LMA0001 – Lógica Matemática
Aula 04
Semântica da Lógica Proposicional

Karina Girardi Roggia
karina.roggia@udesc.br

Departamento de Ciência da Computação
Centro de Ciências Tecnológicas
Universidade do Estado de Santa Catarina

2020

Semântica da lógica proposicional

Sintaxe vs semântica:

- Sintaxe diz respeito a **como se escreve**.
- Semântica diz respeito ao **significado do que se escreve**

A semântica da lógica proposicional diz respeito a atribuir **um valor verdade** a uma determinada fórmula proposicional (proposição).

Obviamente, isto depende da verdade das proposições atômicas e da forma como os conectivos atuam.

Para a **lógica proposicional clássica**, os valores-verdades são dois: *verdadeiro* e *falso*.

Podemos representar o conjunto de valores verdade de várias formas:

- V e F
- TRUE e FALSE
- 1 e 0

Nota: existem lógicas que possuem 3, 4, ou até mesmo infinitos valores-verdade. V e F não são absolutos!

Valoração

Valoração é justamente a operação que atribui V ou F a uma dada fórmula lógica.

Antes de chegarmos às definições, tentem determinar o valor verdade das seguintes fórmulas:

- $p \wedge q$
- $p \wedge \neg p$
- $p \vee \neg p$
- $p \rightarrow q \rightarrow p \wedge q$

Valoração de símbolos proposicionais

Em um caso, a valoração depende do valor-verdade dos símbolos proposicionais.

Nos demais, a combinação dos conectivos *força* um valor-verdade específico.

Como não temos acesso ao significado dos símbolos proposicionais, assumimos que sua valoração é representada por uma função

$$\mathcal{V}_0 : \mathcal{P} \to \{0, 1\}$$

a qual, por via de regra, não conhecemos totalmente (depende da realidade e da verdade ou falsidade das proposições).

Valoração de fórmulas

Cada possível valoração proposicional $\mathcal{V}_0$ sobre um conjunto $\mathcal{P}$ determina **unicamente** uma valoração

$$\mathcal{V} : \mathcal{L} \to \{0, 1\}$$

sobre as fórmulas construídas usando $\mathcal{P}$.

Valoração de fórmulas

Cada possível valoração proposicional $\mathcal{V}_0$ sobre um conjunto $\mathcal{P}$ determina **unicamente** uma valoração

$$\mathcal{V} : \mathcal{L} \to \{0, 1\}$$

sobre as fórmulas construídas usando $\mathcal{P}$.

$\mathcal{V}(A)$ é calculada com base em $\mathcal{V}_0$ e A, como segue:

Caso $A = p$, para $p \in \mathcal{P}$	$\mathcal{V}(A) = \mathcal{V}_0(p)$		
Caso $A = \neg B$	$\mathcal{V}(A) = 1$	sss	$\mathcal{V}(B) = 0$
Caso $A = B \wedge C$	$\mathcal{V}(A) = 1$	sss	$\mathcal{V}(B) = 1$ e $\mathcal{V}(C) = 1$
Caso $A = B \vee C$	$\mathcal{V}(A) = 1$	sss	$\mathcal{V}(B) = 1$ ou $\mathcal{V}(C) = 1$
Caso $A = B \to C$	$\mathcal{V}(A) = 1$	sss	$\mathcal{V}(B) = 0$ ou $\mathcal{V}(C) = 1$

Tabelas-verdade dos conectivos

A valoração dos termos com base nos conectivos pode ser expressa através de tabelas-verdade:

A	$\neg A$
0	1
1	0

Tabelas-verdade dos conectivos

A valoração dos termos com base nos conectivos pode ser expressa através de tabelas-verdade:

A	$\neg A$
0	1
1	0

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

Exercícios

1. Determine o valor-verdade das seguintes fórmulas, nas valorações proposicionais $\mathcal{V}_\top$ e $\mathcal{V}_\perp$, que associam a todos símbolos proposicionais, respectivamente, 1 e 0:
   - $\neg p \rightarrow q$
   - $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$
   - $(p \wedge \neg q) \vee (r \wedge s)$
   - $p \rightarrow q \rightarrow r \rightarrow (p \wedge q \vee r)$
2. Para cada fórmula, encontre uma valoração proposicional na qual a fórmula é verdadeira (se houver):
   - $q \rightarrow p \vee \neg p$
   - $(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \rightarrow \neg p)$
   - $p \rightarrow \neg p$