

Задача №2

Вариант 7

Захаров Захар Сергеевич, 343 группа

5 июня 2021 г.

1 Задание 12.7

1.1 Условие:

Для заданной матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 9.331343 & 1.120045 & -2.880925 \\ 1.120045 & 7.086042 & 0.670297 \\ -2.880925 & 0.670297 & 5.622534 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 7.570463 \\ 8.876384 \\ 3.411906 \end{pmatrix}$$

Нужно:

1. Найти решение x^* методом Гаусса
2. Преобразовать исходную систему к системе вида $x = H_D x + g_D$, где $H_D = E - D^{-1}A$, $g_D = D^{-1}b$. Здесь D — диагональная матрица, у которой на диагонали находятся диагональные элементы матрицы A . Вычислить $\|H_D\|_\infty$
3. Вычислить априорную оценку погрешности $\|x^{(7)} - x^*\|_\infty$
4. Вычислить $x^{(7)}$ методом простой итерации. Вывести его фактическую погрешность, апостериорную оценку, априорную оценку. Уточнить последнее приближение по Люстернику. Вывести его фактическую погрешность.
5. Вычислить приближение $x^{(7)}$ к решению системы $x = H_D x + g_D$ методом Зейделя. Вывести его фактическую погрешность. Сравнить с решением, полученным методом простой итерации.
6. При выполнении задания в математическом пакете определить спектральный радиус матрицы перехода, если рассматривать метод Зейделя как метод простой итерации.

7. Вычислить $x^{(7)}$ методом верхней релаксации.

А также сравнить фактические погрешности $x^{(7)}$, полученного различными методами.

1.2 Вывод программы:

1. Решение методом Гаусса: $x^* = (1 \quad 1 \quad 1)$
2. Преобразовали систему $Ax=b$ к виду $x = H_D * x + g_D$, где

$$H_D = \begin{pmatrix} 0. & -0.12003042 & 0.30873637 \\ -0.15806356 & 0. & -0.09459399 \\ 0.51238908 & -0.11921618 & 0 \end{pmatrix}$$

$$g_D = (0.81129404 \quad 1.25265755 \quad 0.6068271)$$

$$\|H_D\| = 0.6316052512977246$$

3. Априорная оценка погрешности $\|x^{(7)} - x^*\| = 0.13634494907408515$
4. (a) Метод простой итерации, $x^{(7)} = (0.9976332 \quad 1.00160563 \quad 0.99634648)$
 (b) Фактическая погрешность $\|x^{(7)} - x^*\| = 0.003653519042730702$
 (c) Априорная оценка погрешности: 0.13634494907408515
 (d) Апостериорная оценка погрешности: 0.006829710518038748
 (e) Уточнение последнего приближения по Люстернику:
 (1.00310898 0.99920441 1.00007054)
 (f) Фактическая погрешность приближения по Люстернику: 0.0031089845906955293
5. (a) Метод Зейделя, $x^{(7)} = (0.99997462 \quad 1.0000101 \quad 0.99998579)$
 (b) Фактическая погрешность: $2.537579748418395e^{-5}$
 Метод Зейделя точнее, чем метод простой итерации
6. Спектральный радиус матрицы перехода в методе Зейделя: 0.1979989606780332
7. Метод релаксации, $x^{(7)} = (1.082352241.022088440.84430546)$

Сравнение фактических погрешностей разных методов:

1. Метод простой итерации: 0.003653519042730702
2. Приближение по Люстернику: 0.0031089845906955293
3. Метод Зейделя: $2.537579748418395e^{-5}$
4. Метод релаксации: 0.15569454414375805

Самым точным оказался метод Зейделя