

# 可计算性作业

姓名： 叶子宁 学号： 1120231313

## 4.1

### 题意

对于上图所示的DFA  $M$ ，回答下列问题，并说明理由

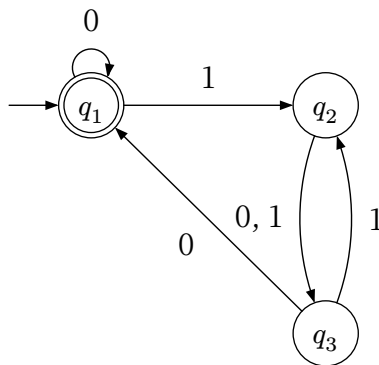


Figure 1: 1-1.  $M_2$

a.  $\langle M, 0100 \rangle$  是否属于  $A_{\text{DFA}}$ ?

属于

理由如下：

状态转移序列为  $q_1 \xrightarrow{0} q_1 \xrightarrow{1} q_2 \xrightarrow{0} q_3 \xrightarrow{0} q_1$ ，最终状态  $q_1 \in F$ 。

b.  $\langle M, 011 \rangle$  是否属于  $A_{\text{DFA}}$ ?

不属于

理由如下：

状态转移序列为  $q_1 \xrightarrow{0} q_1 \xrightarrow{1} q_2 \xrightarrow{1} q_3$ ，最终状态  $q_3 \notin F$ 。

c.  $\langle M \rangle$  是否属于  $A_{\text{DFA}}$ ?

不属于

理由如下：

$\langle M \rangle$  不符合  $A_{\text{DFA}}$  的编码格式。

d.  $\langle M \rangle$  是否属于  $E_{\text{DFA}}$ ?

不属于

理由如下：

由 a. 可知， $M$  的语言非空，所以  $\langle M \rangle$  不属于  $E_{\text{DFA}}$ 。

e.  $\langle M, M \rangle$  是否属于  $EQ_{\text{DFA}}$ ?

属于

理由如下：

$M$  的语言和自身相等，所以  $\langle M, M \rangle$  属于  $EQ_{\text{DFA}}$ 。

## 4.2

---

### 题意

考虑一个 DFA 和一个正则表达式是否等价的问题。  
将这个问题描述为一个语言并证明它是可判定的。

### 解答

我们可以将这个问题描述为一个语言

$$EQ_{DFA,R} = \{ \langle M, R \rangle \mid M \text{ 是一个 DFA, } R \text{ 是一个正则表达式, } L(M) = L(R) \}$$

构造如下高水平描述的图灵机  $H =$  “

对输入  $\langle M, R \rangle$ , 其中  $M$  是一个 DFA,  $R$  是一个正则表达式:

1. 将  $R$  转化为等价的 NFA  $N$ 。
2. 将  $N$  转化为等价的 DFA  $M'$ 。
3. 将  $M$  和  $M'$  作为输入, 运行  $M$  和  $M'$  是否等价的图灵机  $EQ_{DFA}$ 。
4. 如果  $EQ_{DFA}$  接受, 则接受; 否则拒绝。”

由于  $EQ_{DFA}$  是可判定的, 所以  $EQ_{DFA,R}$  是可判定的。

## 4.3

---

### 题意

设  $ALL_{DFA} = \{ \langle A \rangle \mid A \text{ 是一个识别 } \Sigma^* \text{ 的 DFA} \}$ 。  
证明  $ALL_{DFA}$  可判定。

### 证明

若  $A$  是一个识别  $\Sigma^*$  的 DFA, 则所有的输入都会被接受, 故:

构造如下高水平描述的图灵机  $H =$  “

对输入  $\langle A \rangle$ , 其中  $A$  是一个 DFA:

1. 标记所有可达的状态。
2. 检查是否所有可达的状态都在  $F$  中。
3. 如果是, 则接受; 否则拒绝。”

$H$  是一个可判定的图灵机, 所以  $ALL_{DFA}$  是可判定的。

## 4.15

---

### 题意

$A = \{ \langle R \rangle \mid \text{其所描述的语言至少有一个串 } w \text{ 以 } 111 \text{ 为子串} \}$ 。  
证明  $A$  是可判定的。

### 证明

构造如下高水平描述的图灵机  $H =$  “

对输入  $\langle R \rangle$ , 其中  $R$  是一个正则表达式:

1. 将  $R$  转化为等价的 NFA  $N$ 。

2. 构造语言为  $L(M) = \{w \mid w \text{ 以 } 111 \text{ 为子串}\}$  的 DFA  $M$ 。
3. 构造 NFA  $M'$ ，使得  $L(M') = L(N) \cap L(M)$ 。
4. 标记  $M'$  中的所有可达状态。
5. 检查是否存在一个可达状态  $q$ ，使得  $q \in F$ 。
6. 如果是，则接受；否则拒绝。”

H 是一个可判定的图灵机，所以  $A$  是可判定的。