

16. Respostas já apresentadas em sala e no Moodle.

16.c. Para um grafo N-partido (dividido em N partições):

- O maior grau do grafo está em um vértice da menor partição: o maior grau corresponde à soma dos tamanhos das (N-1) maiores partições;
- O menor grau do grafo está em um vértice da maior partição: o maior grau corresponde à soma dos tamanhos das (N-1) menores partições;

17. Basta desenhar os grafos envolvidos.

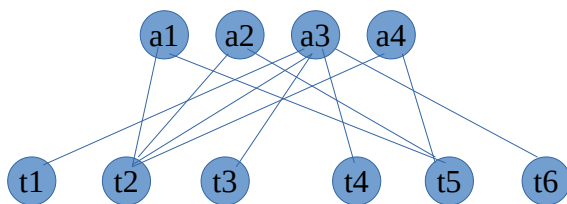
18. Aplique as propriedades dos bipartido, por exemplo, sabemos que grafos bipartidos não possuem ciclos de comprimento ímpar. Bem como, todo grafo do tipo caminho é bipartido.

19. a) O percurso configura um grafo bipartido, pois todo grafo caminho é bipartido;  
b) Não é um grafo bipartido pois se trata de um ciclo de comprimento ímpar ( $3 \times 3 \times 3 = 27$  cubos)

20. Não é possível empregar todas as pessoas nem alocar responsável para cada uma das tarefas, o emparelhamento não é perfeito.

No máximo 3 pessoas são contratadas e no máximo 3 tarefas recebem alocação.

O grafo é bipartido, com uma partição para candidatos e outra para tarefas. As arestas correspondem à relação candidato-tarefa



21. Para Y sempre vencer é necessário haver um emparelhamento perfeito;

Em grafos bipartidos completos, um emparelhamento perfeito (onde cada vértice é conectado a outro) ocorre se e só se o número de vértices em ambos os conjuntos da bipartição for igual.

Se o emparelhamento não for perfeito (não cobre todos os vértices do grafo), teremos partições de tamanhos desiguais e algumas possibilidades a depender de X iniciar na partição menor ou na maior partição. Se iniciar na maior ele vencerá, caso contrário perderá

22. Seja  $G(V,E)$  um grafo bipartido completo contendo um conjunto de  $V$  vértices e  $E$  arestas, além disso  $|V|=|V_1|+|V_2|$  e  $|V_1|=|V_2|$ .

Seja  $|V|=n$ , portanto  $|V_1|=|V_2|=n/2$ .

O grafo é bipartido completo com partições de mesmo tamanho, portanto, é um grafo regular de grau  $n/2$ . Como existe um total de  $n$  vértices, o somatório dos graus dos vértices do grafo será  $n \cdot n/2$

Aplicando o teorema do aperto de mãos:  $n \cdot n/2 = 2 |E| \rightarrow |E|=n^2/4$

23. A questão já está resolvida no slide sobre projeções em grafo Bipartido

24. Não são isomorfos: Petersen é 3-regular e o outro grafo não apresenta essa característica.

25. a)  $G$  é bipartido ao passo que  $G'$  não o é (apresenta ciclo de comprimento ímpar)

b) e c) verifique a tabela de bijeção.

26, 27, 28 e 29) estas questões já foram resolvidas em sala, veja os slides.