couleur-magnitude présentent des îlots de densité générés par la distribution des masses (ou nombre d'étoiles) des amas ainsi que les durées de vie des étoiles dans leurs diverses phases d'évolution. Il est important de souligner également que l'aspect général de ces carte reste invariant si le nombre total d'amas était augmenté pour inclure des amas de taille plus importante.

Les différences entre les propriétés prédites par les modèles discrets et les modèles continus sont généralement plus importantes que les erreurs standards sur les observations. Ceci est particulièrement vrai pour les propriétés dans le domaine infrarouge du spectre. L'analyse d'observations avec ces nouveaux modèles remettent-il en cause les résultats obtenus avec les modèles de population continus ? La suite de cette thèse tente d'apporter des éléments de réponse.

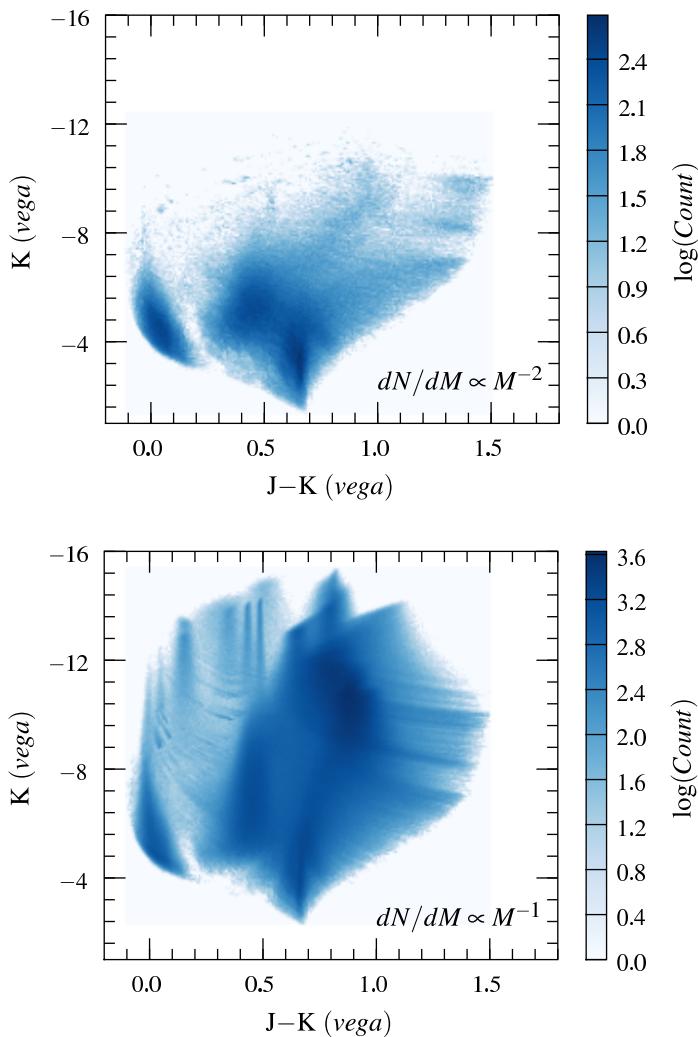


Figure 3.12 – Exemple de changement de distribution de masse et leurs effets sur les couleurs et magnitudes des amas. Les deux cartes représentent respectivement les distributions de densité des modèles en provenant de catII (à gauche) et catIII (à droite) dont les fonctions de masses sont respectivement des lois de puissance d'exposant -2 et -1 . La couleur sur les cartes représente le nombre de modèles en un point donné suivant l'échelle logarithmique données à droite des deux figures. Cette figure est à mettre en relation avec la figure 3.7.

BIBLIOGRAPHIE

- Allard, F. & Hauschildt, P. H. 1995, ApJ, 445, 433
 Bedin, L. R., Piotto, G., Anderson, J., et al. 2004, ApJ, 605, L125
 Bertelli, G., Bressan, A., Chiosi, C., Fagotto, F., & Nasi, E. 1994, A&AS, 106, 275
 Bessell, M. S., Brett, J. M., Scholz, M., & Wood, P. R. 1991, A&AS, 87, 621
 Bloecker, T. 1995, A&A, 299, 755

- Bressan, A., Fagotto, F., Bertelli, G., & Chiosi, C. 1993, *A&AS*, 100, 647
- Bruzual, G. 2002, in IAU Symposium, Vol. 207, Extragalactic Star Clusters, ed. D. P. Geisler, E. K. Grebel, & D. Minniti, 616
- Bruzual, G. & Charlot, S. 2003, *MNRAS*, 344, 1000
- Cardelli, J. A., Clayton, G. C., & Mathis, J. S. 1989, *ApJ*, 345, 245
- Castelli, F., Gratton, R. G., & Kurucz, R. L. 1997, *A&A*, 318, 841
- Chandar, R., Whitmore, B. C., & Fall, S. M. 2010, *ApJ*, 713, 1343
- Conroy, C. & Gunn, J. E. 2010, *ApJ*, 712, 833
- Cordier, D., Pietrinferni, A., Cassisi, S., & Salaris, M. 2007, *AJ*, 133, 468
- Eggleton, P. P. 2009, *MNRAS*, 399, 1471
- Fall, S. M., Chandar, R., & Whitmore, B. C. 2009, *ApJ*, 704, 453
- Fioc, M. & Rocca-Volmerange, B. 1997, *A&A*, 326, 950
- Fluks, M. A., Plez, B., The, P. S., et al. 1994, *A&AS*, 105, 311
- Girardi, L., Bressan, A., Bertelli, G., & Chiosi, C. 2000, *A&AS*, 141, 371
- Groenewegen, M. A. T. & de Jong, T. 1993, *A&A*, 267, 410
- Guiderdoni, B. & Rocca-Volmerange, B. 1987, *A&A*, 186, 1
- Han, Z., Chen, X., Zhang, F., & Podsiadlowski, P. 2010, in IAU Symposium, Vol. 262, IAU Symposium, ed. G. Bruzual & S. Charlot, 44–47
- Hauschildt, P. H., Allard, F., & Baron, E. 1999, *ApJ*, 512, 377
- Kennicutt, Jr., R. C. 1998, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 142, The Stellar Initial Mass Function (38th Herstmonceux Conference), ed. G. Gilmore & D. Howell, 1
- Kroupa, P. 2001, *MNRAS*, 322, 231
- Kroupa, P., Tout, C. A., & Gilmore, G. 1993, *MNRAS*, 262, 545
- Lançon, A. & Mouhcine, M. 2000, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 211, Massive Stellar Clusters, ed. A. Lançon & C. M. Boily, 34
- Le Borgne, D., Rocca-Volmerange, B., Prugniel, P., et al. 2004, *A&A*, 425, 881
- Le Borgne, J., Bruzual, G., Pelló, R., et al. 2003, *A&A*, 402, 433
- Leitherer, C., Schaerer, D., Goldader, J. D., et al. 1999, *ApJS*, 123, 3
- Lejeune, T., Cuisinier, F., & Buser, R. 1997, *A&AS*, 125, 229

- Lejeune, T., Cuisinier, F., & Buser, R. 1998, A&AS, 130, 65
- Lejeune, T. & Schaerer, D. 2001, A&A, 366, 538
- Maraston, C. 2005, MNRAS, 362, 799
- Miller, G. E. & Scalo, J. M. 1979, ApJS, 41, 513
- Milone, A. P., Bedin, L. R., Piotto, G., & Anderson, J. 2009, A&A, 497, 755
- Paczyński, B. 1971, ARA&A, 9, 183
- Pickles, A. J. 1998, PASP, 110, 863
- Prugniel, P. & Soubiran, C. 2001, A&A, 369, 1048
- Salpeter, E. E. 1955, ApJ, 121, 161
- Sánchez-Blázquez, P., Peletier, R. F., Jiménez-Vicente, J., et al. 2006, MNRAS, 371, 703
- Santos, Jr., J. F. C. & Frogel, J. A. 1997, ApJ, 479, 764
- Scalo, J. M. 1986, Fund. Cosmic Phys., 11, 1
- Schaller, G., Schaerer, D., Meynet, G., & Maeder, A. 1992, A&AS, 96, 269
- Schoenberner, D. 1983, ApJ, 272, 708
- Vazdekis, A. & Arimoto, N. 1999, ApJ, 525, 144
- Wagenhuber, J. & Weiss, A. 1994, A&A, 286, 121
- Westera, P., Lejeune, T., Buser, R., Cuisinier, F., & Bruzual, G. 2002, A&A, 381, 524
- Wilson, R. E. & Devinney, E. J. 1971, ApJ, 166, 605

FLUCTUATIONS STOCHASTIQUES ET ANALYSE DE LA LUMIÈRE INTÉGRÉE DES AMAS D'ÉTOILES

*Une première analyse des
systématiques*

4

*“Accounting for stochastic fluctuations when
analysing the integrated light of star clusters.*

I : First systematics”

Chapitre basé sur l'article :

de M. Fouesneau & A. Lançon, 2010

Publication dans *Astronomy & Astrophysics*

Accepté le 23 avril 2010

Sommaire

4.1	Introduction	53
4.2	Synthetic populations	55
4.3	Analysis methods	58
4.4	Analysis of UBVIK photometry	60
4.5	When there is no K band data	70
4.6	Discussion	72
4.7	Conclusions	81
4.8	Appendix: Examples of probability maps	82

Résumé en français du chapitre

Les amas d'étoiles sont étudiés très largement tant comme laboratoire pour contraindre les théories d'évolutions stellaires que pour leur propre intérêt. La distribution des âges et des masses des amas au sein des galaxies sont des vestiges des histoires de formation d'étoiles ainsi que des mécanismes et processus de formation et de dissolution des amas. Dans leur grande majorité, les amas dans l'Univers sont relativement petits et il est bien connu maintenant que les couleurs et flux intégrés de tous ces objets, en particulier les moins massifs, se distribuent sur de larges intervalles de valeurs à cause de la présence rare d'un petit nombre d'étoiles brillantes.

*Ce chapitre, reprenant l'article précisé ci-dessus, dépasse le problème direct de la description des distributions de probabilités pour aborder le problème inverse, c'est-à-dire l'analyse de distributions d'énergie d'amas stellaires dans un contexte explicitement stochastique. La méthode développée est bayésienne et produit la distribution de probabilité *a posteriori* dans l'espace âge–masse–extinction. Elle se base sur la comparaison de données photométriques multi-longueurs d'onde avec les collections de modèles de populations discrètes présentées dans le chapitre précédent. Pour ce chapitre, les distributions de masses et d'âges des amas sont supposées suivre les distributions intrinsèques des collections, ce qui constitue les *a priori* de la méthode. Les effets de la modification de ces hypothèses font l'objet du chapitre suivant. Dans ce chapitre, les études sont restreintes à la métallicité solaire seule.*

Dans un premier temps, nous présentons l'étude et nous utilisons les collections de modèles afin d'expliquer les erreurs introduites par l'application des méthodes standard d'analyses basées sur les modèles continus de synthèse de population. Les erreurs systématiques sur les âges sont importantes, de même que sur les masses. Les distributions d'âges et de masses obtenues à partir de l'analyse d'amas de synthèses sont très similaires à celles de la littérature obtenues lors de l'étude de galaxies. Dans un deuxième temps, nous présentons l'approche bayésienne, qui quant à elle se révèle plus adaptée à retrouver les âges et masses des amas en comparaison de la méthode utilisant des modèles continus. Toutefois cette méthode présente également des systématiques que nous expliquons.

Ainsi ce chapitre a pour but de montrer l'importance de tenir compte des phénomènes stochastiques dans l'analyse des données photométriques des amas d'étoiles. Dans la plupart des cas, cette importance se révèle même plus grande que le choix d'inclure ou non des données proche infrarouge.

4.1 INTRODUCTION

In the early decades of astrophysics, star clusters have been our main key to understand stellar evolution. While clusters continue to provide precious constraints on stellar physics, they are studied in their own right today and as tracers of the histories of galaxies. It has become clear that a significant fraction of star formation occurs in clusters and that events such as interacting galaxies can trigger their formation (Harris et al. 1991, Meurer et al. 1995, Barton et al. 2000, Di Matteo et al. 2007). Questions have been raised regarding the IMF in clusters in various environments, about the systematic trends in their colour distributions, about their lifetimes as gravitationally bound objects, and about the initial and current cluster mass functions.

Resolved observations of individual stars remain the most precise way of investigating the nature of clusters and will be possible out to distances of 10 Mpc with future extremely large telescopes. However, measurements of the integrated light of unresolved star clusters already reach far beyond this scale today, and will remain the path of choice for the studies of large samples.

All our studies of individual clusters and of cluster populations in galaxies rest on our ability to estimate their current ages, masses, and metallicities, while accounting for extinction. The standard method of analysing integrated cluster light is based on direct comparison of the observed colours with predictions from *continuous population synthesis models*. These models predict fluxes with the assumption that each mass bin along the stellar mass function (SMF) is populated according to the average value given by this SMF. Studies based on continuous population synthesis models have led to results that have a broad impact on today's description of cluster "demographics". For instance, it is now usually admitted that the current cluster mass function decreases with mass as a power law with an index close to -2 (Zhang & Fall 1999, Bik et al. 2003, Boutloukos & Lamers 2003) and the debate on the cluster survival rate also rests on distributions obtained using continuous models (Vesperini 1998, Fall & Zhang 2001, Lada & Lada 2003, Rafelski & Zaritsky 2005). The continuous approach has been coupled with statistical data analysis, for instance to provide the impression that including near-IR photometry (K band) solves the age-metallicity degeneracy for clusters (Goudfrooij et al. 2001, Puzia et al. 2002, Anders et al. 2004, Bridžius et al. 2008). Still in the context of continuous popula-

tion synthesis, Cid Fernandes & González Delgado (2010) followed by González Delgado & Cid Fernandes (2010) have developed a Bayesian analysis of the integrated spectra of star clusters.

The continuous population synthesis models are strictly valid only in the limit of a stellar population containing an infinite number of stars. Real clusters, however, count a finite number of stars. Furthermore most of the light is provided by very few bright stars, in particular in the near-IR. The so-called *stochastic fluctuations* in the integrated photometric properties are the result of the random presence of these luminous stars. Some of these can be quantified using selected information provided by continuous population synthesis models (e.g. Lançon & Mouhcine 2000, Cerviño et al. 2002, Cerviño & Luridiana 2004; 2006), but others require using *discrete population synthesis models* (Barbaro & Bertelli 1977, Girardi & Bica 1993, Bruzual 2002, Deveikis et al. 2008, Piskunov et al. 2009, Popescu & Hanson 2010). The predicted luminosity and colour distributions depend strongly on the total mass (or star number) in the cluster, and can be far from Gaussian even when the total mass exceeds $10^5 M_\odot$. The most probable colours are offset from those predicted by continuous population synthesis when masses are below $10^4 M_\odot$, because the single most luminous star in such clusters will be on the main sequence more often than in the red giant phases of evolution. Attempts to describe the colour distributions analytically have made progress (e.g. Cerviño & Luridiana 2006), but are not yet easy to apply.

The present piece of work is based on discrete population synthesis. For the first time, we use the discrete models not only to predict colour distributions but also to *analyse* the energy distributions of clusters. We present a Bayesian approach to the probabilistic determination of age, mass, and extinction, based on a large library of Monte-Carlo simulations of clusters. This method is a close analogue to the one introduced by Kauffmann et al. (2003) for the study of star formation histories in the Sloan Digital Sky Survey. However the variety of observable properties has completely different origins in both contexts: stochasticity at a given age, mass, and metallicity all play predominant roles here, while different star formation histories provide all the diversity in the model collections used in galaxy studies. We compare determinations based on the Bayesian approach with traditional estimates, thus providing new insight into systematic effects and their consequences. In this first paper, we focus on data sets consisting of either UBVI or UBVIK photometry. Future

work will extend to other pass-bands and the addition of the metallicity dimension.

4.2 SYNTHETIC POPULATIONS

The analysis of cluster colours must be based on synthetic spectra that explicitly account for the random fluctuations due to small numbers of bright stars. We have constructed large catalogues of synthetic clusters using Monte-Carlo (MC) methods to populate the stellar mass function (SMF) with a finite number of stars. For the purposes of this paper, all synthetic clusters host simple stellar populations (SSP); i.e., their stars are coeval and have a common initial composition. The synthetic clusters are generated with a discrete population synthesis code we derived from PÉGASE (Fioc & Rocca-Volmerange 1997). Stellar evolution at solar metallicity is modeled with the evolutionary tracks of Bressan et al. (1993). The input stellar spectra are based on the library of Lejeune et al. (1998), as we are mostly interested in broad band photometry. The SMF is taken from Kroupa (2001), and extends from 0.1 to 120 M_{\odot} . Nebular emission (lines and continuum) is included in the calculated spectra of young objects under the assumption that no ionizing photon escapes. When extinction corrections are considered, they are based on the standard law of Cardelli et al. (1989).

Our current collection of MC-clusters contains two types of catalogues. The first set of catalogues contains collections of clusters with equal numbers of stars. In these (earlier) catalogues, the cluster ages take 69 values that are distributed on an approximate logarithmic scale between 1 Myr and 20 Gyr. Metallicity is solar ($Z=0.02$). They are available for clusters of 10^3 , 3.10^3 , 6.10^3 , 10^4 , 3.10^4 , 6.10^4 , and 10^5 stars. They contain a total of 69,000 clusters (1000 for each of the 69 time steps).

Most of the results in this paper are based on a second catalogue, which consists of $1.5 \cdot 10^6$ clusters with 309 ages distributed between 1 Myr and 20 Gyr, with masses above about $500 M_{\odot}$. Available metallicities are $Z=0.004$, $Z=0.008$, $Z=0.02$ and $Z=0.05$, but we only discuss solar metallicity here. The distribution of ages is flat on a logarithmic scale above 20 Myr (younger ages are currently under-represented). The number of stars in a given cluster is drawn randomly from a power law distribution with index -2 . As a result, the mass distribution of the clusters in the sample falls off approximately as M^{-2} . (Note that M is the current

stellar mass of the cluster, not its initial mass.) These age and mass distributions were chosen as a possible representation of real distributions in galaxies (Fall et al. 2009), although we caution that empirical determinations in the current literature are based on non-stochastic studies. At this point, the N^{-2} distribution simply has the convenient feature that it includes many small clusters, those for which the distributions of predicted properties are most complex. It would be a significantly larger computational challenge to produce a collection with a flatter distribution and a similar number of small clusters. On the other hand, the current collection includes only a small number of very massive clusters. Although the properties of the latter are better-behaved, we consider the catalogue incomplete above $2.10^4 M_{\odot}$ and focus on smaller clusters for the time being.

The differences between the properties of discrete populations and the standard predictions from continuous population synthesis are generally greater than standard observational errors. This becomes particularly true in the near-infrared bands and for young and intermediate ages. It requires clusters with several $10^6 M_{\odot}$ to narrow down the stochastic fluctuations to 5% in the K-band (Lançon et al. 2008). Figure 4.1 illustrates the scatter of observable properties associated with some of our synthetic cluster catalogues, and allows direct comparison with standard predictions from continuous synthesis. In the left hand panel, the lower luminosity clusters all contain 10^3 stars (with the assumed SMF, their mass distribution peaks around $500 M_{\odot}$), while the higher luminosity clusters contain 10^5 stars. It is clear that the distributions are highly mass-dependent. Most low-mass clusters have no post-main sequence star, because the average number of such stars (given by continuous population synthesis) is lower than one. The model density map in the right hand panel represents our main catalogue. Owing to the N^{-2} distribution of star numbers and to stellar lifetimes in various evolutionary phases, islands of high model density are present. Distributions in other colour-colour and colour-magnitude diagrams can be found in later sections. Note that the general aspect of this and subsequent model density maps will not change if the total number of clusters is increased to include a larger absolute number of high-mass objects.

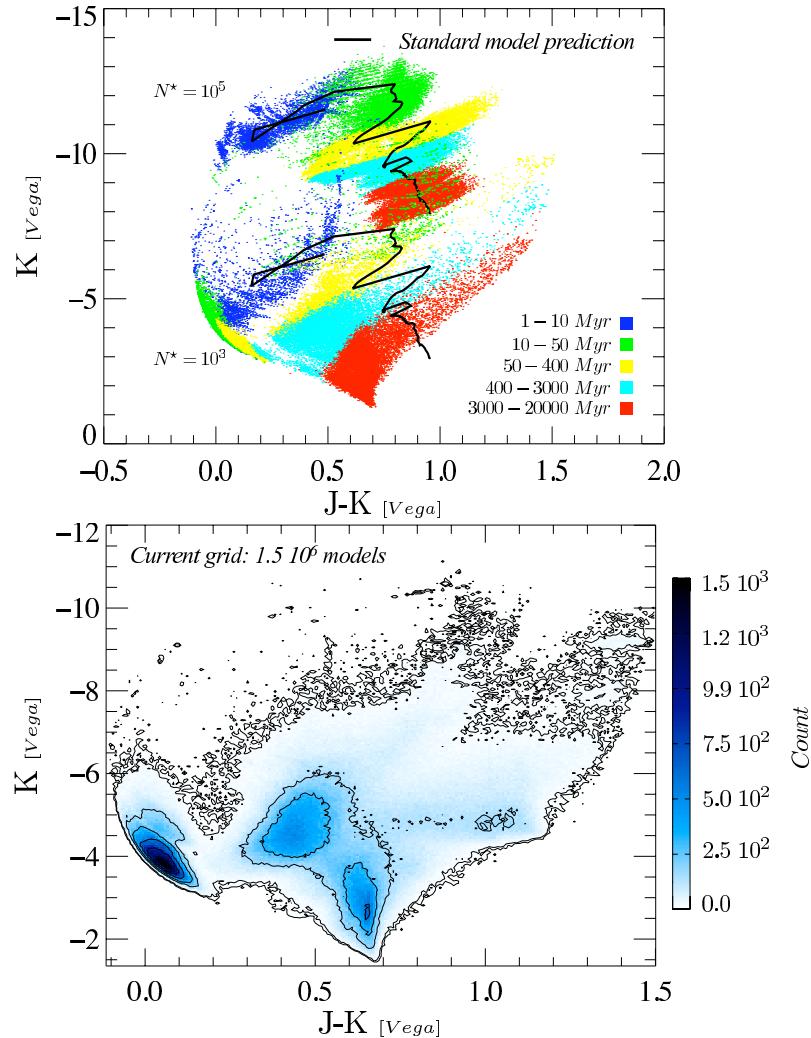


Figure 4.1 – Stochastic properties of star clusters at solar metallicity. In the top panel, the dots represent photometric properties of individual clusters containing 10^3 and 10^5 stars each. The solid lines show the corresponding age sequences from “standard” predictions (Figure inspired by Bruzual 2002). In the bottom panel, we show the corresponding density distribution of models in our main catalogue, constructed by assuming a power law with a index -2 for the cluster mass function.

4.3 ANALYSIS METHODS

The above synthetic populations can be used to analyse photometric observations of clusters. The properties we seek to estimate in this paper are the cluster ages and masses. We wish to account for the possibility that observed colours can be affected by unknown amounts of extinction. Accounting for uncertainties in the metallicity is postponed to a future paper.

In this section, we describe the Bayesian method developed for the analysis. Two other analysis methods are briefly described for comparison. One is a simple best- χ^2 fit to all the data in the synthetic cluster catalogue, the other is the usual estimate based on continuous population synthesis predictions. The comparison between results obtained with the three methods provides important insights into systematic effects.

4.3.1 Standard estimates: the “infinite limit”

The standard procedure implicitly considers that the mass distribution of the stars in a cluster is continuous. It has been applied widely, but as already mentioned, it is strictly only valid for populations of infinite mass. It becomes a reasonable approximation for clusters with masses above an age-dependent limit of about $5 \cdot 10^5 M_\odot$. We include this method mainly to quantify the errors produced when it is applied for analysing the light of clusters of lower masses.

In families of spectra predicted with continuous models, mass is a simple scaling factor that applies to all fluxes. Therefore model spectra are frequently published scaled to a total population mass of $1 M_\odot$. Spectra are described only by age and extinction (and metallicity).

Assuming observational errors are Gaussian and independent, the most likely continuous model for a given set of broad-band fluxes is a minimum of the following function:

$$\chi^2_\infty = \sum_k \frac{(Y_k - M \cdot Y_{k, \tilde{M}_\infty})^2}{\sigma_k^2}, \quad (4.1)$$

where $Y = \{Y_k\}_{k \in [1..n]}$ are the available data and the σ_k the corresponding observational uncertainties. Y_{k, \tilde{M}_∞} are the fluxes predicted for the model \tilde{M}_∞ (total mass $1 M_\odot$) and M is the mass required to optimize the fit with this model.

We allow for extinction by looping through positive values of A_V and repeating the optimization procedure.

4.3.2 Bayesian estimates

As opposed to its continuous analogue, this approach explicitly accounts for the discrete and stochastic nature of the stellar populations. The cost in computation time is rather high, as the collections of synthetic clusters explored must be large (see Sect. 4.6.2).

As in all Bayesian approaches, the results are stated in probabilistic terms, and they depend on *a priori* probability distributions of some model parameters. In our case, the most probable ages and masses for a cluster, given a set of photometric observations, will depend on the age distribution and mass distribution of the synthetic clusters in the model catalogue. (The statement can be extended to include extinction and metallicity.)

We assume observational errors are Gaussian with known standard deviations. (A preliminary study of Lançon & Fouesneau 2009 used boxcar functions for the error distributions.) An intrinsic model property X , for given photometric values Y , has the probability

$$\mathcal{P}(X|Y) \propto \mathcal{P}(Y|X) \times \mathcal{P}(X). \quad (4.2)$$

Since errors are assumed to be Gaussian, the probability $\mathcal{P}(Y|X)$ can be expressed using the usual χ^2 statistic:

$$\mathcal{P}(Y|X) \propto e^{-\chi^2/2}. \quad (4.3)$$

Then, the probability distribution of an intrinsic property, such as the age or mass of an individual cluster, is given by the following relation. The probability that property X is located in an interval $[x_1, x_2]$, given photometric measurements $Y = \{Y_k\}_{k \in [1..n]}$ with uncertainties σ_k , is

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(X \in [x_1, x_2] | Y) &= \alpha \\ &\times \sum_{\tilde{M}_i / X(\tilde{M}_i) \in [x_1, x_2]} \mathcal{P}(\tilde{M}_i) \prod_k \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_k^2}} e^{-\frac{(Y_k - Y_{k,\tilde{M}_i})^2}{2\sigma_k^2}}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

In the above, α is the normalization constant. The sum extends over all models that have an adequate value of X . $\mathcal{P}(\tilde{M}_i)$ is the probability as-

signed to an individual model. Unlike the continuous models, the mass is an intrinsic parameter of each modelled population. As a first step, we consider all models in our main catalogue equally probable, and therefore we inherit the distributions of age and mass used to construct the catalogue. When we vary extinction, we consider flat probability distributions for A_V between two boundaries. Through the factors $\mathcal{P}(\tilde{M}_i)$, this expression of the probability can embody any prior mass or age distribution.

An analogue of Eq. 4.4 can be written for joint probability distributions, for instance for age, mass, and extinction. The most probable ages and masses given in this paper are the age and mass coordinates of the maximum of the joint distribution. Error bars can be given by examining all models above a given probability threshold.

In our main catalogue, as we mentioned before, the prior mass function is a power law with an index -2 , and $\log(\text{age})$ is distributed uniformly (above 50 Myr). Clearly, it will be necessary to investigate the effects of these assumptions quantitatively, by varying them within reasonable limits. We are in the process of producing the extended MC-catalogue that will allow us to vary the priors in Eq. 4.4 without the restrictions currently due to the lack of massive clusters.

4.3.3 Single best-fit

As a simple first step towards accounting for stochastic fluctuations, one may look at the one model in the catalogue that minimizes the standard χ^2 function

$$\chi_i^2 = \sum_k \frac{(Y_k - Y_{k,\tilde{M}_i})^2}{\sigma_k^2}. \quad (4.5)$$

4.4 ANALYSIS OF UBVIK PHOTOMETRY

As a first study, we compare the results from the three methods above in the joint analysis of U, B, V, I, and K band fluxes. The analysis is applied to the synthetic absolute magnitudes of a subsample of clusters from our main catalogue. The presentation is twofold: the synthetic magnitudes are used unchanged in Sects. 4.4.2 and 4.4.3, while in Sect. 4.4.4 noise is added before the analysis is performed.

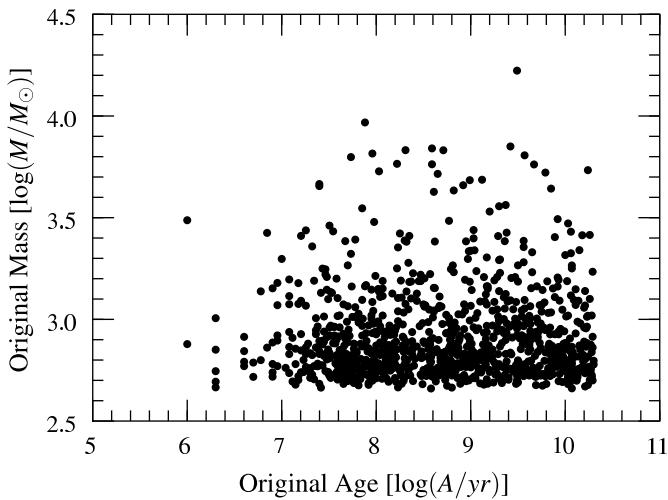


Figure 4.2 – Model sample of 1000 models from our main MC catalogue, randomly extracted from the catalogue to identify systematics. Selected clusters are low-mass populations and cover a broad range of ages. Fluxes are not reddened and calibrated as absolute fluxes, corresponding to a 10 pc distance.

4.4.1 Input sample description

The comparison of mass and age estimates is presented for clusters with relatively low-masses, where our catalogue is most complete and where the effects of stochasticity are most important. Figure 4.2 shows the mass-age distribution of our input sample. It contains 1000 models randomly selected from our main MC catalogue. It covers a relatively narrow mass range, but a broad range of ages (though mostly above 10 Myr). The model colours are not reddened (unless otherwise stated), and the model cluster distances are set to 10 pc – the observable properties associated with the models are absolute magnitudes or fluxes. The selected sample reflects the intrinsic prior mass and age distributions of the catalogue.

4.4.2 Estimates from photometry without noise

The estimates of age and mass obtained from the synthetic data with the standard method and with the stochastic Bayesian method are shown in Fig. 4.3. Estimates from the single best-fit method are not shown, as this method returns the input model itself when no noise is added to the synthetic data. The standard deviations in the above equations (4.1), (4.4) and (4.5) are set arbitrarily to 0.05 magnitudes. In this first experiment, the absence of extinction is considered to be known to the “observer”. This could be constrained for instance with emission line measurements

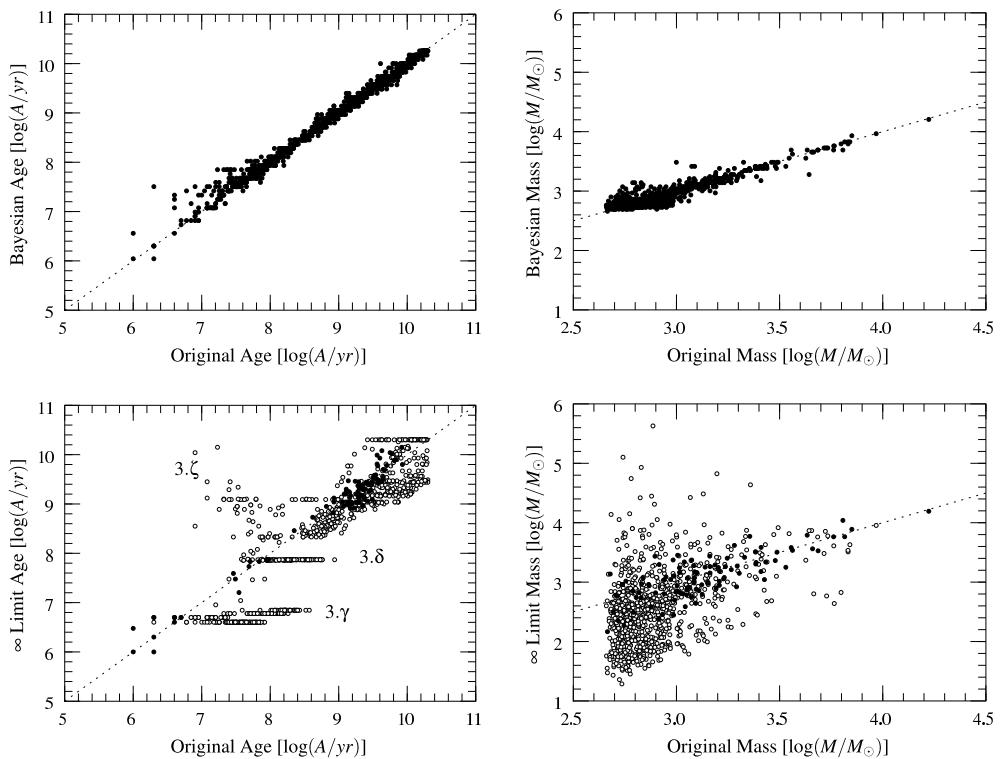


Figure 4.3 – *Estimations based on U, B, V, I and K band fluxes without noise, when assuming no extinction ($A_V = 0$, “true” value). Estimations from the Bayesian approach are given in the two upper panels, and standard estimation considering an infinite number of stars are given in the two lower panels. The x-axes represent, respectively, the original age and mass of the sampled populations whereas the y-axes represent the estimated values from the two methods. Dashed lines highlight the identity function. Labels are features referred within the text. Open circles highlight poor fits where the χ^2 -values are greater than the 3σ confidence-range, with σ the standard deviation of the χ^2 -law.*

or with estimations of the total gas content of the host galaxy. The alternative experiment, where the extinction is a free parameter of the analysis, is described in Sect. 4.4.3.

Biases in the estimates from the standard method

The bottom panels of Fig. 4.3 reveal the inadequacy of continuous population synthesis models for analysing the colours of realistic clusters with low-masses. The fits to the UBVRIK data are poor with 93% of the χ^2 values more than 3σ above the value expected for a good fit if one assumes observational errors of 0.05 magnitudes (σ refers to the standard deviation of a χ^2 -law with 4 degrees of freedom). In other words, no statistically acceptable match is found in most cases.

Cluster ages are typically underestimated, with a few exceptions. Errors of 1 or 1.5 dex are not rare. As a consequence, mass estimates are

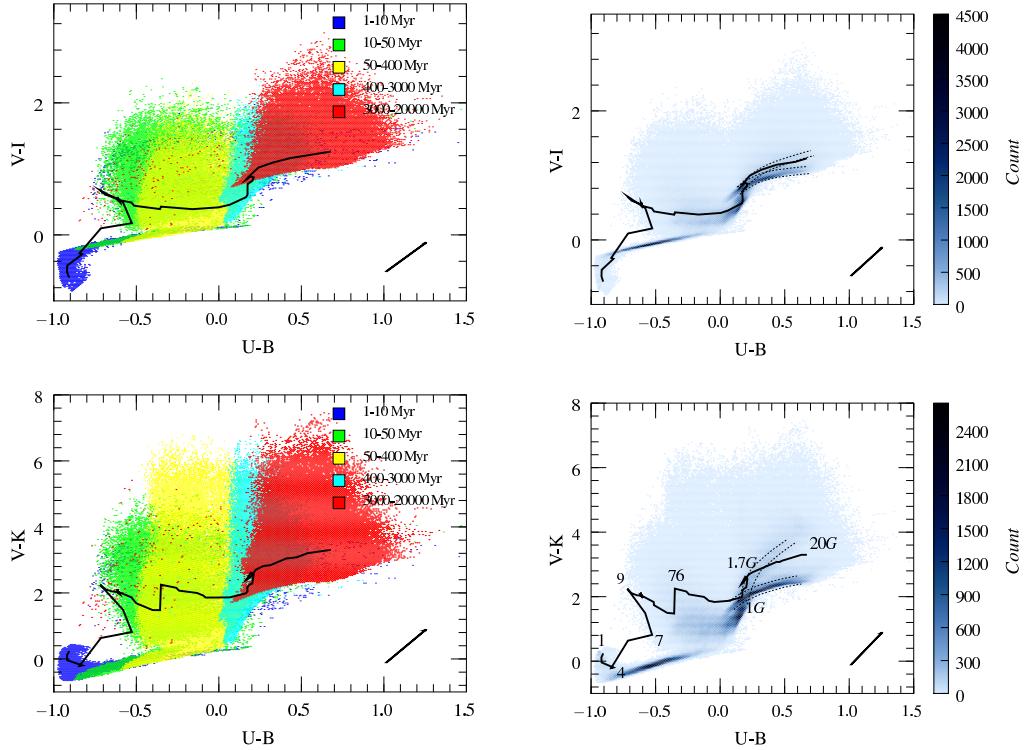


Figure 4.4 – Photometric properties of stochastic populations compared to average predictions at solar metallicity. In the left hand panels, the dots represent colours of individual clusters contained in our MC catalogue. Large regions overlap between age bins, and older models hide younger models in certain areas of the figure. The extinction vector is given by the arrows assuming a Cardelli extinction law (Cardelli et al. 1989). In the right hand panels, the corresponding density distributions of the models are shown, assuming cluster masses follow a power law with an index -2. The solid lines represent the corresponding age sequences from “standard” predictions. Numeric labels in the bottom left panel correspond to the age sequence from 1 Myr to 20 Gyr. Dotted lines emphasize high-density regions mentioned in Sect. 4.4.2.

highly dispersed. And if one fails to reject clusters with poor fits, the masses are on average underestimated by 0.3 to 0.5 dex.

Figure 4.4 helps us understand why derived ages tend to concentrate around 5 – 9 Myr and 80 – 100 Myr, in features that we labelled 4.3. δ and 4.3. γ in Fig. 4.3, leaving gaps at other ages. This remarkable effect is seen in many cluster mass distributions presented in the literature (e.g. Gieles 2009) and has received partial explanations (e.g. Fall et al. 2005). Since there is no extinction, the optimization simply searches for the nearest continuous model in the UBVIK-space. For intermediate age clusters, hooks in the locus of continuous models make individual ages more or less attractive. For instance, the supergiant evolution phase, which occurs around 9 Myr in our models, is very attractive and translates into the feature 4.3. γ in Fig. 4.3. The accumulation around 100 Myr (feature

4.3.δ) results from the redward excursion of V–K when the upper asymptotic giant branch (AGB) first becomes populated. The attractive effect of these particular points is enforced by spread of the models being significantly wider in V–I than in U–B (Fig. 4.4): moving across wide parts of the distribution in U–B has a lower cost in terms of χ^2 variations than moving along V–I or V–K. Although in most cases the best χ^2 values are not statistically acceptable, the match nevertheless provides a decent age for relatively old populations. Finally, objects that happen to contain a larger number of luminous stars than the average predicted by continuous models tend to be very red. With no extinction, this particular situation leads to overestimates of the population ages, which produces feature 4.3.ζ on Fig. 4.3.

Typically, young continuous models are more luminous, per unit mass, than older ones. Hence any trend in the age estimates will translate into the equivalent effect on the derived masses. Therefore, this method tends to also underestimate masses of small clusters.

Bayesian estimates

Unlike the standard method, the Bayesian analysis based on stochastic cluster catalogues returns ages and masses in excellent agreement with the input values as shown by the top panels of Fig. 4.3. As already mentioned, the single best-fit model is exactly the model used to synthesize the photometry for the analysis. Shown here are the most probable model properties, after a Bayesian analysis that assumes observational errors of 0.05 magnitudes (although no noise was actually added to the input photometry).

The masses assigned from the Bayesian method are distributed symmetrically around the input values, except for a cut-off at $500 M_\odot$ due to the low-mass limit of our cluster catalogue. About 20% of the analysed clusters are potentially affected by this limit. The standard deviation of the residuals are of 0.1 dex in age above 20 Myr and 0.08 dex in mass above $10^3 M_\odot$ (the age and mass lower limits are set to avoid statistical biases resulting from the current limitations of our MC-catalogue).

4.4.3 When extinction is a free parameter

In the previous section, reddening-free cluster colours were analysed by comparing them with models with no extinction. We showed that, in

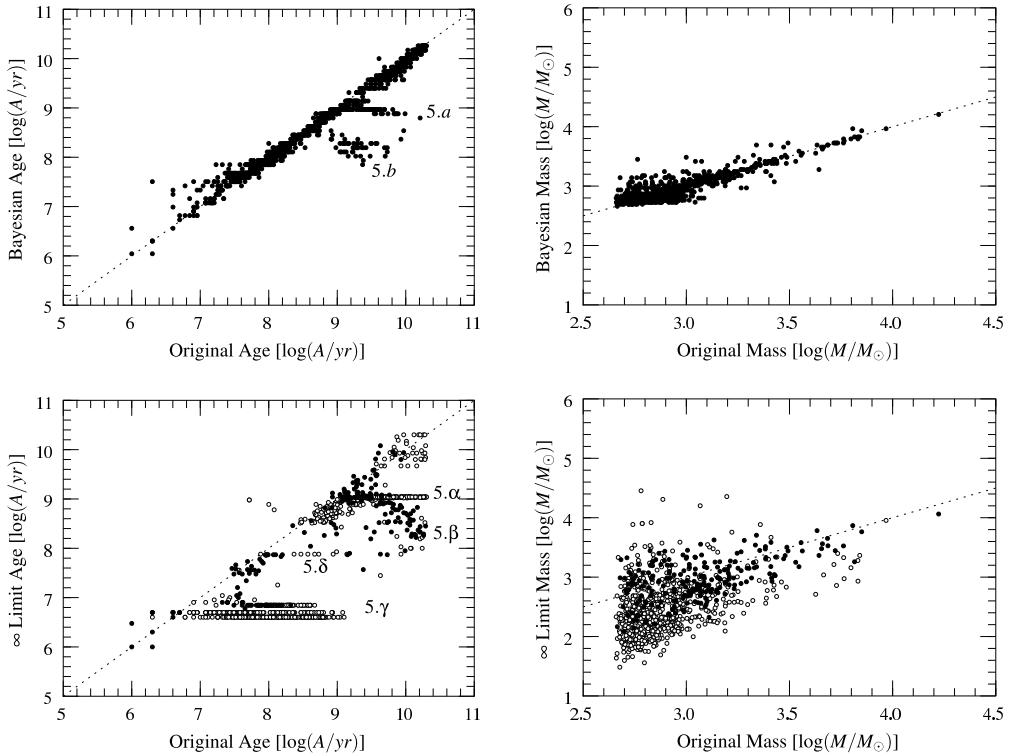


Figure 4.5 – Estimates based on U , B , V , I , and K band fluxes without noise, allowing an extinction A_V from 0 to 3. The conventions and axis significations are the same as in Fig. 4.3. On the left-hand side, the age estimations. On the right-hand side, the mass estimations.

most of cases, the standard analysis method leads to under-estimated ages and masses, even with high-quality photometric data across the spectrum from U to K . The fraction of clusters with underestimated ages was significantly reduced when adopting stochastic models rather than the classical continuous ones.

We now assume that no independent information on extinction is available to the “observer”. For the analysis we allow the extinction, A_V , to vary between 0 and 3 with steps of 0.2. Figure 4.5 shows the results obtained when repeating the analysis of the reddening-free sample of Sect. 4.4.1. The colours of a reddened sample are analysed in Sect. 4.4.3.

Estimates from the standard method

The bottom panels of Fig. 4.5 confirm the inadequacy of continuous population models for the analysis of realistic clusters of low-masses. By authorizing the extinction to vary, we do increase the fraction of clusters whose colours can be fitted satisfactorily with continuous models, but only to 22 %. Again assigned ages are highly clustered, and most of

them are underestimated. As a consequence, mass estimates are highly dispersed.

In the standard method, dereddening is the only cost-free way, in terms of χ^2 , to move an observed cluster to the line representing the continuous models. If we look at the UBV_I or UBV_K colour-colour planes shown in Fig. 4.4 (left panels), the reddening vector is almost orthogonal to the loci of stochastic clusters of constant age. Recall that the input sample is drawn from the stochastic collection even if it is analysed with the continuous models. Dereddening therefore leads to underestimated ages.

The derived ages tend to concentrate around around 5 – 9 Myr, 80 – 100 Myr, and also 1 Gyr, figures that are labelled 4.5. α , 4.5. β , and 4.5. γ in Fig. 4.5. Using the direction of the extinction vector in Fig. 4.4 and starting from the bending points of the line of continuous models, one can define large areas of the colour-colour planes in which all clusters are assigned the same ages (with fits of medium or poor quality). For instance, all clusters with $-0.5 < U-B < 0.3$ and $V-K < 1.5$ (or $V-I < 0.2$) (clusters in the yellow or blue age bins and below the continuous model line) are assigned ages of 5 – 7 Myr, which causes feature 4.5. γ , very similar to the previously described 4.3. γ . Old clusters are primarily located on two branches of high model density in our (prior-dependent) MC-model collection. Those two regions, emphasized by the dotted lines in the right panels of Fig. 4.4, cross each other around $U-B=0$. Clusters in the lower branch, with the higher model density (at $V-K \sim 2$), are assigned an age of 1 Gyr and produce feature 4.5. α . The older of these are assigned higher extinction values. Clusters near the second and more diagonal branch ($V-K > 2.5$) are assigned ages between 100 Myr and 1 Gyr, with a systematic trend towards younger ages for redder, older clusters (feature 4.5. β). The accumulation 4.3. δ , described previously, is still present but weaker. Feature 4.3. ζ has disappeared.

Again, young continuous models are typically more luminous per unit mass than older ones. In most cases, this age effect is stronger than the luminosity variation associated with the dereddening procedure. Therefore, obtained masses are usually lower than the actual masses. There are exceptions however, for clusters associated with large estimated (i.e. overestimated) amounts of extinction.

Bayesian estimates

Despite the additional degree of freedom associated with extinction, the Bayesian analysis based on stochastic cluster catalogues generally returns ages and masses in good agreement with the input values (top panels of Fig. 4.5). Above 20 Myr, 90 % of the most probable ages lie within 0.3 dex of the actual age (r.m.s. dispersion of 0.1 dex). For the remaining 10% of the clusters in the sample, the age estimates present attraction points again, and this leads to underestimates of up to 1.5 dex. The favoured ages are located just below 1 Gyr and around 100 Myr. The corresponding features are labelled 5.*a* and 5.*b* in Fig. 4.5. While their locations are not far from those of 5. α and 5. β , their origins are different.

The Bayesian “attractors” are regions of high concentration in the model density plots of the right panels of Fig. 4.4. They do not lie along the locus of continuous population synthesis models. Since all models with magnitudes within about 0.05 of the observations are given strong weights in the computation of the posterior probability distribution, areas of high model density along the dereddening line are favoured. An illustration is provided in Fig. 4.14 and discussed further in Sect. 4.6.2. The clusters affected by this issue are usually located in regions of low model density of the colour-colour and colour-magnitude planes, and are assigned positive extinction values.

Reddened input clusters

As the extinction plays in the analyses, we repeat the experiment above after applying one magnitude of optical extinction to the fluxes of the input sample. Figure 4.6 presents the derived age and mass distributions when using the Bayesian method. For 97% of the clusters, the derived extinction is correct. The standard deviations of the residuals are 0.2 dex in age above 20 Myr and 0.1 dex in mass above $10^3 M_{\odot}$. Trend features presented in Fig. 4.6 are very similar to the previously mentioned ones. A few clusters now have overestimated ages, because reddening has moved them from the blue to the red side of a region of high model density and typically older ages. Such a region of high model density becomes a Bayesian attractor for these reddened clusters, while it was out of bounds in the reddening-free case (reaching this region of high model density would have required negative extinction corrections).

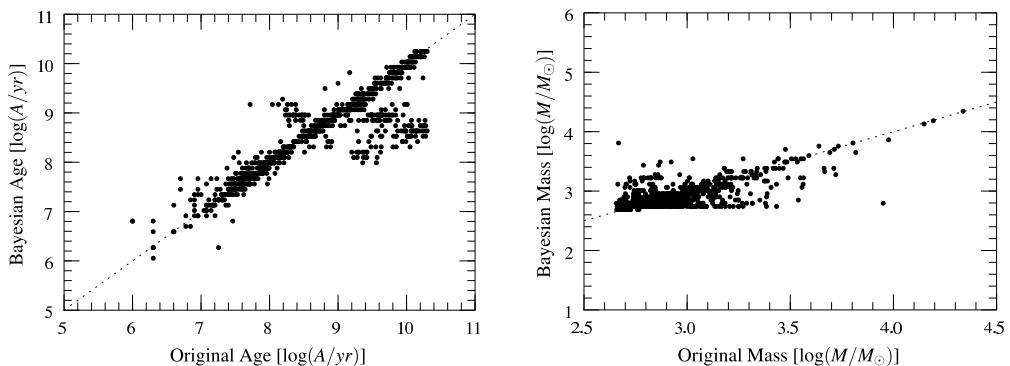


Figure 4.6 – *Derived age (left) and mass (right) distributions using the Bayesian method analysing UBVRIK data when 1 mag extinction (assuming Cardelli extinction law) is applied to the input population properties. This figure compares directly with Fig. 4.5.*

4.4.4 Estimates from noisy fluxes

We now reproduce the analysis of Sect. 4.4.3 for the same inputs, but after adding Gaussian noise to the input fluxes (5 %). Figure 4.7 presents the results. At the top of this figure are also plotted estimates derived from the single best- χ^2 fit.

Although the inputs are now noisy, the trends obtained remain similar. In particular, there is no important difference with the noise-free case when the analysis is based on standard, continuous population synthesis models (bottom panels): most fits are poor, ages tend to be underestimated, and masses are highly dispersed around the correct values.

Bayesian estimates remain close to the expected values even though the dispersion has increased. The standard deviation of the residuals are of 0.15 dex in age and 0.13 dex in mass except for models in features 7.a and 7.b. Only 13 % of the model clusters are assigned underestimated ages.

A pleasant fact is that the single best- χ^2 fit provides results that are similar to the Bayesian ones (see discussion in Sect. 4.6.2). Although individual clusters are assigned different ages, the estimated properties of the sample as a whole are described similarly with both methods. For 84 % of the clusters, the single best-fit age and the Bayesian ages are both within 0.3 dex of the actual ages. Of the 16 % that deviate, 3 % deviate only with the single best-fit method, 3 % only with the full Bayesian method, and 10 % deviate in similar ways with both methods.

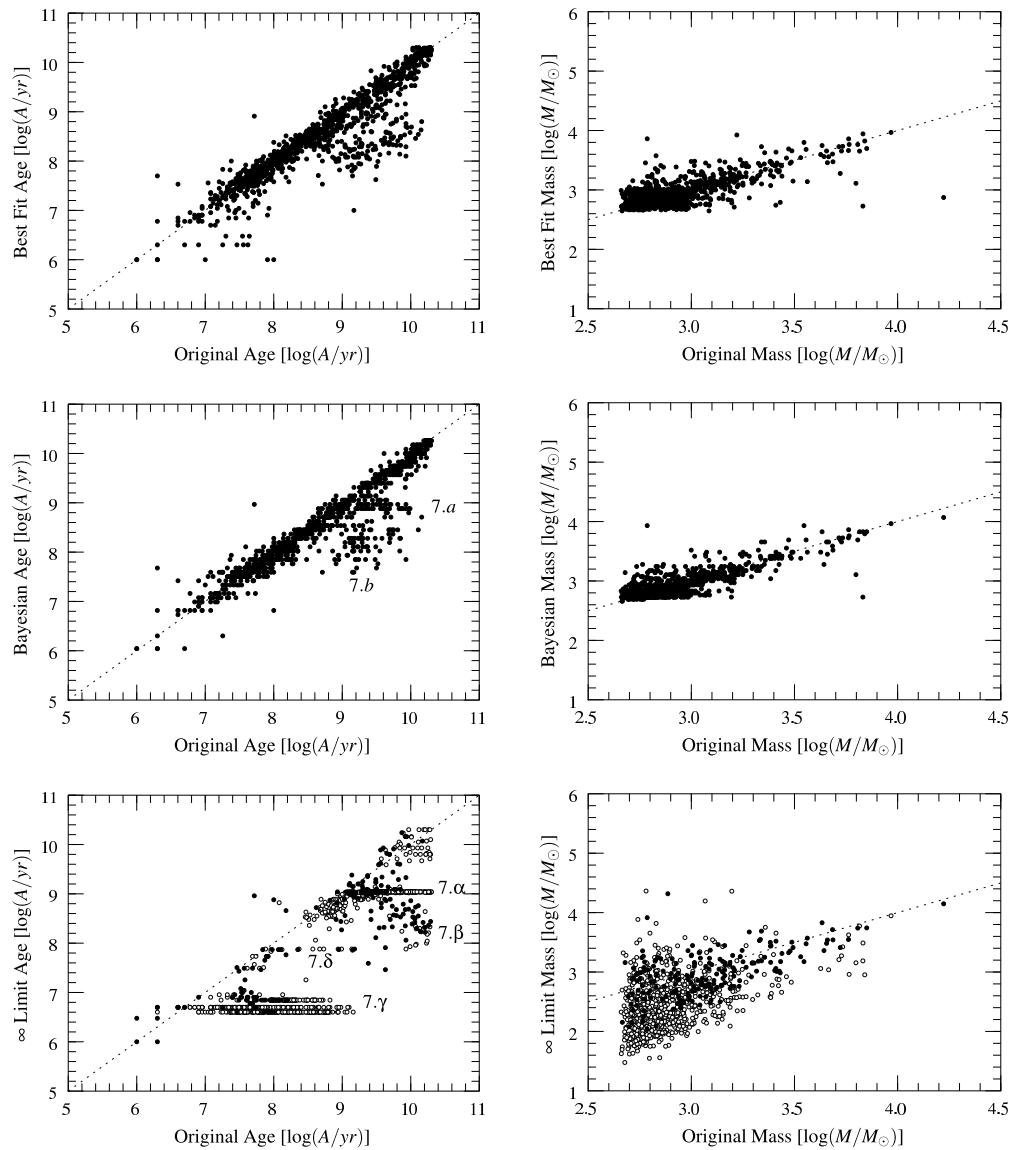


Figure 4.7 – Estimations based on U , B , V , I , and K band fluxes with 5% noise added to the photometry inputs, allowing an extinction A_V from 0 to 3. From top to bottom, the direct fit of the noised populations by our catalogue, the Bayesian estimations and the standard estimations. The conventions and axis significations are the same as in Fig. 4.5.

4.5 WHEN THERE IS NO K BAND DATA

It is common understanding that near-IR light is a better tracer of mass in galaxies than optical light and that including near-IR photometry helps break degeneracies and estimate ages. Particularly illustrative figures on the latter point can be found in Bridžius et al. (2008). However, all these statements rest on models that are valid only within the limit of large numbers of stars, i.e. not for most of the real star clusters in the Universe. This section re-assesses the role of photometry beyond wavelengths of 1 μm in the stochastic context appropriate for small clusters.

Figure 4.8 shows the results obtained for the sample of Sect. 4.4.1 when using noise-free UBVI input fluxes. Extinction is a free parameter although, as above, the clusters analysed are not reddened. Figure 4.8 compares directly to Fig. 4.5. With fewer observational constraints, it is much easier to obtain statistically acceptable χ^2 values. Eighty percent of the clusters in the sample now find an acceptable match among the standard, continuous population synthesis models (with extinction when convenient).

A very unusual result is that, between about 10^8 and 10^9 yr, the standard method (based on continuous models) produces better ages when the K data is absent than when it is present. This is due to the relative locations of the line of continuous models and the regions of high model densities in colour space (Fig. 4.4). At intermediate ages, the offset is of one full magnitude in $(V - K)$, whereas it remains small in other colours. For a cluster that is typically located in the high-density region, the nearest continuous model will produce a decent χ^2 without need for much reddening in UBVI but high χ^2 values in UBVIK. The rare but luminous AGB stars strongly increase the impact of stochasticity on the derived properties so that one should consider throwing K band data away when the UBVI-estimated age is between 100 and 500 Myr.

At other ages, the standard method applied to UBVI fluxes shows artefacts: a very strong accumulation is found at estimated ages around 1 Gyr, and hardly any cluster is assigned ages between 2 and 7 Gyr. But these artefacts are not much worse than those seen in the analysis of UBVIK data with continuous models.

In terms of estimated masses, the distributions around the correct values are similar regardless of whether one uses UBVI or UBVIK data as input to the standard method (continuous population synthesis). On

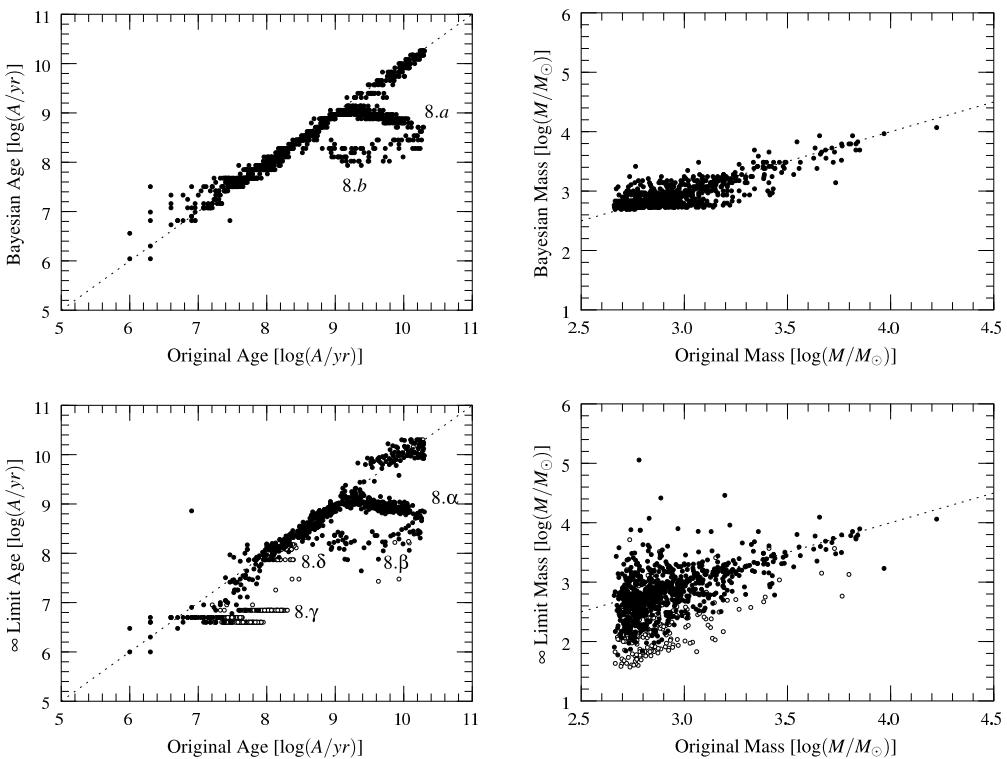


Figure 4.8 – Same figure as Fig. 4.5 but excluding information on the K band: estimations are based on U, B, V, I bands without noise, allowing an extinction A_V from 0 to 3.

average, the masses of the clusters for which the UBVI fit is satisfactory are underestimated slightly (0.2 dex at $10^3 M_\odot$).

When using the Bayesian analysis based on stochastic models, the loss of the K band information translates into stronger artefacts in the derived age distributions. The model-density distribution in colour space plays a more important role in Eq. (4.4) when there is less contrast in the χ^2 distribution, i.e. when K fluxes are absent. Ages in high-density regions along the de-reddening lines become more attractive. These artefacts disappear if the amount of reddening is known rather than being a free parameter.

The artefacts in the age distributions of the standard and the stochastic method, without the K band, appear oddly similar (left panels of Fig. 4.8). In fact, the clusters in features 7.b and 7.β are mostly identical, while the clusters in features 7.a and 7.α form two subsets with very little overlap.

One must distinguish three main behaviours for clusters that have ages between 1 and 10 Gyr. Feature 7.α comes from the clusters located in the main high-density region of model colour space, i.e. the region that runs parallel to the line of old continuous models in the lower right

panel of Fig. 4.4 but is not superimposed on that line. These clusters will be assigned correct ages with the Bayesian method, but an age around 1 Gyr (and a positive extinction) with the standard method. Feature 7.*a* comes from clusters located in the secondary high-density region of colour-space, which happens to be superimposed on the line of old continuous models (when there is no K band data). These clusters will be assigned correct ages with the standard method, but will be attracted to younger ages with the Bayesian method (with a positive extinction) because of the contrast in the model-density maps. Finally, the rarer clusters with higher values than typical $V - I$ colours will be attracted to ages around 100 Myr (with a positive extinction), both with the standard and the Bayesian methods (features 7.*b* and 7.*β*).

As noted earlier, underestimated ages lead to underestimated masses because stellar populations fade with time and extinction corrections do not quite compensate for this. In our sample, many of the old clusters affected by the age artefacts get assigned masses near the lower limit ($500 M_{\odot}$) of our catalogue (see Sect. 4.6.2).

Outside the main age artefacts seen for old clusters (when extinction is a free parameter), the Bayesian method recovers ages and masses just as well whether the K band fluxes are included in the input data or not. If we exclude objects lying in the features 7.*a* and 7.*b*, as well as objects affected by the low-mass limit of our MC catalogue, masses recovered with UBV data sets are not significantly more dispersed ($\sigma = 0.14$) than those obtained with UBVIK data sets ($\sigma = 0.13$). Further aspects of photometric band-pass selection are discussed in Sect. 4.6.3.

4.6 DISCUSSION

Several decades have passed since the stochasticity of stellar populations was first mentioned as a serious issue (Barbaro & Bertelli 1977). With powerful computers, stochasticity can now be taken into account explicitly when analysing the properties of unresolved populations.

Considering stellar populations as stochastic requires some changes in habits. For instance, mass is not a simple scaling factor anymore. Errors on absolute fluxes (e.g. due to uncertainties on distances) can affect estimated ages, and observations of only colours can provide some information on the mass. Clearly, more work is needed to explore the consequences of stochasticity more exhaustively.

4.6.1 Non-stochastic studies : mass and age distributions

The analysis of the integrated light of small clusters with continuous population synthesis models produces strong age-dependent artefacts in the derived ages, and a broad distribution of random errors in the derived masses. The good news is that there is no large systematic offset between estimated and real masses *if* the photometric data are of good quality *and if* observations that cannot find a statistically acceptable match among the continuous models are rejected. When the data have larger errors, fewer model fits are rejected. Then, a systematic trend appears in addition to the random errors: masses are underestimated on average. The value of the offset depends on the photometric pass-bands available and on the existence (or not) of independent information on extinction. The average error is of 0.3 dex for a sample of clusters of masses around $10^3 M_\odot$ observed in UBVIK, when extinction is treated as a free parameter.

This means that mass distributions of large samples of clusters based on an analysis with continuous population synthesis models are probably not too strongly biased. Several empirical determinations in the literature (see Rafelski & Zaritsky 2005, and references therein) favour M^{-2} mass distributions, and we used such a law as a prior in our Bayesian analysis. We find no immediate reason to apply a correction to this result, although a detailed investigation of each individual dataset in the literature would be worthwhile. If, for instance, low masses are systematically underestimated by 0.3 dex while high masses are not, the power-law index of the mass distribution would require a small correction¹.

Figure 4.9 shows the age-mass distribution obtained when UBV data for our test sample of clusters is analysed with non-stochastic population synthesis models and no fit is rejected. While the properties of the test sample are smoothly distributed, the estimated properties are highly clustered. The figure looks similar with UBVIK data, but we chose UBV for comparison with the (UBVI+H α)-based age-luminosity distribution of (more massive) Antennae clusters (Fall et al. 2005). The right panel of Fig. 4.9 shows the derived distribution in the age-luminosity plane, after conversion of the estimated masses into luminosities with the age-dependent mass-to-light ratio given by Pégase. In an observational context, such a figure would be truncated at low luminosity by some instrumental sensitivity limit.

¹We have not investigated any systematics for massive clusters. See Anders et al. (2004) for that regime.

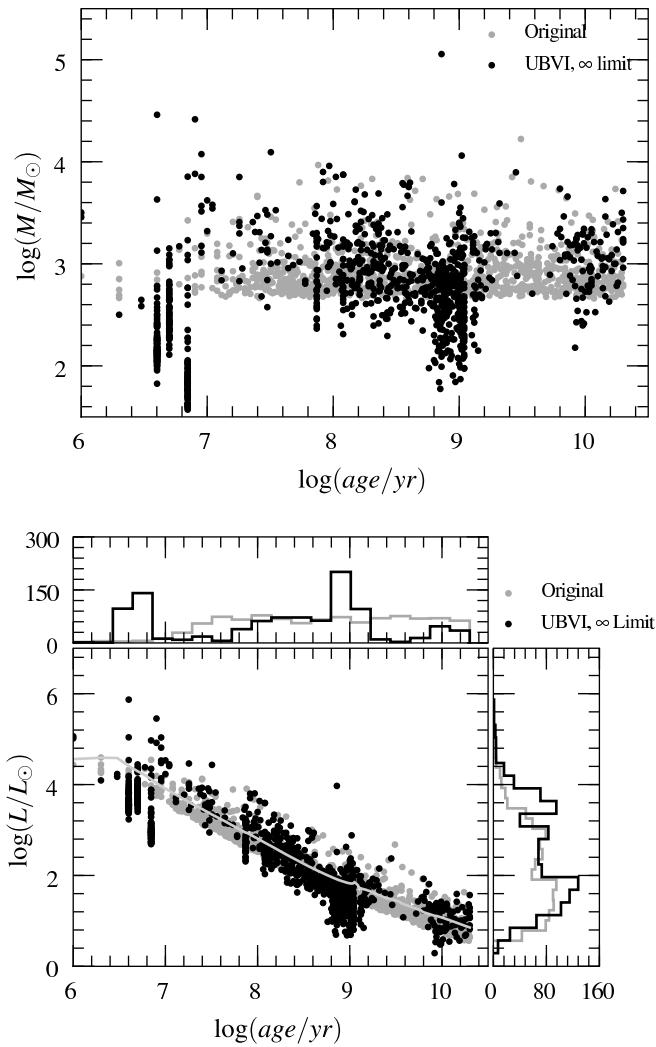


Figure 4.9 – Age-mass and age-luminosity distributions obtained for our test sample, when analysing UBVI data with standard, continuous, population synthesis models. Grey dots represent the test sample and black ones the recovered properties. In the bottom panel, masses have been converted to luminosities using the (continuous) mass-to-light ratio given by Pégase (solid line: $10^3 M_{\odot}$ cluster).

The similarity between the distribution in Fig. 4.9 and in Fig. 1 of Fall et al. (2005) is striking, even more so when one mentally corrects for the sharp low-mass limit of our sample and our relative lack of young clusters. Accumulations and gaps occur at essentially the same ages (differences can be traced back to the different sets of evolutionary tracks used by the authors). We have discussed the origins of the artefacts in our test sample age distribution in Sect. 4.4: they arise because real, stochastic clusters of low masses are distributed over a wide range of colours and can therefore fall quite far off on the line of continuous models when only extinction is available to alter their colours. The clusters in the Antennae sample, however, are typically 50 times more luminous than the ones in our study. More massive clusters should lie closer to the lines of continuous models. Why then are these artefacts so strongly seen in the Antennae cluster distribution? Our interpretation is that the combined effects of observational errors and real extinction disperse the clusters enough in colour-space to produce a global derived age distribution that is similar to the distribution produced at lower masses by stochasticity.

The input age distribution of the clusters in our test sample (and in our main MC catalogue of clusters) is constant in logarithmic age bins, and this produces derived age-luminosity distributions that are very similar to the ones in the literature. Our tentative conclusion is that the adopted age-distribution is, for the time being, an adequate prior for the Bayesian, stochastic studies. Clearly, it would be desirable to explore quantitatively how sensitive the derived distributions are to the actual age and mass distributions, especially in the presence of observational errors. Any firm conclusion about the Antennae clusters, for instance, would require such a study.

4.6.2 Prospects of the stochastic analysis

The analysis of cluster colours based on a library of stochastic models provides ages and masses with small random errors and with systematics that will be negligible in many situations. Figure 4.10 shows the derived age-mass distributions for our test sample, based on either UBV_I or UBV_{IK} data sets. Similar results are obtained if the input sample is reddened (Fig. 4.11). The situation can be improved even more if there are independent constraints on extinction. The figures show the grid pattern due to the finite sizes of our bins in estimated ages and masses.

This is because we compute the posterior probabilities of Eq. 4.4 for finite intervals.

The binning procedure has a caveat and an advantage. The caveat is that results are sometimes sensitive to the choice of the bin sizes or boundaries. We looked at many probability maps in 2D projections of age-mass-extinction space to check where this occurs. Examples are given in Appendix 4.8 (all cannot be developed here). As expected, the results are robust with respect to the binning (i.e. errors are less than or equal to one bin size) when the maps are simple and single-peaked (Fig. 4.13), while they can strongly depend on binning when the maps are complex (i.e. in cases in which uncertainty estimates based on contours of equal probability would give large error bars). The second type of situation occurs especially when there is no *a priori* information on extinction. Figure 4.14 illustrates this event: the dereddening vector of an object crosses several regions of high model density. The model properties within each of these regions end up with similar probabilities. Which one dominates, depends on the binning as shown in Fig. 4.15 (and on the density pattern itself).

The advantage of binning is that we can, to first order, assign the same *a priori* probabilities to the ages, metallicities, and extinction of a given bin. This allows us to rescale the derived probability maps for a cluster after calculation, if we wish to change the adopted priors (a worthwhile gain in computation time). In our current catalogue, the total number of clusters with masses above about $10^4 M_{\odot}$ is too small to allow us to study flatter mass distributions of clusters immediately, and we also lack clusters with ages below 10^7 yr. We have therefore chosen to postpone the description of consequences of changes in the priors to a future article.

Other practical aspects

Although conceptually simple, the implementation of the Bayesian, stochastic analysis is not immediate. Constructing the stochastic library requires CPU time and data storage. For each cluster, the spectra of at least the brightest 1000 stars need to be summed individually. The remaining low-mass stars could be represented with a continuous sequence to save computation time. Synthetic broad band colours can then be measured on the resulting total spectrum. We decided to save all the spectra and to compute a set of 60 standard broad band fluxes (standard UBVRIJHK, but also most HST filters and some from other telescopes).

4.6. DISCUSSION

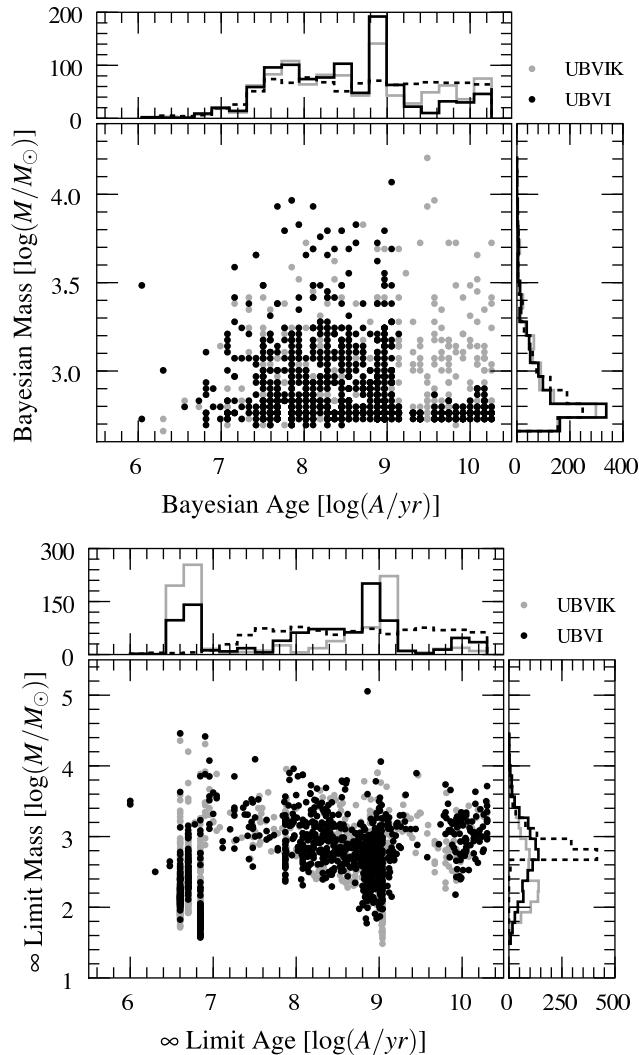


Figure 4.10 – Resulting age-mass distributions from the Bayesian (left panel) and standard (right panel) analysis methods on the test-sample clusters. Grey dots are estimates from UBVRIK bands, whereas black dots are only from UBVRI bands. UBVRIK distribution in the right panel is presented in the left panel of Fig. 4.9. Binning effects are visible on the Bayesian distribution as mentioned in the Sect. 4.6.2. The original age-mass distribution is presented in Fig. 4.2.

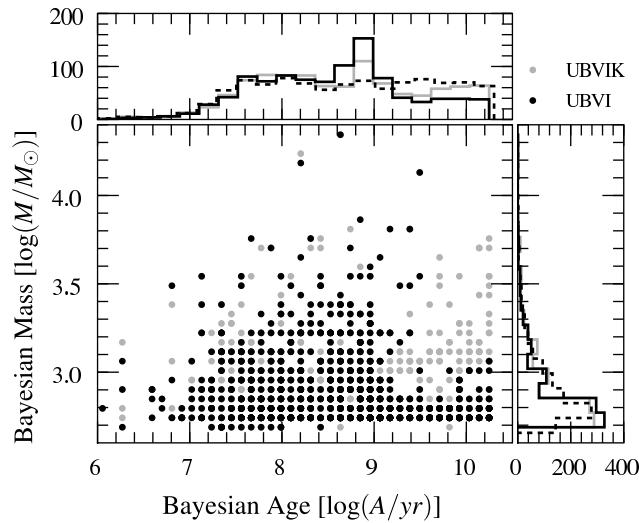


Figure 4.11 – Resulting age-mass distributions from the Bayesian analysis methods in the 1-mag reddened test-sample clusters. Grey dots are estimates from UBVRIK bands, whereas black dots are from only UBV bands. Corresponding marginal distribution histograms follow the same colour conventions. The dotted line in the histograms represents the test-sample distribution.

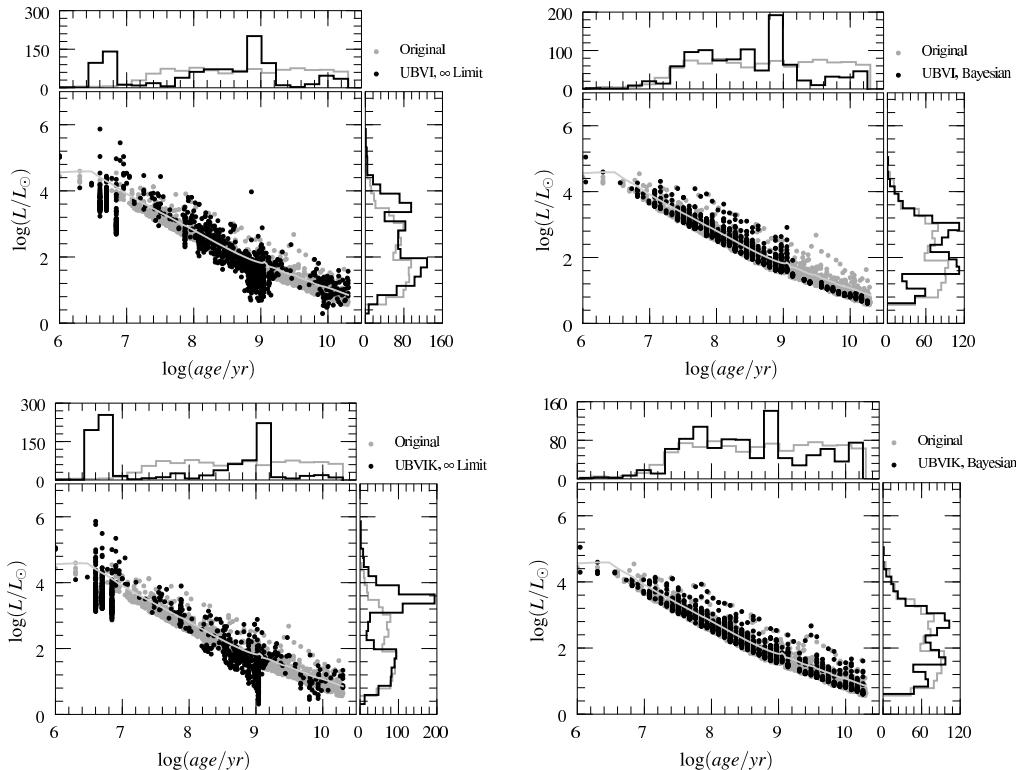


Figure 4.12 – Age–luminosity distributions recovered for our test-sample. Grey dots are the original distributions and black dots are respectively the recovered distributions from the standard (left panels) and Bayesian (right panels) methods when analysing UBV (top panels) and UBVRIK (bottom panels) data sets. Recovered masses are converted to luminosities using Pégase (continuous) factor of which the solid lines represent the evolution of a $10^3 M_\odot$ cluster.

For three metallicities and several millions of models in total, the computation took a couple of month on six 3 GHz CPUs, and half a terabyte of data was accumulated.

Browsing through the collection to compute probabilities also takes time, even with the restriction to a few photometric bands. A few CPU-hours are required to construct probability distributions of age, mass, and extinction for 1000 clusters with our main MC catalogue, allowing for extinction to vary in the range described above. It is somewhat faster to use a simple best- χ^2 . This may be good enough for statistical studies of large samples, but it must be kept in mind that the single best-fit can be far from the most probable Bayesian model in individual cases. Very small changes in the observed colours (due to small observational errors) can modify single best-fit parameters, while they leave Bayesian estimates unchanged. To provide error bars on the single best-fit parameters, one has to explore the vicinity of the minimum χ^2 . For instance, one could compare the properties of all the models with a χ^2 below a predefined threshold, as done for large clusters in Bridžius et al. (2008) or Anders et al. (2004). Doing this exhaustively would be conceptually similar, and essentially as long to run as our Bayesian approach.

All the results in this paper are based on one single set of population synthesis models. Some caveats of these models are that they do not include the formation of carbon stars or Mira-type variability and that they do not account for binaries or for stellar rotation. We have not yet compared the amplitude of the errors arising from stochasticity (studied here) with those from uncertainties in the physical assumptions of the models. However, we expect qualitatively similar systematics with any set of stellar evolution tracks. It will unfortunately be necessary to recompute a completely new library if one wishes to explore different sets of stellar evolution tracks, to assume a different stellar mass function, or to use a different library of stellar spectra. This will clearly limit the pace at which the comparisons can be made.

4.6.3 Impact of the photometric band selections

In the present paper, the estimation of ages and masses has been shown to be affected by stochasticity and also by the photometric datasets used during the analysis. We chose to focus on explaining behaviours rather than multiplying experiments with different passbands, so we have restricted our quantitative comparisons to two combinations. In a large

fraction of stellar population studies, the UBV_I combination is used as the standard selection, because it provides a reasonable compromise between depth and spectral coverage for most of the available instruments. Moreover, it corresponds to a wavelength range where spectral libraries are most accurate. Adding the K band improves mass estimates in the non-stochastic regime of high total masses, but it has an observational cost as by requiring the use of a different instrument. Testing the UBV_{IK} combination in the stochastic regime provides useful information for designing future surveys.

In Sect. 4.5, we presented some effects of the presence of K band data in addition to UBV_I photometry. The K band does not significantly improve the situation when *continuous* models are being used (right panel of Fig. 4.10). In particular, we mentioned that including the K band in the analysis of populations with AGB stars (100 – 500 Myr) may lead to even worse estimates (again with continuous models). This effect is also visible in the left-hand side panels of Fig. 4.12. On the other hand, we find only mild improvements when including K band data in the *Bayesian* analysis: the presence of K band information translates into weaker artefacts in the derived age distributions (artefacts which disappear when reddening is not a free parameter). The left panel of Fig. 4.10 presents recovered age-mass distributions for UBV_I and UBV_{IK} datasets using the Bayesian approach with free extinction. Age-mass estimates of old populations (> 1 Gyr) reflect the original distribution better when K band constraints are included. This is also visible in the right panels of Fig. 4.12, where the resulting distributions are significantly improved.

Most small and young clusters have HR diagrams that resemble a truncated main sequence. Even if the stellar mass function from which their stars are drawn randomly extends to $120 M_{\odot}$, a small zero age cluster will in general contain no ionizing stars, and a small cluster aged 10 Myr will contain no red supergiants. Two such objects are basically indistinguishable, be it with or without K band data. This problem shows up clearly when we run the Bayesian analysis at young ages, but quantifying this effect requires that we add more young clusters to our reference catalogue.

The UV spectral range raises questions similar to the near-infrared. We repeated some of the above experiments with the UBV_I and the F218W filter, centred on 220 nm (WFPC2 instrument on-board the Hubble Space Telescope). A brief summary is that the effects of adding this

UV band have amplitudes similar to those obtained when adding K. The dispersions in the results are comparable to those without UV, both for Bayesian or standard estimates. Artefacts are also qualitatively similar. Age estimates below 20 Myr are improved only slightly. If one does, however, want to include UV bands, the choice of an extinction law becomes more of an issue. Extinction laws indeed express a range of behaviours in the UV bands (e.g Allen 1976, Fitzpatrick & Massa 1986, Cardelli et al. 1989, Calzetti et al. 2000).

The decision of which filters to use rests on considerations of the astrophysical problem to tackle. Using either UV or K photometry does not deeply affect the resulting estimates ages and masses of small clusters. One may first want to consider using discrete population models instead of continuous ones.

4.7 CONCLUSIONS

Studies of star cluster populations in galaxies have until now relied on *continuous* population synthesis models, which provide a very poor approximation of the integrated light of clusters of low and intermediate masses because this light is determined by so few luminous stars.

Using large collections of Monte-Carlo simulations of star clusters that each contain a finite number of stars, this paper explores systematic errors that occur when the integrated fluxes of realistic clusters of low mass we analysed in terms of mass and age. Our main collection is built with the cluster age and mass distributions of Fall et al. (2009), extrapolated to masses lower than those observed in the Antennae galaxies.

With the standard methods (continuous models), large systematic errors affect estimated ages and large random errors affect masses. If observational uncertainties on cluster fluxes are large and, as a consequence, quality-of-fit criteria fail to reject the numerous poor fits, systematic errors (of a few tenths of a dex) are also present in the estimated masses. Derived age-mass or age-luminosity distributions for samples in which actual ages and masses are distributed as in our main collection display clustered patterns that very closely resemble those found in empirical samples in the current literature. We find no immediately obvious reason to reject the age and mass distributions of our main collection, but clearly this essential point requires detailed study with real observations.

A Bayesian method as described and implemented, in order to explic-

itly account for the finite nature of clusters in the analysis. It is shown that their age and mass can be recovered with error bars that will be small enough for many purposes. Young low-mass clusters will remain difficult to age-date because the HR-diagrams of many of them look like truncated main sequences with no ionizing or post-main sequence stars. At intermediate ages, the variability of luminous AGB stars is expected to cause difficulties that we have not yet solved.

The comparison between the results obtained with UBV and UBVIK data sets shows that, in the stochastic context, the benefits of adding the K band to optical observations are rather few, except for determining the mass of clusters older than 1 Gyr. Clearly, adding near-IR or UV information is secondary, compared to the need to move from continuous to stochastic cluster models.

The Bayesian analysis method can now be applied to existing data on cluster samples in nearby galaxies with the aim of constraining the actual age and mass distributions of these clusters. We will also extend the study of systematic errors to the case where metallicity is an unknown parameter.

4.8 APPENDIX: EXAMPLES OF PROBABILITY MAPS

The method we developed to take the stochasticity into account when estimating intrinsic parameters (age, total number of stars or total mass, metallicity, extinction) of unresolved population follows a Bayesian approach. Given a set of photometric measurements and uncertainties, we establish the joint probability distributions of these parameters based on a large catalogue of Monte-Carlo simulations. In this appendix, we present examples of probability distributions.

First an example is given in Fig. 4.13, for which we obtain single-peaked probability distributions leading to an unambiguous probabilistic determination of age, mass, and extinction estimates. In this example, we recover that the most likely have no extinction and the most probable age and mass are 35 Myr and $630 M_{\odot}$, very close to the expected values.

As discussed in Sect. 4.6.2, it also happens that the probability distributions are not single peaked. Complex maps occur when there is no independently known information on the amount of extinction. Figure 4.14 illustrates how the extinction factor increases the complexity of the probability maps. The top-left panel contours show how the colour

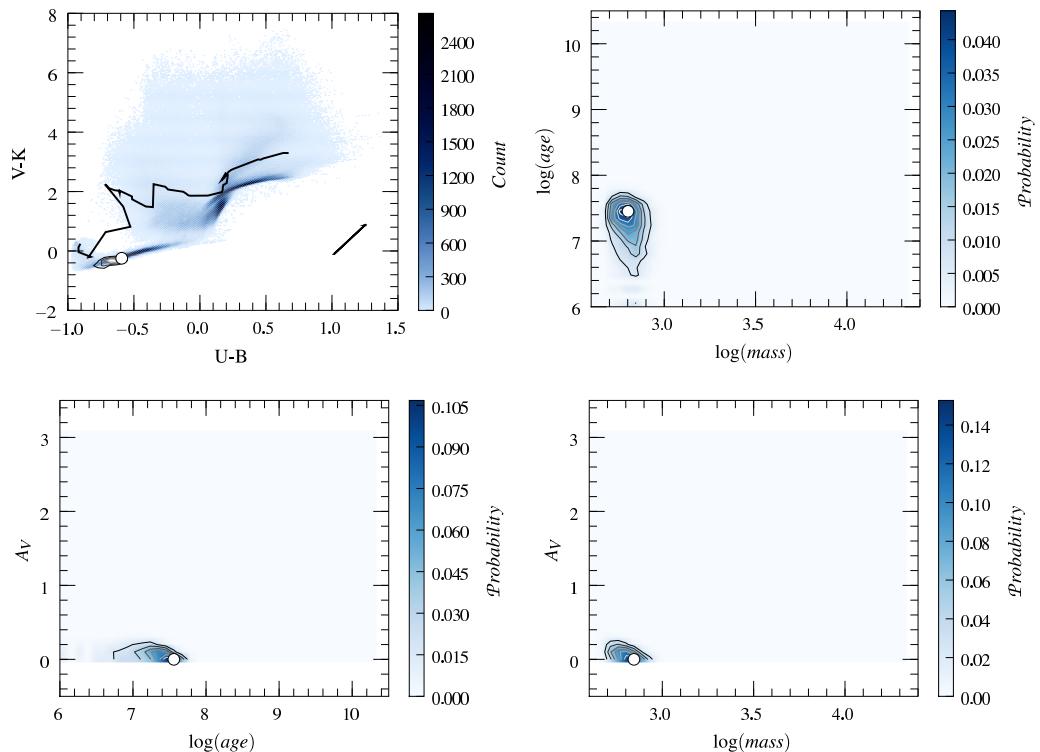


Figure 4.13 – Example of probability map for a population of 33 Myr and $650 M_{\odot}$ based on UBVRIK band data, allowing extinction to vary between $A_V = 0$ and $A_V = 3$. In the top-left panel, contours use an arbitrary scale to represent the colour joint probability distribution derived from the measurements (i.e. Eq. 4.4 applied to colours); the colour scale refers to model density. The white circle indicates the locus of the studied population (error bars of 0.05 mag not indicated). In the other panels, the colour scale refers to the corresponding 2D probability distributions. They are underlined by contours with arbitrary levels. The white circles indicate the position of the highest probability.

distributions are affected along the dereddening vector. In this example, the object crosses three regions of high model density. The resulting age-mass probability distribution is multi-modal (trimodal).

Complex distributions are subject to binning issues. The example probability distributions given in Fig. 4.14 yields three modes with similar probabilities. If one changes the number of bins on which the probabilities are computed, peak values might vary to eventually change the dominant mode of the distributions. Figure 4.15 shows that the variations in the resulting age estimates can be significant: from 2.3 Gyr to 50 Myr. A determination of the optimal binning remains an open question.

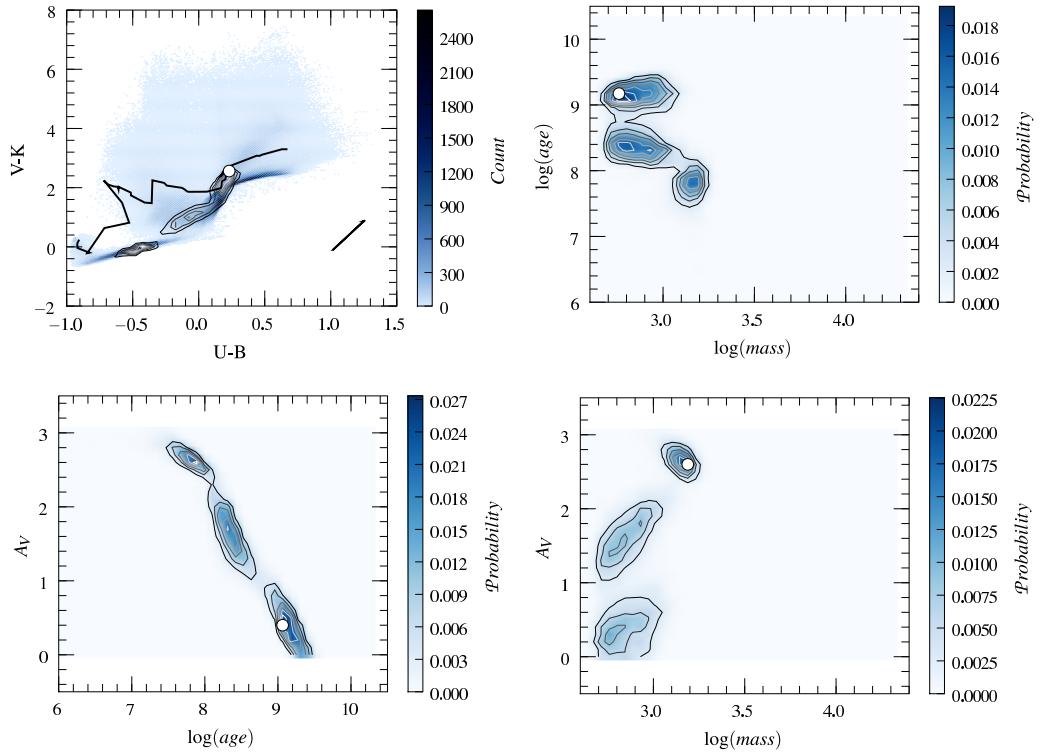


Figure 4.14 – Example of probability maps for a population of 2.3 Gyr and $780 M_{\odot}$ based on UBVRIK band. Symbols and contours are the same as in Fig. 4.13. Age and mass estimates have been computed over 40 bins (refer to the binning issue described in Sect. 4.6.2 and also related to Fig. 4.15).

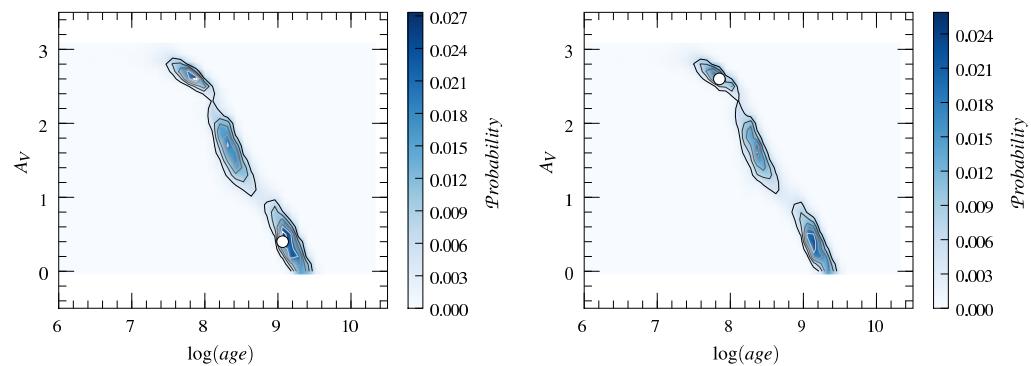


Figure 4.15 – Illustration of the effect of binning using the cluster of Fig. 4.14. In left-hand side panel the correct age is recovered with 40 bins; however, as the right panel illustrates, a different binning (50 bins) favours a much younger age with (erroneously) high extinction. The cluster is now moved to feature 4.5.b in Fig. 4.5.

BIBLIOGRAPHIE

- Allen, D. A. 1976, MNRAS, 174, 29P
- Anders, P., Bissantz, N., Fritze-v. Alvensleben, U., & de Grijs, R. 2004, MNRAS, 347, 196
- Barbaro, C. & Bertelli, C. 1977, A&A, 54, 243
- Barton, E. J., Geller, M. J., & Kenyon, S. J. 2000, ApJ, 530, 660
- Bik, A., Lamers, H. J. G. L. M., Bastian, N., Panagia, N., & Romaniello, M. 2003, A&A, 397, 473
- Boutloukos, S. G. & Lamers, H. J. G. L. M. 2003, MNRAS, 338, 717
- Bressan, A., Fagotto, F., Bertelli, G., & Chiosi, C. 1993, A&AS, 100, 647
- Bridžius, A., Narbutis, D., Stonkutė, R., Deveikis, V., & Vansevičius, V. 2008, Baltic Astronomy, 17, 337
- Bruzual, G. 2002, in IAU Symposium, Vol. 207, Extragalactic Star Clusters, ed. D. P. Geisler, E. K. Grebel, & D. Minniti, 616
- Calzetti, D., Armus, L., Bohlin, R. C., et al. 2000, ApJ, 533, 682
- Cardelli, J. A., Clayton, G. C., & Mathis, J. S. 1989, ApJ, 345, 245
- Cerviño, M. & Luridiana, V. 2004, A&A, 413, 145
- Cerviño, M. & Luridiana, V. 2006, A&A, 451, 475
- Cerviño, M., Valls-Gabaud, D., Luridiana, V., & Mas-Hesse, J. M. 2002, A&A, 381, 51
- Cid Fernandes, R. & González Delgado, R. M. 2010, MNRAS, 103
- Deveikis, V., Narbutis, D., Stonkutė, R., Bridžius, A., & Vansevičius, V. 2008, Baltic Astronomy, 17, 351
- Di Matteo, P., Combes, F., Melchior, A., & Semelin, B. 2007, A&A, 468, 61
- Fall, S. M., Chandar, R., & Whitmore, B. C. 2005, ApJ, 631, L133
- Fall, S. M., Chandar, R., & Whitmore, B. C. 2009, ApJ, 704, 453
- Fall, S. M. & Zhang, Q. 2001, ApJ, 561, 751
- Fioc, M. & Rocca-Volmerange, B. 1997, A&A, 326, 950
- Fitzpatrick, E. L. & Massa, D. 1986, ApJ, 307, 286
- Gieles, M. 2009, MNRAS, 394, 2113
- Girardi, L. & Bica, E. 1993, A&A, 274, 279

- González Delgado, R. M. & Cid Fernandes, R. 2010, MNRAS, 102
- Goudfrooij, P., Alonso, M. V., Maraston, C., & Minniti, D. 2001, MNRAS, 328, 237
- Harris, W. E., Allwright, J. W. B., Pritchett, C. J., & van den Bergh, S. 1991, ApJS, 76, 115
- Kauffmann, G., Heckman, T. M., White, S. D. M., et al. 2003, MNRAS, 341, 33
- Kroupa, P. 2001, MNRAS, 322, 231
- Lada, C. J. & Lada, E. A. 2003, ARA&A, 41, 57
- Lançon, A. & Fouesneau, M. 2009, ArXiv e-prints, 0903.4557
- Lançon, A., Gallagher, III, J. S., Mouhcine, M., et al. 2008, A&A, 486, 165
- Lançon, A. & Mouhcine, M. 2000, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 211, Massive Stellar Clusters, ed. A. Lançon & C. M. Boily, 34
- Lejeune, T., Cuisinier, F., & Buser, R. 1998, A&AS, 130, 65
- Meurer, G. R., Heckman, T. M., Leitherer, C., et al. 1995, AJ, 110, 2665
- Piskunov, A. E., Kharchenko, N. V., Schilbach, E., et al. 2009, A&A, 507, L5
- Popescu, B. & Hanson, M. M. 2010, ApJ, 713, L21
- Puzia, T. H., Zepf, S. E., Kissler-Patig, M., et al. 2002, A&A, 391, 453
- Rafelski, M. & Zaritsky, D. 2005, AJ, 129, 2701
- Vesperini, E. 1998, MNRAS, 299, 1019
- Zhang, Q. & Fall, S. M. 1999, ApJ, 527, L81

5

FLUCTUATIONS STOCHASTIQUES ET ANALYSE DE LA LUMIÈRE INTÉGRÉE DES AMAS D'ÉTOILES

Influence des a priori bayésiens

*"Accounting for stochastic fluctuations when
analysing the integrated light of star clusters.*

Chapitre basé sur l'article : *II : Influence of the priors"*

de M. Fouesneau & A. Lançon, 2010
en préparation

Sommaire

5.1	Introduction	89
5.2	Synthetic populations	90
5.3	Generation of the catalogue following the M^{-1} distribution	91
5.4	Analysis methods	92
5.5	Assuming a shallower mass distribution	96
5.6	Assuming a steeper mass distribution	100
5.7	Assuming a different prior age distribution	100
5.8	Prospect on the edge effects	103
5.9	Conclusions	104

Résumé en français du chapitre

Les distributions des âges et des masses des amas, au sein des galaxies, sont très souvent étudiés comme vestiges des histoires de formation d'étoiles. L'étude de ces populations d'étoiles permet aussi de mieux comprendre les mécanismes et processus de formation et de dissolution des amas. Dans leur grande majorité, les amas dans l'Univers présentent des variations dans leurs couleurs et flux intégrés se distribuant sur de larges intervalles de valeurs à cause de la présence rare et aléatoire d'étoiles brillantes.

Ce chapitre, basé sur l'article précisé ci-dessus, complète l'étude présentée dans le chapitre 4. Il étudie l'influence des a priori bayésien lors de l'analyse de données photométriques par la méthode définie précédemment. Pour ce chapitre, les distributions de masses et d'âges des amas sont supposées suivre des distributions en loi de puissance, distributions que nous faisons varier d'une analyse à l'autre afin d'en comparer les résultats. Les études menées dans ce chapitre sont restreintes à la métallicité solaire.

Dans un premier temps, nous présentons l'étude puis nous utilisons les collections de modèles CatII et CatIII afin de comprendre l'influence d'a priori sur l'étude d'amas synthétiques. Les erreurs introduites par les variations des hypothèses se révèlent limitées. Les distributions d'âges et de masses obtenues à partir des différentes combinaisons sont très similaires à celles obtenues lors de l'étude présentée dans le chapitre précédent.

Ainsi ce chapitre a pour but de montrer la limitation des effets des a priori sur les résultats d'analyses d'amas stellaires par la méthode bayésienne que nous avons développée. Toutefois, si les effets sur les statistiques globales d'un échantillons restent modérés, il arrive que les variations sur l'estimation des âges ou des masses d'objets individuels soient non négligeables.

5.1 INTRODUCTION

The growing body of high quality photometric surveys of star clusters and especially the advancing technologies and instrument sensitivities offer a very new insight for low and intermediate-mass objects. It makes it necessary to increase the confidence level of our models, so we can produce reliable interpretations of their colors and luminosities. To derive intrinsic properties of unresolved stellar populations, one can either fit an integrated observed spectrum with a synthetic spectral energy distribution (SED) or use integrated photometric data. The latter remains the path of choice for studying large samples. Most of our studies of individual clusters and of cluster populations in galaxies rely on our ability to estimate their current ages, masses, and metallicities, while accounting for extinction. Various models allow us to compare colors and luminosities of large populations regarding their ages and masses while accounting for the extinction (e.g. Fioc & Rocca-Volmerange 1997, Leitherer et al. 1999, Eisenstein et al. 2003, Bruzual & Charlot 2003).

One major issue raised by pushing down the observation limits to lower-mass objects is the color and luminosity fluctuations due to the random presence of very few luminous stars which dominate the energy distribution. Pioneer work has shown that the predicted luminosity and color distributions depend strongly on the total mass of the cluster (e.g. Girardi & Bica 1993, Santos & Frogel 1997, Lançon & Mouhcine 2000, Bruzual 2002, Cerviño & Luridiana 2006).

In the previous chapter, we went beyond the description of the predicted color and luminosities in a stochastic context to present results of the analysis of cluster energy distributions. We introduced a Bayesian approach which provides posterior probability distributions in the age-mass-extinction space, using multi-wavelength photometric observations and a large collection of Monte-Carlo simulations of discrete populations. The main priors for that previous study were assumed to be the intrinsic distributions of ages and masses of the models: uniformly distributed ages in logarithmic scale and a power-law with index –2 distribution for the masses.

In this chapter, we assess the question of these priors. We conduct an equivalent study to the one in Chap. 4 (Fouesneau & Lançon 2010). We investigate the effect of varying the priors on the resulting age and mass estimates. In this work, we focus on data sets consisting of UBVRI

photometry. Future work will extend this to other pass-bands and to the addition of the metallicity dimension.

5.2 SYNTHETIC POPULATIONS

The analysis of cluster colors must be based on synthetic spectra that explicitly account for the random fluctuations due to small numbers of bright stars. As before, we constructed large catalogues of synthetic clusters using Monte-Carlo (MC) methods to generate discrete population models. We recall synthetic clusters host simple stellar populations (SSP); i.e., their stars are coeval and have a common initial composition. The synthetic clusters are generated with a discrete population synthesis code we derived from PÉGASE.2N (Chap 3, Fouesneau et al in prep.). Stellar evolution at solar metallicity is modeled with the evolutionary tracks of Bressan et al. (1993). The input stellar spectra are based on the library of Lejeune et al. (1998), as we are mostly interested in broad band photometry. The current stellar mass function (SMF) is assumed to be identical to the Kroupa et al. (1993) initial mass function, and extends from 0.1 to $120 M_{\odot}$. Nebular emission (lines and continuum) is included in the calculated spectra of young objects under the assumption that no ionizing photon escapes. When extinction corrections are considered, they are based on the standard law of Cardelli et al. (1989).

The results in this paper are based on two catalogues, which both consists of synthetic clusters with 310 ages distributed between 1 Myr and 20 Gyr, with masses above about $500 M_{\odot}$. Available metallicities are $Z=0.004$, $Z=0.008$, $Z=0.02$ and $Z=0.05$, but we only discuss solar metallicity here. The distribution of ages is flat on a logarithmic scale above 20 Myr (younger ages are currently under-represented).

The number of stars in a given cluster N_{\star} is drawn randomly from a power law distribution with either an index -2 for the first catalog (denoted CatII in the previous chapters 3 and 4) or an index -1 for the second catalog (CatIII). As a result, the mass distribution of the clusters in the sample falls off approximately as M^{α} where α is respectively -2 or -1 . (We recall that M is the current stellar mass of the cluster, not its initial mass.)

5.3 GENERATION OF THE CATALOGUE FOLLOWING THE M^{-1} DISTRIBUTION

We justified in the previous chapter the use of a power-law with index -2 as a possible representation of real distributions in galaxies (Fall et al. 2009), although we cautioned that empirical determinations of the index are based on non-stochastic studies. However, the N_\star^{-2} distribution of catII which includes many small clusters, but only includes a small number of very massive clusters. Although the properties of the latter are better described, we consider catII as severely incomplete above $2 \times 10^4 M_\odot$.

It would require a significantly larger computational challenge to produce a collection with a flatter distribution and a similar number of small clusters. As an alternative, we produced catIII from random linear combinaisons of synthetic populations drawn from catII. This combination process is justified by the linear nature of the dependence of the spectral energy distribution of a population on properties of individual stars. A complete description of the generation of the combined synthetic clusters is given in Appendix B.

Combining synthetic clusters instead of individual stars might generate populations with large fractions of stars in common. So that we do not avoid possible correlations in the properties of the clusters contained in the final catalog. We explain in the Appendix B that we combined only a small number of clusters compared to the large number of possible combinations. If we generates clusters by combining on average t_n synthetic populations from a pool of n models, the total number of combinations is given by the binomial coefficient $C_n^{t_n} = \frac{n!}{t_n!(n-t_n)!}$; as an example, for clusters with 10^4 stars, the average number of population from catII to combine is about 6 which leads to $C_n^{t_n} \approx 10^{49}$ possible combinations and we only generated 10^6 clusters (containing numbers of stars between 9 000 and 11 000). Therefore, the risk of introducing significant correlations is negligible.

The resulting collection, catIII, contains more than 10^7 clusters distributed over the same age steps as catII. This catalog is statistically complete for masses from $600 M_\odot$ up to $5 \times 10^5 M_\odot$ (see Fig. 5.1). Above this limit, the continuous population models can be considered as relatively good approximations. Future work on this collection will extend it down to lower-mass synthetic clusters.

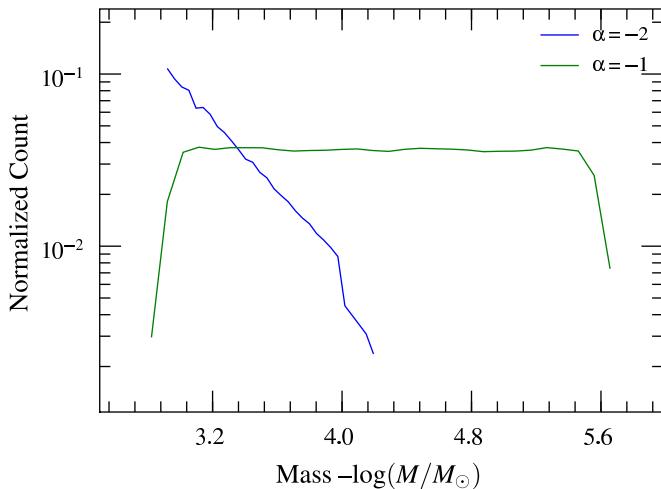


Figure 5.1 – *Intrinsic mass density distributions of catII in blue, and catIII in green.*

5.4 ANALYSIS METHODS

The above synthetic populations can be used to analyse photometric observations of clusters. As in the previous study, the properties we seek to estimate are the cluster ages and masses. We wish to account for the possibility that observed colours can be affected by unknown amounts of extinction. Accounting for uncertainties in the metallicity is still postponed to a future paper.

For this study, we only use the Bayesian analysis method. We recall that this approach explicitly accounts for the discrete and stochastic nature of the stellar populations. As in all Bayesian approaches, the results are stated in probabilistic terms, and they depend on *a priori* probability distributions of some model parameters, called *priors*. In our case, the most probable ages and masses for a cluster, given a set of photometric observations, will depend on the age distribution and mass distribution of the synthetic clusters in the model catalog. The statement can be extended to include extinction and metallicity.

As a reminder, the following paragraph summarises the description of the method presented in Chap. 4 (also in Fouesneau & Lançon 2010) An intrinsic model property X , for given photometric values Y , has the probability

$$\mathcal{P}(X|Y) \propto \mathcal{P}(Y|X) \times \mathcal{P}(X). \quad (5.1)$$

Since errors are assumed to be Gaussian, the probability $\mathcal{P}(Y|X)$ can be

expressed using the usual χ^2 statistic:

$$\mathcal{P}(Y|X) \propto e^{-\chi^2/2}. \quad (5.2)$$

Then, the probability distribution of an intrinsic property, such as the age or mass of an individual cluster, is given by the following relation. The probability that property X is located in an interval $[x_1, x_2]$, given photometric measurements $Y = \{Y_k\}_{k \in [1..n]}$ with uncertainties σ_k , is

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(X \in [x_1, x_2] | Y) &= \alpha \\ &\times \sum_{\tilde{M}_i / X(\tilde{M}_i) \in [x_1, x_2]} \mathcal{P}(\tilde{M}_i) \mathcal{P}(Y|X). \end{aligned} \quad (5.3)$$

In the above, α is the normalization constant. The sum extends over all models that have an adequate value of X . $\mathcal{P}(\tilde{M}_i)$ is the probability assigned to an individual model. When we vary extinction, we consider flat probability distributions for A_V between two boundaries. Through the factors $\mathcal{P}(\tilde{M}_i)$, this expression of the probability can embody any prior mass or age distribution. An analogue of the Eq. 5.3 can be written for joint probability distributions, for instance for age, mass, and extinction.

As we did in the previous study, the most probable ages and masses given in this paper are the age and mass coordinates of the maximum of the joint distribution. Fig. 5.2 is given as a comparison reference figure for the previous study presented in Chap. 4.

5.4.1 Input sample description

The comparison of mass and age estimates is presented for discrete clusters extracted from our MC catalogs with respect to their relative intrinsic distributions (Fig. 5.1).

Figure 5.3 shows the mass-age distribution of our two input samples. Each contains 1000 models randomly selected from either our MC catalog following a mass distribution of $dN/dM \propto M^{-2}$ or the second following $dN/dM \propto M^{-1}$ covering a broad range of ages (though mostly above 10 Myr). The model colours are not reddened, and the model cluster distances are set to 10 pc – the observable properties associated with the models are absolute magnitudes or fluxes. The selected sample reflects the intrinsic prior mass and age distributions of both catalogs. Note that the sample from catII is an equivalent of the sample presented in the previous chapter.

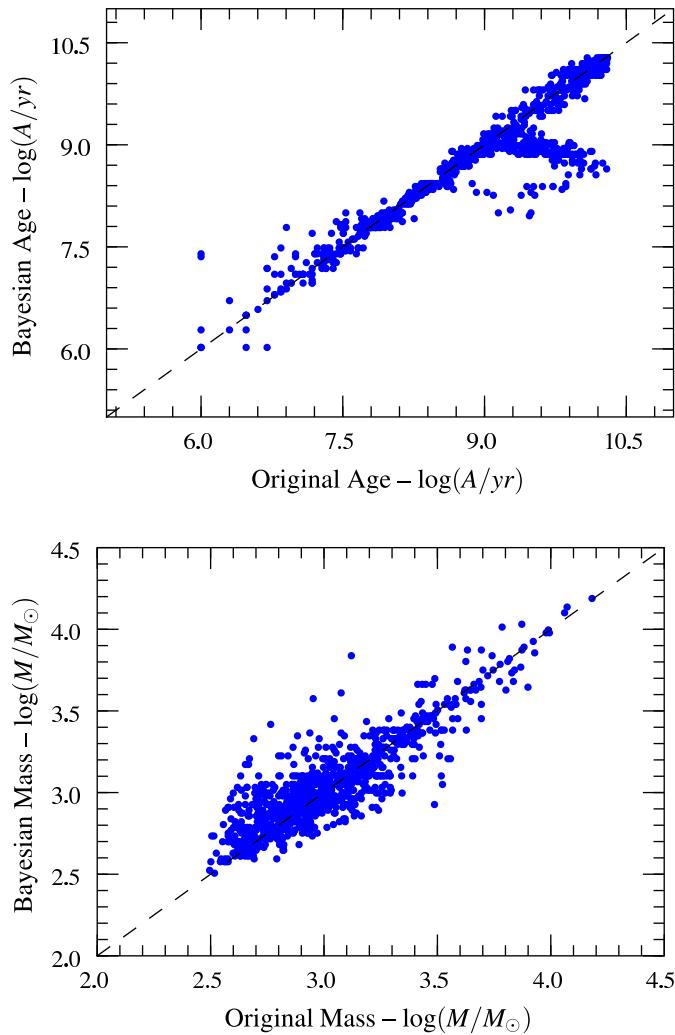


Figure 5.2 – Estimations based on U, B, V, I band fluxes, allowing extinction A_V to vary between 0 and 3. Input sample and comparison models are from *catII*. The y-axes represent the corresponding estimated values. This figure is an equivalent of the previous study Fig. 4.8 from Chap. 4.

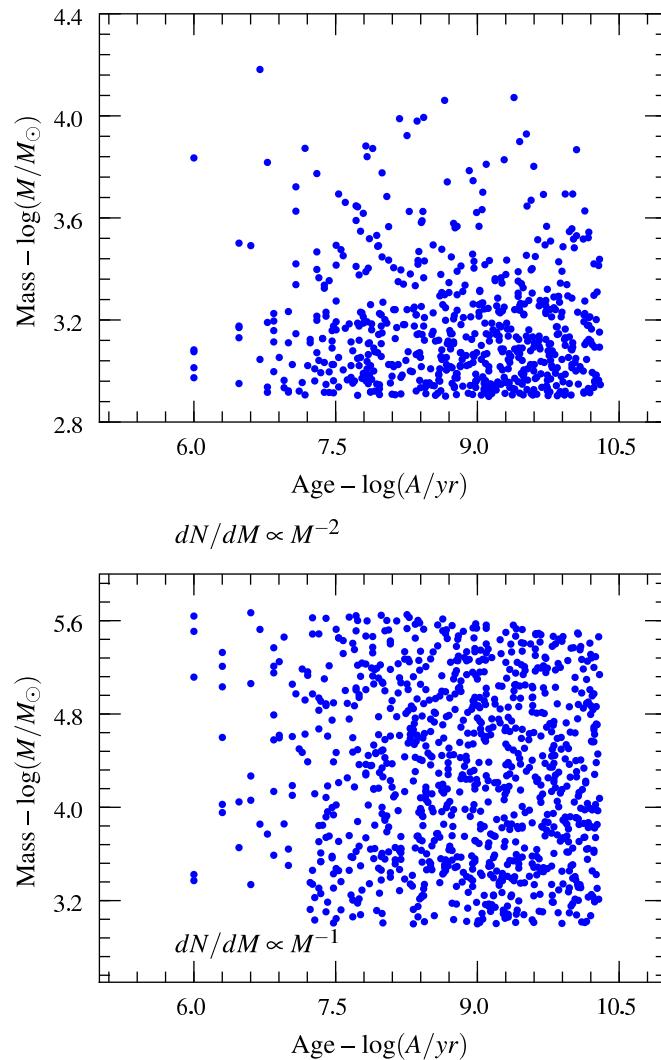


Figure 5.3 – Model samples of 1000 models randomly extracted from catII (top) and catIII (bottom) MC catalogs. Selected clusters cover broad ranges of ages. Fluxes are not reddened and are calibrated as absolute fluxes, corresponding to a 10 pc distance.

5.5 ASSUMING A SHALLOWER MASS DISTRIBUTION

As a first study, we compare the estimates resulting from the Bayesian approach in the joint analysis of U, B, V, and I fluxes. This analysis is applied to the synthetic subsample of clusters from catII which follows a power-law mass distribution with index -2 (top panel of Fig. 5.3). The analysis conducted in this first study is based on models from catIII which corresponds to assuming a shallower mass distribution compared to the input sample's intrinsic distribution. Although the input subsample is noise free, 5 % flux uncertainties are assumed in each band while computing estimates.

5.5.1 When extinction is known

In this first experiment, the absence of extinction is assumed. This corresponds to an amount of extinction that is considered known to the “observer”. This could be constrained for instance with emission line measurements. The alternative experiment in which the extinction is a free parameter of the analysis is given in the next paragraph.

Figure 5.4 presents the Bayesian estimates of age and mass and the joint probability values. Using catIII, we assume a prior mass function of $dN/dM \propto M^{-1}$. We recall the lower-mass limit of the collection catIII is about $10^3 M_{\odot}$ whereas the subsample of synthetic clusters used as input in this experiment includes populations with even lower masses. These particular objects are shown in red on this Figure. This first study shows that even with a prior mass function which differs from the real distribution, the Bayesian approach is able to recover ages and masses of without significant changes in the estimates distributions if one compares with Fig. 5.2: ages and masses are in good agreement for most of the clusters. A direct comparison is given in the next section when assuming no information on the extinction. The Bayesian approach tends to be able to move away from the mass prior for statistically “well”-represented clusters in the model catalog (blue dots in Fig. 5.4).

On the other hand, properties from inputs that are under-represented in the model catalog are not correctly estimated. Masses for these objects are over-estimated. Recovered ages however tend to be only slightly older than the ages of the input populations.

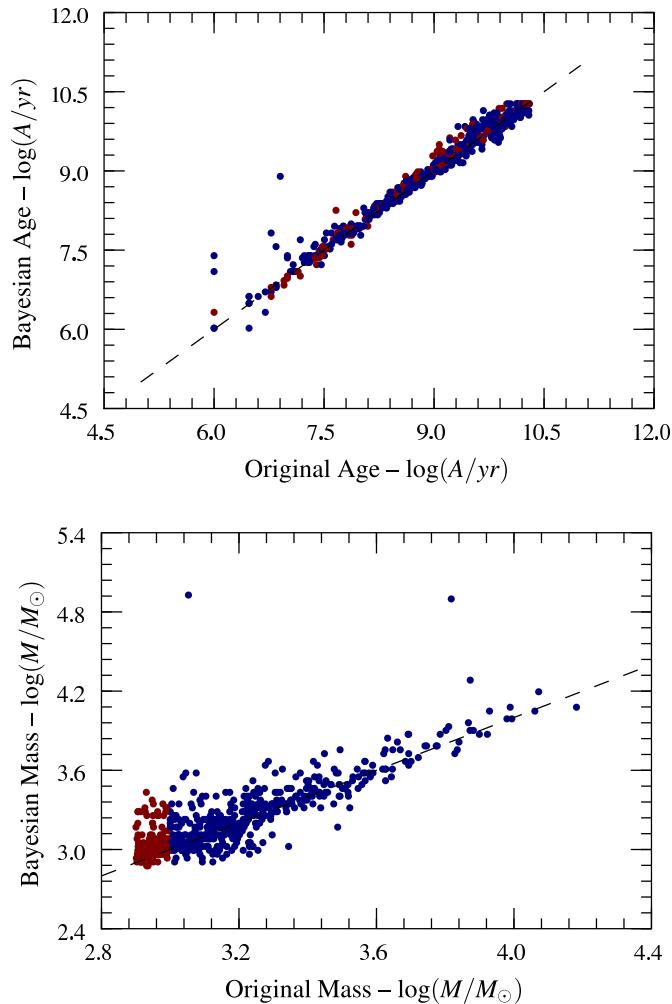


Figure 5.4 – Estimations based on U , B , V , I band fluxes, when extinction A_V is independently known. Input sample is from catII. Analysis uses catIII as comparison models (shallow mass function). The x-axes represent respectively input sample ages and masses. The y-axes represent the corresponding estimated values. Objects in red are beyond the completeness limit of the catIII.

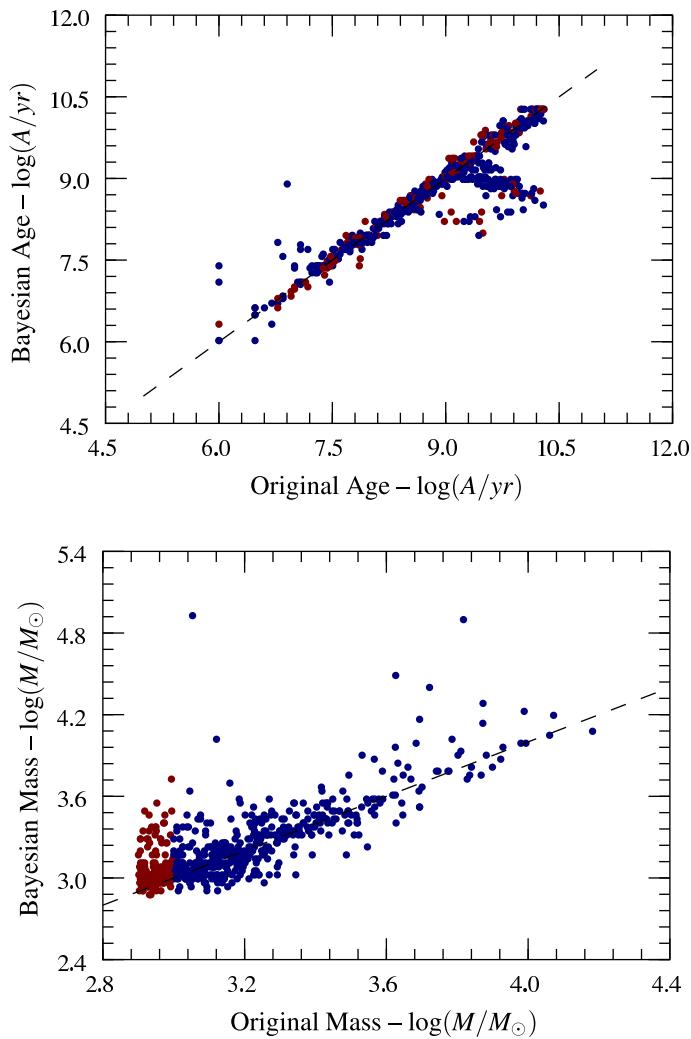


Figure 5.5 – Estimations based on U, B, V, I band fluxes, allowing extinction A_V to vary between 0 and 3. The input sample is from catII. The analysis uses catIII as comparison models. Axes conventions are the same as in Fig. 5.4. Objects in red are beyond the completeness limit of the catII.

5.5.2 When extinction is a free parameter

In the previous section, reddening-free cluster colors were analysed by comparing them with models with no extinction. We showed that even if the prior mass function is not “adapted” to the inputs, the Bayesian estimates are not affected by the model mass distribution.

We now assume that no independent information on the extinction is available to the “observer”. For the analysis, we allow the extinction A_V to vary between 0 and 3 with a step of 0.3.

Figure 5.5 presents the resulting estimates. As before, the results are comparable to the study presented in Chap. 4, in particular, we obtain

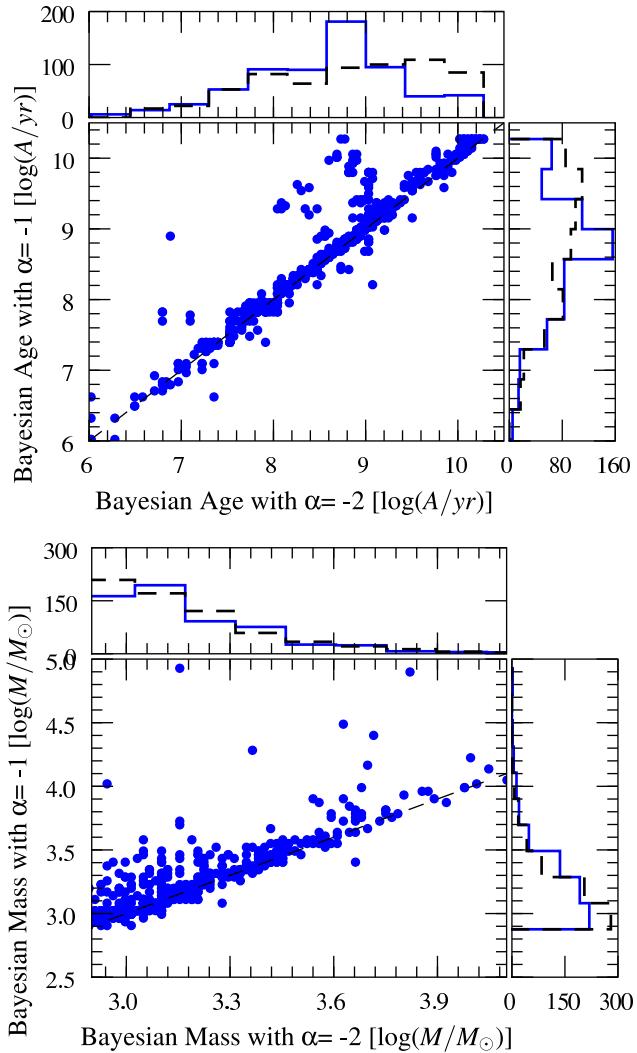


Figure 5.6 – Based on UBV data analyses, this figure compares the age (top) and mass (bottom) estimates resulting from analyses assuming two different prior mass distributions. Both distributions are assumed to be power-laws with index α : $dN/dM \propto M^\alpha$. Black dashed lines represent respectively the original sample age or mass distributions.

features equivalent to the one labeled $x.a$ and $x.b$. (x referring to the figure numbers)

This experiment shows again that even with a prior mass function which differs from the real distribution, the Bayesian approach is able to move away from the mass prior for statistically “well”-represented clusters in the model catalog (blue dots in Fig. 5.5).

Figure 5.6 shows the comparison between the age and mass estimates obtained when assuming either a mass prior function with index -2 or -1 . For both analyses, the inputs were the absolute magnitudes of the subsample from catII. These plots show that for most of the clusters the dispersion in the age estimates is of 0.1 dex and in the mass is of

0.2 dex. From the bottom panel of Fig. 5.6, we also notice that a flatten prior mass distribution tend to also overestimate the masses of small objects, but this also might be enforced by edge effects from catIII mass limitations. However we also show that the features noted $x.a$ and $x.b$ in Chap. 4 are affected by the prior modifications, in particular, a steeper prior mass distribution enforce these artifacts. We recall the presence of these artifacts is related to the lack of *a priori* known information on the extinction.

5.6 ASSUMING A STEEPER MASS DISTRIBUTION

As a second study, we reproduce the first experiment but changing the mass prior to a steeper distribution. We still compare the resulting estimates from the Bayesian approach in the joint analysis of U, B, V, and I fluxes assuming 5 % flux uncertainties. In this approach, we exchange the catalog roles : analysis is applied to the subsample of clusters from catIII, which follows a power-law mass distribution with index -1 (bottom panel of Fig. 5.3), and models from catII are used during the analysis.

Figure 5.7 is equivalent to Fig. 5.4. It presents the estimates of age and mass obtained from the synthetic data under the assumption of a steeper mass distribution. We recall the incompleteness of catII above a few $10^4 M_{\odot}$. Input clusters beyond this limit are shown in red on this Figure. As we obtain before, the two first panels of Fig. 5.7 show that the Bayesian approach is able to move away from the prior mass distribution.

Properties from inputs that are under-represented in the model catalog are not correctly estimated also. Recovered masses are widely spread all over the model mass range, while all recovered ages tend to accumulate at young ages. Since luminosity of populations increases with the mass and young age models are intrinsically more luminous than older age models, it is likely that the age distribution of under-represented massive objects is narrowed to very young ages.

5.7 ASSUMING A DIFFERENT PRIOR AGE DISTRIBUTION

We have shown in the previous experiment the effects of varying the mass prior function. We concluded that the variations in the age or mass estimates related to the choice of a prior distribution are minor.

The age distribution has always been fixed so far to a logarithmic

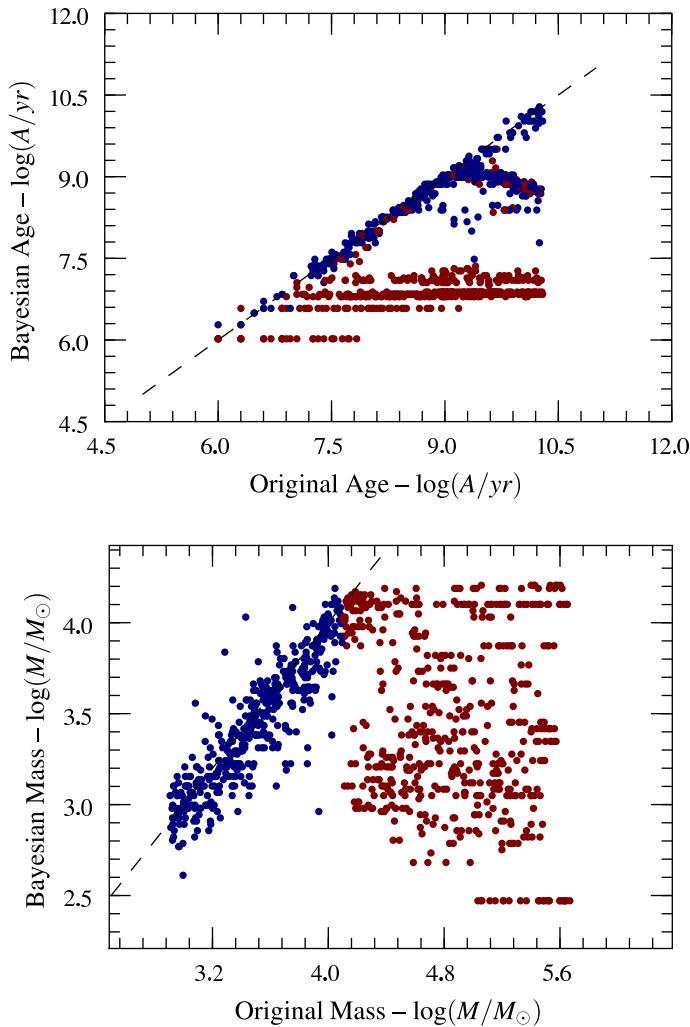


Figure 5.7 – Estimations based on U, B, V, I band fluxes, allowing extinction A_V to vary between 0 and 3. Input sample is from [catIII](#). Analysis uses [catII](#) as comparison models (steeper mass function). Axes conventions are the same as in Fig. 5.4. Objects in red are beyond the completeness limit of [CatII](#).

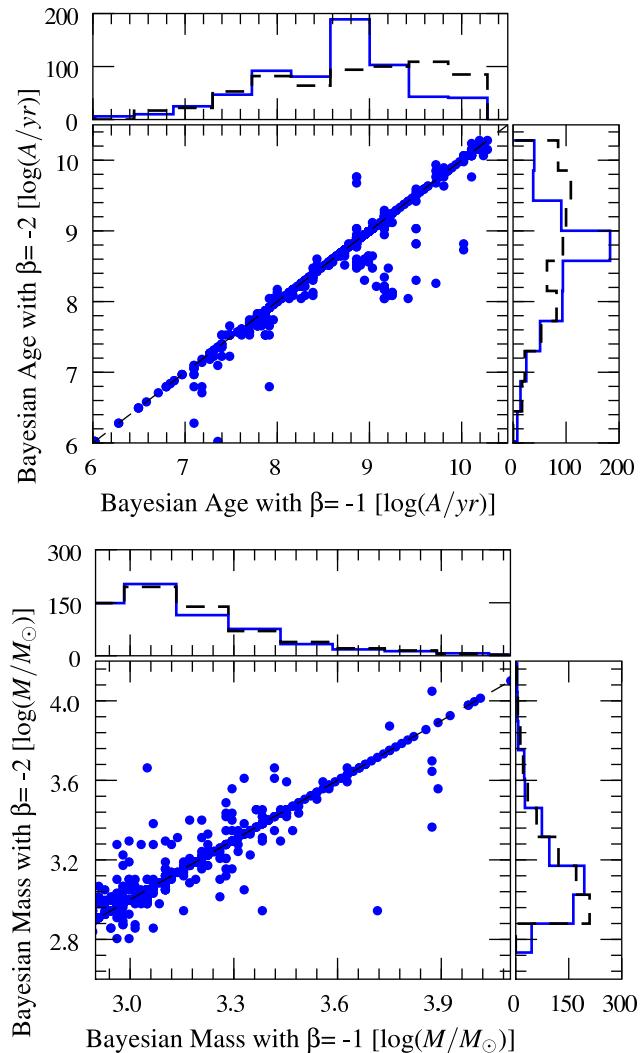


Figure 5.8 – Based on UBV data analyses, this figure compares the age (top) and mass (bottom) estimates resulting from analyses assuming two different prior age distributions. Both distributions are assumed to be power-laws with index β : $dN/dA \propto A^\beta$. Black dashed lines represent respectively the original sample age or mass distributions.

uniform distribution. If we describe the age prior function as: $dN/dA \propto A^\beta$, the previous experiments used $\beta = -1$.

In this part, we vary the prior age distribution to a significantly steeper function in favor of the young ages with a power-law index -2 . We assume that no independent information on the extinction is known to the observer.

Figure 5.8 presents the analogue results to 5.6 while varying the age prior function instead of the mass. As we see on these plots, the general trends are kept. The modification of the prior age distribution only introduces limited dispersion in the results.

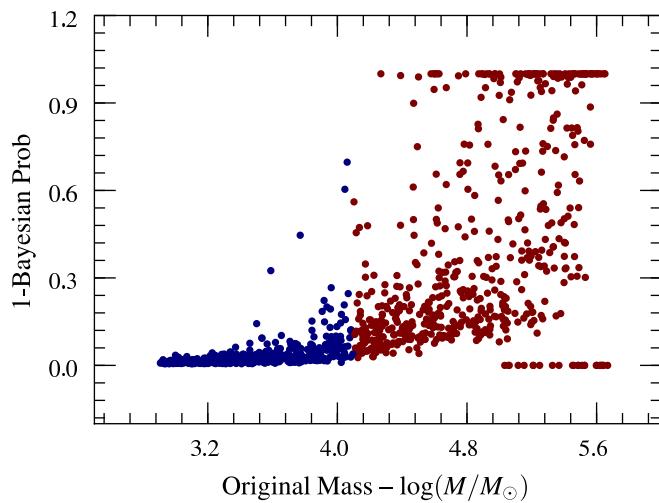


Figure 5.9 – One minus the values of the posterior probabilities at their maximum for the experiment given in Fig. 5.7. The y-axis can be interpreted as the probability of unreliable estimates: high values mean large errorbars. Objects in red are beyond the completeness limit of the catII.

5.8 PROSPECT ON THE EDGE EFFECTS

When the cluster fluxes are well within the flux distributions represented by the model collections, the effects of changing the prior mass distributions are reasonable. However, the analysis can produce incorrect results when the observed cluster fluxes are near the completeness limits of the model collections. One could ask how to detect that any observed object is or is not in this particular condition?

Figure 5.8 shows the maximal values of the posterior probability distributions obtained in the Bayesian analysis when assuming a steep prior mass function (Fig. 5.7). The y-axis can be considered as the probability of *unreliable estimates*: high values correspond to widely spread probability distributions, which can be interpreted as large uncertainties on the estimated ages, masses or extinctions. This panel shows that one could define a threshold above which the estimated properties of a given population are likely to be false.

One could consider that the estimates resulting from the analysis of a given population are likely reliable if the following two criteria are met: (i) the best reduced χ^2 value is close to 1 and (ii) the joint probability value is higher than a given value such as 0.8. In this case, (i) corresponds to the fact that at least one model does represent the observations adequately and (ii) that the probability distribution peaks tightly in age-mass-extinction space.

If the first condition (i) is not fulfilled there is an incompatibility between the models and the observed data, and one should consider other models. In such a case, color-color or color-magnitude diagrams could be used as diagnostics: the position of the observed cluster in such diagrams would help to determine in which way the model collection needs to be extended.

On the other hand, if the χ^2 value is good but the posterior probability is small, this would mean that at least one model fits the observed data, but the errorbars on the estimates are large so that the given values may not be unique. In this particular case, it is not excluded that the joint probability distribution has multi-modalities. For observations falling in this category, only a representation of the posterior probabilities in the space of estimated properties (e.g. age-mass-extinction) seems to be able to provide a useful description of the uncertainties in the results.

5.9 CONCLUSIONS

Studies of populations of star clusters in galaxies have always until now relied on *continuous* population synthesis models, which provide very poor approximations of the integrated light of low and intermediate-mass clusters dominated by a few luminous bright stars.

A Bayesian method explicitly accounting for the so-called stochastic variations which was previously described in Fouesneau & Lançon (2010) has been shown to recover ages and masses with error bars that are small enough for many purposes.

This method however relies on assumptions, the Bayesian priors. In this work, we tested the implications of varying the priors. The comparison between estimates with various priors in mass or age has shown that the effects of the priors are limited and in most cases are negligible when doing statistics over large samples, although it may have significant impact on individual cluster analyses. Uncertainties can be reduced by iterating on the prior definitions. However a complete quantification of these effects still needs to be performed.

The Bayesian analysis method can be considered robust with respect to the underlying priors, and can now be applied to existing data on cluster samples in nearby galaxies with the aim of constraining the actual age and mass distributions of these populations. In the future, we will also

extend the study of the effects of the priors to the case where metallicity is an unknown parameter.

BIBLIOGRAPHIE

- Bressan, A., Fagotto, F., Bertelli, G., & Chiosi, C. 1993, *A&AS*, 100, 647
- Bruzual, G. 2002, in IAU Symposium, Vol. 207, Extragalactic Star Clusters, ed. D. P. Geisler, E. K. Grebel, & D. Minniti, 616
- Bruzual, G. & Charlot, S. 2003, *MNRAS*, 344, 1000
- Cardelli, J. A., Clayton, G. C., & Mathis, J. S. 1989, *ApJ*, 345, 245
- Cerviño, M. & Luridiana, V. 2006, *A&A*, 451, 475
- Eisenstein, D. J., Hogg, D. W., Fukugita, M., et al. 2003, *ApJ*, 585, 694
- Fall, S. M., Chandar, R., & Whitmore, B. C. 2009, *ApJ*, 704, 453
- Fioc, M. & Rocca-Volmerange, B. 1997, *A&A*, 326, 950
- Fouesneau, M. & Lançon, A. 2010, ArXiv e-prints
- Girardi, L. & Bica, E. 1993, *A&A*, 274, 279
- Kroupa, P., Tout, C. A., & Gilmore, G. 1993, *MNRAS*, 262, 545
- Lançon, A. & Mouhcine, M. 2000, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 211, Massive Stellar Clusters, ed. A. Lançon & C. M. Boily, 34
- Leitherer, C., Schaerer, D., Goldader, J. D., et al. 1999, *ApJS*, 123, 3
- Lejeune, T., Cuisinier, F., & Buser, R. 1998, *A&AS*, 130, 65
- Santos, Jr., J. F. C. & Frogel, J. A. 1997, *ApJ*, 479, 764

ETUDE DES AMAS D'ÉTOILES DE LA GALAXIE MESSIER 83 DANS UN CONTEXTE STOCHASTIQUE

6

*"Stochastic Study of Star Clusters
in the Southern Pinwheel Galaxy, M 83"*

Chapitre basé sur l'article : de M. Fouesneau, A. Lançon, R. Chandar
& B. Whitmore
en préparation

Sommaire

6.1	Introduction	109
6.2	Data and Observations	111
6.3	Population synthesis models	111
6.4	Luminosity and color distributions	113
6.5	Cluster Ages and Masses	115
6.6	Discussion	120
6.7	Conclusions	128

Résumé en français du chapitre

L'instrument WFC3 (Wide Field Camera) nouvellement installé à bord du télescope spatial Hubble a été utilisé pour nous procurer des données multi-longueurs d'onde, de l'ultraviolet à l'infrarouge proche, de la galaxie spirale proche Messier 83. Ces nouvelles observations sont les images les plus résolues et les plus profondes jamais obtenues d'une galaxie spirale au-delà du Groupe Local à ce jour. La qualité des mesures photométriques obtenue à partir des images de cet instrument, nous permet enfin d'observer des amas d'étoiles de masses faibles et intermédiaires ($< 10^5 M_\odot$).

Ce chapitre, basé sur l'article précisé ci-dessus, présente les résultats d'analyse des données photométriques des amas stellaires observés dans M83 dans un contexte explicitement stochastique. Nous estimons les âges, masses et métallicités de ces derniers, par une analyse de données photométriques dans les bandes UBVI selon une méthode bayésienne exploitant des modèles de populations discrètes. Dans un premier temps, nous exposons que la distribution des masses des amas stellaires peut être approximée par une loi de puissance $dN/dM \propto M^\alpha$, d'exposant α proche de -2 . La distribution des âges diffère d'une loi de puissance dans le détail. Dans un deuxième temps, nous discutons nos estimations en regard d'une étude précédente effectuée à partir des même données.

Ainsi ce chapitre présente une étude comparative des résultats d'analyse d'observations de Messier 83 basés sur la méthode développée dans cette thèse.

6.1 INTRODUCTION

Messier 83, the “Southern Pinwheel” galaxy, is the nearest massive spiral galaxy of type SAB(s)c. Despite its proximity (4.5 Mpc, Thim et al. 2003), it has been studied relatively little compared to its northern counterpart, M 51 (“the Northern Whirlpool”, 8.2 Mpc). Its total mass is of $5.9 \times 10^9 M_{\odot}$ (Bottinelli & Gouguenheim 1973). Moreover, M 83 is very similar to our Galaxy in terms of metallicity ($12 + \log[O/H] = 9.06$ compared to 8.69 for the Milky Way, Garnett 2002), which makes M 83 a very interesting candidate for the comparative study of stellar populations in galaxies such as our own. (More characteristics of this galaxy can be found in Tab. 6.1)

Table 6.1 – M 83, information retrieved from various pieces of literature

Parameter	Value	Reference
Right ascension	$13^h 37^m 00.78^s$	(1)
Declination	$-29^{\circ} 51' 58.6''$	(1)
Radial Velocity	516.7 km/s	(2)
Redshift	0.001723	(2)
Distance	4.64 ± 0.20 Mpc	(3)
Apparent dimensions (V)	$12.9' \times 11.5'$	(4)
Apparent magnitude (V)	7.54	(4)
Distance Modulus	28.29	(3)
Metallicity (Z)	$\approx 0.02 (Z_{\odot})$	(5)
$12 + \log(O/H)$ (Z)	$9.06 (Z_{\odot} = 8.69)$	(5)
Inclination	24°	(6)
Mass HI	$5.9 \times 10^9 M_{\odot}$	(6)
Total Mass	$243 \times 10^9 M_{\odot}$	(6)
Luminosity	$18 \times 10^9 L_{\odot}$	(6)

Table corresponding references are: (1) Cowan et al. (1994), (2) Lawrence et al. (1999), (3) Nasa/Ipac Extragalactic Database (ned-www.ipac.caltech.edu), (4) Gil de Paz et al. (2007), (5) Garnett (2002), (6) Bottinelli & Gouguenheim (1973)

The newly installed Wide Field Camera 3 (WFC3) on the Hubble Space Telescope offers an unprecedented dataset to study stellar populations. This camera has been designed to cover wavelengths from 2000 Å to $1.6\mu\text{m}$. Its spatial resolution of $0.04''.pix^{-1}$ is slightly better than its predecessor ACS ($0.05''.pix^{-1}$). At the distance of M 83, one WFC3 pixel spans 0.9 pc.

For such close galaxies, WFC3 starts to resolve individual massive stars and offers very high quality observations of star clusters, pushing

down the mass detection limit. For the first time, we are able obtain reasonably complete samples of clusters of low and intermediate mass. Considering how steeply the mass functions of young star clusters rise towards low masses, the WFC3 data provide a fantastic opportunity to improve our knowledge of the cluster population as a whole.

However, the light emitted by low mass clusters is affected by the so-called "stochastic fluctuations" due to the random properties of small numbers of bright stars. The determination of ages and masses for such clusters requires specific methods, that explicitly account for the discrete nature of their stellar populations. Chapter 4 (Fouesneau & Lançon 2010) introduced such a method and tested it extensively on synthetic clusters. Recently, Chandar et al. (2010) presented a new catalog of star clusters in M83 based on the same observations as we use in this present work. For these clusters they compared measured photometry with standard "continuous" simple stellar population synthesis (SSP) models to give preliminary age and mass estimates. However standard methods based on "continuous" models introduce artifacts in the derived age distributions, which restricts the subsequent physical analysis to the highest bins of mass and to very low resolution in age (e.g. Fall et al. 2005, Chandar et al. 2010). We showed in Chap. 4 (Fouesneau & Lançon 2010) that discrete cluster models provide derived age distributions with much reduced artifacts, i.e. age distributions that can be used to constrain the existence of major events in the cluster formation (and destruction) history of a galaxy.

In this Chapter, we apply the method of Fouesneau & Lançon (2010) to the WFC3 sample of star clusters in M83. For each of the detected clusters, we derive age, mass and extinction. The results are validated by examining the positions of the various clusters with respect to the spiral arms, dust lanes and HII regions of the galaxy. For the first time, we are able to compare standard age and mass estimates given by Chandar et al. (2010) with those based on discrete populations. As expected from the theoretical studies, the derived age distributions differ from those obtained with continuous population synthesis models except when very broad bins of age are adopted, but the derived mass distributions remain similar. We discuss the effects of model assumptions on the results, and compare them with previous work.

6.2 DATA AND OBSERVATIONS

In order to take advantage of the wavelength coverage of WFC₃, images of M83 were taken through seven broad-band filters from the UV to the Near Infrared: F225W (UV), F336W (U), F438W (B), F555W (V), F814W (I), F110W (J), F160W (H). These were used to observe the North-East part of the galaxy, including the nucleus of M83. Figure 6.1 is a color image which illustrates the observed region. In addition, narrow band filter observations were made covering the following lines: [OIII] (F373N), H β (F487N), OII(F502N), H α (F657N), [SII](F673N). In this present piece of work, we focus only on the broad band UBVI photometry. We assume a distance of 4.5 Mpc to M83 as found in Thim et al. (2003), which corresponds to a distance modulus of $m - M = 28.29$. For each objects, circular aperture photometry of 3 pixel radius produces integrated flux values which are corrected from foreground galactic extinction (Schlegel et al. 1998, Appendix B). Measurement uncertainties are typically around 0.05 mag in the four bands. The separation between individual stars and clusters has been performed with a complex combination of criteria based on the concentration index (Whitmore et al. 2010), the shapes of the objects and their colors. Details about the image reduction, photometry and the separation between stars and clusters are given in Chandar et al. (2010).

6.3 POPULATION SYNTHESIS MODELS

We aim at studying the age – mass distribution of the clusters in M83, using the Bayesian age – mass determination method presented in Fouesneau & Lançon (2010). The method is based on a large collection of Monte-Carlo simulations of individual clusters. These were constructed with the population synthesis code PÉGASE.2N (Chap. 3), which is derived from PÉGASE (Fioc & Rocca-Volmerange 1997). As in the original continuous population synthesis code, the underlying stellar evolution tracks are those of the Padova group (Bressan et al. 1993), with a simple extension through the thermally pulsating AGB based on the prescriptions of Groenewegen & de Jong (1993). The input stellar spectra are taken from the library of Lejeune et al. (1997; 1998). The stellar Initial Mass Function is taken from Kroupa et al. (1993), and extends from 0.1 to 120 M $_{\odot}$. Nebular emission (lines and continuum) is included in the calculated spectra and broad band fluxes under the assumption that no ionizing photon es-



Figure 6.1 – Color image of the observed region of M 83 with the WFC3 instrument on-board HST. The B-band (F438W) image is shown in blue, the V-band (F555W) image in green and a combination of the I-band (F814W) and H α in red. The covered area represents $2.75' \times 2.75'$ ($\approx 3.6 \times 3.6 \text{ kpc}^2$).

capes. When extinction corrections are considered, they are based on the standard law of Cardelli et al. (1989).

In a context of studying M83, the model collection (catIII) is restricted to the solar metallicity, the metallicity of this galaxy according to Gil de Paz et al. (2007). The model collection includes all possible ages, and it has been extended to higher masses than available in Fouesneau & Lançon (2010): it covers ages from 1 Myr to 20 Gyr and masses from 10^3 to $5 \cdot 10^5 M_{\odot}$, and it is statistically complete for these ranges (it represents the full panel of cluster properties). The ages of the synthetic clusters are distributed as a power law with index -1 (i.e. equal numbers of star clusters per logarithmic age bin). For practical reasons (the need to include a reasonable number of large clusters without having to compute prohibitive numbers of small clusters), the mass distribution in the new collection of models also follows a power law of index -1 , instead of the previously adopted -2 . We recall that the priors can be modified at will through adequate weight coefficients when analysing observed clusters. The age and mass distributions of the synthetic clusters are the main assumptions (priors) of the Bayesian inversion method of Fouesneau & Lançon (2010), and their limited influence has been discussed in Chap. 5.

6.4 LUMINOSITY AND COLOR DISTRIBUTIONS

Previous work from Chandar et al. (2010) shows that luminosity functions in all the four passbands used here can be globally described with power-laws with index ~ -2 , until we reach the completeness limit of the observations, i.e. $M_{UV} < -6$, $M_U < -6$, $M_B < -5$, $M_V < -5$, and $M_I < -6$ (in the absolute Vega magnitude system).

To evaluate the role of various ages and of selection effects in these luminosity functions, clusters must be studied in color-magnitude space. Figure 6.2 shows the loci of the observations in three selected projections. In the left hand panels, the data are shown together with the complete set of models, which will be used to assign age, mass and extinction estimates to each individual object. The majority of the observed clusters lie well within the regions covered by the synthetic clusters. It is also clear that some of the observations could not be reproduced with continuous population synthesis models, even when allowing for extinction.

One can conclude from the two bottom-left panels of Fig. 6.2, that a

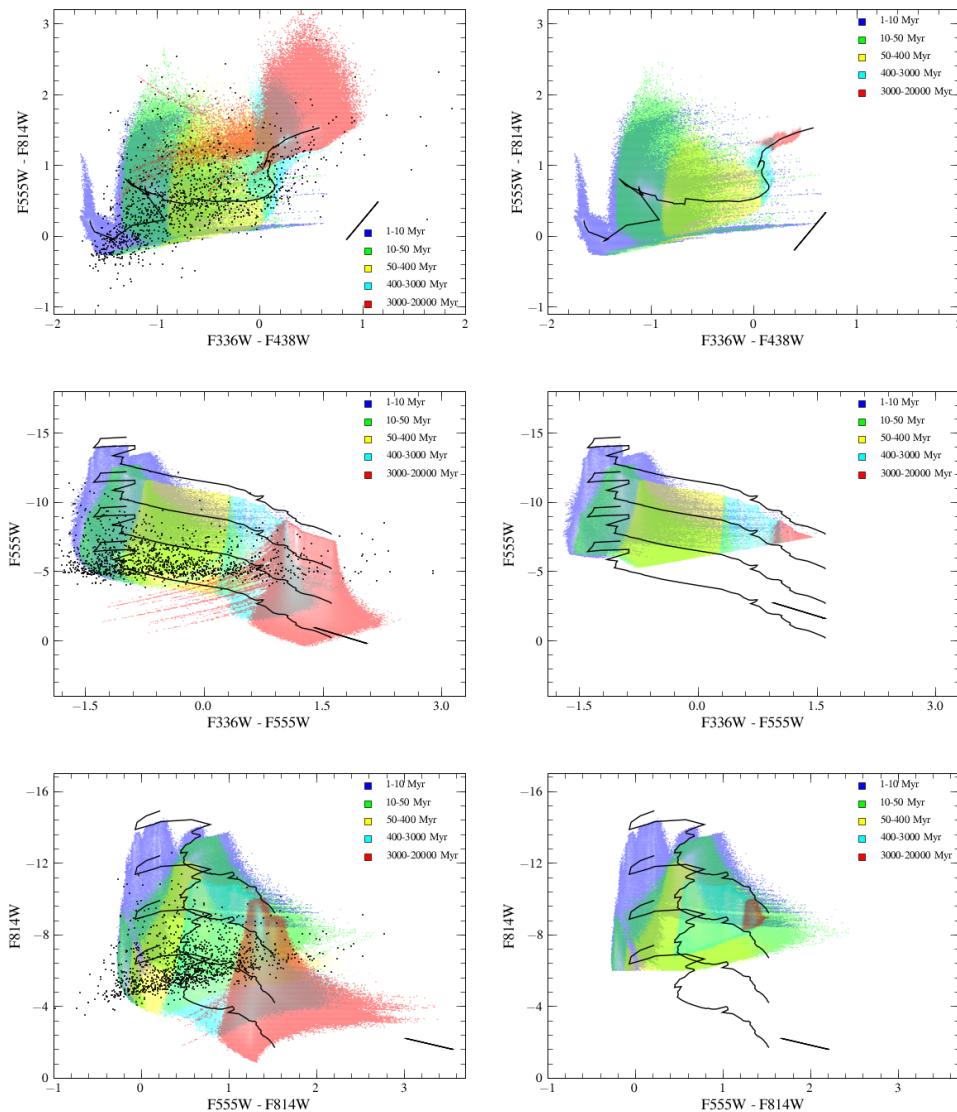


Figure 6.2 – Color-color and color-magnitude diagrams of the sources. Magnitudes are in the Vega system. **Left:** Black dots are the observations. Colored points are the predictions from the discrete population collection. **Right:** The corresponding diagrams taking into account the observational limits mentioned in the text. Solid lines are the predictions from continuous population synthesis models with respectively 10^3 , 10^4 , 10^5 , and $10^6 M_\odot$. NB: The effect of extinction on these diagrams remains to be quantified.

majority of the observed clusters have masses much smaller than $10^5 M_\odot$. Such clusters require models that account for stochastic fluctuations.

The right hand panels show the complex effects of magnitude limits. The models shown are those brighter than the completeness limits of the observations. In the stochastic context, a magnitude cut does not simply reject *all* the clusters of a given mass that have reached a critical age. On the contrary, at a given mass and age only those stochastic clusters that happen to be fainter than average will be rejected, while those that

happen to be brighter will be kept. The truncated distributions are not to be used to assign fundamental properties to individual clusters, but will be used in the future to assess the cluster population of M83 as a whole. Indeed, such a direct comparison provides a means of testing the current age-mass distribution of the clusters without the uncertainties involved in any preliminary assignment of ages or masses to each individual object.

6.5 CLUSTER AGES AND MASSES

We estimate the ages, masses, and extinction of all the sample of observed clusters with the Bayesian method of Fouesneau & Lançon (2010). The assigned estimates are those with maximal posterior probability, i.e maximal probability when accounting for the observed fluxes in the 4 available photometric pass-bands and for the underlying age and mass distributions of the model collection (the prior probability distributions). In this section, the priors are (i) that the distribution in $\log(\text{age})$ is uniform, (ii) that the distribution in $\log(\text{mass})$ is also uniform, and (iii) that the metallicity is solar. Other priors could be discussed, but Chap. 5 has shown the limited implications. The magnitude of extinction, A_V , is allowed to take any value between 0 and 4 in steps of 0.2. For this study, the completeness limits of the observations are not included in any manner during the determination of ages and masses. However, interpretations need to take these limitations into account.

The age-mass distribution resulting from the Bayesian analysis is given in the first panel of Fig. 6.3. Derived masses range from the low limit of our model catalog ($10^3 M_\odot$) to about $5 \times 10^5 M_\odot$. Ages are distributed between a few Myr and about 1 Gyr, with only a few candidates for older ages. The relative lack of old clusters is consistent with expectations from the detection limits (Sect. 6.4). For the sake of clarity, we repeat that the determinations of ages and masses are done with the complete model collection; detection limits only affect the list of clusters actually detected, not the underlying intrinsic population.

Figure 6.3 also gives the distribution of extinction among the clusters of various ages and masses. It tends to suggest that the extinction follows the masses: high-mass clusters are more extinguished than lower masses. This is compatible with a selection effect: low-mass objects require relatively little extinction to drop below the observational detection

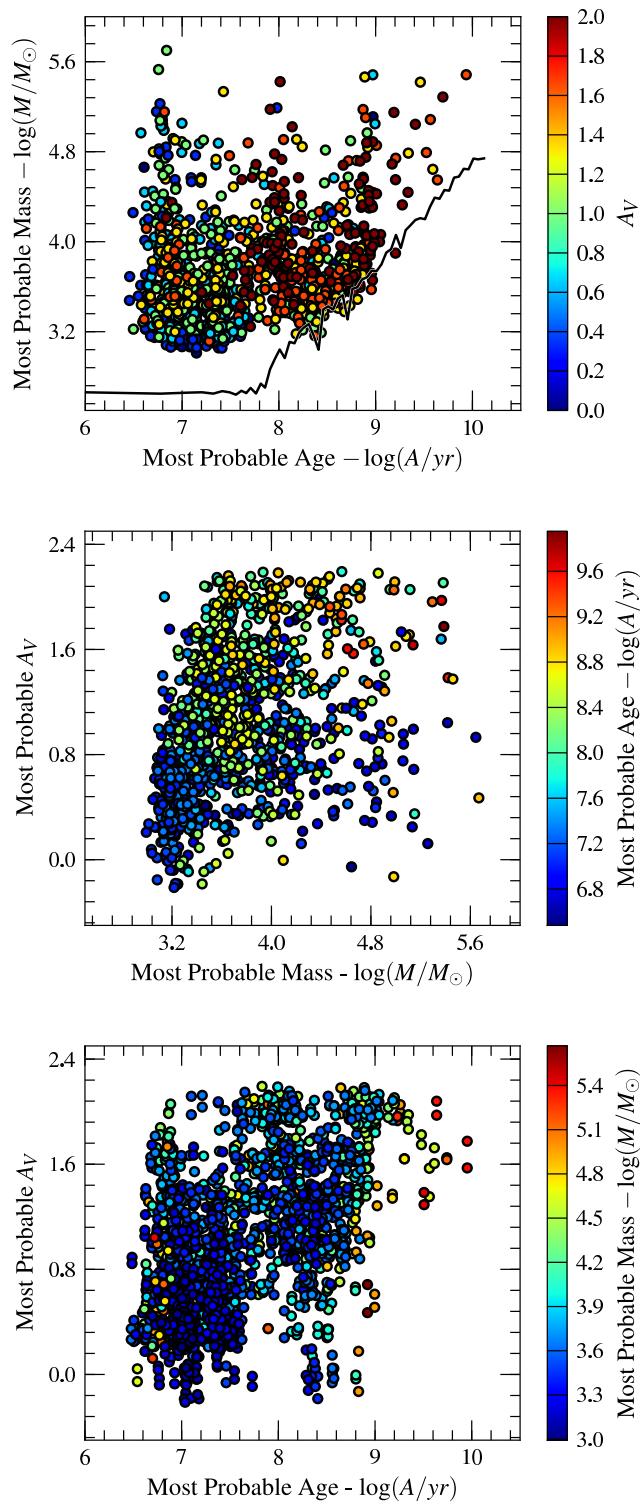


Figure 6.3 – Recovered Age–Mass–Extinction distribution from the Bayesian analysis. Noise of 0.05 is added to the dot positions in both directions to reduce the overlap introduced by the age, mass, and extinction bins of the method. Colors refer to the third parameter estimates, coded according to the scale on the right-hand side. The solid line shows the magnitude limit of $M_V = -5$ associated with the discrete models, which corresponds to the lowest mass that can be observed with respect to this limit, for each age step.

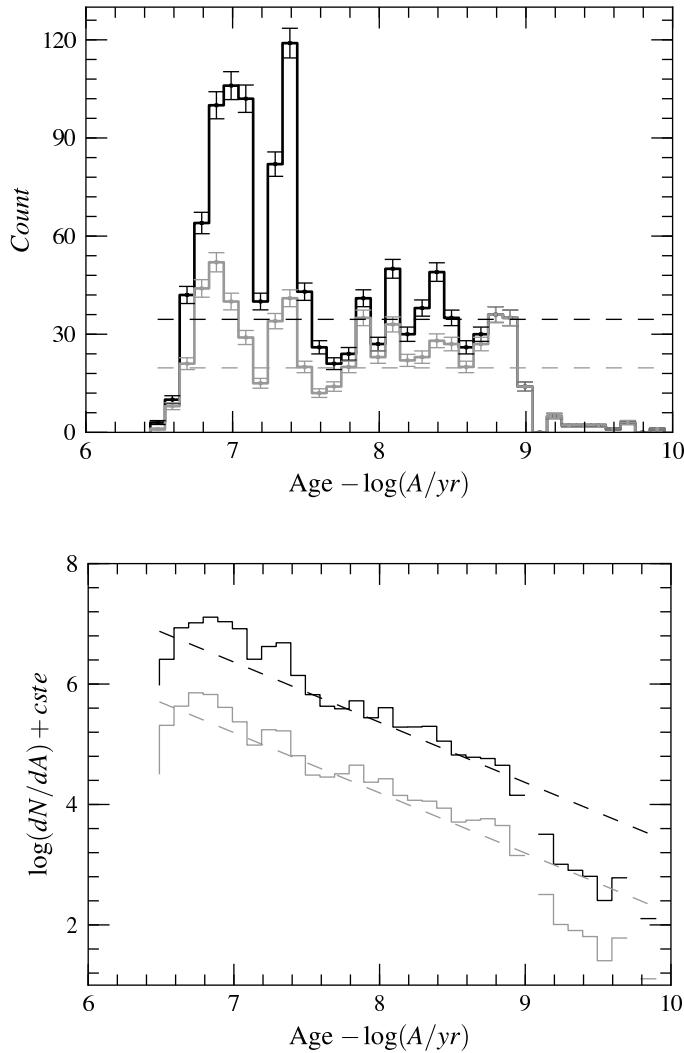


Figure 6.4 – Age distribution using the Bayesian method based on discrete population models. The top panel shows the $dN/d\log(A)$ distribution whereas the bottom one shows the $\log(dN/dA)$ distribution, which are the two commonly used representations in the literature. The black curves represent the distribution for the whole set of identified objects whereas the gray curves only includes objects with estimated masses higher than $10^{3.5} M_\odot$. Error bars are the Poisson noise dispersions in each bin. Dashed lines represent the power-laws with index -1 that provide the best fit to the age distribution dN/dA .

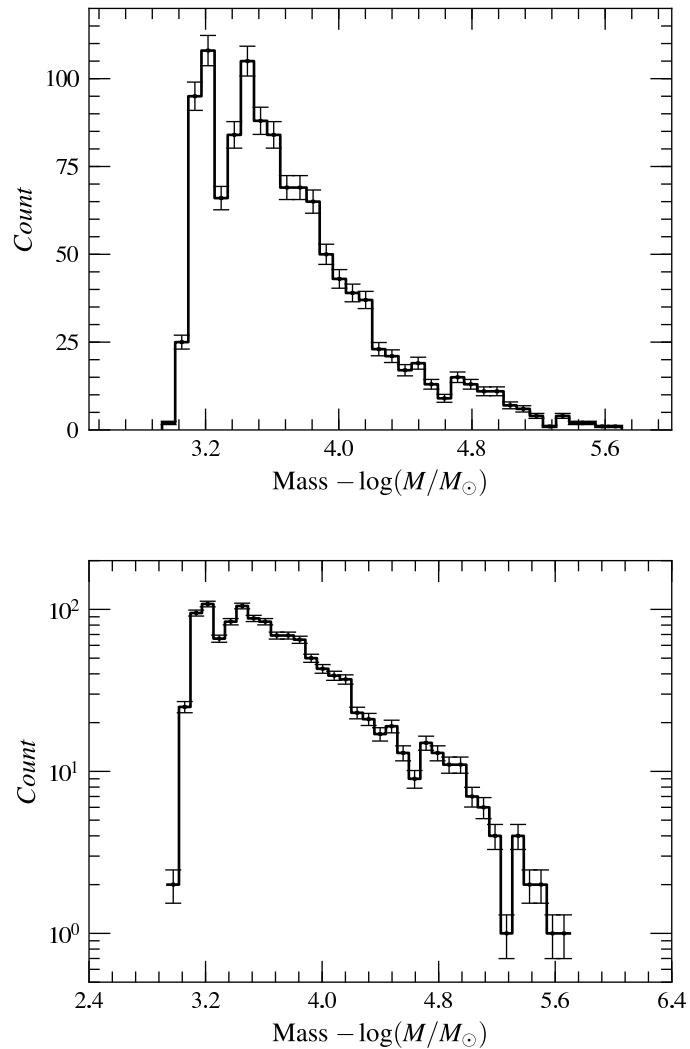


Figure 6.5 – Mass distribution obtained with the stochastic analysis. The curves represent the distribution for the whole set of identified objects. This is the mass counterpart of the age distributions given in Fig. 6.4

limits. This effect is particularly visible in top left region in the second panel of Fig. 6.3. However we do not yet explain the feature shown in the third panel of this same figure, which suggests a distinction between young and relatively low extinguished clusters on one hand, and with old populations presenting significantly reddened colors on the other. We could imagine that young populations are embedded in their gas cocoon, and are not visible with respect to the observational limitations until they blow their gas away. This could be the origin of the lack of young objects with high extinction values in the last panel of Fig. 6.3. And one could also suggest that the accumulation of relatively old objects ($< 10^9$ yr) with significant amounts of extinction could be related to internal production of dust during the AGB phase for instance. However this remains hypothetical and we are still investigating on this subject.

Projected distributions of ages and masses are shown respectively in Fig 6.4 and Fig. 6.5. The age distribution of the cluster sample (Fig. 6.4) peaks around 10 Myr but also presents a significant fraction of objects with ages between 100 Myr and 1 Gyr. In gray are shown the distributions for objects with masses higher than $10^{3.5} M_{\odot}$. We also observe a peak at 10 Myr and also a relatively small one at 100 Myr. These two trends are statistically significant, and they do not correspond directly to any of the artifacts described in Fouesneau & Lançon (2010). Besides, we still observe these trends for clusters with masses above $10^{3.5} M_{\odot}$, where the observation limits only affect objects older than 1 Gyr according to the first panel of Fig. 6.3. For even smaller masses, we might have to consider to extend the model collection.

The distribution of masses Fig. 6.5 compares to a power-law with an index of -2.1 (fit residual dispersion of 0.18 above $\log(M) = 3.4$).

This result tends to confirm that the cluster mass distribution follows a power-law with index -2 as suggested by previous analyses with non-stochastic models (Anders et al. 2007, Dowell et al. 2008, Fall et al. 2009; 2005, Chandar et al. 2010) or very similar such as a Schechter-law (Schechter 1976). Note that the power-law of our prior mass distribution is -1 (constant in $\log(\text{age})$). It confirms clearly that the inversion is able to move away from the prior if necessary (as shown in Chap 5). Comparison of these distributions with estimates from Chandar et al. (2010) are detailed further on.

The spatial distribution of these estimates within M83 is given in Fig. 6.6 and statistics comparing the nucleus to the rest of the observed galaxy are summarized in Tab. 6.2. Fig. 6.6 shows that objects in the

Table 6.2 – Comparison of estimated averaged properties inside and outside the nucleus of M 83.

	nucleus	mean	r.m.s.
A_V	inside	0.78	0.67
	outside	0.55	0.55
$\log(M/M_\odot)$	inside	4.09	0.61
	outside	3.61	0.42
$\log(A/yr)$	inside	7.85	0.80
	outside	7.66	0.65

spiral arm are estimated to have similar young ages compare to other regions, which is comparable to what Scheepmaker et al. (2009) found for M 51. Comparisons of the spatial distribution of the estimated extinction with dust lanes are shown in Fig 6.6 and in particular in Fig. 6.7. High amounts of extinction are indeed assigned to clusters located where dust lanes are seen.

Moreover, objects from our observed sample and located in the nucleus tend to be older (see Tab. 6.2) and redder objects. Besides the average cluster mass in the nucleus is higher than outside but considering the higer extinction this may also be induced by selection effects.

Finally, the estimated properties respect the geometry of the galaxy: in terms of age distributions and extinction spatial distribution follows the dust and gas distribution, and as expected, clusters in H α regions are likely young (Fig. 6.8).

6.6 DISCUSSION

6.6.1 Comparison with results using continuous models

Driven by the opportunity to compare cluster parameters estimated with methods exploiting *continuous* models and those using *discrete* models, we also applied the standard method to our data. This method consists in a χ^2 fit of the energy distributions with models that have a well sampled, continuous stellar mass function. The models we used in this study are the continuous counterparts of those used in the Bayesian approach (PÉGASE.2, see Fouesneau & Lançon 2010 for more details).

The distributions resulting from the standard method are presented in Fig. 6.9. Although a significant fraction of the object presents acceptable χ^2 values, the reader is reminded that *continuous* models are most

6.6. DISCUSSION

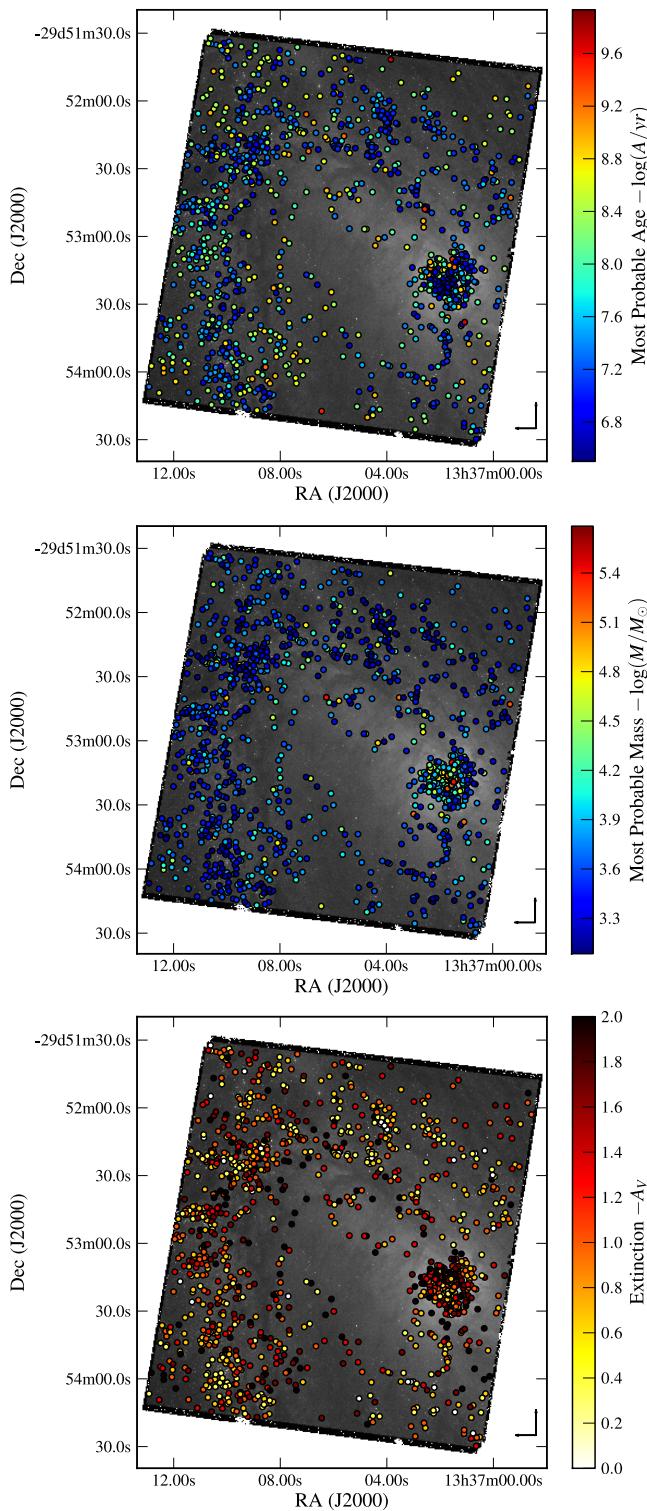


Figure 6.6 – Recovered ages, masses, and extinctions spatially distributed in the galaxy. Colors are coded according to the respective scale and parameter given on the right-hand side of the figure. Figure 6.1 shows the galaxy image. Zoom images of respectively the age and A_V distributions are given Fig. 6.8 and Fig. 6.7.

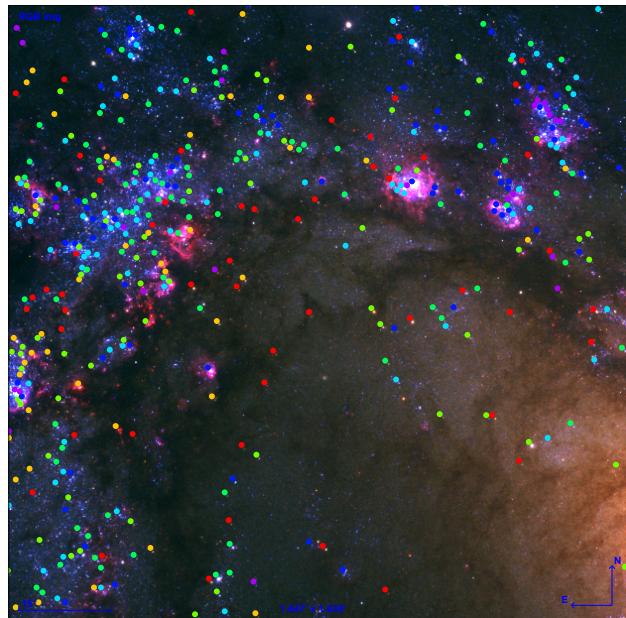


Figure 6.7 – This figure represents the North-East part of the spatial distribution given Fig 6.6 of the estimated extinction values, on top of the color image of M83 (Fig 6.1). The dots represent the observed clusters for which the color code is blue for the less extinguished objects and red for high extinction values.

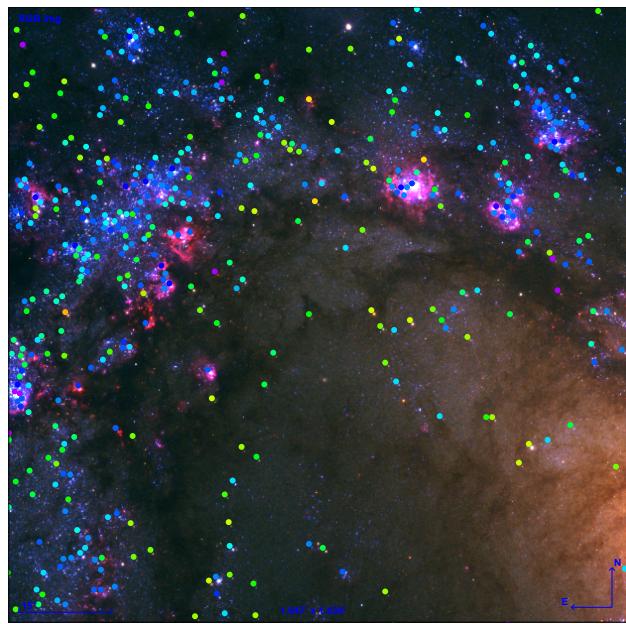


Figure 6.8 – This figure represents the North-East part of the spatial distribution given Fig 6.6 of the estimated ages, on top of the color image of M83 (Fig 6.1). The dots represent the observed clusters for which the color code is blue for the youngest objects and red for the oldest.

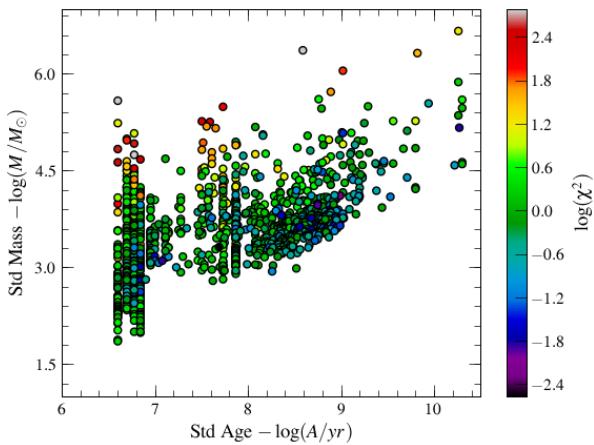


Figure 6.9 – Recovered Age–Mass distribution from a χ^2 -fit using continuous models.

reliable for high mass clusters ($> 10^5 M_\odot$, Fouesneau & Lançon 2010 and cited references) so that we caution that these age and mass values should not be taken as reference in other studies. Some of the good χ^2 values are the natural results of large observational error bars (in particular near the detection limit). Moreover, we also find in these distributions the trends described in Fouesneau & Lançon (2010). In particular, we clearly see the concentration of young objects (< 10 Myr), labeled $x.\gamma$ in that article, which was shown to be a method artifact. We recall that the exact values at which the artifacts are visible are model dependent. Oddly, the χ^2 values are worst for higher mass clusters. We suspect that this trend could be induced by increased observational uncertainties for smaller object. However this may also reflect the incompatibility of the models with the observed data, in particular the simple stellar population hypothesis. This could not be verified easily apart from looking at individual objects and their individual analyses. Projected distributions of ages and masses are given in Fig. 6.13, and will be discussed later on.

6.6.2 Comparison between continuous model estimates: PÉGASE vs BC09

Previously, Chandar et al. (2010) presented a preliminary study of star clusters in M83 based on the same UBVRI photometric dataset as used here, in which the ages and masses of clusters were obtained by comparing the measured photometry to energy distributions from *continuous* population synthesis. The models used in that study were provided by S. Charlot & G. Bruzual (in 2009) (BC09).

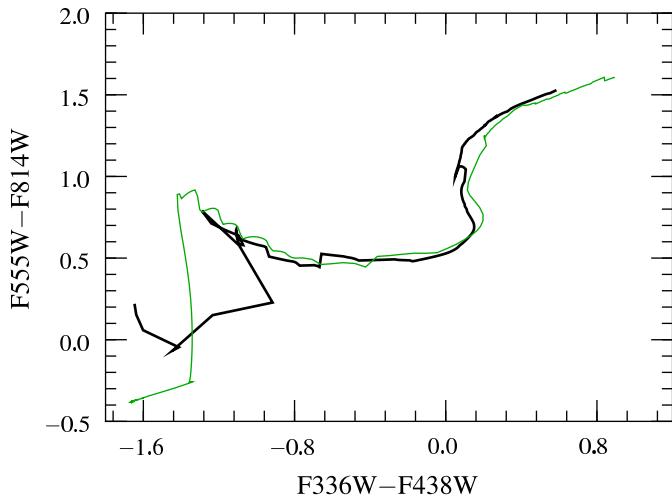


Figure 6.10 – Age sequences of Bruzual & Charlot (2009) (in green) and PÉGASE.2 (in black) continuous models in the (U-B), (V-I) color-color plane. The metallicity in the models of Bruzual & Charlot is twice solar whereas it is solar in the PÉGASE models.

In the study of Chandar et al. (2010), the age distributions for clusters with intermediate masses and higher ($> 10^4 M_{\odot}$) is described as a power-law with index approximatively equal to -2 ($\gamma = -1.95 \pm 0.10$ for this mass range).

We have reproduced that analysis with the PÉGASE.2 continuous models. Fig. 6.10 illustrates the differences with the models used in Chandar et al. (2010). The comparison between the two derived age distributions is given Fig. 6.11. For this comparison, the age bins of Chandar et al. (2010) have been adopted unchanged. The metallicity is solar in our models and twice solar in Chandar et al. (2010), however these authors explain that metallicity variations from solar to twice solar do not significantly change the results. The variations we found between the two distributions are significant. In particular, our distribution could not be statistically well described by a power-law. However, this representation tends to be sensitive to the bin positions. In fact, we are able to reproduce distributions that are approximatively power-laws if we change the age bin positions in such a way that the artifacts due to the use of continuous models are masked.

Whitmore & Schweizer (1995) justify this very global interpretation of such an age distribution on the basis of two main arguments: (i) the recognition that rapid color-changes along the continuous evolutionary tracks of stellar population may produce attraction points in the age distribution obtained from noisy data, and (ii) the physical difficulty of syn-

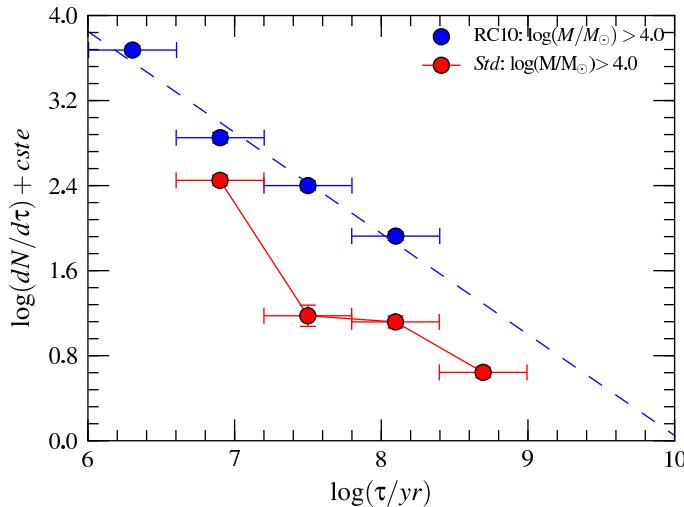


Figure 6.11 – Age distribution, $dN/d\tau$, for clusters in M83 compared to the distributions in Chandar et al. (2010) (noted RC10). Blue points represent the distribution from the previous analysis including the associated power-law (index $\gamma = -0.95$) as the dashed line. Red points are the distribution in the same bins resulting from our analysis using continuous models. Vertical error bars are Poisson noise estimated dispersions. (Distributions are voluntarily offset vertically.)

chronizing a peak of star formation over most of a galaxy within a lapse of time of 10^7 yr.

6.6.3 Discrete versus continuous models

We compared the distributions resulting from both our *continuous* and *discrete* population models. Age–mass distributions from both methods are given in Fig. 6.12 and projected distributions in Fig. 6.13

Although the age distributions are strongly in disagreement as shown on the top panel of Fig. 6.13, mass distributions are similar (bottom panel of Fig. 6.13). Both *continuous* and *discrete* model results agree to produce distributions of masses comparable to a power-law of index -2 , up to the completeness limit. This confirms that the effect of stochasticity in stellar clusters does not affect much the mass estimates whereas it affects significantly the age determination (Fouesneau & Lançon 2010).

6.6.4 New implications of using a stochastic method

Since we used discrete models and a Bayesian method to estimate cluster properties, we are now able to increase the resolution of the resulting age and mass distributions, because we showed that age and mass

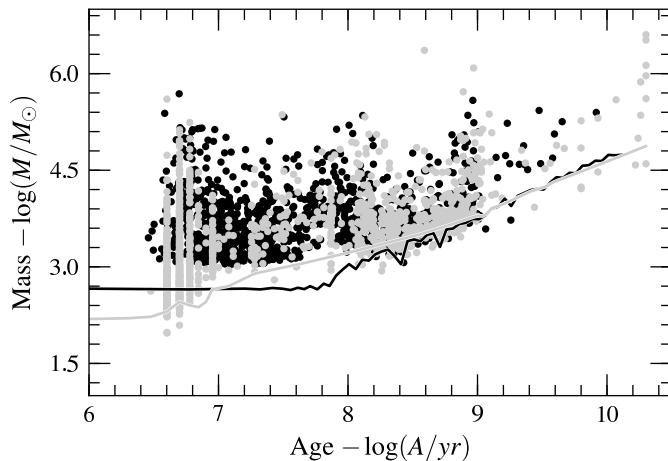


Figure 6.12 – *Age – mass distribution recovered from discrete models, associated with our analysis (black dots) and the distribution obtained with the equivalent continuous models in association with a χ^2 fit method (gray dots). Marginal distributions of ages, masses are given on Fig. 6.13. Solid lines show the magnitude limit of $M_V = -5$ associated with the method respective models. This corresponds to the lowest mass that can be observed for each age step with respect to this limit. For discrete models, this relies on the completeness limit of the simulations.*

distributions are containing less artifacts. On one hand, the mass distribution we obtained (Fig. 6.5) confirms the power-law tendency down to a few $10^3 M_\odot$. One may observe that our estimated distribution seems to present a truncation at higher masses. This could lead us to consider a Schechter (1976) function as an alternative description to the power-law. But this truncation may be the result of reaching the mass limit of our model catalog. On the other hand, increasing the resolution in the age distribution, however, allows us to observe significant variations on top of the trends shown by previous works based on continuous models (Fig. 6.5). These variations are not related to any of the artifacts described by Fouesneau & Lançon (2010). It is tempting to consider them real. Ongoing work aims at clarifying to what extent the detected features are sensitives to the underlying models (stellar physics, IMF, nebular emission...).

6.6.5 Adding narrow band photometry in the analysis

A common question addressed by photometric survey is which filters one should include in order to get the best estimates. Recent studies (e.g Fall et al. 2009, Chandar et al. 2010) tend to explain how a narrow band such as H α is important to characterize young ages. We do not

6.6. DISCUSSION

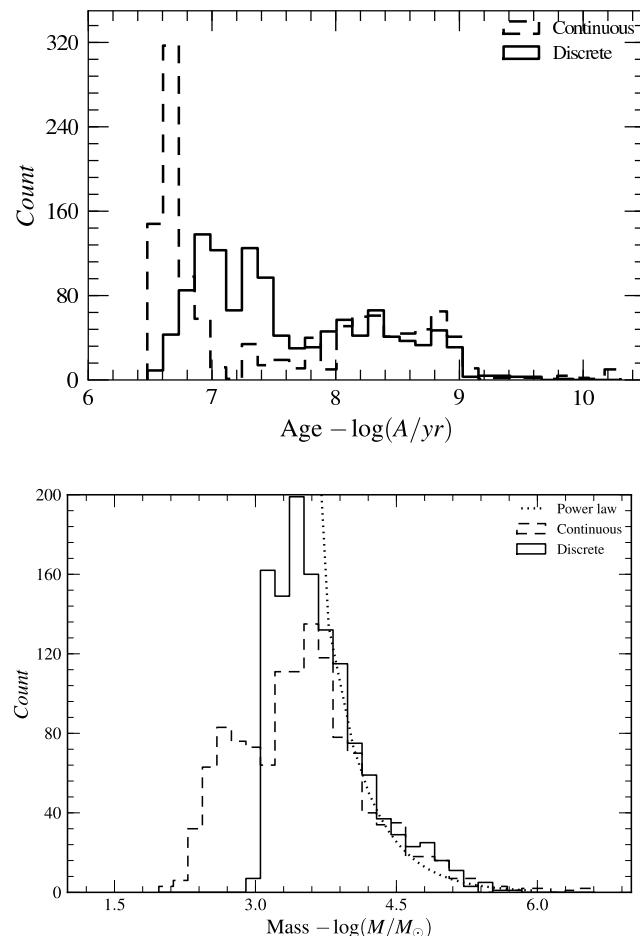


Figure 6.13 – Projected age and mass distribution using continuous and discrete models. Top panel show the age distribution recovered from discrete models associated with our analysis (solid line) which compares to the distribution obtained with the equivalent continuous models in association with a χ^2 fit method (dashed line). Equivalent representation for the masses is given in the bottom panel. On this panel, the dotted line represents a power law fit with index -2 .

obtain significant changes in the Bayesian estimates when we include this filter. Implications on estimates based continuous models are more important. We compared estimates based on our Bayesian method with Chandar et al. (2010) ages and masses. They agree for about 78 % of the cluster sample ages and masses. However almost 20 % of the dataset's estimated ages are strongly affected by the consideration of H α photometric data. This clearly depends on the expression used to convert the number of ionizing photons into H α flux (escape fraction, dust, spatial extent of the HII nebula compared to the stellar cluster). One may argue that the H α emission is highly model dependent but one may also consider to include also the nebular continuum while accounting for H α properties.

In this context, we decided not to include narrow band line measurements in our analysis, in order to reduce model dependencies as the set of evolutionary tracks is already a strong uncertainty. In this preliminary study, we also excluded the UV band (F225W) because its high sensitivity to the extinction corrections (Calzetti et al. 2005). Further studies will include J (F110W) and H (F160W) bands. These will have to be analysed with extra caution, as near-infrared fluxes are highly sensitive to contributions of red supergiants and stars from the Asymptotic Giant Branch, both of which are poorly understood.

6.7 CONCLUSIONS

We have studied recent observations of M83 taken with the newly installed WFC3 on-board of the Hubble Space Telescope and focused on the properties of stellar clusters hosted by this Milky-Way like spiral galaxy. Studies of star clusters in galaxies have until now relied on continuous population models. These models provide very poor approximations of the integrated light of low and intermediate mass clusters because of the stochastic effects.

For the first time, we estimate the ages, masses, and extinctions of the clusters in M83 while explicitly accounting for the stochasticity due the random presence of luminous stars affecting these populations. We estimated the population properties by analysing measurements of UBV magnitudes with discrete population synthesis models from PEGASE.2n and present preliminary age and mass distributions of the objects in our field of observation.

As expected, our results differ from the previous ones as far as ages are concerned but remain similar for the cluster masses. We confirm that the mass distribution function of the clusters in M83 can be described as a single power-law with an index of -2.1 down to $10^3 M_{\odot}$. This result for the mass of the clusters in M83 is similar to those found for many others of galaxies, powering the debate on the “universality” of the cluster mass distribution in star forming galaxies.

Acknowledgements. This chapter is based on observations taken with the NASA/ESA Hubble Space Telescope obtained at the Space Telescope Science Institute, which is operated by AURA, Inc., under NASA contract NAS5-26555. It uses Early Release Science observations made by WFC3 Science Oversight Committee.

BIBLIOGRAPHIE

- Anders, P., Bissantz, N., Boysen, L., de Grijs, R., & Fritze-v. Alvensleben, U. 2007, MNRAS, 377, 91
- Bottinelli, L. & Gouguenheim, L. 1973, A&A, 29, 425
- Bressan, A., Fagotto, F., Bertelli, G., & Chiosi, C. 1993, A&AS, 100, 647
- Calzetti, D., Kennicutt, Jr., R. C., Bianchi, L., et al. 2005, ApJ, 633, 871
- Cardelli, J. A., Clayton, G. C., & Mathis, J. S. 1989, ApJ, 345, 245
- Chandar, R., Whitmore, B. C., & Fall, S. M. 2010, ApJ, 713, 1343
- Cowan, J. J., Roberts, D. A., & Branch, D. 1994, ApJ, 434, 128
- Dowell, J. D., Buckalew, B. A., & Tan, J. C. 2008, AJ, 135, 823
- Fall, S. M., Chandar, R., & Whitmore, B. C. 2005, ApJ, 631, L133
- Fall, S. M., Chandar, R., & Whitmore, B. C. 2009, ApJ, 704, 453
- Fioc, M. & Rocca-Volmerange, B. 1997, A&A, 326, 950
- Fouesneau, M. & Lançon, A. 2010, ArXiv e-prints
- Garnett, D. R. 2002, ApJ, 581, 1019
- Gil de Paz, A., Boissier, S., Madore, B. F., et al. 2007, ApJS, 173, 185
- Groenewegen, M. A. T. & de Jong, T. 1993, A&A, 267, 410
- Kroupa, P., Tout, C. A., & Gilmore, G. 1993, MNRAS, 262, 545

- Lawrence, A., Rowan-Robinson, M., Ellis, R. S., et al. 1999, MNRAS, 308, 897
- Lejeune, T., Cuisinier, F., & Buser, R. 1997, A&AS, 125, 229
- Lejeune, T., Cuisinier, F., & Buser, R. 1998, A&AS, 130, 65
- Schechter, P. 1976, ApJ, 203, 297
- Scheepmaker, R. A., Lamers, H. J. G. L. M., Anders, P., & Larsen, S. S. 2009, A&A, 494, 81
- Schlegel, D. J., Finkbeiner, D. P., & Davis, M. 1998, ApJ, 500, 525
- Thim, F., Tamman, G. A., Saha, A., et al. 2003, ApJ, 590, 256
- Whitmore, B. C., Chandar, R., Schweizer, F., et al. 2010, AJ, 140, 75
- Whitmore, B. C. & Schweizer, F. 1995, AJ, 109, 960

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

7

Au cours de cette thèse, nous avons cherché à mieux comprendre les populations d'amas d'étoiles au sein des galaxies, car ils représentent les témoins de l'histoire de formation d'étoiles de leur hôte. A cet effet, nous avons adapté le modèle de synthèse de population PÉGASE.2 (Fioc & Rocca-Volmerange 1997) aux besoins spécifiques de notre problématique, à savoir la prise en compte des variations stochastiques dans les couleurs et flux des amas stellaires provenant de la présence aléatoire et rare d'étoiles très lumineuses.

Ce nouveau modèle de synthèse de populations discrètes, PÉGASE.2N, nous a permis de dépasser le problème de la description des distributions de probabilités. Nous avons pu baser sur ces modèles une première méthode capable d'aborder le problème inverse, à savoir l'analyse de distributions d'énergie d'amas stellaires. La méthode développée est bayésienne et produit les distributions de probabilités *a posteriori* des propriétés des populations étudiées, en particulier dans l'espace âge-masse-extinction.

L'application de cette méthode a d'abord été théorique afin de mettre en évidence les effets systématiques introduits par les méthodes classiques utilisant les modèles "*continus*". Nous avons alors montré plusieurs effets systématiques provenant de la méthode standard d'analyse. De plus les distributions âge-masse affectées que nous avons obtenues avec les modèles continus sont très similaires à certaines présentée dans la littérature (e.g. Whitmore & Schweizer 1995, Fall et al. 2005, Chandar et al. 2010). D'autre part l'étude théorique a permis de montrer également certains effets restreints mais systématiques de notre méthode bayésienne utilisant les modèles discrets : le manque d'informations indépendante sur l'extinction introduit des erreurs dans l'estimation des âges et masses d'amas stellaires ayant entre 10^8 et 10^9 années. Pour autant, la méthode développée au cours de cette thèse s'avère robuste tant

vis-à-vis du bruit dans les données photométriques, qu'aux hypothèses inhérentes, les *a priori* bayésiens de la méthode.

Enfin, cette nouvelle méthode d'analyse a pu être appliquée à des données très récentes de la galaxie Messier 83 acquises grâce au nouvel instrument WFC3 du satellite HUBBLE. La sensibilité de ces observations nous a permis d'obtenir des mesures de flux et de couleurs d'amas de relativement petite masses (inférieures à quelques $10^4 M_{\odot}$). Ces mesures permettent de justifier la prise en compte des phénomènes stochastiques dans leur analyse. Nous avons pu pour la première fois comparer les estimations des âges, des masses et des extinctions des amas de M83 en provenance de d'analyses exploitant des modèles continus et notre analyse. Ce travail basé seulement sur les bandes UBVI reste préliminaire et soulève encore de nombreuses interrogations. Toutefois cette étude a confirmé que la distribution des masses des amas d'une galaxie peut être décrite par une loi de puissance d'exposant proche de -2 et a étendu cette approximation au domaine des petites masses. Nous avons également grâce à cette méthode montré la possibilité de regarder ces distributions avec une résolution plus fine que précédemment puisque les modèles utilisés sont mieux adaptés à la description des amas étudiés et que les effets systématiques sont réduits. Ainsi, la description de la distribution des âges des amas dans les galaxies souvent décrite par une loi de puissance, s'avère être une approximation de premier ordre surmontée de variations jusqu'ici noyées dans le bruit de la méthode.

Les projets réalisés au cours de cette thèse ouvrent de nouvelles perspectives et questionnent sur les résultats jusqu'ici communément admis. La continuation de l'étude de Messier 83 ainsi que l'extension, déjà en cours, de l'application de la méthode que nous avons développée à d'autres galaxies nous permettra, peut-être, d'apporter des éléments de réponse à de nombreuses questions soulevées au cours de ces différents travaux.

Pour le moment, les applications de la méthode que nous avons développée sont réduites à seule l'étude de Messier 83. Toutefois, l'étude d'autres galaxies comme NGC 5253, les Antennes, ou encore le Petit et Grand Nuages de Magellan font partie des projets à court terme. En effet, l'étude des amas d'étoiles d'un grand nombre de galaxies va permettre de mieux comprendre les mécanismes de formation et de destruction des amas.

Les perspectives ouvertes par ce travail de thèse sont donc multiples

et peuvent s'inscrire dans plusieurs grands projets. Un premier travail dans la continuité de ce qui est présenté dans ce manuscrit serait la comparaison et l'amélioration des modèles de synthèse. Une première étude débutée avec B. POPESCU & M. HANSON a pour but de comparer les modèles de populations discrets de MASSCLEAN (Popescu & Hanson 2008, Popescu & Hanson 2010b;a) avec ceux de PÉGASE.2N. Toutefois il est également nécessaire de comparer ces modèles avec des amas observés. En cela, les Nuages de Magellan sont des cas d'étude particulièrement propices. Ces deux galaxies satellites de la Voie Lactée, le Petit et le Grand Nuage de Magellan sont un formidable laboratoire pour étudier la formation d'étoiles et leurs évolutions mais aussi pour calibrer les modèles sur des "phares" de référence. Les deux systèmes contiennent des centaines d'amas d'étoiles chacun déjà très largement observés dans le domaine visible (e.g. Gallagher et al. 1996, Holtzman et al. 1999, Dolphin et al. 2001, Javel et al. 2005, Harris & Zaritsky 2001; 2004). Un des principaux objectifs du relevé VISTA pour ces deux galaxies¹ (Cioni et al. 2008, VMC) est de déterminer leurs paramètres à partir d'observations photométriques de qualité en infrarouge (en bande JYK_s) jusqu'à une profondeur de 20 magnitudes environ (en K_s, dans le système Vega), 6 magnitudes de plus que le relevé 2MASS ou DENIS. L'utilisation de telles observations permettrait, dans un premier temps, une comparaison des déterminations d'âges et de masses d'amas résolus en étoiles obtenues grâce à ce relevé VISTA (Kerber et al. 2009) avec la méthode que nous avons développée. Cette comparaison, combinée à des données d'archives (Bica et al. 1996, Glatt et al. 2010, par exemple dans le visible) et d'autres relevés à venir, apporterait plusieurs résultats importants : (i) l'utilisation d'observations d'amas résolus permet une détermination indépendante et plus directe des propriétés des populations, (ii) l'utilisation de données infrarouge est l'avantage qui permettrait de décider quel modèle d'évolution d'étoiles est le mieux adapté à la description des AGB par exemple, car c'est à ces longueurs d'onde que les modèles diffèrent le plus, et finalement (iii) la quantification des effets de la présence de populations multiples et la présence d'étoiles binaires au sein des amas sur les méthodes d'analyses en lumière intégrée (Milone et al. 2009, Bastian & de Mink 2009).

D'autre part, l'application de cette méthode à de plus larges échantillons de galaxies, comme par exemple l'utilisation de données provenant

¹La page du projet se trouve à l'adresse : <http://star.herts.ac.uk/~mcioni/vmc/>

du relevé ANGST (Dalcanton et al. 2009, The ACS Nearby Galaxy Survey Treasury) serait également une grande source de données de qualité comparable à celles que nous avons présenté pour Messier 83 dans ce manuscrit. L'utilisation de ces données permettrait une quantification des effets de selection sur la base de modélisation d'images d'amas artificiels par la synthèse discrète de populations. A partir des études des biais de sélection, nous serions en mesure de produire un échantillon de population avec une complétude importante afin de reprendre les résultats communément admis. Par exemple les question de distribution des masses des amas, ou plus généralement les analyses dynamiques d'évolution des amas stellaires basé sur les estimations provenant de modèles continus (e.g. de Grijs et al. 2008, Parmentier & de Grijs 2008, Larsen 2009, de Grijs 2009, Parmentier & Fritze 2009), les confirmer ainsi que les étendre à des amas de plus faibles masses, dans le but de mieux comprendre la formation et la destruction des amas au sein des galaxies.

L'avènement des nouvelles générations de grands télescopes comme le ELT (The European EXTREMELY LARGE TELESCOPE) ou les futurs télescopes spatiaux comme le JWST (JAMES WEB SPACE TELESCOPE) permettra de repousser les limites observationnelles actuelles, en offrant des images spatialement résolues d'amas d'étoiles et de populations stellaires jusqu'à des distances de plusieurs megaparsecs. La qualité de ces observations apportera des nouvelles contraintes aux modèles actuels d'évolution stellaire, et des galaxies. Une vision des étoiles spatialement résolues des galaxies proches ouvrira demain la porte à une meilleure compréhension de notre Univers.

BIBLIOGRAPHIE

- Bastian, N. & de Mink, S. E. 2009, MNRAS, 398, L11
- Bica, E., Claria, J. J., Dottori, H., Santos, Jr., J. F. C., & Piatti, A. E. 1996, ApJS, 102, 57
- Chandar, R., Whitmore, B. C., & Fall, S. M. 2010, ApJ, 713, 1343
- Cioni, M., Bekki, K., Clementini, G., et al. 2008, PASA, 25, 121
- Dalcanton, J. J., Williams, B. F., Seth, A. C., et al. 2009, ApJS, 183, 67
- de Grijs, R. 2009, Ap&SS, 324, 283
- de Grijs, R., Goodwin, S. P., Kouwenhoven, M. B. N., & Kroupa, P. 2008, A&A, 492, 685

- Dolphin, A. E., Walker, A. R., Hodge, P. W., et al. 2001, *ApJ*, **562**, 303
- Fall, S. M., Chandar, R., & Whitmore, B. C. 2005, *ApJ*, **631**, L133
- Fioc, M. & Rocca-Volmerange, B. 1997, *A&A*, **326**, 950
- Gallagher, J. S., Mould, J. R., de Feijter, E., et al. 1996, *ApJ*, **466**, 732
- Glatt, K., Grebel, E. K., & Koch, A. 2010, *A&A*, **517**, A50
- Harris, J. & Zaritsky, D. 2001, *ApJS*, **136**, 25
- Harris, J. & Zaritsky, D. 2004, *AJ*, **127**, 1531
- Holtzman, J. A., Gallagher, III, J. S., Cole, A. A., et al. 1999, *AJ*, **118**, 2262
- Javier, S. C., Santiago, B. X., & Kerber, L. O. 2005, *A&A*, **431**, 73
- Kerber, L. O., Girardi, L., Rubele, S., & Cioni, M. 2009, *A&A*, **499**, 697
- Larsen, S. S. 2009, *A&A*, **494**, 539
- Milone, A. P., Bedin, L. R., Piotto, G., & Anderson, J. 2009, *A&A*, **497**, 755
- Parmentier, G. & de Grijs, R. 2008, *MNRAS*, **383**, 1103
- Parmentier, G. & Fritze, U. 2009, *ApJ*, **690**, 1112
- Popescu, B. & Hanson, M. M. 2008, ArXiv e-prints, 0909.1113
- Popescu, B. & Hanson, M. M. 2010a, in IAU Symposium, Vol. 266, IAU Symposium, ed. R. de Grijs & J. R. D. Lépine, 511–515
- Popescu, B. & Hanson, M. M. 2010b, *ApJ*, **713**, L21
- Whitmore, B. C. & Schweizer, F. 1995, *AJ*, **109**, 960

Annexes

RÉSUMÉ PRATIQUE DES MÉTHODES MONTÉ-CARLO

A

Ce chapitre a pour but de résumer les deux grandes méthodes de Monte-Carlo que sont la méthodes de transformation et de rejet (“rejection”).

Chapitre basé sur : “*Methods in Statistical Physics*”
de M. E. J. Newman & G. T. Barkema
Oxford University Press

A.1 INTRODUCTION AUX MÉTHODES DE MONTÉ-CARLO

On appelle méthode de Monté-Carlo toute méthode visant à calculer une valeur numérique, et utilisant des procédés aléatoires, c'est-à-dire des techniques probabilistes. Le nom de ces méthodes fait allusion aux jeux de hasard pratiqués à Monté-Carlo.

Dans notre cas particulier de génération de populations d'étoiles, il nous faut tirer des masses réparties suivant la loi de distribution définie à partir de la fonction de masse initiale (IMF).

Le dénominateur commun des méthodes Monté-Carlo est le facteur probabiliste. Afin de créer ce genre d'évènements non prévisibles, toutes ces méthodes requières une génération de nombres aléatoires.

A.1.1 Génération de nombres aléatoires uniformément distribués

La base du problème de génération de nombres aléatoires est la création d'une séquence de nombre aléatoires réels r uniformément distribués sur l'intervalle $[0, 1]$. Si nous sommes en mesure de produire ces nombres, il existe des techniques permettant de transformer cette séquence

en n'importe quelle distribution de notre choix. En particulier, une séquence uniformément répartie sur un intervalle quelconque peut toujours s'écrire sous la forme :

$$R = R_{\min} + (R_{\max} - R_{\min}) r \quad (\text{A.1})$$

avec un nombre aléatoire $r \in [0, 1]$. Ceci étant qu'une transformation du problème précédent.

Il existe de nombreuses méthodes pour générer ces nombres r , certaines plus fiables que d'autres mais ce document n'ayant pas pour but de présenter ce processus, nous considéreront ici que nous possédons un générateur fiable.

A.2 GÉNÉRATION DE NOMBRES ALÉATOIRES NON - UNIFORMÉMENT DISTRIBUÉS

La suite du problème est basé sur les propriétés de la fonction de distribution que l'on souhaite utiliser. Il s'agit alors d'utiliser une technique qui utilise une distribution uniforme de nombres aléatoires afin de générer la séquence désirée.

A.2.1 La méthode de transformation

La méthode la plus efficace pour générer une séquence aléatoire non-uniforme est la méthode de transformation.

On suppose rechercher à produire des nombres réels x entre x_{\min} et x_{\max} et distribués suivant une fonction $f(x)$. Cela implique donc que la probabilité de produire un nombre dans l'intervalle $[x, x + dx]$ est $f(x)dx$ pour $x \in [x_{\min}, x_{\max}]^1$ ainsi que la normalisation de f :

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f(x)dx = 1 \quad (\text{A.2})$$

Le principe est alors de simplement de calculer l'inverse de la fonction de répartition définie par $f(x)$ suivant l'expression :

$$F(x) = \int_{x_{\min}}^x f(y)dy \quad (\text{A.3})$$

¹ x_{\min}, x_{\max} ne sont pas obligatoirement de valeur finies.

Il apparaît alors que la plus grande difficulté ici revient à la possibilité ou non de réaliser cette transformation.

En effet, pour inverser cette fonction, il est nécessaire d'abord d'avoir à la base une loi $f(x)$ intégrable et d'intégrale calculable de manière analytique. Puis d'être capable de trouver une expression de la fonction inverse de $F(x)$.

S'il existe une fonction analytique G telle que $G(F(x)) = x$ dont on connaît l'expression alors le problème de génération de nombres aléatoires est résolu. Il suffit de générer une séquence r uniforme entre 0 et 1 pour obtenir une séquence x distribuée suivant la loi $f(x)$ en utilisant la relation :

$$r = F(x) \quad (\text{A.4})$$

$$x = G(r) \quad (\text{A.5})$$

Un exemple d'application est la distribution de masses stellaires suivant une fonction de masses initiale (IMF) définie par morceaux suivant des lois de puissance².

Supposons une IMF, $\phi(m)$, donnée par :

$$\forall m \in [m_1, m_2], \quad \phi(m) = b \cdot m^\alpha \quad (\text{A.6})$$

Dans ces conditions, la loi de distribution associée est $f(m) = \phi(m)/m$. On montre alors simplement que la fonction de répartition est :

$$\forall m \in [m_1, m_2], \quad F(m) = \frac{b}{\alpha} (m^\alpha - m_1^\alpha) \quad (\text{A.7})$$

$$\forall r \in [0, 1], \quad m = m_1 \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{b} \frac{r - F(m_1)}{m_1^\alpha}\right)^{1/\alpha} \quad (\text{A.8})$$

Ainsi en tirant n nombres aléatoires entre 0 et 1, on obtient par cette méthode des nombres entre m_1 et m_2 respectant la loi de distribution $f(m) = \phi(m)/m$.

²Cette définition représente une famille classique d'IMFs très couramment utilisées: Salpeter, Kroupa, Kenicutt...

A.2.2 La méthode de rejet (“Rejection method”)

Il arrive cependant que la méthode précédente ne puisse s’appliquer. En effet, celle-ci nécessite de connaître une expression de l’intégrale $F(x)$ de $f(x)$ et d’en déduire une expression de l’inverse de cette fonction. Toutefois, elle reste encore applicable si une tabulation de $F(x)$ est possible. Il arrive donc que cette méthode ne puisse s’utiliser (ex: distribution gaussienne). Il existe cependant d’autres méthodes bien que moins efficace que la transformation.

La méthode du rejet s’applique à toute fonction $f(x)$ définie sur un intervalle **fini** et sur laquelle on ne peut arriver à utiliser la précédente méthode, en particulier une intégrale de cette fonction.

Il est avant tout important d’avoir à l’idée que la méthode de rejet est bien moins performante que toute autre méthode : elle nécessite deux tirages aléatoires et en général bien plus afin d’obtenir une séquence recherchée. De plus elle ne s’applique que pour des fonctions définies sur un intervalle fini. Il est donc important de vérifier s’il n’existe pas une méthode plus adaptée à une loi de distribution particulière, surtout s’il s’agit d’une loi classique (gaussienne, ...).

Pour autant, il existe malgré ces inconvénients une multitudes de circonstances pour lesquels, la méthode de rejet est la plus adéquate.

Cette méthode fonctionne de la manière suivante. On recherche une séquence de nombres x distribués dans un intervalle $[x_{min}, x_{max}]$ selon une loi $f(x)$. On suppose connu le maximum f_{max} de cette fonction sur cet intervalle³.

On génère alors des nombres x uniformément répartis en utilisant l’équation A.1 (raison pour laquelle on a besoin d’un intervalle fini) ainsi que des nombres aléatoire r uniformément répartis sur $[0, 1]$.

Pour chaque couple (x, r) , on conserve le nombre aléatoire x si la condition

$$r < \frac{f(x)}{f_{max}} \quad (\text{A.9})$$

est vérifiée. Dans le cas contraire, on génère un nouveau couple (x, r) jusqu’à obtenir un couple vérifiant la condition précédente.

Ceci montre bien alors pourquoi le nombre de tirage peut devenir bien plus grand que simplement 2 fois le nombre d’éléments de la séquence

³Une fonction continue définie sur un intervalle fini est nécessairement bornée et atteint un maximum et un minimum, on peut donc le déterminer

recherchée.

Recherchons une expression du nombre moyen de générations aléatoires à réaliser pour une loi $f(x)$ connue.

La probabilité de générer un nombre dans l'intervalle $[x, x + dx]$ est

$$P_{gen}dx = \frac{dx}{x_{max} - x_{min}} \quad (\text{A.10})$$

Par ailleurs, la probabilité d'accepter ce nombre est d'après l'équation A.9

$$P_{accept} = \frac{f(x)}{f_{max}} \quad (\text{A.11})$$

D'où la probabilité d'obtenir et de conserver un nombre x est le produit des deux précédentes probabilités, à savoir :

$$P(x)dx = \frac{f(x)dx}{f_{max}(x_{max} - x_{min})} \quad (\text{A.12})$$

On remarque alors que cette probabilité est proportionnelle à $f(x)dx$ comme nous le voulions, ainsi qu'il n'est pas nécessaire d'avoir une fonction $f(x)$ normalisée à 1 du fait de la présence de f_{max} qui assure que les résultats restent inchangés si on multiplie $f(x)$ par une constante.

Finalement, on peut calculer le nombre moyen de générations aléatoires nécessaire pour obtenir et accepter un nombre suivant cette méthode. Sachant qu'il faut 2 nombres aléatoires pour obtenir le couple (x, r) , on en déduit alors le nombre moyen de génération par :

$$\overline{N_{gen}} = 2 \times \frac{f_{max}(x_{max} - x_{min})}{\int_{x_{min}}^{x_{max}} f(x)dx} \quad (\text{A.13})$$

Cette méthode nous donne finalement un procédure fonctionnant avec pratiquement toutes fonction continue. De plus, notons que cette détermination du nombre de tirages moyen ne requiert qu'une valeur de l'intégrale de $f(x)$, celle-ci pouvant dérivée d'une intégration numérique ou encore d'une approximation.

Cependant observons que pour une simple loi de distribution gaussienne centrée de déviation égale à 1, $f(x) = \exp(-x^2/2)$, le nombre moyen de tirages aléatoires afin d'obtenir une valeur répondant à cette loi donné

par l'équation A.13 sur l'intervalle $[-6\sigma, 6\sigma]$ est de :

$$\overline{N_{gauss}} = 2 \times \frac{1 \times 2}{\int_{-6}^6 e^{x^2/2} dx} \approx 9,57 \approx 10 \quad (\text{A.14})$$

Cela signifie donc qu'il faut faire en moyenne 10 fois plus de tirages que le nombre d'éléments souhaités pour réaliser une séquence.

Dans le cas qui nous intéresse, à savoir la distribution de masse d'une population d'étoiles suivant une IMF dite "Log Normal" :

$$\phi(m) = \frac{1}{m} 10^{\frac{1}{2}(\log(m))^2} \quad (\text{A.15})$$

On obtient alors par une intégration numérique $\bar{N} \approx 100$. Sachant qu'un amas stellaire contient entre 10^3 à 10^7 étoiles, un processus stochastique pour générer une telle population va demander alors par cette méthode de 10^5 à 10^9 tirages, d'où l'importance d'avoir un générateur de nombres aléatoire fiables.

COMBINAISONS LINÉAIRES D'AMAS SYNTHÉTIQUES

B

Ce chapitre a pour but de justifier notre choix de construire le catalogue CatIII en utilisant des combinaisons d'amas du catalogue CatII, plutôt que par la réalisation de tirages d'étoiles (les deux catalogues sont présentés dans le Chapitre 3)

B.1 MOTIVATION

Au cours de ce travail de thèse, il aura fallu construire de nombreux d'amas de synthèse afin de rendre compte de manière statistiquement complète des variations stochastiques de couleurs et de flux dues au présences aléatoires des étoiles massives. Des études récentes Zhang & Fall (e.g. 1999), Bik et al. (e.g. 2003), Boutloukos & Lamers (e.g. 2003) nous ont permis d'adopter pour première hypothèse que la distribution des masses des amas d'étoiles suit une loi proche d'une loi de puissance¹ d'exposant -2 . Lors de la création d'un premier catalogue de modèles (catII), nous avons donc adopté cette même loi afin de rendre compte directement de son influence sur les analyses. Toutefois, adopter une telle distribution implique d'avoir un très grand nombre de simulations afin d'obtenir ne serait-ce que quelques amas de masse supérieure à $10^5 M_{\odot}$. Le temps de calcul ainsi que la gestion de tant de données représentant des difficultés techniques importantes, nous avons choisi de construire un catalogue présentant une loi de distribution de masses différente : une loi de puissance d'exposant -1 , en d'autre termes, uniforme sur une échelle logarithmique de masses. Cette modification réduit considérablement le nombre de modèles à calculer afin d'obtenir un catalogue (statistiquement) complet jusqu'à quelque $10^5 M_{\odot}$. De plus la méthode d'analyse développée au cours de cette thèse autorise

¹La forme de la distribution des masses est toujours en débat comme nous l'avons présenté dans ce manuscrit.

une modification au cours de l'analyse elle-même, rendant toute implication parfaitement transparente.

B.2 COMBINAISONS D'AMAS DE SYNTHÈSE

Afin de construire rapidement un tel catalogue et encore réduire le temps nécessaire aux calculs des modèles, nous avons considéré la combinaison linéaire de modèles existants afin de construire des populations de synthèses de tailles plus importantes. La combinaison linéaire d'amas revient à construire une population contenant toutes les étoiles de ces populations individuelles. Les modèles permettant d'intégrer l'émission et le continu nébulaire aux modèles de synthèse étant eux aussi linéaires par rapport aux étoiles, il vient que le spectre de la population finale est la combinaison linéaire des spectres individuels.

Ainsi en pratique, pour une liste une liste d'amas $\{\mathcal{A}_i\}_{[i \in 1..n]}$, du même âge, de même métallicité, le spectre de la population totale sera donné par la somme des spectres individuels.

Afin de respecter le caractère aléatoire du choix des étoiles qui constituent la population, le choix des amas \mathcal{A}_i doit également être fait de manière aléatoire. Pour un nombre total d'étoiles N voulu dans la population finale, il faut tirer des \mathcal{A}_i tels que :

$$\sum_{i=1}^n N_i = N \quad (\text{B.1})$$

Pour cela, on tire aléatoirement les m premiers amas jusqu'à obtenir

$$\sum_{i=1}^m N_i > N - 1000 - \epsilon \quad (\text{B.2})$$

Si la somme donnée par l'équation B.2 est inférieure à $N - 1000$, il sera possible d'ajouter un unique amas supplémentaire pour atteindre ou approcher le nombre d'étoile N recherché. ϵ est choisi de manière à disposer encore d'un nombre significatif de modèles parmi lesquels choisir le dernier ajout. Lors de la construction du catalog CatIII, cette valeur a été fixée à 1000. En revanche, si la somme qui est réalisée dans l'équation B.2 est supérieure à $N - 1000$, l'amas ajouté en dernier lieu est retiré afin de se retrouver dans une configuration analogue à la précédente.

Reste ensuite à déterminer le meilleur modèle \mathcal{A}_{m+1} en terme de nom-

bre d'étoiles pour terminer la combinaison. \mathcal{A}_{m+1} est celui qui permet d'être au plus près du N considéré, en d'autre terme celui qui minimise

$$\left| \sum_{i=1}^m N_i + N_{m+1} - N \right|$$

\mathcal{A}_{m+1} n'est donc pas choisi de manière aléatoire mais conditionné par les m tirages précédents, sauf dans le cas (fréquent) où plusieurs amas d'effectif stellaire optimal sont disponibles. Rappelons cependant que même lorsque N est fixé pour un grand nombre de réalisations, $\sum_{k=1}^m N_k$ reste elle-même aléatoire par construction, donc le nombre d'étoiles souhaité pour A_{m+1} aussi.

B.3 LIMITATIONS ÉVENTUELLES

D'un point de vue statistique, la question du nombre de combinaisons indépendantes réalisable se pose. On cherche à réaliser une collection de modèles statistiquement complète et la moins biaisée possible. La combinaison d'amas est moins aléatoire que la construction à partir de tirages d'étoiles individuelles. Ainsi il n'est pas exclus d'introduire des corrélations entre les amas de la collection ainsi réalisée. Nous allons ici, par quelques calculs d'ordre de grandeur, montrer que ce risque est limité en raison du grand nombre d'amas disponibles dans CatII et de la prédominance des petits amas parmi ceux-ci (loi de puissance d'exposant -2).

Appelons $\langle N^* \rangle$, le nombre moyen d'étoiles par amas pour les modèles disponibles lors des tirages. Dans le cas de notre collection catII, ce nombre est environ de 1630. Le nombre total de combinaisons d'amas possibles en rapport au nombre moyen de tirages t_n nécessaires pour construire une population donné par :

$$C_n^{t_n} = \frac{n!}{t_n!(n-t_n)!} \quad (\text{B.3})$$

$$\text{avec } t_n = \frac{N}{\langle N^* \rangle} \quad (\text{B.4})$$

Si le nombre total de combinaisons $C_n^{t_n}$ est très grand devant le nombre effectivement utilisé, les risques de corrélations seront minimes. La table B.1 donne quelques valeurs de comparaison. Nous y voyons que le nombre de combinaisons possibles est gigantesque par rapport au nom-

Table B.1 – Comparaison du nombre de combinaisons d’amas possibles et du nombre N_c réalisé

N	t_n	$C_n^{t_n}$	N_c
10^3	1	10^{10}	6300
10^4	6	10^{49}	16700
10^5	61	10^{344}	16700
10^6	612	10^{2137}	5100

N_c est donné pour les intervalles suivants : $[0, 5 \times 10^3]$, $[5 \times 10^3, 5 \times 10^4]$, $[5 \times 10^4, 5 \times 10^5]$, $[5 \times 10^5, 5 \times 10^6]$

bre réalisé. Le risque que deux amas composites soient construits d’amas élémentaires quasi-identiques est négligeable.

BIBLIOGRAPHIE

- Bik, A., Lamers, H. J. G. L. M., Bastian, N., Panagia, N., & Romaniello, M. 2003, A&A, 397, 473
- Boutloukos, S. G. & Lamers, H. J. G. L. M. 2003, MNRAS, 338, 717
- Zhang, Q. & Fall, S. M. 1999, ApJ, 527, L81

BIBLIOGRAPHIE

- Allard, F. & Hauschildt, P. H. 1995, *ApJ*, 445, 433
- Allen, D. A. 1976, *MNRAS*, 174, 29P
- Allison, R. J., Goodwin, S. P., Parker, R. J., et al. 2009, *ApJ*, 700, L99
- Anders, P., Bissantz, N., Boysen, L., de Grijs, R., & Fritze-v. Alvensleben, U. 2007, *MNRAS*, 377, 91
- Anders, P., Bissantz, N., Fritze-v. Alvensleben, U., & de Grijs, R. 2004, *MNRAS*, 347, 196
- Antonov, V. A. 1962, Solution of the problem of stability of stellar system Emden's density law and the spherical distribution of velocities, ed. Antonov, V. A.
- Ascenso, J., Alves, J., & Lago, M. T. V. T. 2009, *Ap&SS*, 324, 113
- Barbaro, C. & Bertelli, C. 1977, *A&A*, 54, 243
- Barmby, P., Perina, S., Bellazzini, M., et al. 2009, *AJ*, 138, 1667
- Barnes, J. E. 2004, *MNRAS*, 350, 798
- Barton, E. J., Geller, M. J., & Kenyon, S. J. 2000, *ApJ*, 530, 660
- Bastian, N., Covey, K. R., & Meyer, M. R. 2010, ArXiv e-prints
- Bastian, N. & de Mink, S. E. 2009, *MNRAS*, 398, L11
- Battinelli, P. & Capuzzo-Dolcetta, R. 1991, *MNRAS*, 249, 76
- Bedin, L. R., Piotto, G., Anderson, J., et al. 2004, *ApJ*, 605, L125
- Bertelli, G., Bressan, A., Chiosi, C., Fagotto, F., & Nasi, E. 1994, *A&AS*, 106, 275
- Bessell, M. S., Brett, J. M., Scholz, M., & Wood, P. R. 1991, *A&AS*, 87, 621
- Bica, E., Claria, J. J., Dottori, H., Santos, Jr., J. F. C., & Piatti, A. E. 1996, *ApJS*, 102, 57
- Bik, A., Lamers, H. J. G. L. M., Bastian, N., Panagia, N., & Romaniello, M. 2003, *A&A*, 397, 473

- Binney, J. & Tremaine, S. 1987, Galactic dynamics, ed. Binney, J. & Tremaine, S.
- Bloecker, T. 1995, A&A, 299, 755
- Boily, C. M. & Kroupa, P. 2003, MNRAS, 338, 665
- Boisse, P., Ryter, C., Gispert, R., et al. 1981, å, 94, 265
- Boss, A. P. 1998, ApJ, 501, L77
- Bottinelli, L. & Gouguenheim, L. 1973, A&A, 29, 425
- Boutloukos, S. G. & Lamers, H. J. G. L. M. 2003, MNRAS, 338, 717
- Bressan, A., Fagotto, F., Bertelli, G., & Chiosi, C. 1993, A&AS, 100, 647
- Bridžius, A., Narbutis, D., Stonkutė, R., Deveikis, V., & Vansevičius, V. 2008, Baltic Astronomy, 17, 337
- Bruzual, G. 2002, in IAU Symposium, Vol. 207, Extragalactic Star Clusters, ed. D. P. Geisler, E. K. Grebel, & D. Minniti, 616
- Bruzual, G. & Charlot, S. 2003, MNRAS, 344, 1000
- Caldwell, N., Harding, P., Morrison, H., et al. 2009, AJ, 137, 94
- Calzetti, D., Armus, L., Bohlin, R. C., et al. 2000, ApJ, 533, 682
- Calzetti, D., Kennicutt, Jr., R. C., Bianchi, L., et al. 2005, ApJ, 633, 871
- Cardelli, J. A., Clayton, G. C., & Mathis, J. S. 1989, ApJ, 345, 245
- Castelli, F., Gratton, R. G., & Kurucz, R. L. 1997, A&A, 318, 841
- Castor, J., McCray, R., & Weaver, R. 1975, ApJ, 200, L107
- Cerviño, M. & Luridiana, V. 2004, A&A, 413, 145
- Cerviño, M. & Luridiana, V. 2006, A&A, 451, 475
- Cerviño, M., Valls-Gabaud, D., Luridiana, V., & Mas-Hesse, J. M. 2002, A&A, 381, 51
- Chandar, R., Bianchi, L., Ford, H. C., & Salasnich, B. 1999, PASP, 111, 794
- Chandar, R., Whitmore, B. C., & Fall, S. M. 2010, ApJ, 713, 1343
- Cid Fernandes, R. & González Delgado, R. M. 2010, MNRAS, 103
- Cioni, M., Bekki, K., Clementini, G., et al. 2008, PASA, 25, 121
- Conroy, C. & Gunn, J. E. 2010, ApJ, 712, 833
- Cordier, D., Pietrinferni, A., Cassisi, S., & Salaris, M. 2007, AJ, 133, 468

- Cowan, J. J., Roberts, D. A., & Branch, D. 1994, *ApJ*, 434, 128
- Dalcanton, J. J., Williams, B. F., Seth, A. C., et al. 2009, *ApJS*, 183, 67
- de Grijs, R. 2009, *Ap&SS*, 324, 283
- de Grijs, R. & Anders, P. 2006, *MNRAS*, 366, 295
- de Grijs, R., Goodwin, S. P., Kouwenhoven, M. B. N., & Kroupa, P. 2008, *A&A*, 492, 685
- de Marchi, G. 1999, *AJ*, 117, 303
- de Wit, W. J., Testi, L., Palla, F., & Zinnecker, H. 2005, *A&A*, 437, 247
- Deveikis, V., Narbutis, D., Stonkutė, R., Bridžius, A., & Vansevičius, V. 2008, *Baltic Astronomy*, 17, 351
- Di Matteo, P., Combes, F., Melchior, A., & Semelin, B. 2007, *A&A*, 468, 61
- Dolphin, A. E., Walker, A. R., Hodge, P. W., et al. 2001, *ApJ*, 562, 303
- Dowell, J. D., Buckalew, B. A., & Tan, J. C. 2008, *AJ*, 135, 823
- Eggleton, P. 2006, *Evolutionary Processes in Binary and Multiple Stars*, ed. Eggleton, P.
- Eggleton, P. P. 2009, *MNRAS*, 399, 1471
- Eisenstein, D. J., Hogg, D. W., Fukugita, M., et al. 2003, *ApJ*, 585, 694
- Elmegreen, B. G. & Efremov, Y. N. 1997, *ApJ*, 480, 235
- Elson, R. A. W. & Fall, S. M. 1985, *PASP*, 97, 692
- Espinoza, P., Selman, F. J., & Melnick, J. 2009, *A&A*, 501, 563
- Fall, S. M., Chandar, R., & Whitmore, B. C. 2005, *ApJ*, 631, L133
- Fall, S. M., Chandar, R., & Whitmore, B. C. 2009, *ApJ*, 704, 453
- Fall, S. M. & Zhang, Q. 2001, *ApJ*, 561, 751
- Figer, D. F., Najarro, F., Gilmore, D., et al. 2002, *ApJ*, 581, 258
- Fioc, M. & Rocca-Volmerange, B. 1997, *A&A*, 326, 950
- Fitzpatrick, E. L. & Massa, D. 1986, *ApJ*, 307, 286
- Fluks, M. A., Plez, B., The, P. S., et al. 1994, *A&AS*, 105, 311
- Fouesneau, M. & Lançon, A. 2010, ArXiv e-prints
- Gallagher, J. S., Mould, J. R., de Feijter, E., et al. 1996, *ApJ*, 466, 732

- Garnett, D. R. 2002, *ApJ*, **581**, 1019
- Giacconi, R., Gursky, H., Paolini, F. R., & Rossi, B. B. 1962, *Phys. Rev. Lett.*, **9**, 439
- Gieles, M. 2009, *MNRAS*, **394**, 2113
- Gieles, M., Lamers, H. J. G. L. M., & Portegies Zwart, S. F. 2007, *ApJ*, **668**, 268
- Gil de Paz, A., Boissier, S., Madore, B. F., et al. 2007, *ApJS*, **173**, 185
- Girardi, L. & Bica, E. 1993, *A&A*, **274**, 279
- Girardi, L., Bressan, A., Bertelli, G., & Chiosi, C. 2000, *A&AS*, **141**, 371
- Girardi, L., Chiosi, C., Bertelli, G., & Bressan, A. 1995, *A&A*, **298**, 87
- Glatt, K., Grebel, E. K., & Koch, A. 2010, *A&A*, **517**, A50
- González Delgado, R. M. & Cid Fernandes, R. 2010, *MNRAS*, **102**
- Goudfrooij, P., Alonso, M. V., Maraston, C., & Minniti, D. 2001, *MNRAS*, **328**, 237
- Groenewegen, M. A. T. & de Jong, T. 1993, *A&A*, **267**, 410
- Guiderdoni, B. & Rocca-Volmerange, B. 1987, *A&A*, **186**, 1
- Gvaramadze, V. V. & Bomans, D. J. 2008, *A&A*, **490**, 1071
- Han, Z., Chen, X., Zhang, F., & Podsiadlowski, P. 2010, in IAU Symposium, Vol. 262, IAU Symposium, ed. G. Bruzual & S. Charlot, 44–47
- Harris, J. & Zaritsky, D. 2001, *ApJS*, **136**, 25
- Harris, J. & Zaritsky, D. 2004, *AJ*, **127**, 1531
- Harris, W. E. 1996, *AJ*, **112**, 1487
- Harris, W. E., Allwright, J. W. B., Pritchett, C. J., & van den Bergh, S. 1991, *ApJS*, **76**, 115
- Harris, W. E., Harris, G. L. H., & McLaughlin, D. E. 1998, *AJ*, **115**, 1801
- Harris, W. E. & Pudritz, R. E. 1994, *ApJ*, **429**, 177
- Hauschildt, P. H., Allard, F., & Baron, E. 1999, *ApJ*, **512**, 377
- Hodge, P. W., Krienke, O. K., Bellazzini, M., et al. 2009, *AJ*, **138**, 770
- Holtzman, J. A., Gallagher, III, J. S., Cole, A. A., et al. 1999, *AJ*, **118**, 2262
- Hunter, D. A., Elmegreen, B. G., Dupuy, T. J., & Mortonson, M. 2003, *AJ*, **126**, 1836

- Javier, S. C., Santiago, B. X., & Kerber, L. O. 2005, A&A, 431, 73
- Jeans, J. H. 1902, Royal Society of London Philosophical Transactions Series A, 199, 1
- Kauffmann, G., Heckman, T. M., White, S. D. M., et al. 2003, MNRAS, 341, 33
- Kennicutt, Jr., R. C. 1998, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 142, The Stellar Initial Mass Function (38th Herstmonceux Conference), ed. G. Gilmore & D. Howell, 1
- Kerber, L. O., Girardi, L., Rubele, S., & Cioni, M. 2009, A&A, 499, 697
- Kharchenko, N. V., Piskunov, A. E., Röser, S., Schilbach, E., & Scholz, R. 2005, A&A, 440, 403
- Kroupa, P. 2001, MNRAS, 322, 231
- Kroupa, P., Aarseth, S., & Hurley, J. 2001, MNRAS, 321, 699
- Kroupa, P., Tout, C. A., & Gilmore, G. 1993, MNRAS, 262, 545
- Lada, C. J. & Lada, E. A. 2003, ARA&A, 41, 57
- Lançon, A. & Fouesneau, M. 2009, ArXiv e-prints, 0903.4557
- Lançon, A., Gallagher, III, J. S., Mouhcine, M., et al. 2008, A&A, 486, 165
- Lançon, A. & Mouhcine, M. 2000, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 211, Massive Stellar Clusters, ed. A. Lançon & C. M. Boily, 34
- Larsen, S. S. 2009, A&A, 494, 539
- Larsen, S. S., Origlia, L., Brodie, J., & Gallagher, J. S. 2008, MNRAS, 383, 263
- Lawrence, A., Rowan-Robinson, M., Ellis, R. S., et al. 1999, MNRAS, 308, 897
- Le Borgne, D., Rocca-Volmerange, B., Prugniel, P., et al. 2004, A&A, 425, 881
- Le Borgne, J., Bruzual, G., Pelló, R., et al. 2003, A&A, 402, 433
- Leitherer, C., Schaerer, D., Goldader, J. D., et al. 1999, ApJS, 123, 3
- Lejeune, T., Cuisinier, F., & Buser, R. 1997, A&AS, 125, 229
- Lejeune, T., Cuisinier, F., & Buser, R. 1998, A&AS, 130, 65
- Lejeune, T. & Schaerer, D. 2001, A&A, 366, 538

- Liu, Q., de Grijs, R., Deng, L. C., Hu, Y., & Beaulieu, S. F. 2009, A&A, 503, 469
- Lynden-Bell, D. & Eggleton, P. P. 1980, MNRAS, 191, 483
- Lynga, G. 1982, A&A, 109, 213
- Ma, J., Zhou, X., & Chen, J. 2004, Chinese J. Astron. Astrophys., 4, 125
- Makino, J. 1996, ApJ, 471, 796
- Maraston, C. 2005, MNRAS, 362, 799
- McCrady, N., Graham, J. R., & Vacca, W. D. 2005, ApJ, 621, 278
- McMillan, S. L. W., Vesperini, E., & Portegies Zwart, S. F. 2007, ApJ, 655, L45
- Meurer, G. R., Heckman, T. M., Leitherer, C., et al. 1995, AJ, 110, 2665
- Meylan, G. & Heggie, D. C. 1997, A&A Rev., 8, 1
- Miller, G. E. & Scalo, J. M. 1979, ApJS, 41, 513
- Milone, A. P., Bedin, L. R., Piotto, G., & Anderson, J. 2009, A&A, 497, 755
- Narbutis, D., Vansevičius, V., Kodaira, K., Bridžius, A., & Stonkutė, R. 2008, ApJS, 177, 174
- Paczyński, B. 1971, ARA&A, 9, 183
- Parker, R. J. & Goodwin, S. P. 2007, MNRAS, 380, 1271
- Parmentier, G. & de Grijs, R. 2008, MNRAS, 383, 1103
- Parmentier, G. & Fritze, U. 2009, ApJ, 690, 1112
- Peacock, M. B., Maccarone, T. J., Knigge, C., et al. 2010, MNRAS, 402, 803
- Pickles, A. J. 1998, PASP, 110, 863
- Piskunov, A. E., Kharchenko, N. V., Schilbach, E., et al. 2008, A&A, 487, 557
- Piskunov, A. E., Kharchenko, N. V., Schilbach, E., et al. 2009, A&A, 507, L5
- Popescu, B. & Hanson, M. M. 2008, ArXiv e-prints, 0909.1113
- Popescu, B. & Hanson, M. M. 2010a, in IAU Symposium, Vol. 266, IAU Symposium, ed. R. de Grijs & J. R. D. Lépine, 511–515
- Popescu, B. & Hanson, M. M. 2010b, ApJ, 713, L21
- Portegies Zwart, S., McMillan, S., & Gieles, M. 2010, ArXiv e-prints

- Price, D. J. & Bate, M. R. 2009, MNRAS, 398, 33
- Prugniel, P. & Soubiran, C. 2001, A&A, 369, 1048
- Puzia, T. H., Zepf, S. E., Kissler-Patig, M., et al. 2002, A&A, 391, 453
- Rafelski, M. & Zaritsky, D. 2005, AJ, 129, 2701
- Renaud, F., Boily, C. M., Naab, T., & Theis, C. 2009, ApJ, 706, 67
- Salpeter, E. E. 1955, ApJ, 121, 161
- San Roman, I., Sarajedini, A., Garnett, D. R., & Holtzman, J. A. 2009, ApJ, 699, 839
- Sánchez-Blázquez, P., Peletier, R. F., Jiménez-Vicente, J., et al. 2006, MNRAS, 371, 703
- Santos, Jr., J. F. C. & Frogel, J. A. 1997, ApJ, 479, 764
- Sarajedini, A., Barker, M. K., Geisler, D., Harding, P., & Schommer, R. 2007, AJ, 133, 290
- Scalo, J. M. 1986, Fund. Cosmic Phys., 11, 1
- Schaller, G., Schaerer, D., Meynet, G., & Maeder, A. 1992, A&AS, 96, 269
- Schechter, P. 1976, ApJ, 203, 297
- Scheepmaker, R. A., Lamers, H. J. G. L. M., Anders, P., & Larsen, S. S. 2009, A&A, 494, 81
- Schilbach, E. & Röser, S. 2008, A&A, 489, 105
- Schlegel, D. J., Finkbeiner, D. P., & Davis, M. 1998, ApJ, 500, 525
- Schoenberner, D. 1983, ApJ, 272, 708
- Smith, R. J., Clark, P. C., & Bonnell, I. A. 2009, MNRAS, 396, 830
- Stolte, A., Grebel, E. K., Brandner, W., & Figer, D. F. 2002, A&A, 394, 459
- Subramaniam, A., Gorti, U., Sagar, R., & Bhatt, H. C. 1995, A&A, 302, 86
- Surdin, V. G. 1979, Soviet Ast., 23, 648
- Thim, F., Tammann, G. A., Saha, A., et al. 2003, ApJ, 590, 256
- Vansevičius, V., Kodaira, K., Narbutis, D., et al. 2009, ApJ, 703, 1872
- Vazdekis, A. & Arimoto, N. 1999, ApJ, 525, 144
- Vesperini, E. 1998, MNRAS, 299, 1019
- Vesperini, E., McMillan, S. L. W., & Portegies Zwart, S. 2009, ApJ, 698, 615

- Wagenhuber, J. & Weiss, A. 1994, A&A, 286, 121
- Wang, S., Fan, Z., Ma, J., de Grijs, R., & Zhou, X. 2010, AJ, 139, 1438
- Westera, P., Lejeune, T., Buser, R., Cuisinier, F., & Bruzual, G. 2002, A&A, 381, 524
- Whitmore, B. C., Chandar, R., Schweizer, F., et al. 2010, AJ, 140, 75
- Whitmore, B. C. & Schweizer, F. 1995, AJ, 109, 960
- Wilson, R. E. & Devinney, E. J. 1971, ApJ, 166, 605
- Zhang, Q. & Fall, S. M. 1999, ApJ, 527, L81