

# **Analiza sintactica descendenta. Gramatici si analiza LL(K)**

.

# FIRST<sub>k</sub>

- FIRST<sub>k</sub>:  $(N \cup \Sigma)^* \rightarrow \mathcal{P}(\Sigma^*)$
- FIRST<sub>k</sub>( $\alpha$ ) =  $\{u \in \Sigma^* \mid (\alpha =^* > ux, |u| = k)$   
sau  $(\alpha =^* > u, |u| < k) \}$

# FOLLOW<sub>k</sub>

$$\text{FOLLOW}_k: (\mathbf{N} \cup \Sigma)^* \rightarrow \mathcal{P}(\Sigma^*)$$

$$\text{FOLLOW}_k(\alpha) = \{u \in \Sigma^* \mid S \stackrel{*}{\Rightarrow} \gamma \alpha \beta, u \in \text{FIRST}_k(\beta)\}$$

# Operatia $\oplus_k$

Fie  $L1, L2$  – 2 limbaje peste  $\Sigma$

$L1 \oplus_k L2 = \{w \mid \exists x \in L1, y \in L2 \text{ astfel incat:}$

fie:  $|w| = k$  si  $\exists z: xy = wz$

fie:  $|w| < k$  si  $xy = w$

$\}$

---

Exercitii:  $L1 = \{a, ab, abb, abbb, \dots\}$

$L2 = \{c, cc, ccc, cccc, \dots\}$

$L1 \oplus_3 L2 = \dots$

$L1 \oplus_1 L2 = \dots$

# Determinarea lui $\text{FIRST}_1$

- pentru fiecare  $A \in N$ :

$$F_0(A) = \{a \in \Sigma \mid A \rightarrow a\alpha \in P\} \cup \{\varepsilon \mid A \rightarrow \varepsilon\}$$

sf. pentru

$i = 0$

- repeta

$i = i + 1$

pentru fiecare  $A \in N$ :

$$F_i(A) = \{a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\} \mid A \rightarrow X_1 \dots X_k, a \in F_{i-1}(X_1) \oplus_1 \dots \oplus_1 F_{i-1}(X_k)\}$$

sf. pentru

pana cand  $F_i = F_{i-1}, \forall A \in N$

- $\text{FIRST}_1 = F_i$

Obs:

$\forall a \in \Sigma : \text{FIRST}_1(a) = \{a\}$

$\forall A \in N : \text{FIRST}_1(A)$  se determina pe baza reg. productie:  $A \rightarrow \dots$

# FOLLOW<sub>1</sub>

- $FOLL(S) = \{\$ \}$   
 $FOLL(X) = \Phi \quad (X \langle \rangle S)$
- repeta
  - pentru fiecare  $B: A \rightarrow \alpha B \beta$  executa
 
$$FOLL(B) = FOLL(B) \cup (FIRST_1(\beta) - \{\epsilon\})$$
 Daca  $\epsilon \in FIRST_1(\beta)$  atunci
 
$$FOLL(B) = FOLL(B) \cup FOLL(A)$$
 sf. daca
  - sf. pentru
- pana cand FOLL nu se mai modifica
- $FOLLOW_1 = FOLL$

# Proprietati:

$$\text{FIRST}_1(\alpha\beta) = \text{FIRST}_1(\alpha) \oplus_1 \text{FIRST}_1(\beta)$$

$$\text{FIRST}_1(X_1 \dots X_n) = \dots \quad ?$$

- $A \rightarrow \alpha$

$$\text{FIRST}_1(A) \supset \text{FIRST}_1(\alpha)$$

- $A \rightarrow \alpha X \beta$

$$(\text{FIRST}_1(\beta) - \{\varepsilon\}) \subset \text{FOLLOW}_1(X)$$

- $A \rightarrow \alpha X$

$$\text{FOLLOW}_1(A) \subset \text{FOLLOW}_1(X)$$

[...]

# Exercitii: $FIRST_1$ si $FOLLOW_1$

Problema:

- determinati  $FIRST_1$  si  $FOLLOW_1$  pentru toate terminalele si neterminalele gramaticii cu regulile de productie:

$$S \rightarrow BA \quad (1)$$

$$A \rightarrow +BA \quad (2)$$

$$A \rightarrow \varepsilon \quad (3)$$

$$B \rightarrow DC \quad (4)$$

$$C \rightarrow *DC \quad (5)$$

$$C \rightarrow \varepsilon \quad (6)$$

$$D \rightarrow (S) \quad (7)$$

$$D \rightarrow a \quad (8)$$



# Gramatici LL(k)

- analizoare LL(k)
  - analiza sintactica descendenta
  - secv. de intrare este citita de la stanga spre dreapta
  - se folosesc derivari de stanga

# Gramatici LL(k)

- $G = (N, \Sigma, P, S)$   
?  $w = a_1 a_2 \dots a_n \in L(G)$   
 $S \Rightarrow_{st} \dots \Rightarrow_{st} a_1 a_2 \dots a_i A \alpha$   
(derivari de stanga)
- LL(k) : alegerea r.p. pentru a-l retranscrie pe A este unic determinata de:  $a_{i+1} a_{i+2} \dots a_{i+k}$
- terminologie:
  - parte inchisa:  $a_1 a_2 \dots a_i$
  - predictia (de lungime k):  $a_{i+1} a_{i+2} \dots a_{i+k}$
  - simbol de retranscris: A

# Gramatici LL(k)

Definitie:

$G = (N, \Sigma, P, S)$  este LL(K):

- Daca:
  - $S \overset{*}{\Rightarrow}_{st} wA\alpha \Rightarrow_{st} w\beta\alpha \overset{*}{\Rightarrow} wx$
  - $S \overset{*}{\Rightarrow}_{st} wA\alpha \Rightarrow_{st} w\gamma\alpha \overset{*}{\Rightarrow} wy$
  - $FIRST_k(x) = FIRST_k(y)$
- atunci:  
 $\beta = \gamma$

**k=1**

•

# Gramatici LL(1)

- ?  $w = a_1 a_2 \dots a_i a_{i+1} \dots a_n \in L(G)$   
 $S \Rightarrow_{st} \dots \Rightarrow_{st} a_1 a_2 \dots a_i A \alpha$
- LL(1): rescrierea lui A este unic determin. de  $\mathbf{a_{i+1}}$

**De exemplu:**

**Aleg:**

$$A \rightarrow \gamma$$

$$A \rightarrow \varepsilon$$

$$A \rightarrow \delta \quad (=^* > \varepsilon)$$

**atunci cand:**

$$a_{i+1} \in \text{FIRST}_1(\gamma)$$

$$a_{i+1} \in \text{FOLLOW}_1(A)$$

$$a_{i+1} \in \text{FOLLOW}_1(A)$$

# Gramatici LL(1)

## Teorema:

LL(1)

$\Leftrightarrow$  nu exista conflicte in  
tabelul de analiza

G – este de tip LL(1)

ddaca:

$$\forall A \in N$$

$$A \rightarrow \alpha_1 \mid \alpha_2 \mid \alpha_3 \mid \dots \mid \alpha_m$$

- $\text{FIRST}_1(\alpha_i) \cap \text{FIRST}_1(\alpha_j) = \Phi, i <> j$

- daca  $\exists i$  a.i.  $\alpha_i \overset{*}{>} \varepsilon$  atunci:

$$\varepsilon \in \text{FIRST}_1(\alpha_i)$$

$$\text{FIRST}_1(\alpha_j) \cap \text{FOLLOW}_1(A) = \Phi, i <> j$$

# Analiza sintactica LL(1)

- se construiește tabelul de analiza LL(1)
    - alegerea lui  $A \rightarrow \alpha_i$  este indicată în tabel
  - analizorul sintactic LL(1)
    - ~ modelare ca un **automat**
- 

## Convenție:

\$ : la orice cuvânt din limbaj se adaugă \$:  
marcător de sfârșit de cuvânt

## Observație:

O gramatică este de tip LL(1) dacă tabelul de analiză nu conține conflicte (nu există mai mult de o valoare într-o celulă din tabel)

# Tabelul de analiza LL(1)

indica actiunea posibila la un moment dat

- coloane:  $\Sigma \cup \{\$ \}$
- linii:  $N \cup \Sigma \cup \{\$ \}$
- celula  $\Rightarrow$  (membrul drept al reg.prod , nr. reg.prod.)



# Tabelul de analiza LL(1)

$M(X,a) =$

- $(\alpha,i)$     daca  $X \rightarrow \alpha \in P$ ,  $a \in \text{FIRST}_1(\alpha)$   
                   $X \rightarrow \alpha$  – a i-a regula de productie
- $(\alpha,i)$     daca  $\varepsilon \in \text{FIRST}_1(\alpha)$ ,  $a \in \text{FOLLOW}_1(X)$   
                   $X \rightarrow \alpha$  – a i-a regula de productie
- pop          $X = a$
- acc          $X = \$$ ,  $a = \$$
- err         in toate celelalte cazuri

# Analizorul LL(1)

- Automat:  $(\alpha, \beta, \Pi)$ 
  - banda de intrare:  $\alpha$  (stiva de intrare)
  - stiva  $\beta$  (stiva de lucru)
  - banda de iesire  $\Pi \Rightarrow$  sirul regulilor de productie
- config. initiala:  $(w$,  $S$,  $\varepsilon)$$$
- config. finala:  $($,  $$, \Pi)$$
- tranzitii
  - push  $(\mathbf{a}x$,  $\mathbf{A}\beta$ ,  $\Pi) \vdash (\mathbf{a}x$,  $\alpha\beta$ ,  $\Pi\mathbf{i})$  dc.:  $M(A, a) = (\alpha, i)$$$
  - pop  $(\mathbf{a}x$,  $\mathbf{a}\beta$ ,  $\Pi) \vdash (x$,  $\beta$ ,  $\Pi)$$$
  - acc  $($,  $$,  $\Pi) \vdash \text{acc}$$$
  - err in celelalte cazuri

# Transformari echivalente

- $\Rightarrow$  gram. LL(1) echiv. ?
- factorizare la stanga
- ...