

# Задача №3

## Вариант 7

Захаров Захар Сергеевич, 343 группа

5 июня 2021 г.

### 1 Условие:

Для заданной матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 9.331343 & 1.120045 & -2.880925 \\ 1.120045 & 7.086042 & 0.670297 \\ -2.880925 & 0.670297 & 5.622534 \end{pmatrix}$$

Задание:

1. Найти степенным методом с точностью  $\epsilon = 0.001$  максимальное по модулю собственное число  $\lambda_1$  матрицы  $A$  и соответствующий ему собственный вектор  $x^{(1)}$ , так чтобы  $\|x^{(1)}\|_2 = 1$ .
2. Найти методом скалярных произведений с точностью  $\epsilon^2 = 0.000001$  максимальное по модулю собственное число матрицы  $\lambda_2$ . Сравнить требуемое количество итераций с п.1.

### 2 Вывод программы:

Наибольшее по модулю собственное число = 11.019959261752025

Отношение  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 0.6666666881387393$

#### 2.1 Степенной метод:

##### 2.1.1 $k = 1$

$$\lambda_k = 9.136270930198$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 8.136270930198242$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 1.883688331553783$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.2317731263284956$$

Апостериорная оценка 2.317731263284956

### 2.1.2 $k = 2$

$$\lambda_k = 10.622182431454$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 1.4859115012562185$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.3977768302975644$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.13285898123077122$$

Апостериорная оценка 1.327267870797069

### 2.1.3 $k = 3$

$$\lambda_k = 10.882401717679$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.2602192862249453$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.1375575440726191$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.09031006599463669$$

Апостериорная оценка 0.8482061726001253

### 2.1.4 $k = 4$

$$\lambda_k = 10.973527167707$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.09112545002733974$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.04643209404527937$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.06520723505426711$$

Апостериорная оценка 0.564144819505839

### 2.1.5 $k = 5$

$$\lambda_k = 11.004416417838$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.030889250131098223$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.015542843914181148$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.04778772382893029$$

Апостериорная оценка 0.377668247548094

### **2.1.6 k = 6**

$$\lambda_k = 11.014771003041$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.010354585203383948$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.0051882587107972$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.03511082342750751$$

$$\text{Апостериорная оценка } 0.25254485166883744$$

### **2.1.7 k = 7**

$$\lambda_k = 11.018229032312$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.003458029270779761$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.001730229440017439$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.025801268256692635$$

$$\text{Апостериорная оценка } 0.16862828823938414$$

### **2.1.8 k = 8**

$$\lambda_k = 11.019382431232$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.0011533989197456407$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.0005768305202717983$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.01895796625732513$$

$$\text{Апостериорная оценка } 0.11250081576516781$$

## **2.2 Метод скалярных произведений**

### **2.2.1 k = 1**

$$\lambda_k = 9.757748333934$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 8.757748333934408$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 1.2622109278176161$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.2232855580966631$$

Апостериорная оценка 2.2328555809666306

### **2.2.2   k = 2**

$$\lambda_k = 10.5536764743$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.7959281403656231$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.46628278745199303$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.13268189288976784$$

Апостериорная оценка 1.325498749408894

### **2.2.3   k = 3**

$$\lambda_k = 10.822991537965$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.2693150636647488$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.19696772378724425$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.09008826745969473$$

Апостериорная оценка 0.8461230062959106

### **2.2.4   k = 4**

$$\lambda_k = 10.932670966175$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.10967942820985499$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.08728829557738926$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.06503600849371144$$

Апостериорная оценка 0.5626634412965207

### **2.2.5   k = 5**

$$\lambda_k = 10.980975058412$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.04830409223745313$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.03898420333993613$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.04769558347445999$$

Апостериорная оценка 0.3769400587286008

### **2.2.6 k = 6**

$$\lambda_k = 11.00256695265$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.02159189423757013$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.017392309102366$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.035069803420333626$$

Апостериорная оценка 0.2522498032872872

### **2.2.7 k = 7**

$$\lambda_k = 11.012213051845$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.009646099194871027$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.007746209907494972$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.025784843411440904$$

Апостериорная оценка 0.1685209410535078

### **2.2.8 k = 8**

$$\lambda_k = 11.016512918561$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.004299866716550582$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.00344634319094439$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.018951798356892702$$

Апостериорная оценка 0.11246421406323481

### **2.2.9 k = 9**

$$\lambda_k = 11.018426805364$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.0019138868025283529$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.001532456388416037$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.013926373767573469$$

Апостериорная оценка 0.07501276865814223

### **2.2.10 k = 10**

$$\lambda_k = 11.019278017708$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.0008512123440915786$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.0006812440443244583$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.010232306517539263$$

Апостериорная оценка 0.050019694447069364

### **2.2.11 k = 11**

$$\lambda_k = 11.019656456028$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.00037843831989547994$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.00030280572442897835$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.007517678757913861$$

Апостериорная оценка 0.03334983134788369

### **2.2.12 k = 12**

$$\lambda_k = 11.019824675327$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 0.00016821929959220938$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 0.00013458642483676897$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.0055230913776383546$$

Апостериорная оценка 0.02223422840089587

### **2.2.13 k = 13**

$$\lambda_k = 11.019899444349$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 7.476902229619498e - 05$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 5.9817402540573994e - 05$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.004057657036550646$$

Апостериорная оценка 0.01482311922431229

#### **2.2.14 k = 14**

$$\lambda_k = 11.019932675998$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 3.3231648931320024e - 05$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 2.658575360925397e - 05$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.0029810278337897515$$

Апостериорная оценка 0.009882168884954629

#### **2.2.15 k = 15**

$$\lambda_k = 11.019947445813$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 1.4769814940862602e - 05$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 1.1815938668391368e - 05$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.002190058141610328$$

Апостериорная оценка 0.0065881392389913526

#### **2.2.16 k = 16**

$$\lambda_k = 11.019954010214$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 6.564400655051372e - 06$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 5.251538013339996e - 06$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.0016089582529876098$$

Апостериорная оценка 0.004392100807517529

#### **2.2.17 k = 17**

$$\lambda_k = 11.019956927733$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 2.917519116962808e - 06$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 2.334018896377188e - 06$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.0011820441336789214$$

Апостериорная оценка 0.002928069623453496

### **2.2.18 k = 18**

$$\lambda_k = 11.01995822441$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 1.2966767322097894e - 06$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 1.0373421641673986e - 06$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.0008684053943825402$$

Апостериорная оценка 0.001952047167332216

### **2.2.19 k = 19**

$$\lambda_k = 11.019958800711$$

$$\lambda_k - \lambda_{k-1} = 5.763010992865247e - 07$$

$$|\lambda_k - \lambda_*| = 4.610410648808738e - 07$$

$$|A * x_k - \lambda_k * x_k| = 0.0006379862084933138$$

Апостериорная оценка 0.0013013650242640726