

Lista de exercícios – TEG - Coloração

1. Determine os limites inferior e superior, o número cromático $\chi(G)$. Execute uma coloração mínima para cada um dos grafos e verifique se você conseguiu o valor de $\chi(G)$:

- a) K_7
- b) $K_{3,5}$
- c) C_9
- d) Petersen
- e) Cubo Q_k
- f) Completo tripartite $K_{R,S,T}$

g) O grafo G é conhecido com grafo da construção de Mycielski/Grötzsch, a construção sempre gera grafos livres de triângulos (K_3), na 1 temos duas configurações isomorfas desse grafo construído a partir de C_5 .

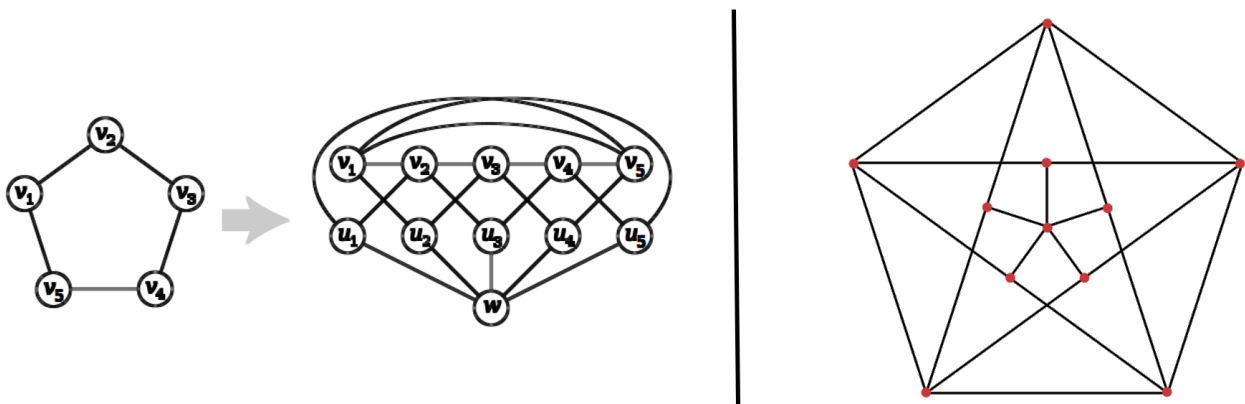


Figura 1: GRAFO G : Mycielski construído a partir de C_5 . À direita uma outra versão isomorfa do mesmo grafo.

h) Um grafo com 14 vértices e repetições de K_4 .

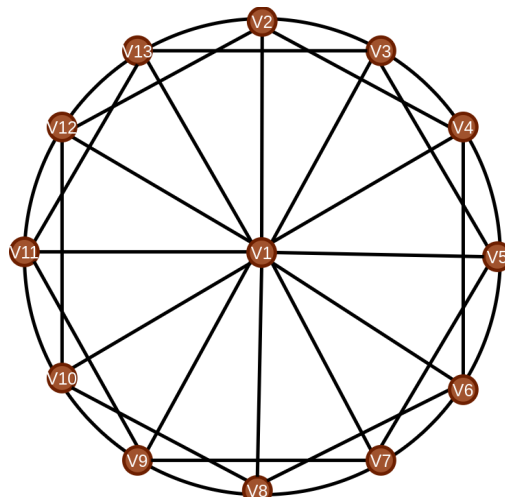
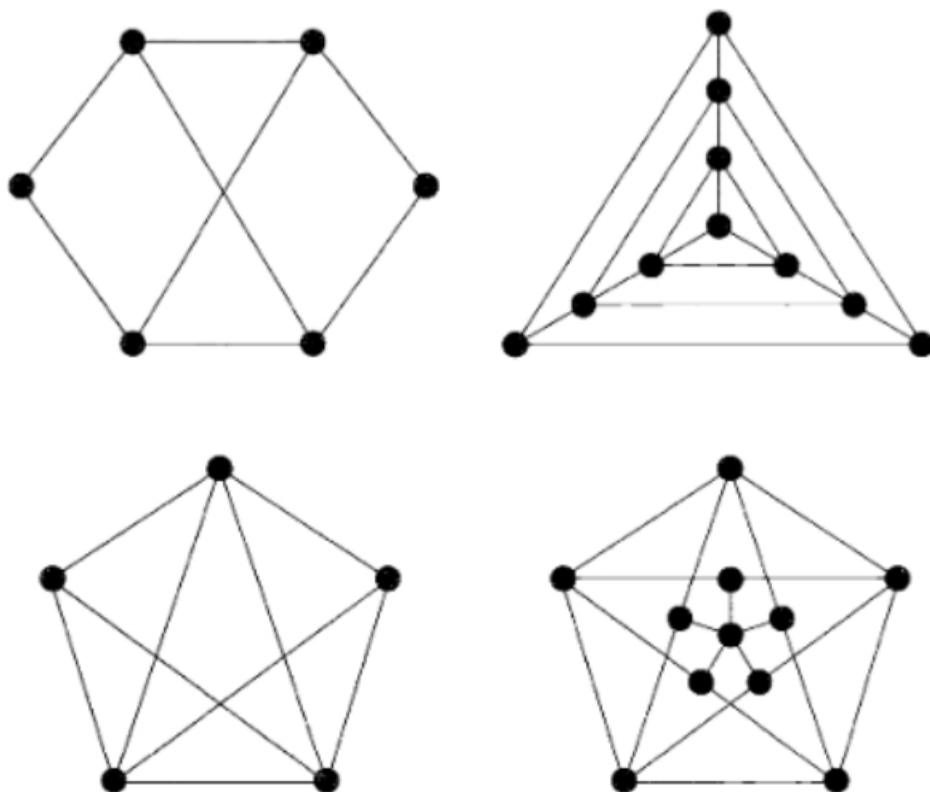


Figura 2: GRAFO H com 14 vértices contendo repetições de K_4 .

3) Encontre os números cromáticos dos grafos abaixo:



4) Prove que no número de vértices (n), se G é um grafo simples com grau máximo $\Delta(G)$, então $\chi(G) \leq \Delta(G)+1$

5) Prove que para todo grafo $G(V,E)$, com $m=|E|$ temos o seguinte majorante para o número cromático: $\chi(G) \leq 1/2 + \sqrt{2m + 1/4}$

6) Uma tabela de horários de aulas é exibida abaixo. Considerando que alguns alunos pretendem fazer matrícula em diferentes disciplinas, algumas delas não podem coincidir. Na tabela, as marcações (asterisco) representam os pares de disciplinas que não podem coincidir horários. Quantos períodos de aulas são necessários para atender a todas as disciplinas contemplando o interesse dos alunos?

	a	b	c	d	e	f	g
a		*	*	*			*
b	*		*	*	*		*
c	*	*		*		*	
d	*	*	*			*	
e		*					
f			*	*			*
g	*	*				*	

7) Há uma conferência científica anual com a organização de encontros de 10 comitês para debates, os comitês são identificados por letras de “A” a “J”. Os membros participantes estão inscritos em diferentes comitês e identificados pelo respectivo número de crachá:

A={1,2,3,4}

B={1,6,7}

C={3,4,5}

D={2,4,7,8,9,10}

E={6,9,12,14}

F={5,8,11,13}

G={10,11,12,13,15,16}

H={14,15,17,19}

I={13,16,17,18}

J={18,19}

Os inscritos exigem participar dos comitês nos quais se inscreveram. Dessa forma, dois ou mais comitês que apresentem intersecção de nomes na lista de inscritos não podem ser realizados no mesmo horário. Quantos horários distintos (sem sobreposição na lista de inscritos) serão necessários e quais os comitês que serão alocados a cada horário?

8) Escreva os polinômios cromáticos diretamente para e verifique diferentes valores de k-coloração:

lembre-se:

“k” é uma quantidade inteira positiva

$$k < \chi(G) \Rightarrow P_G(k) = 0;$$

$$k \geq \chi(G) \Rightarrow P_G(k) > 0;$$

$$\chi(G) = \min\{k : P_G(k) > 0\};$$

a) C_4

b) K_6

c) $K_{1,5}$

d) $K_{2,5}$

9) Para os casos abaixo descritos, escreva os polinômios cromáticos pela aplicação do teorema que aplica a redução do grafo por remoção e contração de aresta: $P_G(k) = P_{G-e}(k) - P_{G/e}(k)$

a) K_4

b)

