Задача №5 Вариант 11

Захаров Захар Сергеевич, 343 группа 7 июня 2021 г.

1 Условие:

Задание: Найти решение задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = Lu + f(x, t), 0 < x < 1, 0 < t \le 1$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \frac{\partial u}{\partial t_{t=0}} = \psi(x), 0 \le x \le 1$$

$$(\alpha_1(t)u - \alpha_2(t)\frac{\partial u}{\partial x})_{x=0} = \alpha(t), 0 \le t \le 1$$

$$(\beta_1(t)u - \beta_2(t)\frac{\partial u}{\partial x})_{x=1} = \beta(t), 0 \le t \le 1$$

где

$$\begin{split} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \cos(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t) \\ u(x,0) &= \varphi(x), \frac{\partial u}{\partial t|_{t=0}} = \psi(x), 0 \leq x \leq 1 \\ u(0,t) &= \alpha(t), \frac{\partial u}{\partial x|_{x=1}} = \beta(x), 0 \leq x \leq 1 \end{split}$$

Использовать следующие разностные схемы:

- 1. Явную разностную схему
- 2. Схему с весами

2 Вывод программы:

Тестирование проводилось на функции: $u(x,t)=x^3+t^3$

2.1 Результат схемы с весами

	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
u_0	0.000	0.00800	0.06400	0.21600	0.51200	1.00000
u_1	0.008	0.06356	-0.05091	0.06815	0.34661	0.79806
u_2	0.064	0.09315	-0.16712	-0.07161	0.15803	0.52882
u_3	0.216	0.06016	-0.27505	-0.18547	-0.03906	0.21215
u_4	0.512	-0.09834	-0.33945	-0.26491	-0.22703	-0.12869
u_5	1.000	-0.50166	-0.26055	-0.33509	-0.37297	-0.47131

2.2 Результат явной разностной схемы

u_0	0.000	0.00800	0.06400	0.21600	0.51200	1.00000
u_1	0.008	0.24322	0.38044	0.39831	2.66589	1628.65592
u_2	0.064	0.50611	0.69923	1.04042	336.62672	-2059.94564
u_3	0.216	0.81024	1.08932	74.54578	150.18259	8990.58232
u_4	0.512	1.18084	19.27514	166.36942	2105.97557	18349.44267
u_5	1.000	6.74384	79.67922	814.96925	8724.66743	91379.33532

2.3 Вывод

Схема с весами показала более точный результат. При увеличении количества разбиений решения полученные явной разностной схемой сильно отклоняются от точного, но схема с весами работает медленнее, так как она требует больших затрат на вычисление.