

# GAN: Geometria Analítica

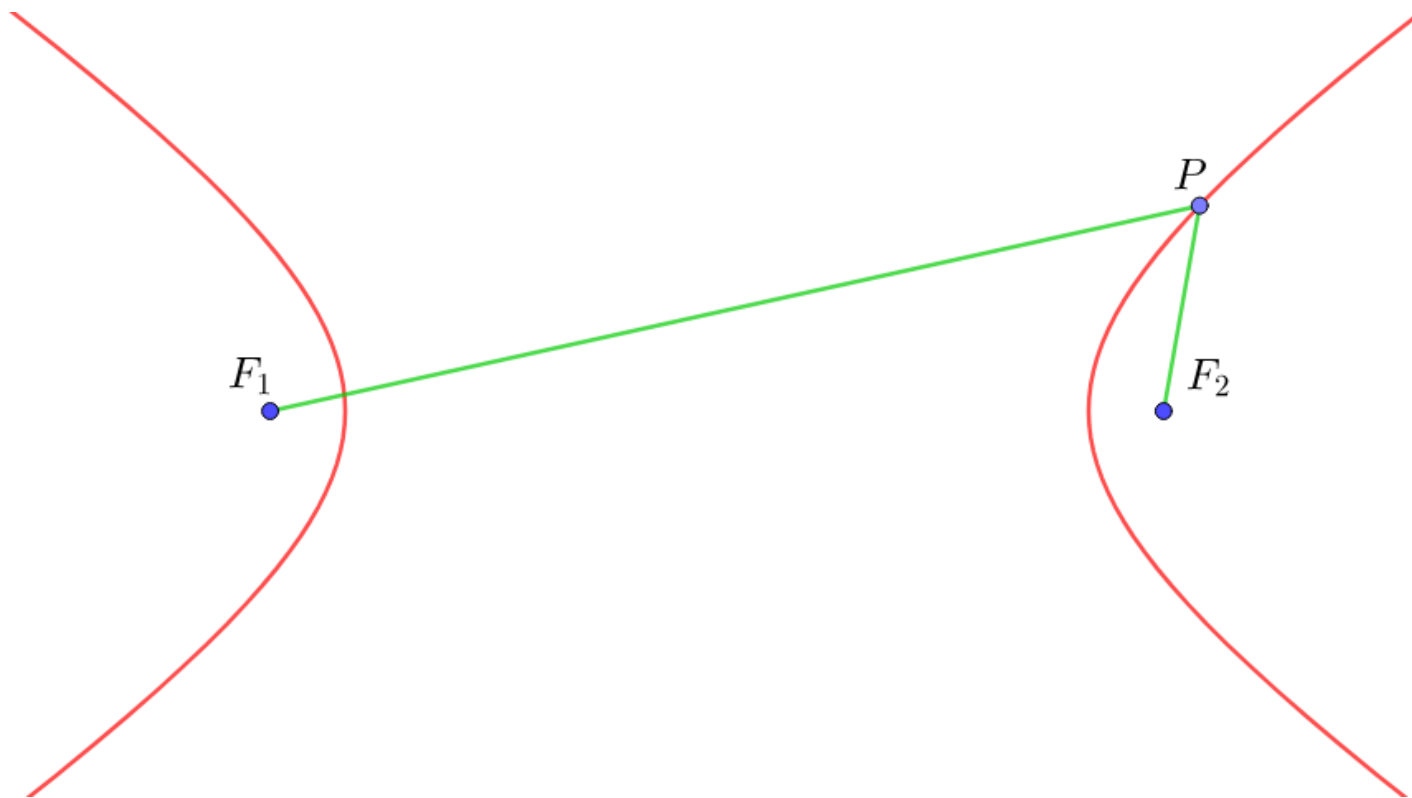
## Cônicas - Hipérbole

Prof.: Francielle Kuerten Boeing

# Hipérbole

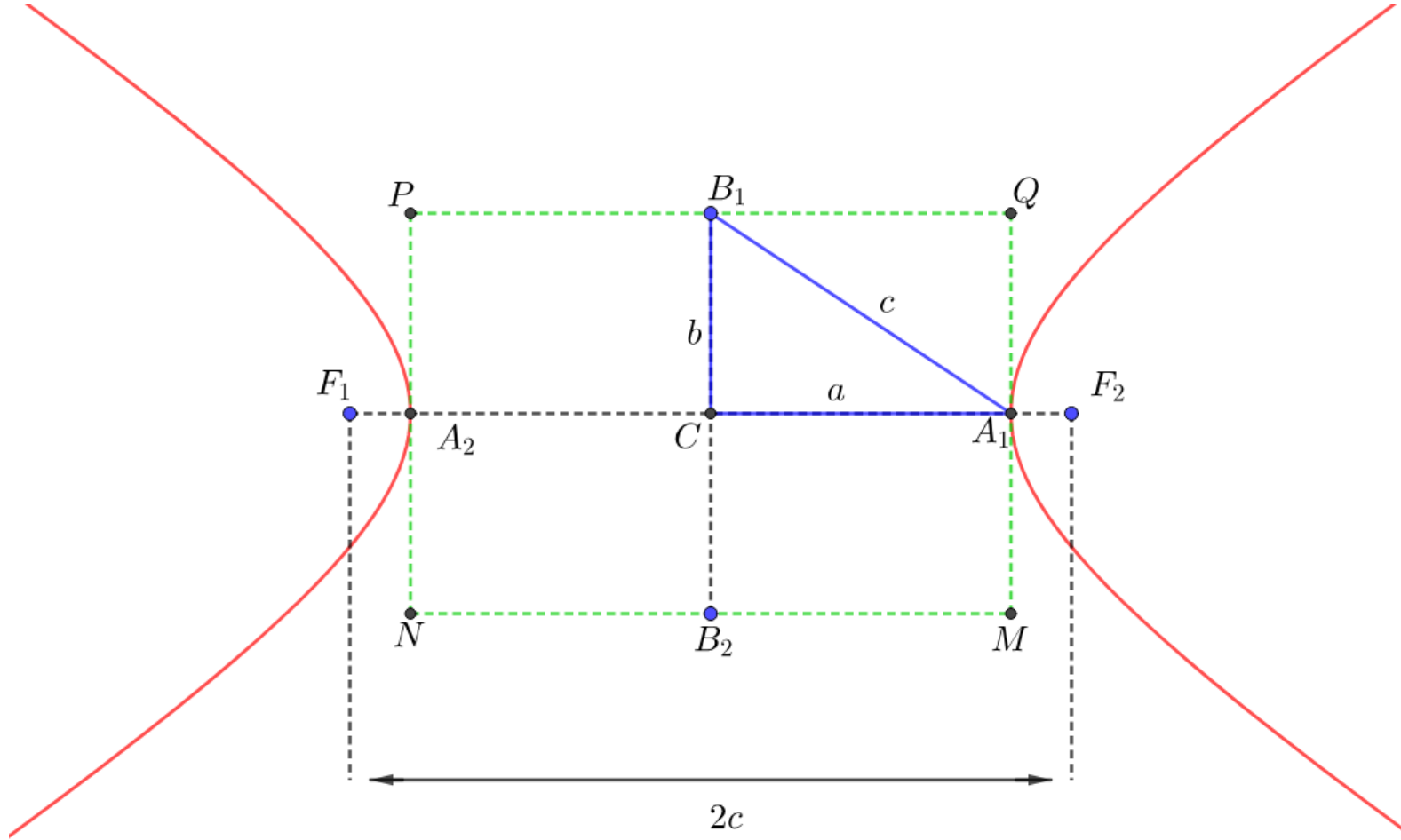
**Definição:** Sejam  $F_1$  e  $F_2$  dois pontos distintos,  $2c$  a distância entre eles e  $a$  um número real tal que  $0 < a < c$ . Chamamos de **hipérbole** ao lugar geométrico dos pontos  $P(x, y)$  tais que

$$|d(P, F_1) - d(P, F_2)| = 2a$$



# Hipérbole

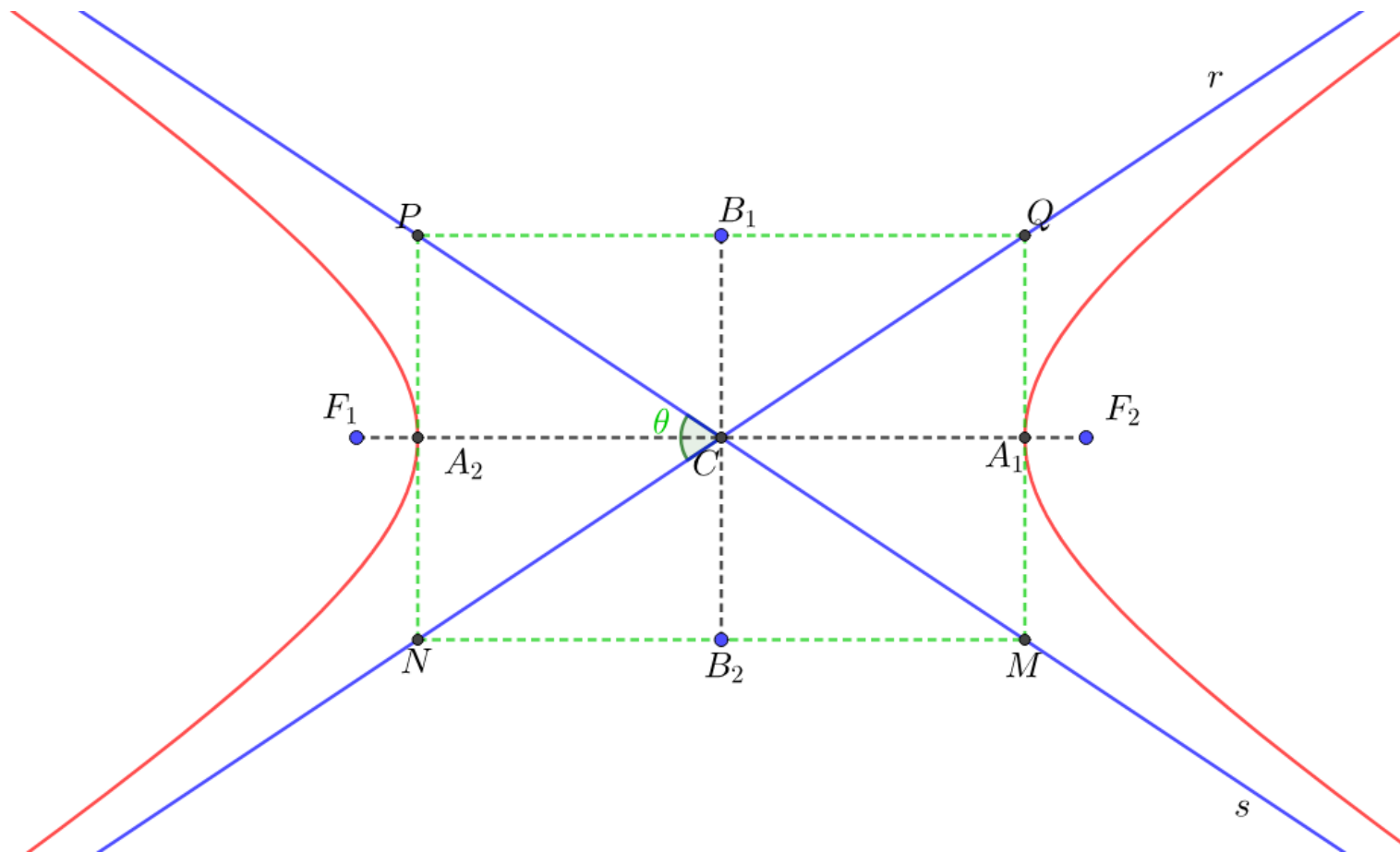
Façamos a seguinte construção, onde  $b$  é um número positivo tal que  $c^2 = a^2 + b^2$ :



# Hipérbole

## Elementos da hipérbole:

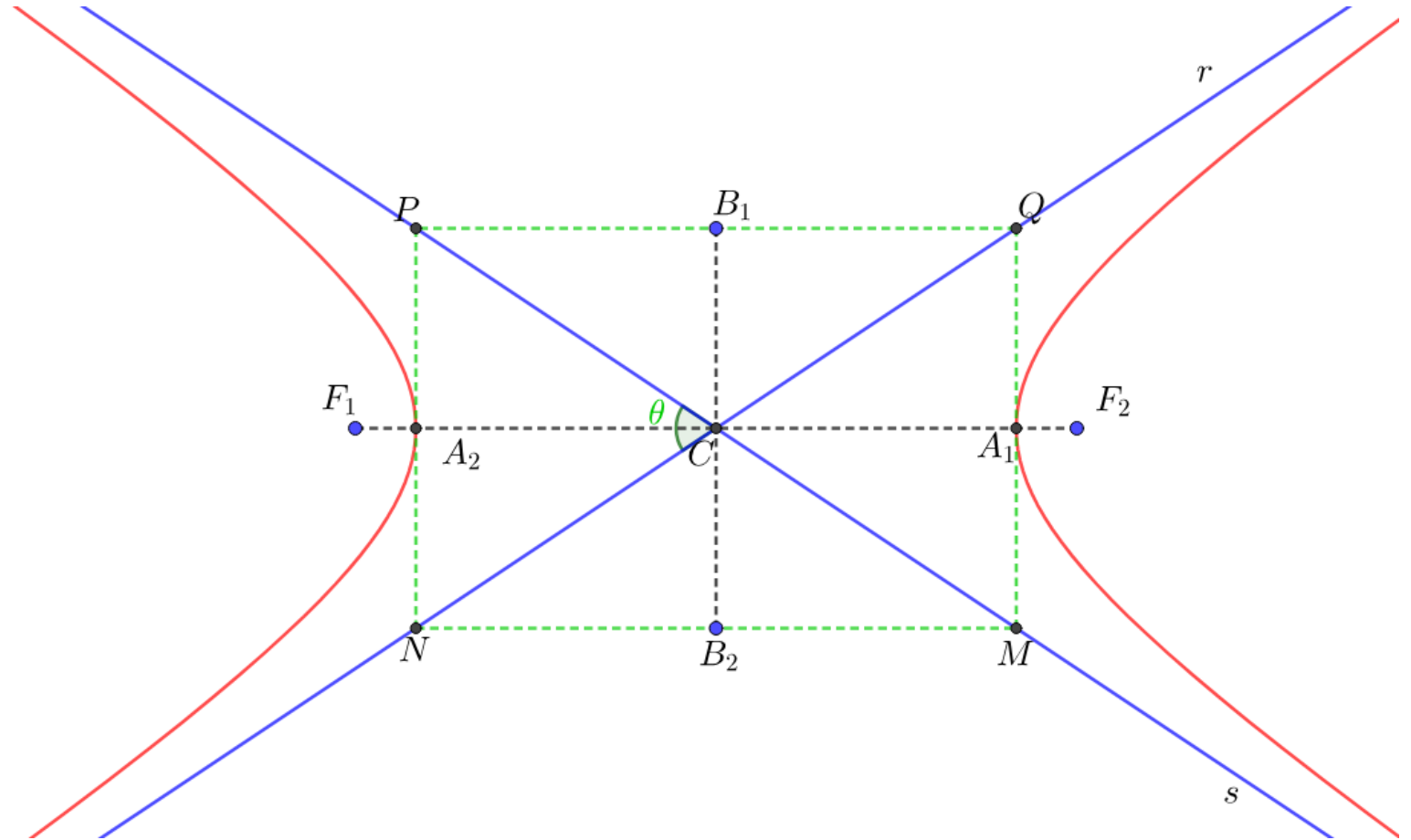
- $F_1, F_2$ : Focos;
- $F_1F_2$ : Segmento focal;
- Ponto médio de  $F_1F_2$ : Centro  $C$ ;
- Distância focal:  $2c$ ;
- Vértices da hipérbole:  $A_1$  e  $A_2$ ;
- Eixo real: segmento  $A_1A_2$ ;  
(de comprimento  $2a$ )
- Eixo imaginário: segmento  $B_1B_2$ ;  
(de comprimento  $2b$ )



# Hipérbole

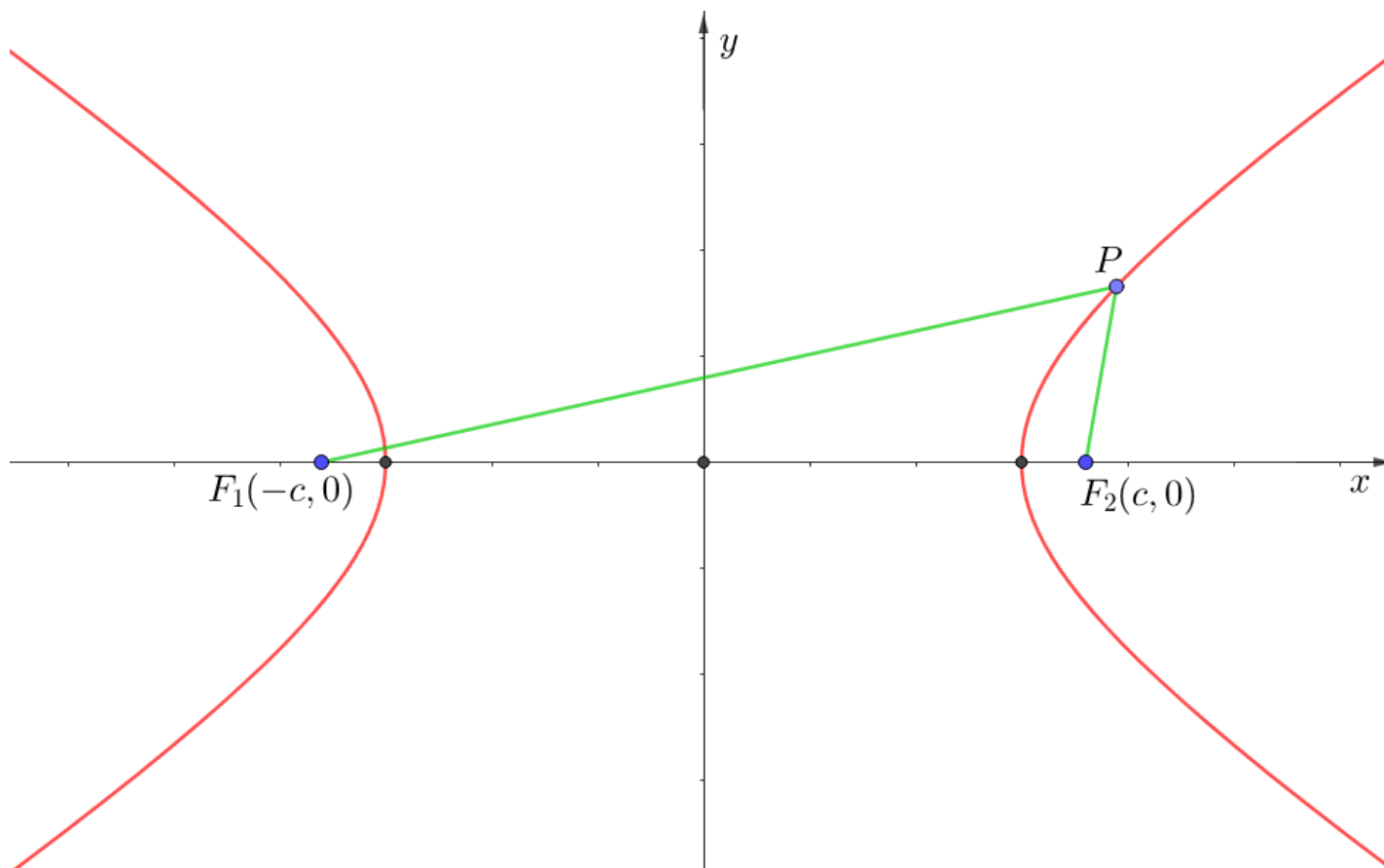
## Elementos da hipérbole:

- As retas  $r$  e  $s$  contêm as diagonais do retângulo  $MNPQ$  e são chamadas de assíntotas da hipérbole;
- O ângulo  $\theta$  formado pelas assíntotas é chamado abertura da hipérbole;
- Excentricidade:  $e = \frac{c}{a}$ .



# Equação da Hipérbole: Centro em C(0,0)

Caso 1: eixo real sobre o eixo x:

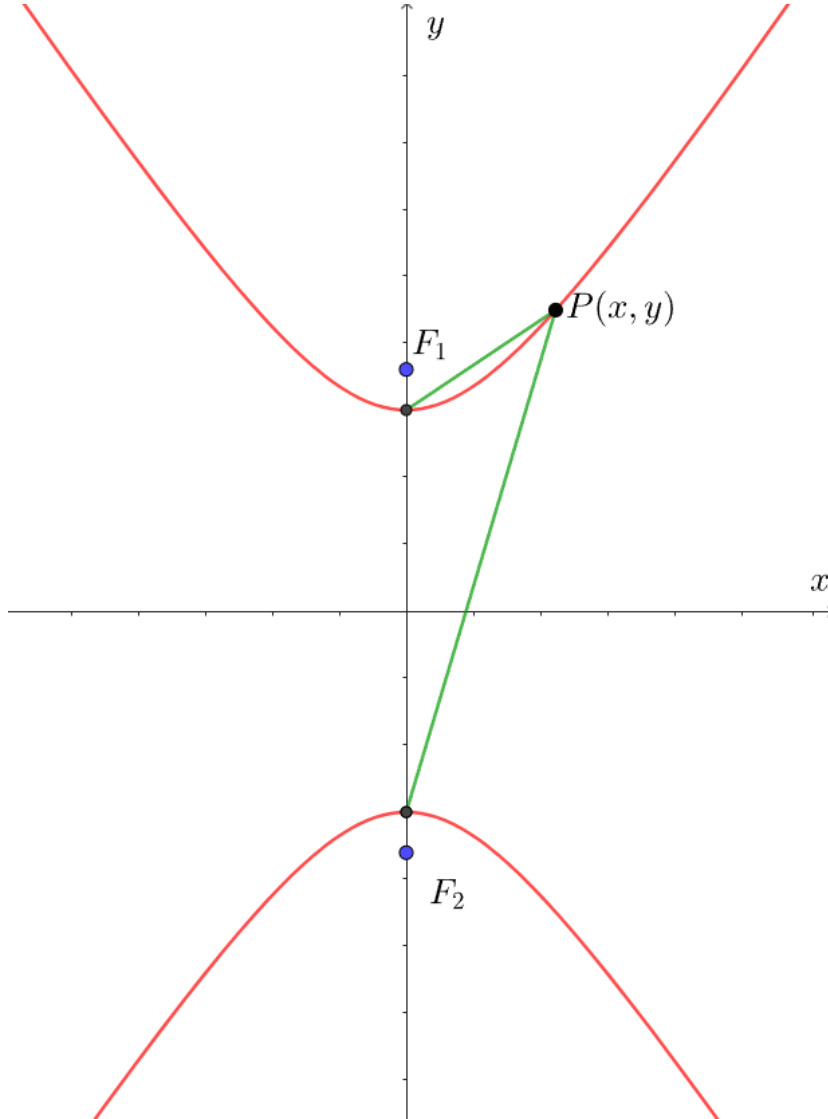


Equação reduzida:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

# Equação da Hipérbole: Centro em C(0,0)

Caso 2: eixo real sobre o eixo y:



Equação reduzida:

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1.$$

Ex.1 : Construa o gráfico da hipérbole  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ .

Ex.2 : Construa o gráfico da hipérbole  $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1$ .



# Equação da Hipérbole: Centro em $C(x_0, y_0)$

**Caso 1:** O eixo focal  $F_1F_2$  é paralelo ao eixo x

Usando translação de eixos, obtemos

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$

**Caso 1:** O eixo focal  $F_1F_2$  é paralelo ao eixo y

Usando translação de eixos, obtemos

$$\frac{(y - y_0)^2}{a^2} - \frac{(x - x_0)^2}{b^2} = 1$$

# Equação da Hipérbole: Centro em $C(x_0, y_0)$

Ex.3 : Determine a equação da Hipérbole com vértices  $A_1(-2, 3)$  e  $A_2(6, 3)$  e um dos focos com abscissa 7. Represente-a geometricamente e determine seus elementos.

Ex.4 : Determine a equação que é satisfeita pelos pontos cuja diferença das distâncias, em módulo, aos pontos  $F_1(-2, 4)$  e  $F_2(-2, -2)$  é igual a 4 u.c. Represente-a geometricamente e determine seus elementos.

Ex. 5: Escreva a equação reduzida das curvas abaixo, identifique-as e represente-as geometricamente.

a)  $-x^2 + y^2 - 6x - 2y - 8 = 0$

**Ex. 1:** Escreva a equação reduzida das curvas abaixo, identifique-as e represente-as geometricamente.

a)  $-x^2 + y^2 - 6x - 2y - 8 = 0$

b)  $y^2 - x^2 + 4y + 4x - 1 = 0;$

c)  $x^2 - 20x + y + 100 = 0$

d)  $-x^2 - y^2 - 2x - 10y - 26 = 0$

**Ex. 2:** Determine a equação reduzida da cônica em que um dos vértices é o foco da parábola de equação  $y^2 + 2y - 8x + 25 = 0$ , um dos focos é o vértice dessa mesma parábola e além disso, o centro dessa cônica está sobre a diretriz dessa parábola.