



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Факультет: «Специальное машиностроение»

Кафедра: «Робототехнические системы и мехатроника»

Лабораторная работа № 4

по курсу «Теория автоматического управления»

Вариант 13

Выполнил: Садовец Роман
Группа: СМ7-62Б

Проверил(а):

Москва, 2024 г.

1. Моделирование Цифро-аналогового преобразователя

Цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) — устройство для преобразования цифрового (обычно двоичного) кода в аналоговый сигнал. Цифро-аналоговые преобразователи являются интерфейсом между дискретным цифровым миром и аналоговыми сигналами.

Назначим разрядность (англ. Digit Capacity) ЦАП и максимальное выходное напряжение

$$D_C = 14 \text{ бит.}$$

$$U_{max} = 5 \text{ В.}$$

```
U_max = 5; % Max output voltage  
D_C = 14; % Digit capacity of DAC
```

Соберём следующую принципиальную схему ЦАП (рис. 1)

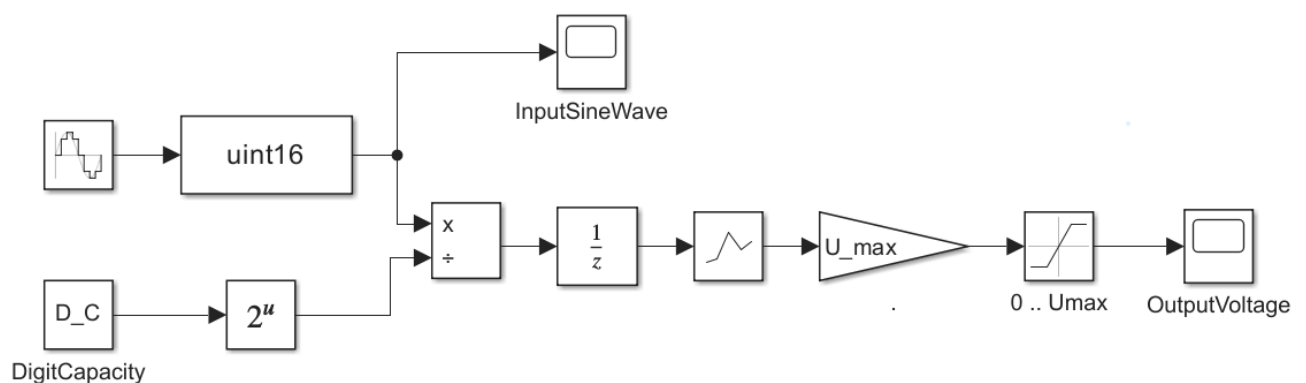


Рис. 1. Структурная схема ЦАП

На вход подаём дискретный синусоидальный сигнал. Его параметры представлены на рисунке 2, а на рисунке 3 показан формируемый синусоидальный сигнал при времени моделирования 1 секунда.

В реальности на вход ЦАП приходят двоичные (bin) числа, поэтому необходимо дополнительно проводить перевод числа из одной системы счисления в другую.

После моделирования, на выходе получим график, представленный на рисунке 4.

Block Parameters: Sine Wave

Sine Wave

Output a sine wave:

$$O(t) = \text{Amp} * \sin(\text{Freq} * t + \text{Phase}) + \text{Bias}$$

Sine type determines the computational technique used. The parameters in the two types are related through:

$$\text{Samples per period} = 2 * \pi / (\text{Frequency} * \text{Sample time})$$

$$\text{Number of offset samples} = \text{Phase} * \text{Samples per period} / (2 * \pi)$$

Use the sample-based sine type if numerical problems due to running for large times (e.g. overflow in absolute time) occur.

Parameters

Sine type: Time based

Time (t): Use simulation time

Amplitude: $2^{\wedge}D_C/2$ 8192

Bias: $2^{\wedge}D_C/2$ 8192

Frequency (rad/sec): 5

Phase (rad): $-\pi/2$ -1.5708

Sample time: 0.01

Рис. 2. Параметры дискретного синусоидального сигнала

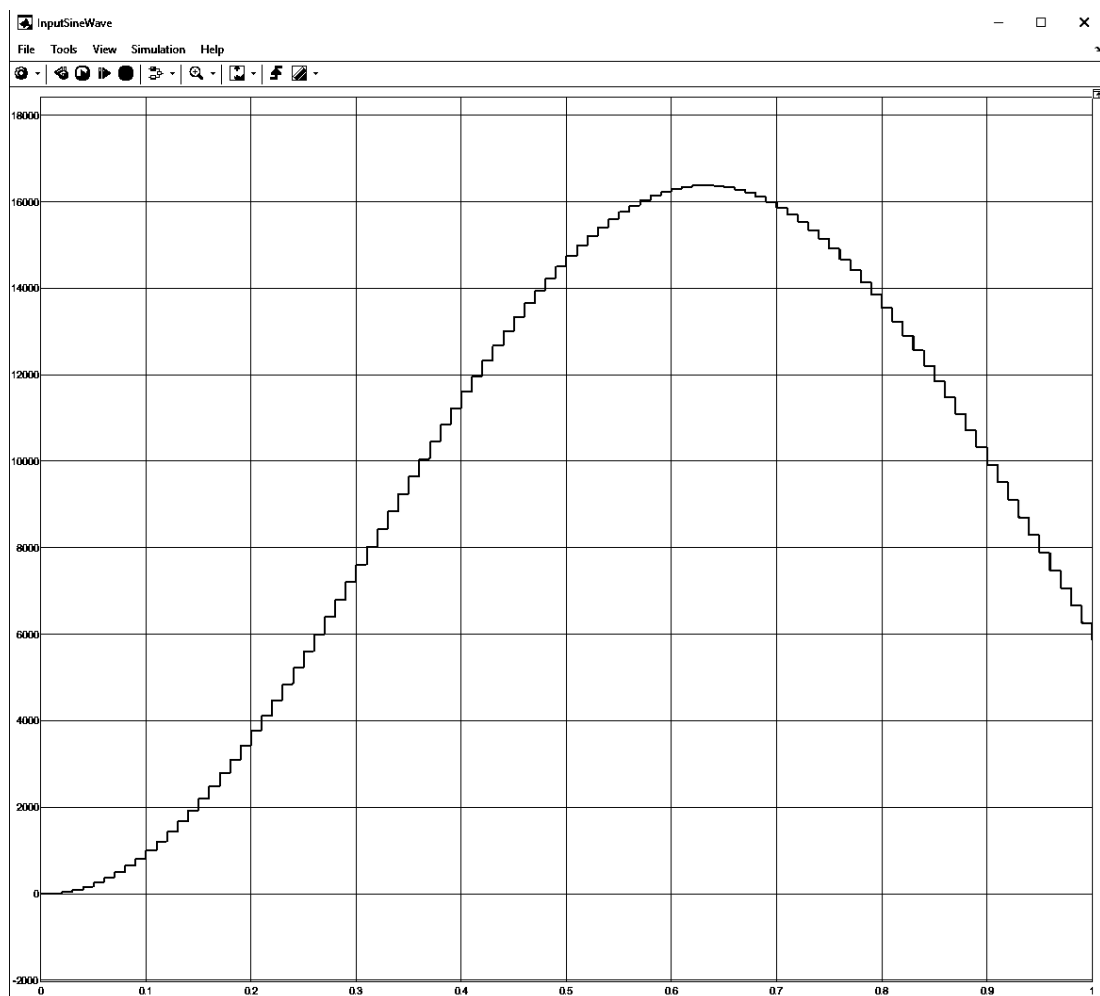


Рис. 3. Входной дискретный синусоидальный сигнал

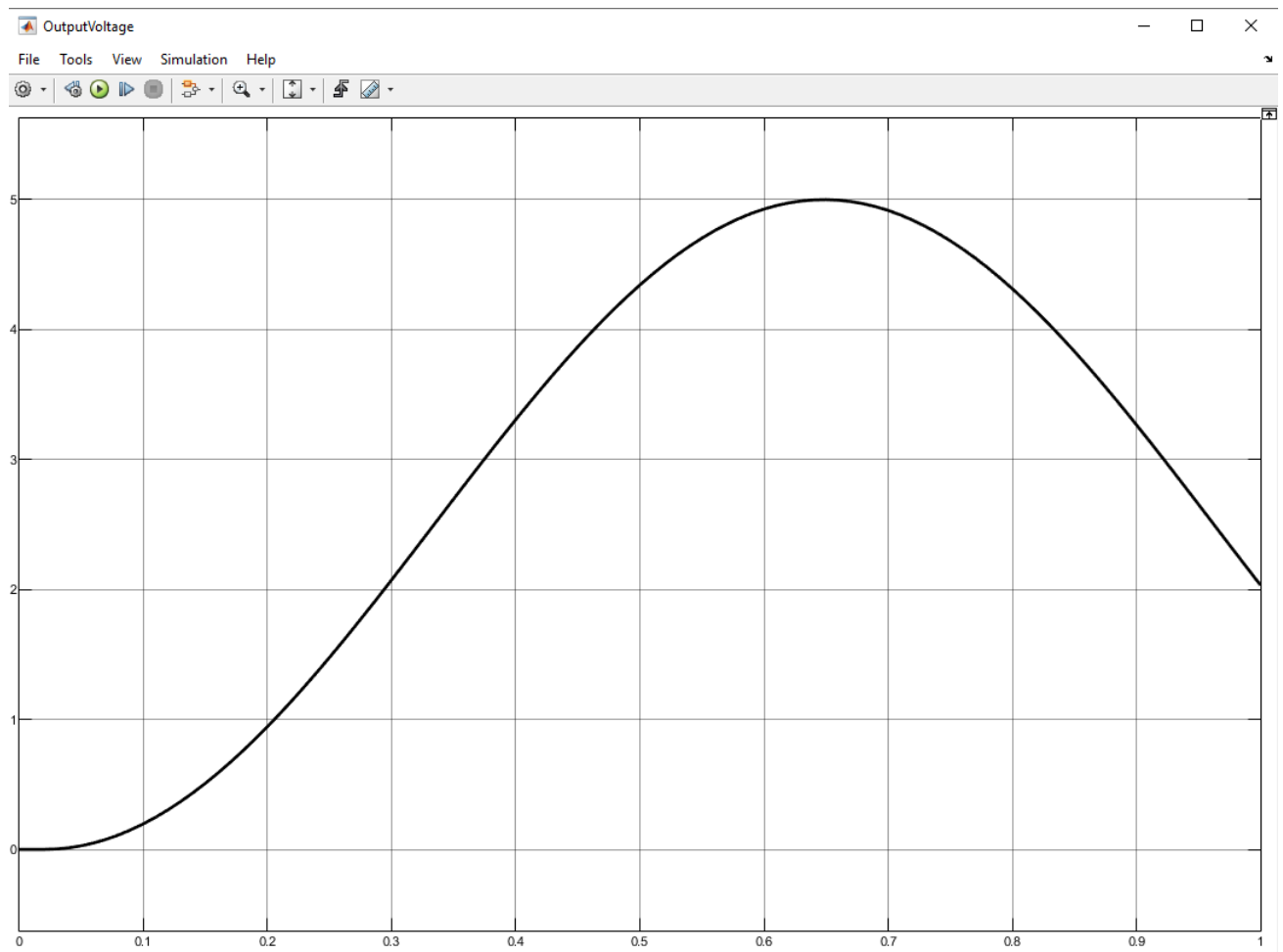


Рис. 4. Выходной аналоговый синусоидальный сигнал

Добиться устранения «ступенчатости» дискретного сигнала удалось за счёт блока задержки Unit Delay и блок аппроксимации дискретного сигнала First Order Hold.

2. ДЗ1 по курсу нелинейного ТАУ

```
x = linspace(36.1, 200, 1000);

figure('Name','q(a) plot');
plot(x,q(x),"DisplayName","q = q(a)",'LineWidth',2); %Plotting y=q(a)
yline(2/3, '-r', 'LineWidth', 2); %Plotting y=2/3
xlabel("a");
ylabel("q(a)");
grid on;

%%
function y = q(a)
    % Define func y = q(a)
    y = 2/pi .* asin( 36 ./ a ) +72/pi * sqrt(1 - 1296 ./ a.^2) ./ a;

end
```

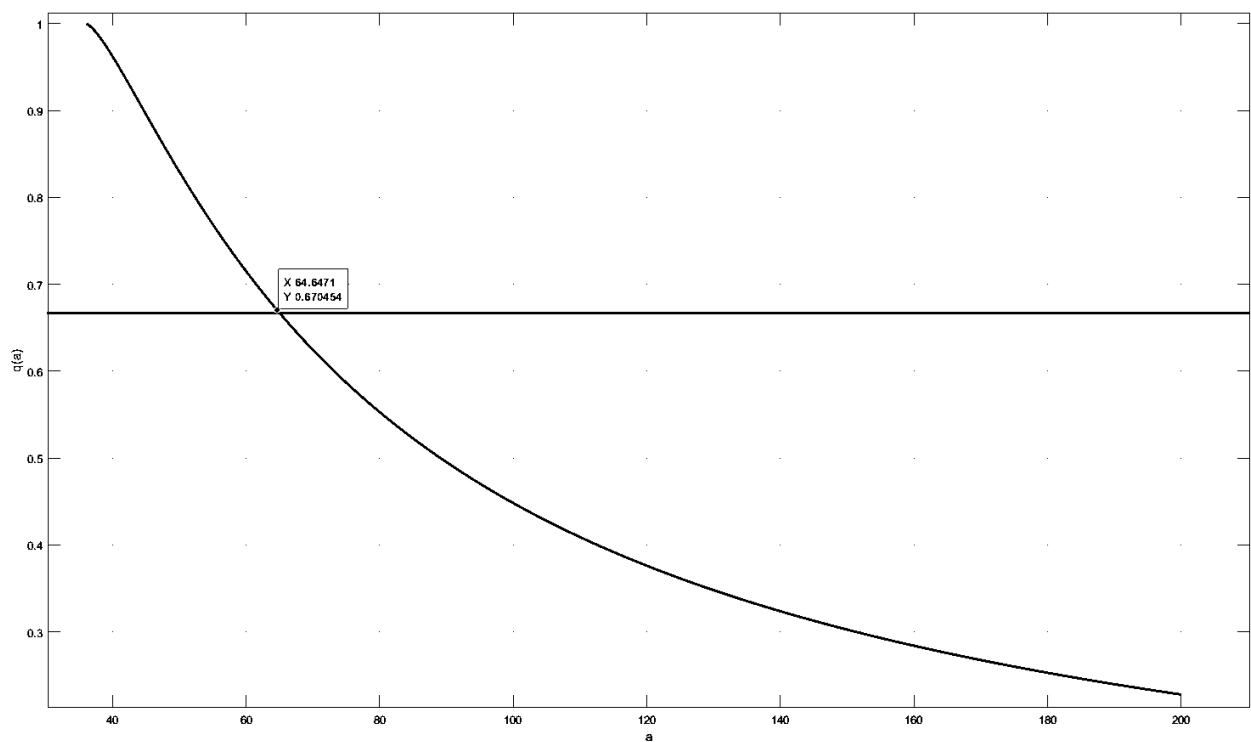


Рис. 5. График функции $q(a) = 2/3$

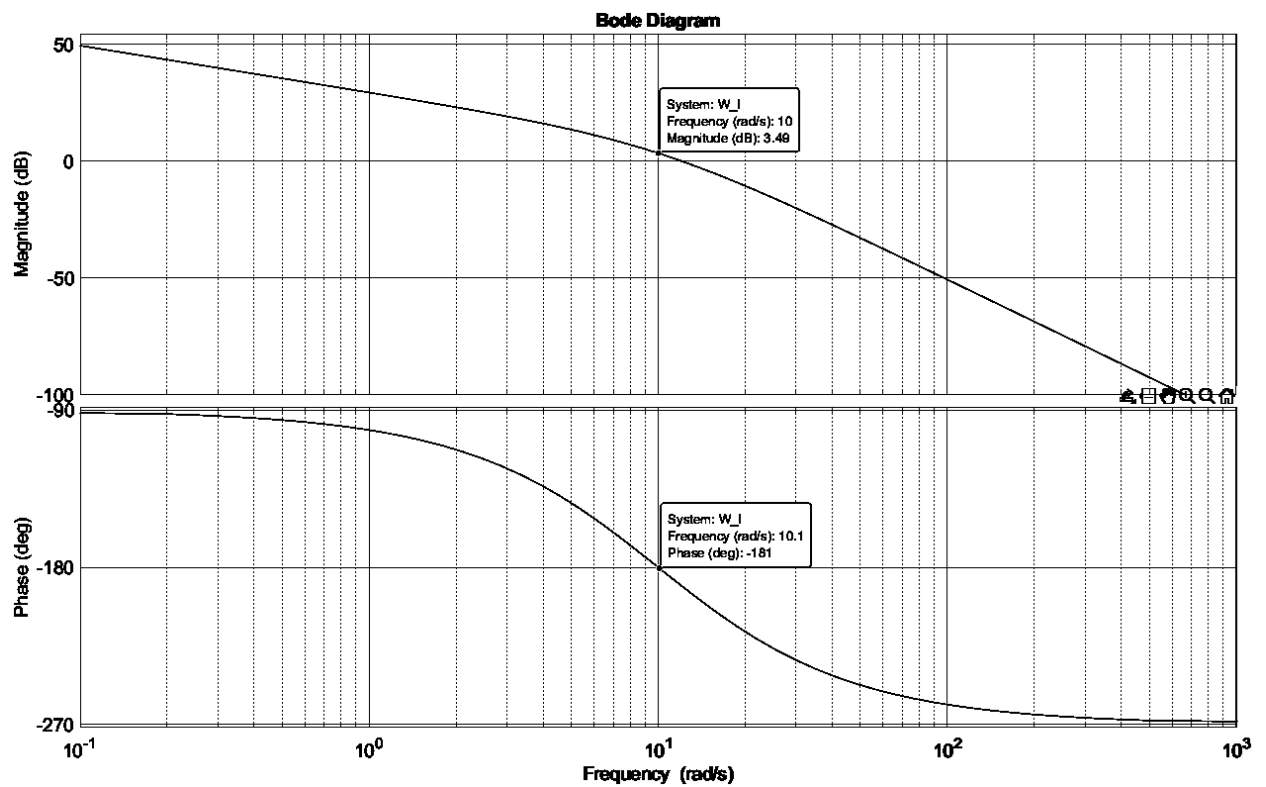


Рис. 6. ЛАЧХ и АФЧХ для линейной части системы

```
figure('Name','Nonlinear part plot')
semilogx(x, -20*log( q(x) ), 'DisplayName','Nonlinear part plot',
'LineWidth', 2);
xlabel("a");
ylabel("-20lg( q(a) )");

grid on;
hold on;
```

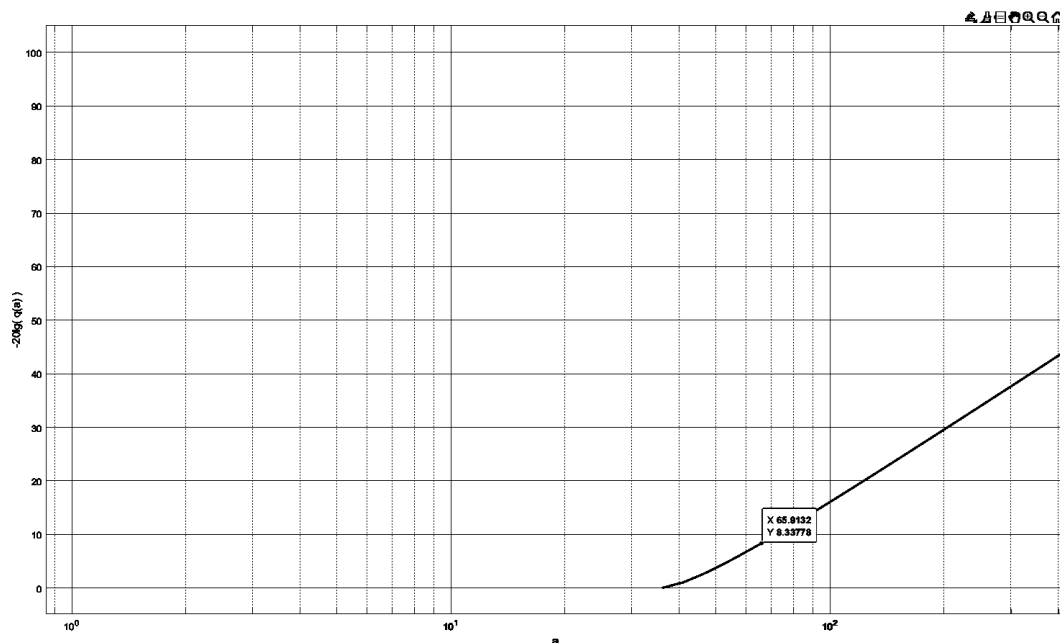


Рис. 7. ЛАЧХ для нелинейной части системы ($y = -20\lg(q(a))$)

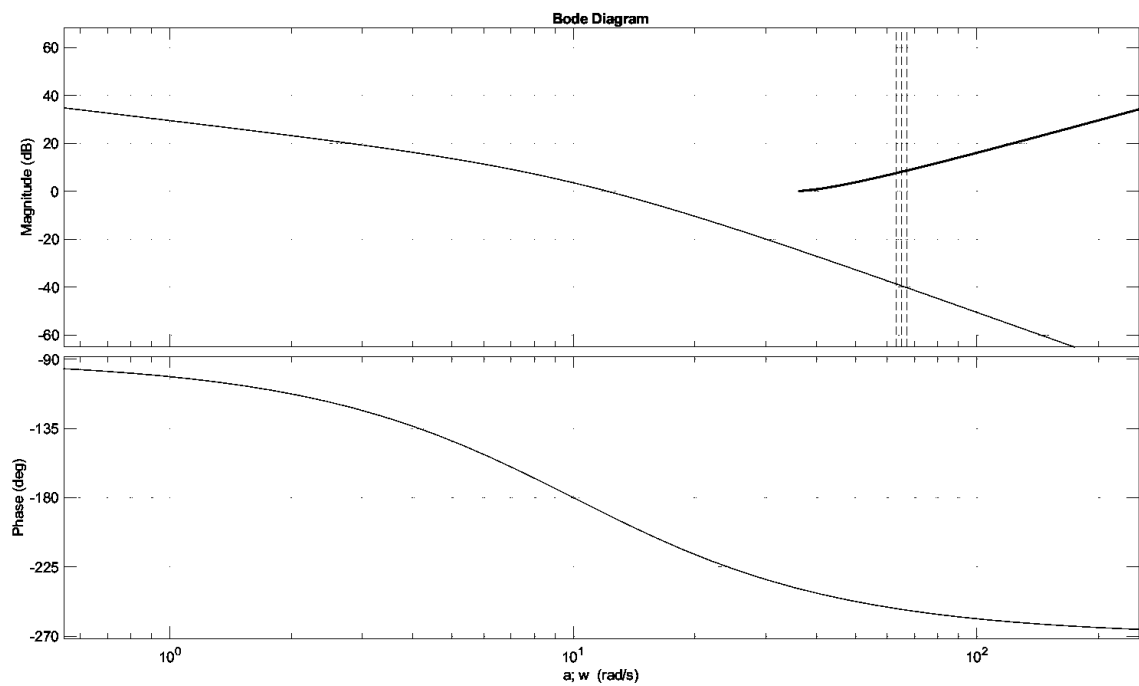


Рис. 8. Объединение ЛАЧХ и $-20\lg(q(\omega))$

Компьютерный часть

```
%% Params for Linear part
```

```
k_1 = 30;
```

```
T_1 = 0.1;
```

```
T_2 = 0.1;
```

```
function y = nonlin(eps)
```

```
% Define nonlinear part of system
```

```
% Constant parameters
```

```
c = 36;
```

```
k = 1;
```

```
y = k * x;
```

```
for i = 1:length(y)
```

```
    if y >= c
```

```
        y = c;
```

```
    elseif y <= -c
```

```
        y = -c;
```

```
    end
```

```
end
```

```
end
```

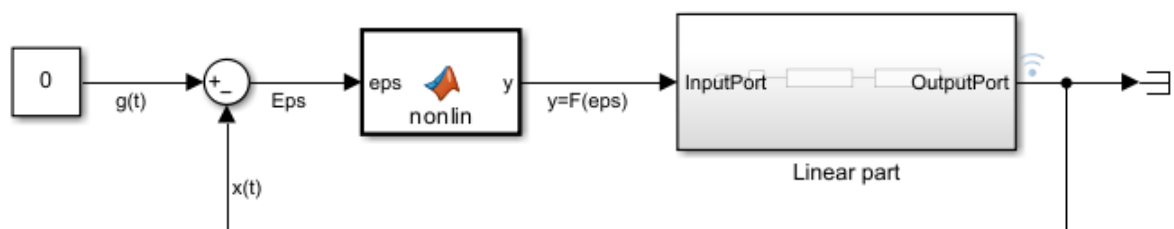


Рис. 9. Структурная схема в Simulink

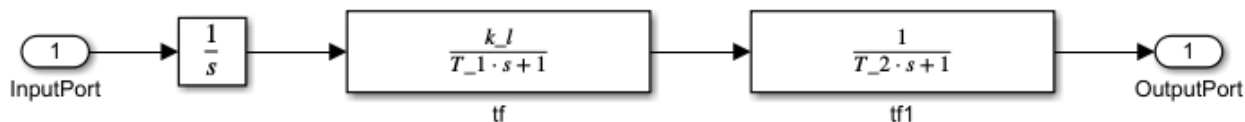


Рис. 10. Структурная схема линейной части в Simulink

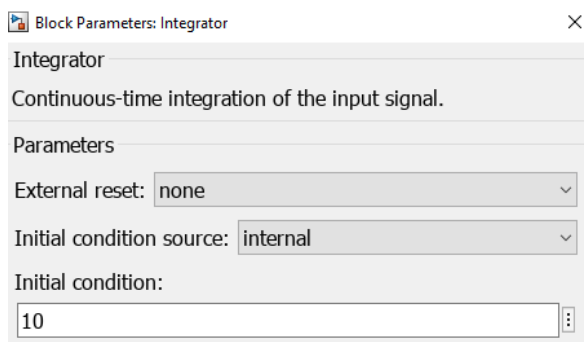


Рис. 11. Начальные условия ($\omega = 10$ рад/с) в блоке интегратора

Наиболее подходящий солвер для решения задачи – ode23t. Назначим максимальный шаг, равный 0.5

Смоделируем систему на некотором произвольном участке времени, достаточным для осознания устойчивости автоколебаний. В ходе работы устанавливались различные промежутки времени моделирования системы, но после 2 секунды амплитуда автоколебаний не меняется. График для 5 секунд представлен ниже (рис. 12)

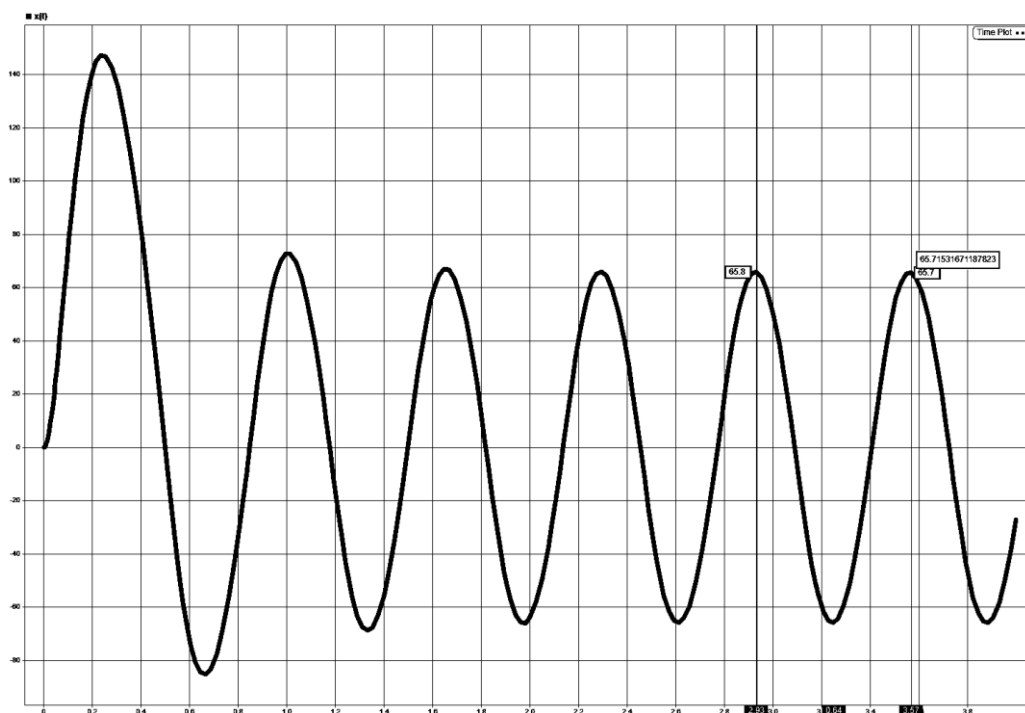


Рис. 12. График автоколебаний системы

По полученному графику можно получить приблизительные параметры системы:

$$a = 65.72$$

$$\Delta T = 0,64 \text{ сек.} \rightarrow f = \frac{1}{\Delta T} = \frac{1}{0.64} \sim 1.5625 \text{ Гц} \rightarrow \omega = f * 2\pi = 1.5625 * 2\pi$$

$$\rightarrow \omega = 9.82 \text{ рад/с}$$

Получаем автоколебания со следующими параметрами:

$$x(t) = 65.72 * \sin(9.82 * t)$$

Попробуем вывести систему из состояния устойчивости, задав значение для $\omega = 1000 \text{ рад/с}$ (рис. 13)

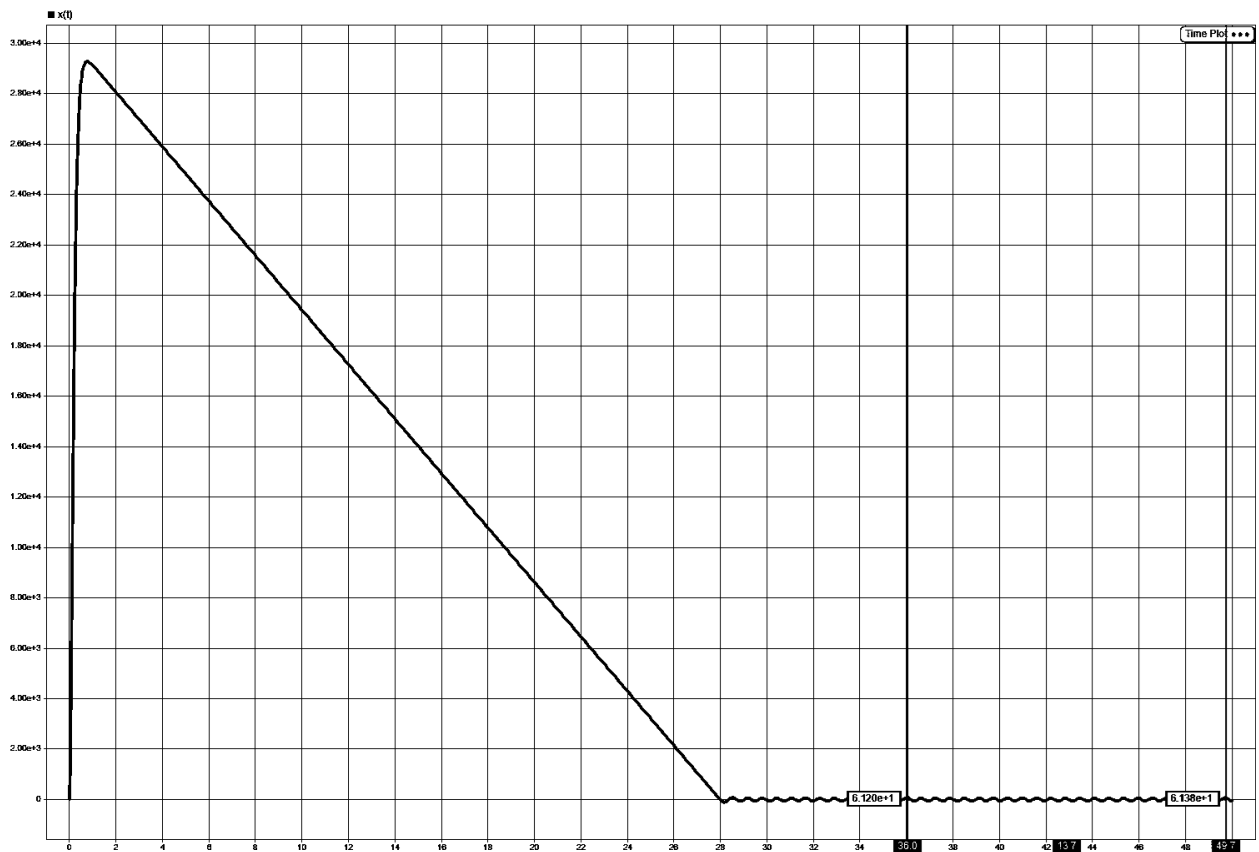


Рис. 13. График автоколебаний системы при $\omega = 1000 \text{ рад/с}$

Видно, что система не потеряла устойчивость автоколебаний.

При задании малых начальных условий ($\omega = 0.1 \text{ рад/с}$) система вначале начинает расходиться (рис. 10), но через какой-то промежуток времени возвращается на те же параметры автоколебаний.

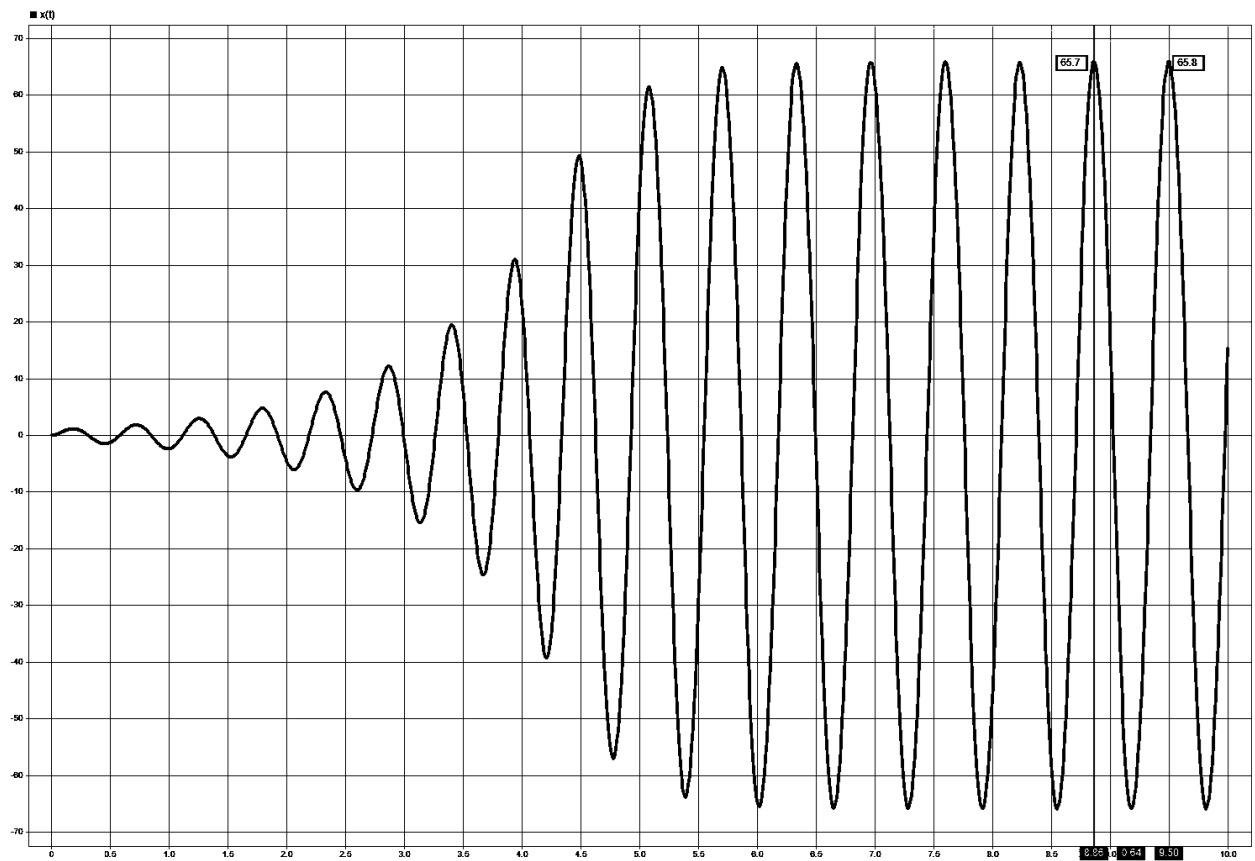


Рис. 14. График автоколебаний системы при $\omega = 0.1$ рад/с

3. Синтез системы с нелинейным регулятором

В качестве неизменной части примем линейную часть ДЗ1 (см. рис. 10).
Параметры неизменной части запишем в среде разработки MatLab

```
%% Linear part  
k_1 = 30;  
T_1 = 0.1;  
T_2 = 0.1;
```

Для этой системы необходимо провести синтез вначале непрерывного регулятора, затем дискретного.

Требования к системе:

- Перерегулирование $\leq 30\%$ при $g(t) = 1$
- Динамическая ошибка 1° при $g(t) = 50*\sin(0.5t)$

Составим модель системы с непрерывным ПИД-регулятором (рис. 15).
Параметры синусоидального сигнала представлены на рисунке 16.

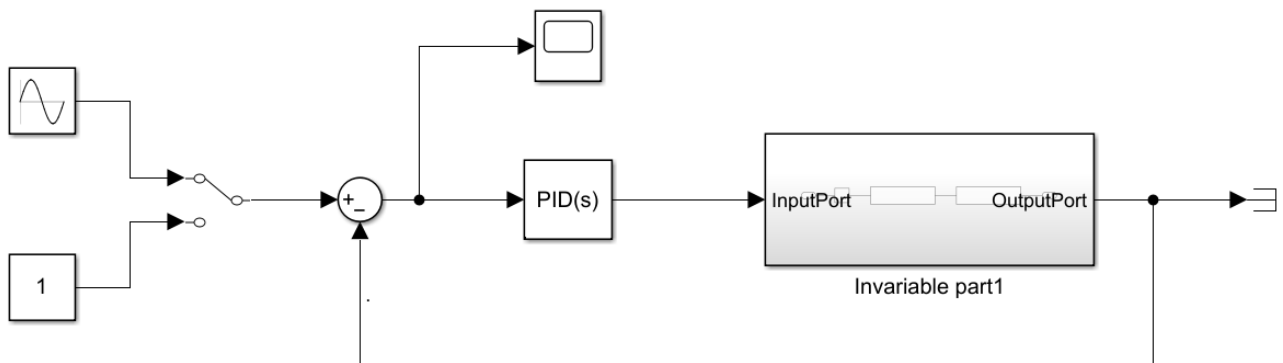


Рис. 15. Структурная схема модели с непрерывным регулятором.

Далее проведем синтез ПИД-регулятора для удовлетворения поставленным требованиям. Для этого воспользуемся внутренним тюнером ПИД-регулятора ("PID Controller" → Tune). Параметры робастности (Robust) и времени переходного процесса (Response Time) подбираем такими, чтобы удовлетворить поставленному техническому заданию. Путем перебора и проведения тестов, получаем параметры, представленные на рисунке 17. Перерегулирование при полученных параметрах составляет 17.8%. Если подать на вход сигнал $g(t) = 50*\sin(0.5t)$, то получим график, представленный на рисунке 18. Динамическая ошибка составляет менее 1 градуса (по модулю)

Block Parameters: Sine Wave

Sine Wave

Output a sine wave:

$$O(t) = \text{Amp} * \sin(\text{Freq} * t + \text{Phase}) + \text{Bias}$$

Sine type determines the computational technique used. The parameters in the two types are related through:

$$\text{Samples per period} = 2 * \pi / (\text{Frequency} * \text{Sample time})$$

$$\text{Number of offset samples} = \text{Phase} * \text{Samples per period} / (2 * \pi)$$

Use the sample-based sine type if numerical problems due to running for large times (e.g. overflow in absolute time) occur.

Parameters

Sine type: Time based

Time (t): Use simulation time

Amplitude: 50

Bias: 0

Frequency (rad/sec): 0.5

Phase (rad): 0

Sample time: 0

Рис. 16. Синусоидальный сигнал $g(t) = 50 * \sin(0.5t)$

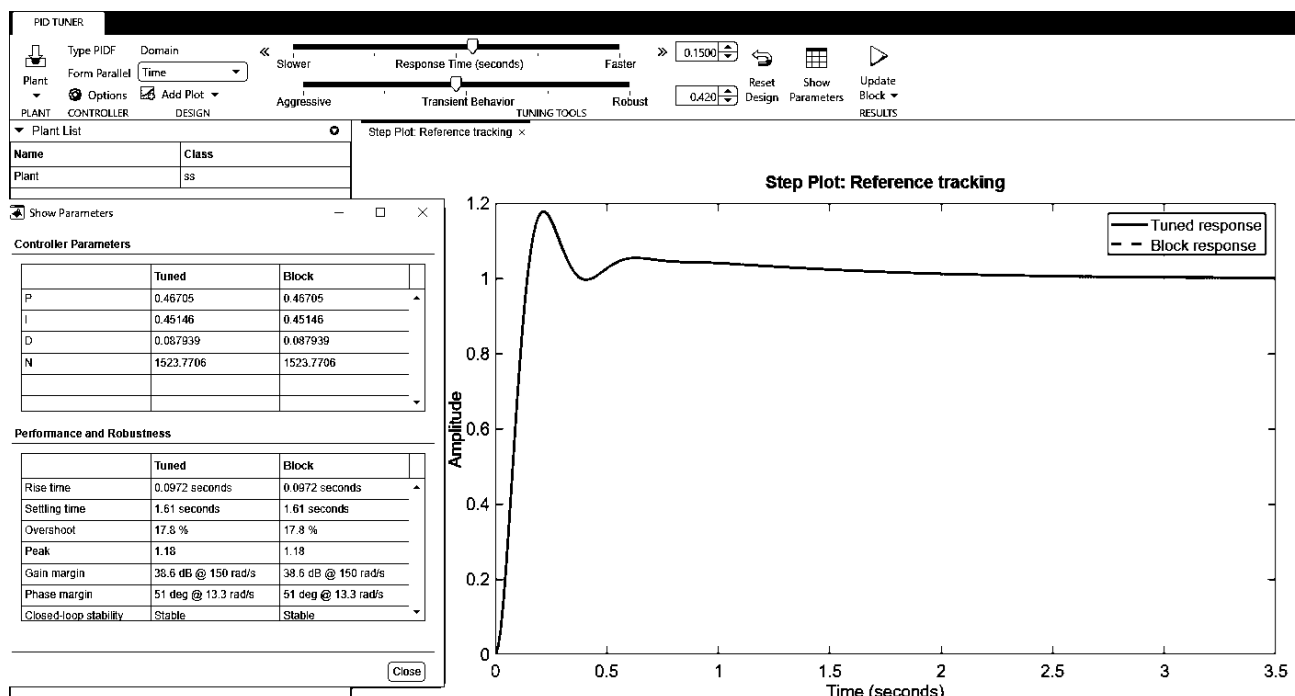


Рис. 17. Синтез ПИД-Регулятора. Перерегулирование

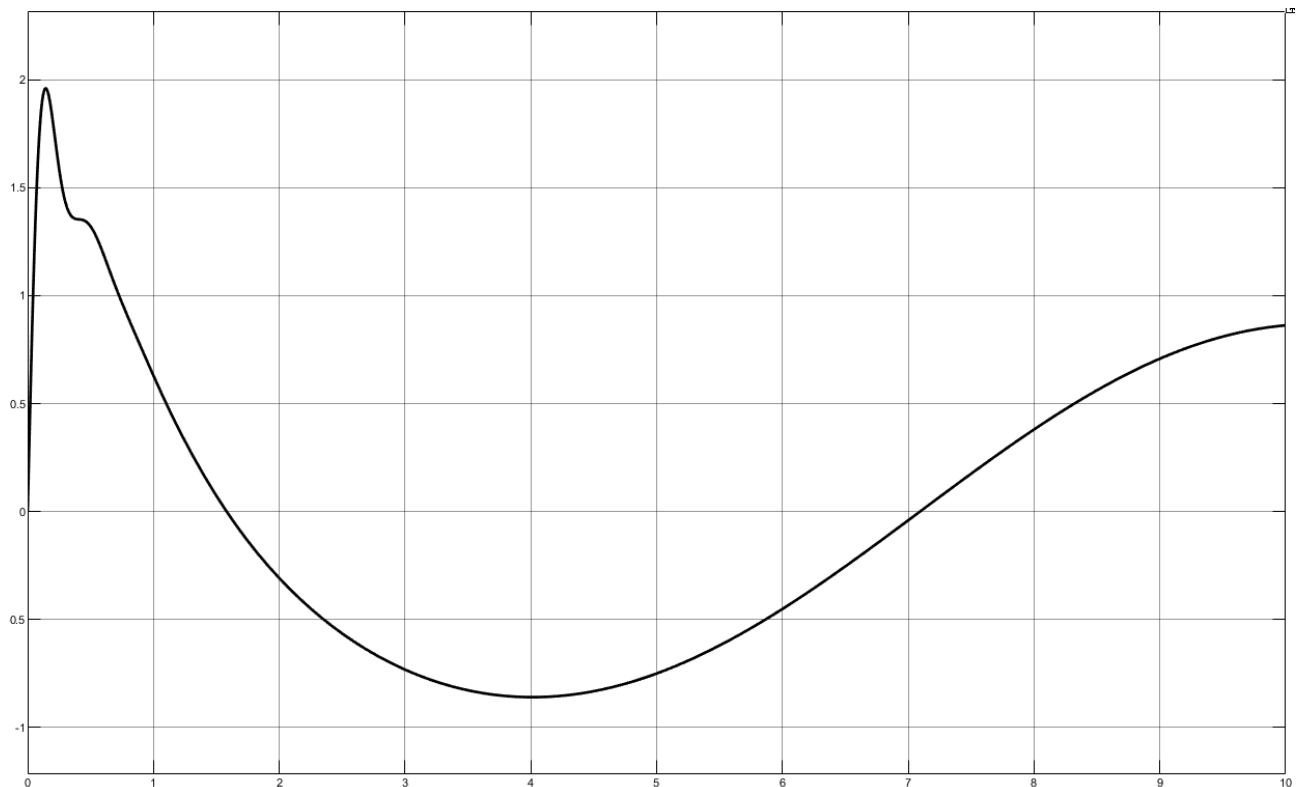


Рис. 18. Величина ошибки при $g(t) = 50 \cdot \sin(0.5t)$

Получившиеся параметры экспортируем в Matlab.

```
% PID parameters
k_p = 0.467049831227445;
k_i = 0.451462915126038;
k_d = 0.0879387159613378;
N = 1523.77063472214;
```

Следующий этап – создание с полученными параметрами дискретного ПИД-регулятора. В первую очередь, осуществим перевод передаточной функции ПИД-регулятора из непрерывного вида в дискретный. Передаточная функция непрерывного ПИД-регулятора:

$$W_{\text{ПИД}}(s) = k_{\text{п}} + k_{\text{и}} * \frac{1}{s} + k_{\text{д}} * \frac{N}{\left(1 + N * \frac{1}{s}\right)},$$

где $k_{\text{п}}, k_{\text{и}}, k_{\text{д}}$ – полученные коэффициенты ПИД-регулятора; N – коэффициент фильтра ПИД-регулятора.

Перевод из непрерывного вида в дискретный осуществим с помощью функции `c2d()` с использованием метода 'zoh'. Время дискретизации 0.001 с.

```
%% Compensator formula
```

```
s = tf('s');
```

```
Ts = 0.0001;
```

```
Compensator_formula = k_p + k_i * ( 1 / s ) + ...  
    k_d * N / ( 1 + N * ( 1 / s ) );
```

```
RegulatorDiscreteFunc = c2d(Compensator_formula, Ts, 'zoh');
```

После чего создадим модель с дискретным регулятором (рис. 19-21)

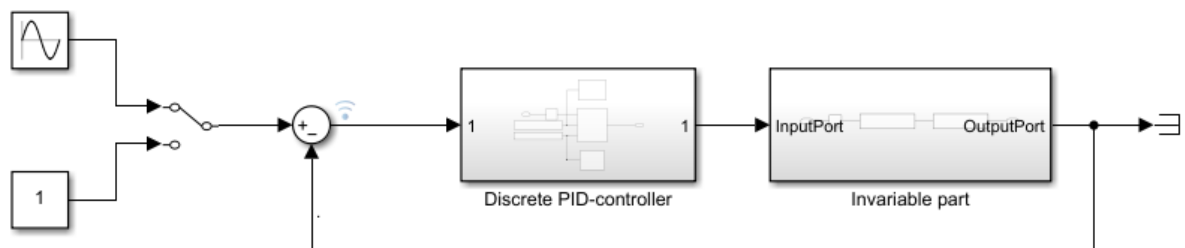


Рис. 19. Структурная схема модели с дискретным регулятором.

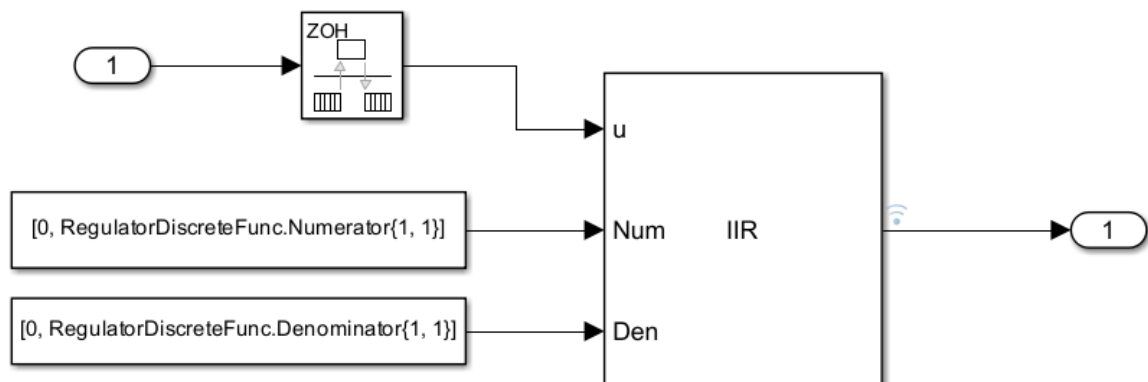


Рис. 20. Структурная схема дискретного регулятора

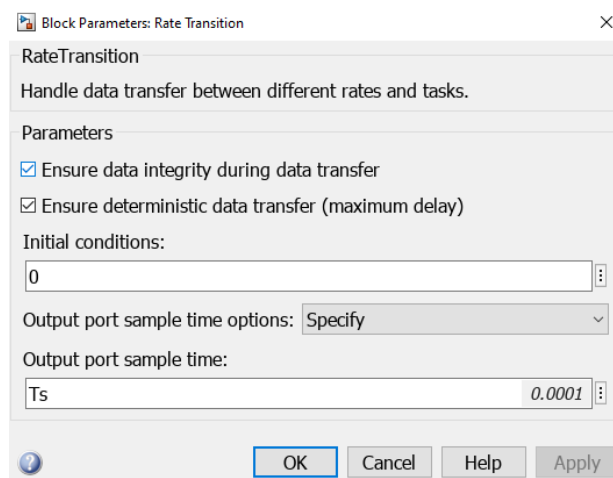


Рис. 21. Параметры блока Rate Transition

Подадим на вход $g(t) = 1$ и $g(t) = 50 \cdot \sin(0.5t)$ и выведем полученный графики системы (рис. 22 и 23-24 соотв.)

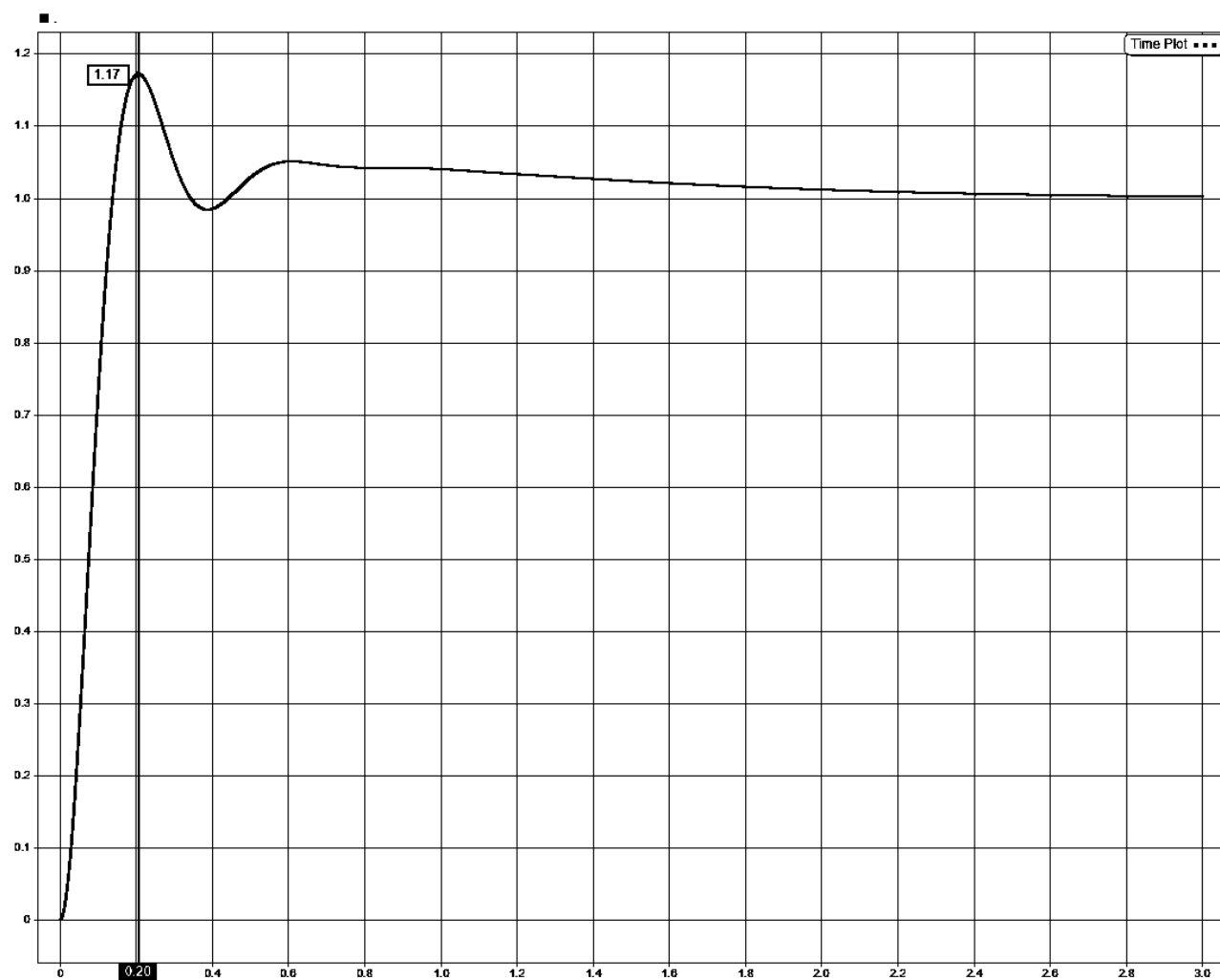


Рис. 22. Сигнал на выходе из линейной части при подаче $g(t) = 1$

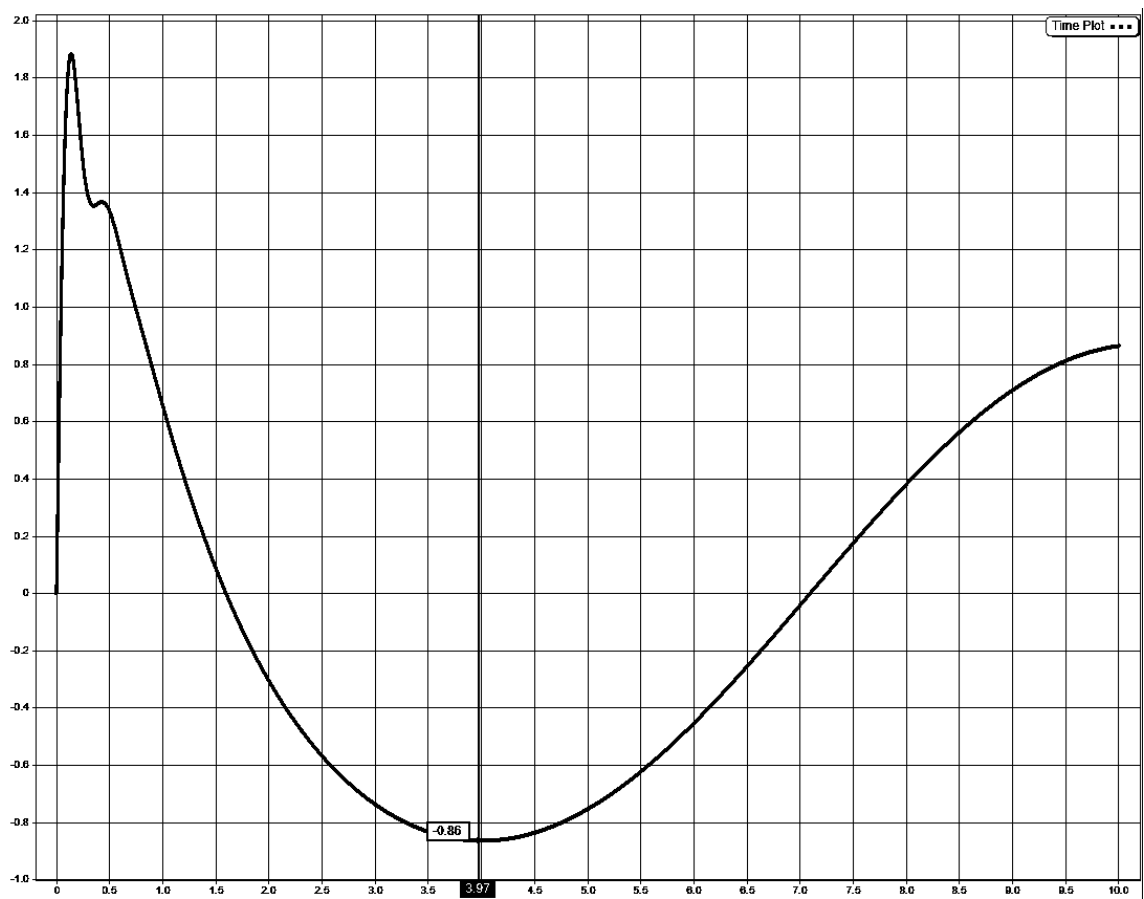


Рис. 23. Сигнал ошибки при подаче $g(t) = 50 \cdot \sin(0.5t)$

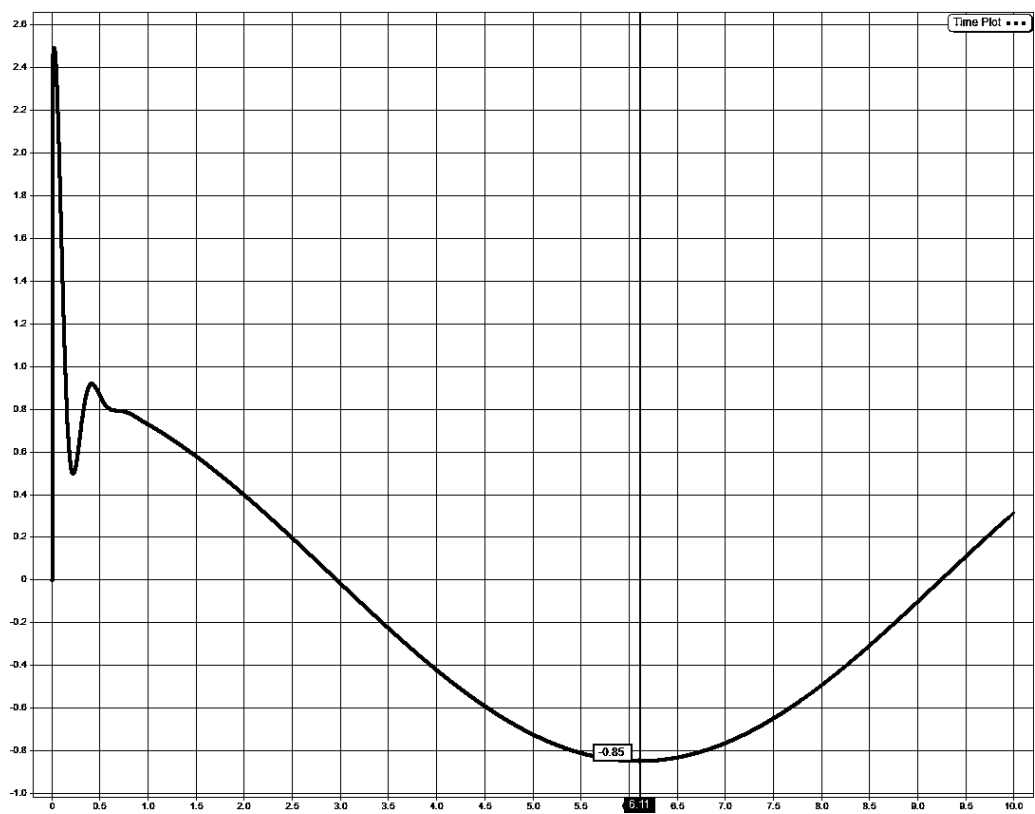


Рис. 24. Сигнал на выходе из регулятора при подаче $g(t) = 50 \cdot \sin(0.5t)$

Приложение

1. Публичный репозиторий для лабораторных по ТАУ // GitHub URL:
<https://github.com/RiXenGC/Theory-of-Automatic-Control>