UDESC Joinville
Universidade do Estado de Santa Catarina
Centro de Ciências Tecnológicas - CCT
Departamento de Matemática

Geometria Analítica - Cônicas

Prof. Francielle Kuerten Boeing

1. Determine a equação do conjunto de pontos $P(x, y)$ que são equidistantes da reta $x = -2$ e do ponto $(0, 2)$.

2. Calcular o valor de k para que a parábola $x = ky^2$ tenha foco no ponto $(3, 0)$.

3. Escreva as equações reduzidas das parábolas com vértice na origem, dados:

   (a) o foco $(8, 0)$;

   (b) dois pontos da parábola $(6, 18)$ e $(-6, 18)$.

4. Determine a equação de uma parábola de vértice na origem, que passa por $P(-3, 2)$ e cujo eixo de simetria é o eixo x.

5. Determine a equação do conjunto de pontos $P(x, y)$ que são equidistantes da reta $y = 3$ e do ponto $F(0, 0)$. Represente geometricamente.

6. Determine a equação da parábola que passa pelos pontos $P(0, -6)$, $Q(3, 0)$ e $R(4, 10)$.

7. Determine a equação da parábola que passa pelos pontos $P(-2, 3)$, $Q(-5, -3)$ e $R(0, -1)$.

8. Determine a equação do conjunto de pontos $P(x, y)$ cuja soma das distâncias a $F_1(1, 0)$ e a $F_2(3, 0)$ é igual a 5. Represente geometricamente.

9. Os vértices de uma elipse são os pontos $(4, 0)$ e $(-4, 0)$ e seus focos são os pontos $(3, 0)$ e $(-3, 0)$. Determine a equação dessa elipse.

10. Determine a equação da circunferência C com centro $C(4, -1)$ passa pelo foco da parábola $x^2 + 16y = 0$. Mostre que C é tangente à diretriz da parábola.

11. Esboce a região do plano dada pela inequação: $4x^2 + 9y^2 - 40x - 54y + 145 < 0$.

12. Determine a equação do conjunto de pontos $P(x, y)$ cujo módulo da diferença das distâncias a $F_1(-1, -5)$ e a $F_2(5, -5)$ é igual a $3\sqrt{2}$. Represente geometricamente.

13. Escreva a equação reduzida das curvas abaixo, identifique-as e represente-as geometricamente.

    (a) $2y^2 + 5x + 8y - 7 = 0$

    (b) $x^2 + 4y^2 + 2x - 12y + 6 = 0$.

    (c) $x^2 - 20x + y + 100 = 0$

    (d) $x^2 - y^2 - 6x = 0$

    (e) $x^2 + 16y^2 - 6x - 7 = 0$

    (f) $x^2 + y^2 + 2x + 10y + 26 = 0$

    (g) $-x^2 + y^2 - 6x - 2y - 8 = 0$

    (h) $2x^2 + 2y^2 - 2x + 6y + 3 = 0$

14. Determine a equação da parábola que contém os vértices da hipérbole $x^2 - 4y^2 + 24y - 40 = 0$ e que passa pelo ponto $P(-1, \frac{3}{4})$.

15. Considere os pontos $A = (4, 1)$ e $B = (3, 2)$. Determine as equações e os principais elementos das duas hipérboles que possuem B como vértice imaginário, A como vértice e reta focal paralela a um dos eixos coordenados.

16. Determine a equação da hipérbole equilátera com focos nos pontos $(-\sqrt{8}, 0)$ e $(\sqrt{8}, 0)$

17. Determine a equação reduzida da cônica em que um dos vértices é o foco da parábola de equação $y^2 + 2y - 8x + 25 = 0$, um dos focos é o vértice desta mesma parábola e além disso o centro da cônica está sobre a diretriz dessa parábola.

18. Descreva e represente geometricamente as curvas a seguir.
    (a) $x = 3 - \sqrt{3 - y^2 - 2y}$
    (b) $x = 4 - \sqrt{y}$
    (c) $y = -1 - \sqrt{2x + 4}$
    (d) $y = -2 - \dfrac{3}{2}\sqrt{-x^2 + 2x + 3}$
    (e) $x = 2\sqrt{y^2 - 1}$
    (f) $x = -4 - \dfrac{\sqrt{2 + y^2 - 2y}}{2}$

19. Identifique as curvas e explicite a variável y.
    (a) $2y^2 + 4y - x + 2 = 0$
    (b) $x^2 + y^2 = 2y$
    (c) $x^2 + 4x - y^2 + 6y - 6 = 0$
    (d) $x^2 - y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$

20. Identifique as curvas e explicite a variável x.
    (a) $2x^2 + 16x + 3y^2 - 30y + 87 = 0$
    (b) $x^2 + y^2 = 2y$
    (c) $x^2 + 4x - y^2 + 6y - 6 = 0$
    (d) $x^2 - y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$

Respostas ou Sugestões:

1. $(y - 2)^2 = 4(x + 1)$.
2. $k = \dfrac{1}{12}$
3. (a) $y^2 = 32x$
   (b) $x^2 = 2y$
4. $3y^2 + 4x = 0$
5. $x^2 = 6\left(y - \frac{3}{2}\right)$
6. $y = 2x^2 - 4x - 6$ ou $40x + y^2 - 14y - 120 = 0$
7. $y^2 + 2x - y - 2 = 0$ ou $5y + 4x^2 + 18x + 5 = 0$
8. $\dfrac{(x-2)^2}{\frac{25}{4}} + \dfrac{y^2}{\frac{21}{4}} = 1$
9. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$
10. $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 25$
11. $\dfrac{(x-5)^2}{9} + \dfrac{(y-3)^2}{4} < 1$ (pontos no interior da elipse)

12. $\dfrac{(x-2)^2}{\frac{9}{2}} - \dfrac{(y+5)^2}{\frac{9}{2}} = 1$

13. .

  (a) Parábola com $V(3,-2)$
  (b) Elipse com $C\left(-1, \frac{3}{2}\right)$
  (c) Parábola com $V(10,0)$
  (d) Hipérbole com $C(3,0)$
  (e) Elipse com $C(3,0)$
  (f) Ponto $P(-1,-5)$
  (g) Hipérbole degenerada - Duas retas: $y = 4 + x$ e $y = -2 - x$
  (h) Circunferência com $C\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

14. $y = \dfrac{3x^2}{4}$

15. $H_1 : (x-3)^2 - (y-1)^2 = 1$ e $H_2 :: (y-2)^2 - (x-4)^2 = 1$

16. $\frac{x^2-y^2}{4} = 1$

17. $\dfrac{(x-1)^2}{16} + \dfrac{(y+1)^2}{12} = 1$

18. .

  (a) Ramo da circunferência $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$ com $x \leq 3$.
  (b) Ramo da parábola $y = (x-4)^2$ com $x \leq 4$.
  (c) Ramo da parábola $(y+1)^2 = 2(x+2)$ com $y \leq -1$.
  (d) Ramo da elipse $\dfrac{(x-1)^2}{4} + \dfrac{(y+2)^2}{9} = 1$ com $y \leq -2$.
  (e) Ramo da hipérbole $-\dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$ com $x \geq 0$
  (f) Ramo da hipérbole $4(x+4)^2 - (y-1)^2 = 1$ com $x \leq -4$.

19. .

  (a) Parábola com $V(0,-1)$ e concavidade voltada para direita; $y = -1 \pm \sqrt{\dfrac{x}{2}}$.
  (b) Circunferência com $C(0,1)$ e raio 1; $y = 1 \pm \sqrt{1-x^2}$.
  (c) Hipérbole $(x+2)^2 - (y-3)^2 = 1$ com $C(-2,3)$ e eixo real $x = -2$; $y = 3 \pm \sqrt{(x+2)^2 - 1} = 3 \pm \sqrt{x^2 + 4x + 3}$.
  (d) Duas retas $y = 1 \pm (x-2)$

20. .

  (a) Elipse $\dfrac{(x+4)^2}{10} + \dfrac{(y-5)^2}{\frac{20}{3}} = 1$ com $C(-4,5)$; $x = -4 \pm \sqrt{\dfrac{-3y^2 + 30y - 55}{2}}$.
  (b) Circunferência com $C(0,1)$ e raio 1; $x = \pm\sqrt{2y - y^2}$.
  (c) Hipérbole $(x+2)^2 - (y-3)^2 = 1$ com $C(-2,3)$ e eixo real $x = -2$; $x = -2 \pm \sqrt{(y-3)^2 + 1} = -2 \pm \sqrt{y^2 - 6y + 10}$.
  (d) Duas retas $x = 2 \pm (y-1)$