

Mapas de Karnaugh

Yuri Kaszubowski Lopes

UDESC

Anotações

Revisão

Faça a **soma dos produtos** e o **produto das somas** para a tabela verdade a seguir.

#	A	B	C	X
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	1	0	0
4	0	1	1	1
5	1	0	0	0
6	1	0	1	1
7	1	1	0	1
8	1	1	1	0

Anotações

Mapas de Karnaugh

- Método gráfico para
 - Simplificar equações booleanas
 - Converter tabelas verdade em suas respectivas equações
- Em teoria serve para problemas envolvendo qualquer número de variáveis
 - Na prática, problemas com mais de 4 variáveis se tornam muito difíceis de serem resolvidos por nós (humanos) com esse método
- Constrói-se um mapa:
 - Mostra a mesma informação que a tabela verdade

Anotações

Etapas

- 1 Montar mapa
- 2 Criar grupos
- 3 Criar a FND:
 - Transformar cada grupo em um produto (conjunção)
 - Juntar as conjunções com somas (soma dos produtos, i.e. FND)

1. Montar mapa

#	A	B	C	D	X
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	1
3	0	0	1	0	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	0	0	1
6	0	1	0	1	1
7	0	1	1	0	1
8	0	1	1	1	1
9	1	0	0	0	1
10	1	0	0	1	1
11	1	0	1	0	1
12	1	0	1	1	1
13	1	1	0	0	1
14	1	1	0	1	1
15	1	1	1	0	1
16	1	1	1	1	0

		C	D				
				0	0	1	1
				0	1	1	0
A	B						
0	0						
0	1						
1	1						
1	0						

Anotações

1. Montar mapa

#	A	B	C	D	X
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	1
3	0	0	1	0	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	0	0	1
6	0	1	0	1	1
7	0	1	1	0	1
8	0	1	1	1	1
9	1	0	0	0	1
10	1	0	0	1	1
11	1	0	1	0	1
12	1	0	1	1	1
13	1	1	0	0	1
14	1	1	0	1	1
15	1	1	1	0	1
16	1	1	1	1	0

		C	D				
				0	0	1	1
				0	1	1	0
A	B						
0	0			1	1	1	1
0	1			1	1	1	1
1	1			1	1	0	1
1	0			1	1	1	1

Anotações

2. Criar grupos

- Agrupar 1 vizinhos (vertical e horizontal)
- Grupos de 1, 2, 4, 8, 16 elementos (2^k)
- Grupos são retângulos (1x1, 1x2, 1x4, 2x2, 2x4, 4x4)
- MAX # elementos por grupos
- MIN # de grupos
 - ▶ i.e. somente criar um grupo se ele cobrir um elemento sem grupo
- Cada 1 em **pelo menos** um grupo
- Pode haver mais de uma solução

Ordem:

- 1 Grupos de 1 elemento sem vizinhos (vertical e horizontal)
- 2 Grupos de tamanho 16
- 3 Grupos de tamanho 8
- 4 Grupos de tamanho 4
- 5 Grupos de tamanho 2
- 6 Grupos de tamanho 1

Anotações

2. Criar grupos

#	A	B	C	D	X
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	1
3	0	0	1	0	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	0	0	1
6	0	1	0	1	1
7	0	1	1	0	1
8	0	1	1	1	1
9	1	0	0	0	1
10	1	0	0	1	1
11	1	0	1	0	1
12	1	0	1	1	1
13	1	1	0	0	1
14	1	1	0	1	1
15	1	1	1	0	1
16	1	1	1	1	0

		C	D				
		0	0	1	1		
		0	1	1	0		
A	B						
0	0			1	1	1	1
0	1			1	1	1	1
1	1			1	1	0	1
1	0			1	1	1	1

Anotações

2. Criar grupos: Solução não ótima

		C	D				
		0	0	1	1		
		0	1	1	0		
A	B						
0	0			1	1	1	1
0	1			1	1	1	1
1	1			1	1	0	1
1	0			1	1	1	1

		C	D				
		0	0	1	1		
		0	1	1	0		
A	B						
0	0			1	1	1	1
0	1			1	1	1	1
1	1			1	1	0	1
1	0			1	1	1	1

		C	D				
		0	0	1	1		
		0	1	1	0		
A	B						
0	0			1	1	1	1
0	1			1	1	1	1
1	1			1	1	0	1
1	0			1	1	1	1

		C	D				
		0	0	1	1		
		0	1	1	0		
A	B						
0	0			1	1	1	1
0	1			1	1	1	1
1	1			1	1	0	1
1	0			1	1	1	1

Anotações

3. Criar FND: Regras

- Formar uma FND
- Cada grupo é uma cláusula (Conjunção, .)
- Fazer a Disjunção das cláusulas (+)
- Quais variáveis são comuns para **todos** os elementos do grupo (é 1 ou(-exclusivo) 0 para todos os elementos do grupo)
 - Se for 1 entra normal na conjunção (e.g A)
 - Se for 0 entra invertido na conjunção (e.g \bar{A})

Anotações

3. Criar FND: Solução não ótima

		C	0	0	1	1
		D	0	1	1	0
A	B					
0	0		1	1	1	1
0	1		1	1	1	1
1	1		1	1	0	1
1	0		1	1	1	1

		C	0	0	1	1
		D	0	1	1	0
A	B					
0	0		1	1	1	1
0	1		1	1	1	1
1	1		1	1	0	1
1	0		1	1	1	1

Solução: $(\overline{A}) + (\overline{C}) + (C.\overline{D}) + (A.\overline{B})$

Anotações

2. Criar grupos: Regras extras

- Linha de cima é também vizinha com a linha de baixo
- Coluna da esquerda é também vizinha com a coluna da direita

Anotações

2. Criar grupos: Solução ótima

		C	0	0	1	1
		D	0	1	1	0
A	B					
0	0		1	1	1	1
0	1		1	1	1	1
1	1		1	1	0	1
1	0		1	1	1	1

		C	0	0	1	1
		D	0	1	1	0
A	B					
0	0		1	1	1	1
0	1		1	1	1	1
1	1		1	1	0	1
1	0		1	1	1	1

Solução: $(\overline{A}) + (\overline{C}) + (\overline{D}) + (\overline{B})$

Anotações

Exemplo 2

#	A	B	C	D	X
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1
3	0	0	1	0	0
4	0	0	1	1	1
5	0	1	0	0	1
6	0	1	0	1	0
7	0	1	1	0	1
8	0	1	1	1	0
9	1	0	0	0	0
10	1	0	0	1	1
11	1	0	1	0	0
12	1	0	1	1	1
13	1	1	0	0	1
14	1	1	0	1	0
15	1	1	1	0	1
16	1	1	1	1	0

		C	D				
		0	0	1	1		
		0	0	1	1		
A	B						
0	0		0 ₁	1 ₂	1 ₄	0 ₃	
0	1		1 ₅	0 ₆	0 ₈	1 ₇	
1	1		1 ₁₃	0 ₁₄	0 ₁₆	1 ₁₅	
1	0		0 ₉	1 ₁₀	1 ₁₂	0 ₁₁	

Anotações

Exercício 1

#	A	B	C	D	X
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0
3	0	0	1	0	1
4	0	0	1	1	0
5	0	1	0	0	0
6	0	1	0	1	1
7	0	1	1	0	0
8	0	1	1	1	1
9	1	0	0	0	1
10	1	0	0	1	0
11	1	0	1	0	1
12	1	0	1	1	0
13	1	1	0	0	0
14	1	1	0	1	1
15	1	1	1	0	0
16	1	1	1	1	1

		C	D				
		0	0	1	1		
		0	0	1	1		
A	B						
0	0		1	0	0	1	
0	1		0	1	1	0	
1	1		0	1	1	0	
1	0		1	0	0	1	

Anotações

Exercício 2

#	A	B	C	D	X
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	1
3	0	0	1	0	1
4	0	0	1	1	1
5	0	1	0	0	0
6	0	1	0	1	0
7	0	1	1	0	0
8	0	1	1	1	0
9	1	0	0	0	0
10	1	0	0	1	1
11	1	0	1	0	0
12	1	0	1	1	1
13	1	1	0	0	0
14	1	1	0	1	0
15	1	1	1	0	0
16	1	1	1	1	0

		C	D				
		0	0	1	1		
		0	0	1	1		
A	B						
0	0						
0	1						
1	1						
1	0						

Anotações

Don't Care

- Algumas vezes o valor de uma variável é irrelevante
 - Por exemplo: não nos importamos (don't care) se a saída da função F é 0 ou 1 para determinada condição
- Nesses casos, podemos inserir um x nas tabelas verdade ou mapas de Karnaugh
- Ao simplificar o circuito, você pode escolher se x é 0 ou 1
 - Escolha o que trazer a melhor simplificação
 - A escolha nem sempre é simples

Anotações

Limitações

- Mapas de Karnaugh de até 4 variáveis são fáceis
- Mapas de Karnaugh de 5 (até 6) variáveis são factíveis
- Para mais que 6 variáveis, os Mapas de Karnaugh se tornam muito complicados para humanos resolverem
- Podemos criar programas que resolvem os mapas, mas isso também tem suas limitações
- Se armazenarmos o mapa inteiro na memória:
 - Considerando que cada posição do mapa ocupa 1 bit na memória (melhor caso)
 - Para 30 variáveis o mapa ocupará 128 MiB
 - Para 40 variáveis o mapa ocupará 128 GiB

Anotações

Referências

- TOCCI, R.J.; WIDMER,N.S. **Sistemas digitais: princípios e aplicações**. 11a ed, Prentice-Hall, 2011.
- RUGGIERO, M.; LOPES, V. da R. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. Makron Books do Brasil, 1996.
- NULL, L.; LOBUR, J. **Princípios Básicos de Arquitetura e Organização de Computadores**. 2014. Bookman, 2009. ISBN 9788577807666.

Anotações
