UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

Centro de Ciências Tecnológicas - CCT - Joinville

Departamento de Matemática

Lista 1 de Cálculo Diferencial e Integral II

Integral Definida

1. Dadas as funções $f, g : [1, 3] \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x + 2$ e $g(x) = x^2 + x$ encontre $\overline{S}(f, P)$ e $\overline{S}(g, P)$.

2. Dada a função $f : [-2, 5] \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 + 2$ encontre $\underline{S}(f, P)$.

3. Determine as expressões para a **soma superior** e para a **soma inferior** de $f(x) = 5 - x^2$, considerando $x \in [1, 2]$.

4. Utilize somas superiores para calcular a área da região situada entre as curvas $y = x^4 + 2$, $x = 0$, $x = 1$ e $y = 0$.

5. Utilize a definição de integral definida, com retângulos inscritos, para calcular $\displaystyle\int_1^3 (x^2 - 2x)dx$.

6. Utilize soma de áreas de retângulos circunscritos para calcular $\displaystyle\int_0^4 (-x^2 - 1)dx$.

7. Utilize soma de áreas de retângulos circunscritos para determinar a área sob o gráfico de $f(x) = x^3 + 1$, para $x \in [0, b]$, onde $b > 0$ é arbitrário.

8. Calcule, usando somas superiores, a área da região situada entre o gráfico de $f(x) = e^x$ e o eixo x, entre as retas $x = -1$ e $x = 2$.

9. Utilize somas inferiores para calcular a área da região situada entre a curva $x = y^2$ e o eixo y, com $y \in [0, 2]$.

10. Considere a integral $I = \displaystyle\int_{-1}^3 (4 - x^2)dx$.
    (a) Usando a definição de integral definida, com retângulos inscritos na região de integração, em quantas parcelas devemos separar a resolução de I? Justifique sua resposta.
    (b) Escolha uma das parcelas obtidas no item (a) para resolver a integral correspondente usando retângulos inscritos na região de integração.
    (c) A integral I calcula a área da região de integração? Justifique sua resposta.

11. Considere $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ uma função contínua. Mostre que:
    (a) Se f é uma função par, então $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$.
    (b) Se f é uma função ímpar, então $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$.
    (c) Interprete geometricamente os itens anteriores.

12. Um metereologista estabelece que a temperatura T (em ${}^oF$), num dia de inverno é dada por $T(t) = \frac{1}{20}t(t-12)(t-24)$, onde o tempo t é medido em horas e $t=0$ corresponde à meia-noite. Ache a temperatura média entre as 6 horas da manhã e o meio dia. Sugestão: utilize o teorema do valor médio para integrais.

13. Encontre uma função f contínua, positiva e tal que a área da região situada sob o seu gráfico e entre as retas $x=0$ e $x=t$ seja igual a $A(t)=t^3$, para todo $t>0$.

14. Determine uma função f diferenciável, positiva e tal que $\displaystyle\int_0^x f(t)dt = [f(x)]^2$ para todo $x \in \mathbb{R}_+$.

15. Seja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ uma função contínua e defina uma nova função $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ por $g(x) = \displaystyle\int_{x^3}^{x^5} f(t)dt$. Calcule o valor de $g'(1)$, sabendo que $f(1)=2$.

16. (ENADE) Considere $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ uma função com derivada $\dfrac{dg}{dt}$ contínua e f a função definida por $f(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{dg}{dt}(t)dt$ para todo $x\in\mathbb{R}$.
Nessas condições avalie as afirmações que seguem.

    I A função f é integrável em todo intervalo $[a,\ b]$, $a,b\in\mathbb{R}$, $a<b$.

    II A função f é derivável e sua derivada é a função g.

    III A função diferença $f-g$ é uma função constante.

    É correto o que se afirma em

    (a) I, apenas.

    (b) II, apenas.

    (c) I e III, apenas.

    (d) II e III, apenas.

    (e) I, II e III.

    Justifique sua resposta.

17. Seja $f:[0,1)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$. Verifique se $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ existe.

18. Determine o valor das seguintes integrais, se possível.

    $(a)\ \displaystyle\int_1^{\sqrt{2}} xe^{-x^2}dx$ $\quad (b)\ \displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{x^2}{\sqrt{x^3+9}}dx$ $\quad (c)\ \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x \sec^2 x dx$

    $(d)\ \displaystyle\int_0^1 x\sin x dx$ $\quad (e)\ \displaystyle\int_{\frac{3}{4}}^{\frac{4}{3}} \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}}dx$ $\quad (f)\ \displaystyle\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}}dx$

    $(g)\ \displaystyle\int_1^2 \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt[4]{x}\right)dx$ $\quad (h)\ \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx$ $\quad (i)\ \displaystyle\int_1^4 \frac{x}{\sqrt{2+4x}}dx$

19. Encontre, se existir, o valor de cada uma das seguintes integrais:

$(a)\ \displaystyle\int_0^1 \left(x+\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)dx$ $(e)\ \displaystyle\int_{-\infty}^0 xe^x dx$ $(i)\ \displaystyle\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}dx$ $(m)\ \displaystyle\int_{-\infty}^1 e^x dx$

$(b)\ \displaystyle\int_0^2 x^2\ln(x)dx$ $(f)\ \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-|x-4|}dx$ $(j)\ \displaystyle\int_0^{+\infty} xe^{-x}dx$ $(n)\ \displaystyle\int_{-1}^1 \frac{1}{x^4}dx$

$(c)\ \displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2}\cos\left(\frac{1}{x}\right)dx$ $(g)\ \displaystyle\int_1^5 \frac{1}{\sqrt{5-x}}dx$ $(k)\ \displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}dx$ $(o)\ \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{x^3}dx$

$(d)\ \displaystyle\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$ $(h)\ \displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-x}dx$ $(l)\ \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}}dx$ $(p)\ \displaystyle\int_{-2}^{+\infty} \frac{1}{(x+1)^2}dx$

20. Os engenheiros de produção de uma empresa estimam que um determinado poço produzirá gás natural a uma taxa dada por $f(t)=700e^{-\frac{1}{5}t}$ milhares de metros cúbicos, onde t é o tempo desde o início da produção. Estime a quantidade total de gás natural que poderá ser extraída desse poço.

21. Determine todos os valores de p para os quais $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^p}dx$ converge.

22. Determine para quais valores de $p \in \mathbb{R}$ a integral $\displaystyle\int_e^{+\infty} \frac{1}{x(\ln x)^p}dx$ converge.

23. Calcule, se possível, as seguintes integrais impróprias:

$(a)\ \displaystyle\int_1^{+\infty} xe^{-x^2}dx$ $(b)\ \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^2+1}dx$ $(c)\ \displaystyle\int_{-\infty}^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x)dx$

$(d)\ \displaystyle\int_0^1 x\ln x dx$ $(e)\ \displaystyle\int_0^9 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$ $(f)\ \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\cos x}{\sqrt{1-\sin x}}dx$

$(g)\ \displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\ln(x^{-1})}{x^2}dx$ $(h)\ \displaystyle\int_3^6 \frac{1}{x^3\sqrt{x^2-9}}dx$ $(i)\ \displaystyle\int_1^3 \sqrt{x^2-6x+13}dx$

24. Em equações diferenciais, define-se a Transformada de Laplace de uma função f por

$$L(f(x)) = \int_0^{+\infty} e^{-sx}f(x)dx,$$

para todo $s \in \mathbb{R}$ para o qual a integral imprópria seja convergente. Encontre a Transformada de Laplace de:

$(a)\ f(x)=e^{ax}$ $(b)\ f(x)=\cos x$ $(c)\ f(x)=\sin x$

25. A função gama é definida para todo $x>0$ por

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1}e^{-t}dt.$$

(a) Calcule $\Gamma(1)$ e $\Gamma(2)$.

(b) Mostre que, para n inteiro positivo, $\Gamma(n+1)=n\Gamma(n)$.

26. (ENADE) Considere a função $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $y=f(x)=x^4-5x^2+4$, para cada $x\in\mathbb{R}$. A área da região limitada pelo gráfico da função $y=f(x)$, o eixo Ox e as retas $x=0$ e $x=2$ é igual a:

(a) $\dfrac{16}{15}$ unidades de área.

(b) $\dfrac{38}{15}$ unidades de área.

(c) $\dfrac{44}{15}$ unidades de área.

(d) $\dfrac{60}{15}$ unidades de área.

(e) $\dfrac{76}{15}$ unidades de área.

27. Encontre a área da região limitada pelas curvas:

    (a) $y = \sin x,\ \ y = \cos x\,,\ x = 0$ e $x = \frac{\pi}{2}$.

    (b) $y - x = 6,\ y - x^3 = 0$ e $2y + x = 0$.

    (c) $y = -x^2 + 9$ e $y = 3 - x$.

    (d) $y = \sin x,\ y = x \sin x,\ \ x = 0$ e $x = \frac{\pi}{2}$.

    (e) $28 - y - 5x = 0,\ x - y - 2 = 0,\ y = 2x$ e $y = 0$.

28. Represente geometricamente a região cuja área é calculada por

$$A = \int_0^2 \left[(y+6) - (\sqrt{4 - y^2})\right] dy.$$

29. Calcule a área de cada região delimitada pelas curvas dadas abaixo através de:

    (i) integração em relação a x $\quad (ii)$ integra ção em relação a y.

    (a) $y = x + 3$ e $x = -y^2 + 3$.

    (b) $2x + y = -2,\ \ x - y = -1$ e $7x - y = 17$.

    (c) $y = x^2 - 1,\quad y = \frac{2}{x^2}$ e $y = 32x^2$.

    (d) $y + x = 6,\ \ y = \sqrt{x}$ e $y + 2 = 3x$.

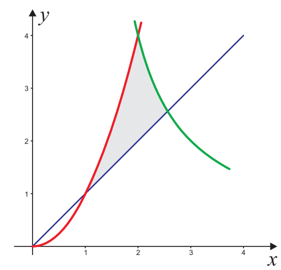
30. Represente geometricamente a região cuja área é calculada pela expressão

$$A = \int_1^2 \left[(2x^2) - \left(\frac{2}{x}\right)\right] dx + \int_2^4 \left[\left(\frac{62 - 15x}{4}\right) - \left(\frac{2}{x}\right)\right] dx.$$

    A seguir, reescreva esta expressão utilizando y como variável independente.

31. Estabeleça a(s) integral(is) que permite(m) calcular a área da região hachurada na figura abaixo, delimitada simultaneamente pelas curvas $y = x,\ y = x^2$ e $y = \dfrac{4}{x-1}$, mediante:

    (a) integração em relação a x. (b) integração em relação a y.



32. Encontre uma reta horizontal $y = k$ que divida a área da região compreendida entre as curvas $y = x^2$ e $y = 9$ em duas partes iguais.

33. A área de uma determinada região R pode ser calculada pela expressão

$$A = \int_{\frac{-\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \left(\sqrt{1-x^2} - \sqrt{2}x^2\right) dx.$$

Reescreva esta expressão, utilizando:

(a) integração em relação a y; (b) coordenadas paramétricas.

34. Represente geometricamente a região cuja área, em coordenadas paramétricas, é dada por

$$A = 2\int_{\pi}^{0} 3\sin t(-3\sin t)dt - 2\int_{\pi}^{0} 3\sin t(-2\sin t)dt.$$

35. Uma ciclóide é uma curva que pode ser descrita pelo movimento do ponto $P(0,0)$ de um círculo de raio a, centrado em $(0,a)$, quando este círculo gira sobre o eixo x. Pode-se representar esta ciclóide através das equações $x = a(t - \sin t)$ e $y = a(1 - \cos t)$, com $t \in [0, 2\pi]$. Determine a área da região delimitada pela ciclóide.

36. Uma curva de equação $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ é chamada astróide. Calcule a área da região delimitada pela astróide obtida quando $a = 5$.

37. Calcule a área da região situada simultaneamente no interior dos seguintes pares de curvas:

(a) $r = 3\cos\theta$ e $r = 1 + \cos\theta$;

(b) $r = 1 + \cos\theta$ e $r = 1$;

(c) $r = \sin\theta$ e $r = 1 - \cos\theta$;

(d) $r^2 = \cos(2\theta)$ e $r^2 = \sin(2\theta)$;

(e) $r = 2(1 + \sin\theta)$ e $r = 2(1 + \cos\theta)$.

38. Encontrar a área simultaneamente interior ao círculo $r = 6\cos\theta$ e exterior a $r = 2(1 + \cos\theta)$.

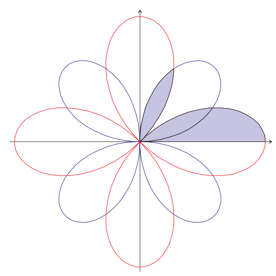
39. Calcule a área da região simultaneamente interior à curva $r = 4 + 4\cos\theta$ e exterior à $r = 6$.

40. Calcule a área da região simultaneamente interior à curva $r = 1 + \cos\theta$ e exterior à $r = 2\cos\theta$.

41. Calcule a área da região simultaneamente interior às curvas $r = \sin(2\theta)$ e $r = \sin\theta$.

42. Determine a área da região simultaneamente interior às rosáceas $r = \sin(2\theta)$ e $r = \cos(2\theta)$.

43. Escreva a integral que permite calcular a área sombreada entre as curvas $r = \sin(2\theta)$ e $r = \sqrt{3}\cos(2\theta)$, dada na figura abaixo.



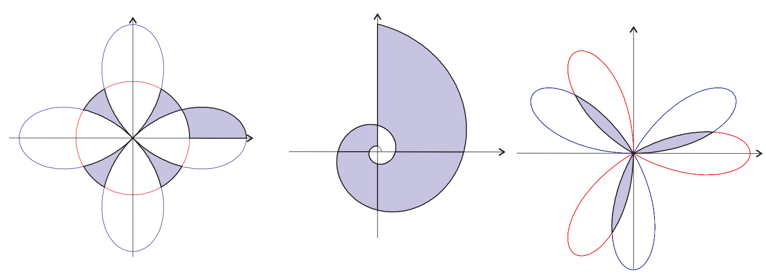
44. Seja R a porção da região simultaneamente interior às curvas $r = 2\cos\theta$ e $r = 4\sin\theta$ que está situada no exterior da curva $r = 1$. Escreva as integrais que permitem calcular:

(a) a área da região R;

(b) o comprimento de arco da fronteira da região R.

45. Calcule a área das regiões sombreadas nas figuras abaixo:

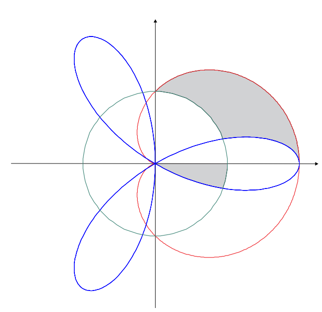
(a) $r = 1$ e $r = 2\cos(2\theta)$ (b) $r = 2e^{\frac{1}{4}\theta}$ (c) $r = \sin(3\theta)$ e $r = \cos(3\theta)$



46. Represente geometricamente a região cuja área, em coordenadas polares, é dada por

$$I = 2\left[\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2\theta d\theta + \frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2(2\theta) d\theta\right].$$

47. Monte a(s) integral(is) que permite(m) calcular a área hachurada na figura abaixo, delimitada pelas curvas $r = 2 + 2\cos\theta$, $r = 4\cos(3\theta)$ e $r = 2$.



48. Calcule o comprimento de arco das curvas dadas por:
    (a) $x = \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{4y}$, com $2 \leq y \leq 5$;
    (b) $x = 3 + t^2$ e $y = 6 + 2t^2$, com $1 \leq t \leq 5$;
    (c) $x = 5t^2$ e $y = 2t^3$, com $0 \leq t \leq 1$;
    (d) $x = e^t \cos t$ e $y = e^t \sin t$, com $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$;
    (e) $r = e^{-\theta}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$;
    (f) $r = \cos^2 \frac{1}{2}\theta$, com $0 \leq \theta \leq \pi$;

49. Determine a distância percorrida por uma partícula que se desloca entre os pontos $A(2,3)$ e $B(0,3)$ cuja posição, no instante t, é dada por $x(t) = 1 + \cos(3\sqrt{t})$ e $y(t) = 3 - \operatorname{sen}(3\sqrt{t})$.

50. A posição de uma partícula, num instante t, é dada por $x(t) = 2\cos t + 2t \sin t$ e $y(t) = 2\sin t - 2t\cos t$. Calcule a distância percorrida por esta partícula entre os instantes $t = 0$ e $t = \frac{\pi}{2}$.

51. Suponha que as equações $x(t) = 4t^3 + 1$ e $y(t) = 2t^{\frac{9}{2}}$ descrevam a trajetória de uma partícula em movimento. Calcule a distância que esta partícula percorre ao se deslocar entre os pontos $A(5,2)$ e $B(33, 32\sqrt{2})$.

52. Calcule a distância percorrida por uma partícula que se desloca, entre os instantes $t = 0$ e $t = 4$, de acordo com as equações $x(t) = 1 + 2\cos(3t^{\frac{5}{2}})$ e $y(t) = 5 - 2\sin(3t^{\frac{5}{2}})$.

53. A curva descrita por $x(t) = 3e^{-t}\cos 6t$ e $y(t) = 3e^{-t}\sin 6t$, chamada de espiral logarítmica e está representada geometricamente na Figura 1. Mostre que o arco descrito por esta espiral, quando $t \in [0, +\infty)$, possui comprimento finito.

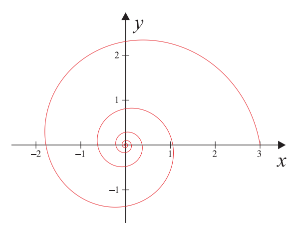


Figura 1: Espiral logarítmica

54. Encontre o comprimento das curvas que limitam a região formada pela interseção das curva $r = \sqrt{3}\sin\theta$ e $r = 3\cos\theta$, situada no primeiro quadrante.

55. Represente graficamente o arco cujo comprimento é calculado pela integral

$$l = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{48\cos^2\theta + 48\sin^2\theta}\,d\theta + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{16\sin^2\theta + 16\cos^2\theta}\,d\theta.$$

56. Monte as integrais que permitem calcular o comprimento do arco da fronteira da região que é simultaneamente interior à $r = 1 + \sin\theta$ e $r = 3\sin\theta$.

57. Calcule o volume do sólido obtido pela revolução da curva $yx^2 = 1$, com $x \geq 1$, em torno do eixo x.

58. Determinar o volume do sólido de revolução gerado pela rotação da curva $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ em torno do eixo x.

59. Determinar o volume do toro gerado pela rotação do círculo de equação $x^2 + (y-b)^2 = a^2$ em torno do eixo x, supondo $0 < a < b$.

60. Obtenha o volume do sólido obtido pela revolução da região delimitada por:

    (a) $y = \sqrt{4-x}$, $3y = x$ e $y = 0$, em torno do eixo x;

    (b) $y = |x| + 2$, $y = x^2$, $x = -2$ e $x = 1$ em torno do eixo x;

    (c) $y = x^2$ e $y = 2$, em torno da reta $y = 2$;

    (d) $y = 1 - x^2$ e $x - y = 1$, em torno da reta $y = 3$;

    (e) $x + y = 3$ e $y + x^2 = 3$, em torno da reta $x = 2$.

61. Determine o volume do sólido obtido quando a região situada sob a curva $y = e^x$ e acima do eixo x, com $x \leq 0$, é rotacionada em torno da reta $y = 2$.

62. Um hiperbolóide de uma folha de revolução pode ser obtido pela rotação de uma hipérbole em torno do seu eixo imaginário. Calcule o volume do sólido delimitado pelos planos $x = -3$, $x = 3$ e pelo hiperbolóide obtido pela rotação de $9y^2 - 4x^2 = 36$ em torno do eixo x.

63. Quando uma determinada região R é rotacionada em torno do eixo y, o volume do sólido resultante pode ser calculado pela expressão

$$V = \pi \int_{\frac{1}{3}}^{2} \left[\left(\frac{7-3y}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{y} \right)^2 \right] dy.$$

    Represente geometricamente a região R e, a seguir, calcule o volume do sólido obtido quando R é rotacionada em torno da reta $y = 3$.

64. Considere a região R delimitada simultaneamente pelas curvas $y = x^3$ e $x = y^3$.

    (a) Obtenha a(s) integral(is) que permite(m) calcular o perímetro da região R.

    (b) Calcule o volume do sólido obtido quando a região R é rotacionada em torno do eixo y.

    (c) Escreva as integrais que permitem calcular o volume do sólido obtido quando a região R é rotacionada em torno da reta $y = 1$.

65. Escreva as integrais que permitem calcular o volume do sólido obtido quando a região delimitada pelas curvas $y = x^2 - 4$ e $y = x - 2$ é rotacionada em torno:

    (a) do eixo x (b) da reta $y = 2$ (c) da reta $x = -3$.

66. Considere a região R delimitada pelas curvas $y = x^3$ e $y = 2x$, que está situada no primeiro quadrante e **abaixo** da reta $y = 2 - x$.

    (a) Determine o volume do sólido obtido quando a região R é revolucionada em torno do eixo x.

    (b) Escreva as integrais que permitem calcular o volume do sólido obtido quando a região R é revolucionada em torno da reta $x = -1$.

67. Mostre, via volume de sólidos de revolução, que o volume de um cone de raio r e altura h é $V = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$.

68. Mostre, via volume de sólidos de revolução, que o volume de uma esfera de raio a é $V = \dfrac{4}{3}\pi a^3$.

0.1 Respostas

1. $\overline{S}(f,P) = 8 + \dfrac{2}{n}$ e $\overline{S}(g,P) = \dfrac{38}{3} + \dfrac{10}{n} + \dfrac{4}{3n^2}$

2. $\underline{S}(f,P) = \dfrac{175}{3} - \dfrac{133}{2n} + \dfrac{133}{6n^2}$

3. $\overline{S}(f,P) = \dfrac{8}{3} + \dfrac{3}{2n} - \dfrac{1}{6n^2}$ e $\underline{S}(f,P) = \dfrac{8}{3} - \dfrac{3}{2n} - \dfrac{1}{6n^2}$

4. $\overline{S}(f,P) = \dfrac{11}{5} + \dfrac{1}{2n} + \dfrac{1}{3n^2} - \dfrac{1}{30n^4}$

5. $\frac{2}{3}$

6. $-\frac{76}{3}$

7. $\frac{1}{4}b^4 + b$

8. $e^2 - e^{-1}$

9. $\frac{8}{3}$

10. .

    (a) Para resolver essa integral usando retângulos inscritos devemos separar em três regiões: $x \in [-1,0]$, $x \in [0,2]$ e $x \in [2,3]$.

    Espera-se que o aluno justifique isso argumentando sobre o comportamento da função: crescente, decrescente e negativa, desenhando os retângulos inscritos em cada região e indicando onde as alturas são assumidas.

    (b) Resolução da parcela $x \in [0,2]$. Assim, $\underline{S}(f,P) = \dfrac{16}{3} - \dfrac{4}{n} - \dfrac{4}{3n^2}$ e $\displaystyle\int_0^2 (4-x^2)dx = \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{16}{3} - \frac{4}{n} - \frac{4}{3n^2}\right) = \frac{16}{3}$.

    (c) Não, pois integral I tem a parcela para $x \in [2,3]$ que é negativa. A área da região de integração é dada por

    $$A = \int_{-1}^{2}(4-x^2)dx - \int_{2}^{3}(4-x^2)dx.$$

11. Dica para os itens (a) e (b): use propriedades para quebrar o lado esquerdo em duas integrais, use a definição de função par (ou ímpar) e use a substituição de variáveis $u = -x$ para reescrever uma das integrais.

12. $18,9^oF$

13. $f(t) = 3t^2$

14. $f(x) = \dfrac{x}{2}$

15. $g'(1) = 4$

16. Item (c)

17. $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{1}{2}\pi$

18. .

$(a)\ \frac{1}{2}e^{-1} - \frac{1}{2}e^{-2}$	$(b)\ \frac{2}{3}\sqrt{10} - \frac{4}{3}\sqrt{2}$	$(c)\ \frac{1}{3}$
$(d)\ \sin 1 - \cos 1$	$(e)\ 0,405$	$(f)\ \frac{8}{3}$
$(g)\ 3,202$	$(h)\ \ln 2$	$(i)\ \frac{3}{2}\sqrt{2}$

19. .

$(a)\ -\frac{1}{3}$	$(e)\ -1$	$(i)\ 4$	$(m)\ e$
$(b)\ \frac{8}{3}\ln 2 - \frac{8}{9}$	$(f)\ 8$	$(j)\ 1$	(n) *não existe*
$(c)\ \sin 1$	$(g)\ 4$	$(k)\ \frac{1}{2}\pi$	(o) *não existe*
$(d)\ \frac{1}{4}\pi$	$(h)\ 1$	$(l)\ 2$	(p) *não existe*

20. $3500\ m^3$

21. Converge para $p > 1$.

22. Converge para $p > 1$.

23. .

$(a)\ \frac{1}{2}e^{-1}$	$(b)\ 0$	(c) *não existe*
$(d)\ -\frac{1}{4}$	$(e)\ 2e^3 - 2$	$(f)\ 0$
$(g)\ -1$	$(h)\ 0,027$	$(i)\ 4,59$

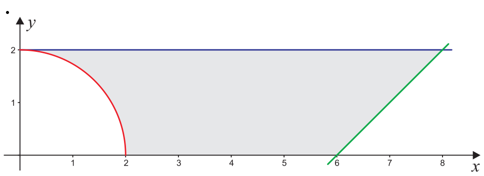
24. $(a)\ \dfrac{1}{s-a}\quad para\ s > a \qquad (b)\ \dfrac{s}{s^2+1}\quad para\ s > 0 \qquad (c)\ \dfrac{1}{s^2+1}\quad para\ s > 0$

25. $(a)\ \Gamma(1) = 1, \quad \Gamma(2) = 1$

26. Item d.

27. $(a)\ 2\sqrt{2} - 2 \qquad (b)\ 22 \qquad (c)\ \frac{125}{6} \qquad (d)\ 2 - 2\sin 1 \qquad (e)\ 17$

28. .



29. $(a)\ \frac{125}{6} \qquad (b)\ 16 \qquad (c)\ \frac{32-4\sqrt{2}}{3} \qquad (d)\ \frac{23}{6}$

30. $$A = \int_{\frac{1}{2}}^{2} \left(\frac{62-4y}{15}\right) - \left(\frac{2}{y}\right) dy + \int_2^8 \left(\frac{62-4y}{15}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}y}{2}\right) dy$$

31. .

$$(a)\ A = \int_1^2 \left(x^2 - x\right) dx + \int_2^{\frac{1+\sqrt{17}}{2}} \left(\frac{4}{x-1} - x\right) dx$$

$$(b)\ A = \int_1^{\frac{1+\sqrt{17}}{2}} (y - \sqrt{y})\, dy + \int_{\frac{1+\sqrt{17}}{2}}^{4} \left(\frac{y+4}{y} - \sqrt{y}\right) dy$$

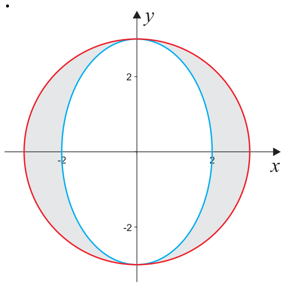
32. $k = \frac{9}{\sqrt[3]{4}}$

33. .

$(a)\ A = 2\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{\sqrt{y}}{\sqrt[4]{2}} dy + 2\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1} \sqrt{1-y^2}dy$

$(b)\ A = \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} -\sin^2 t dt - \int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sqrt{2}t^2 dt$

34. .



35. $3a^2\pi$

36. $\frac{3\pi a^2}{8}$

37. $(a)\ \frac{5\pi}{4}$ $(b)\ \frac{5}{4}\pi - 2$ $(c)\ \frac{1}{2}(\pi - 2)$ $(d)\ 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ $(e)\ 6\pi - 8\sqrt{2}$

38. 4π

39. $18\sqrt{3} - 4\pi$

40. $\frac{\pi}{2}$

41. $\frac{1}{4}\pi - \frac{3}{16}\sqrt{3}$

42. $\frac{\pi}{2} - 1$

43. Uma das várias respostas possíveis é:

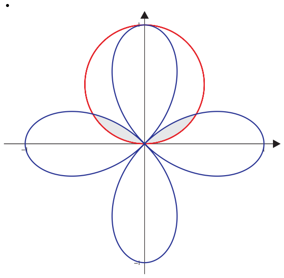
$$A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2}(\sqrt{3}\cos 2\theta)^2 d\theta + \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{2}(\sin 2\theta)^2 d\theta + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2}(\sqrt{3}\cos 2\theta)^2 d\theta$$

44. $(a)\ A = \frac{1}{2}\int_{\arcsin\frac{1}{4}}^{\arctan\frac{1}{2}} (16\sin^2\theta - 1)d\theta + \frac{1}{2}\int_{\arctan\frac{1}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \left(4\cos^2\theta - 1\right) d\theta$

$(b)\ l = \int_{\arcsin\frac{1}{4}}^{\arctan\frac{1}{2}} 4d\theta + \int_{\arctan\frac{1}{2}}^{\frac{\pi}{3}} 2d\theta + \int_{\arcsin\frac{1}{4}}^{\frac{\pi}{3}} d\theta$

45. $(a)\ \frac{9\sqrt{3}}{8} - \frac{\pi}{4}$ $(b)\ 4e^{\frac{9\pi}{4}} - 8e^{\frac{5\pi}{4}} + 4e^{\frac{\pi}{4}}$ $(c)\ \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$

46. .



47. Uma das várias respostas possíveis é:

$$A = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{9}} \left[(2+2\cos\theta)^2 - (4\cos 3\theta)^2\right] d\theta + \frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{2}} \left[(2+2\cos\theta)^2 - 4\right] d\theta$$
$$+\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{9}} 4d\theta + \frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{6}} (4\cos 3\theta)^2 d\theta$$

48. .

(a) $\frac{1563}{40}$ $\quad (b)$ $24\sqrt{5}$ $\quad (c)$ $\frac{68}{27}\sqrt{34} - \frac{250}{27}$

(d) $\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{2}} - \sqrt{2}$ $\quad (e)$ $\sqrt{2}(1-e^{-2\pi})$ $\quad (f)$ 2

49. πu.c. (observe que a resolução da integral envolve uma integral com descontinuidade)

50. $\frac{\pi^2}{4}$

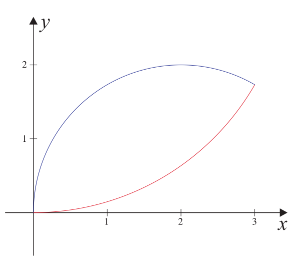
51. $\frac{352}{27}\sqrt{22} - \frac{250}{27}$

52. 192

53. O comprimento desejado é finito e igual a $\sqrt{333}$.

54. $\frac{1}{3}\sqrt{3}\pi + \frac{\pi}{2}$

55. Arco composto de dois subarcos de circunferências, conforme figura abaixo:



56. $l = 2\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{9\cos^2\theta + 9\sin^2\theta}d\theta + 2\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos^2\theta + (1+\sin\theta)^2}d\theta$

57. $\frac{\pi}{3}$

58. $\frac{4\pi ab^2}{3}$

59. $2\pi^2a^2b$

60. (a) $\frac{3}{2}\pi$ (b) $\frac{92\pi}{5}$ (c) $\frac{64}{15}\sqrt{2}\pi$ (d) $\frac{162}{5}\pi$ (e) $\frac{1}{2}\pi$

61. $\frac{7}{2}\pi$

62. 32π

63. $\frac{410}{27}\pi - 6\pi\ln 6$

64. (a) $l = \displaystyle\int_{-1}^{1}\left(\sqrt{1+9x^4}+\sqrt{1+\frac{1}{9}x^{\frac{-4}{3}}}\right)dx$ (b) $V = \frac{32}{35}\pi$

(c) $V = \pi\displaystyle\int_{-1}^{0}(1-\sqrt[3]{x})^2-(1-x^3)^2dx+\pi\int_{0}^{1}(1-x^3)^2-(1-\sqrt[3]{x})^2dx$

65. .

(a) $V = \pi\displaystyle\int_{-1}^{2}(x^4-9x^2+4x+12)dx$ (b) $V = \pi\displaystyle\int_{-1}^{2}(x^4-13x^2+8x+20)dx$

(c) $V = \pi\displaystyle\int_{-4}^{0}(y+13+6\sqrt{y+4})dy-\pi\int_{-4}^{-3}(y+13-6\sqrt{y+4})dy-\pi\int_{-3}^{0}(y^2+10y+25)dy$

66. (a) $\frac{134}{189}\pi$ (b) $V = \pi\displaystyle\int_{0}^{1}(1+\sqrt[3]{y})^2-\left(1+\frac{y}{2}\right)^2dy+\pi\int_{1}^{\frac{4}{3}}(3-y)^2-\left(1+\frac{y}{2}\right)^2dy$

67. Dica: Note que um cone tal como desejado pode ser obtido pela rotaç ão em torno do eixo y da reta $y = \frac{h}{r}x$, com $x \in [-r, r]$ e $y \in [0, h]$.

68. Dica: Note que a esfera pode ser obtida pela rotação da circunferência $x^2+y^2=a^2$ em torno de qualquer eixo coordenado.