Exercícios ICD - Propriedades das Funções

pg 66:

① a) $f(x) = x^2 + 5$

$f(-x) = (-x)^2 + 5 \Rightarrow x^2 + 5 \Rightarrow f(x) = f(-x)$ portanto a função é par.

b) $g(x) = |x^2 + 2|$

$g(-x) = |(-x)^2 + 2| \Rightarrow |x^2 + 2| \Rightarrow g(x) = g(-x)$ ∴ a função é par.

c) $h(t) = |t| - 4$

$h(-t) = |-t| - 4 \Rightarrow |t| - 4 \Rightarrow h(t) = h(-t)$ ∴ a função é par.

d) $p(a) = a^3 + 2a$

$p(a) \Rightarrow (-a)^3 - 2a \Rightarrow -(a)^3 - 2a \Rightarrow p(-a) = -p(a)$ ∴ a função é ímpar.

e) $q(y) = \sqrt{y^4 + 2y^2}$

$q(-y) = \sqrt{(-y)^4 + 2(-y)^2} \Rightarrow \sqrt{y^4 + 2y^2} \Rightarrow q(-y) = q(y)$ portanto a função é par.

f) $r(\theta) = \dfrac{3\theta^2 - 5}{\theta|\theta|}$ $\quad \theta = x \Rightarrow \dfrac{3x^2 - 5}{x.|x|} \Rightarrow r(-\theta) = \dfrac{3.(-x)^2 - 5}{-x.|-x|} \Rightarrow \dfrac{3x^2 - 5}{-x.|x|}$

∴ a função não é par nem ímpar.

g) $S(t) = S_0 + V_0 t + 4{,}9t^2$ onde $S_0, V_0 \in \mathbb{R}$

$S(-t) = S_0 + V_0(-t) + 4{,}9(-t)^2 \Rightarrow S_0 - V_0 t + 4{,}9t^2$ $\therefore$ não é par nem impar pois $\forall t . (S(-t) \neq S(t)) \wedge (S(-t) \neq -S(t))$

h) $v(t) = 4{,}5t$

$v(t) = 4{,}5(-t) \Rightarrow -4{,}5t \Rightarrow h(-t) = -h(t)$ $\therefore$ é par pois $\forall t . (h(-t) = -h(t))_{//}$

i) $w(x) = 5$

$w(-x) = 5$ $\therefore$ a função é constante, sendo assim $w(-x) = w(x)$ e $\forall x . (w(x) = 5)_{//}$

j) $z(y) = y \cdot 2^y$

$z(-y) = -y \cdot 2^{-y} \Rightarrow -y \cdot \frac{1}{2^y} \Rightarrow z(4) = 4 \cdot 2^4 = 64 \Rightarrow z(-4) = -4 \cdot \frac{1}{2^4} \Rightarrow$

$\Rightarrow -4 \cdot \frac{1}{16} \Rightarrow -\frac{1}{4}_{//}$ $\therefore$ não é par e nem impar$_{//}$

2) a) $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$

$f(x) = x+1 \Rightarrow \mathbb{R}$ $\quad D_f = \mathbb{R} = Im_{f^{-1}}$ $\quad Im_f = \mathbb{R} = D_{f^{-1}}$

$f(x) \Rightarrow y = \sqrt[3]{x+1} \Rightarrow x = \sqrt[3]{y+1} \Rightarrow \cancel{x}^3 = y+1$

$\Rightarrow y = x^3 - 1_{//}$

$\therefore f^{-1}(x): \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f^{-1}(x) = x^3 - 1_{//}$

b) $f(x) = x^2 + 2x$

$\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow \left(-\frac{2}{2}, -\frac{4}{4}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ vértice $= (-1,-1)$; parabola concava p/ cima $Im_f [-1,+\infty)$

$y = x^2 + 2x \Rightarrow x = y^2 + 2y \Rightarrow x = (y+1)^2 - 1$

$\Rightarrow x + 1 = (y+1)^2 \Rightarrow y + 1 = \pm\sqrt{x+1}$

I $y = -1 + \sqrt{x+1}$

II $y = -1 - \sqrt{x+1}$

$D_{f^{-1}} = [-1,+\infty) = Im_f$

$Im_{f^{-1}} = \mathbb{R} = D_f$

?

não entendi esta questão!

c) $f(x) = \dfrac{2x+3}{x-4}$ → $x - 4 \neq 0$

$x \neq 4$

$x = \dfrac{2y+3}{y-4} \Rightarrow xy - 4x = 2y + 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow xy - 2y = 4x + 3 \Rightarrow y(x-2) = 4x+3$

$\Rightarrow y = \dfrac{4x+3}{x-2}$, $x \neq 2$

$f(x): \mathbb{R} - \{4\} \to \mathbb{R}$

$D_f \to \mathbb{R} - \{4\} = Im_{f^{-1}}$

$D_{f^{-1}} \Rightarrow \mathbb{R} - \{2\} = Im_f$

$\therefore f^{-1}: \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R} - \{4\}$

d) $f(x) = \sqrt{x^3 - 1}$ $x \geq 1$

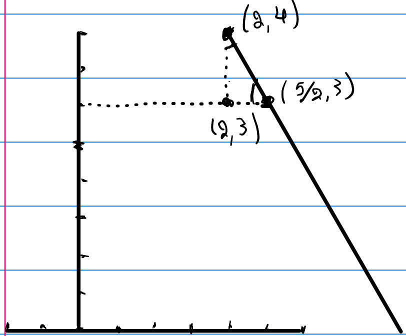
$D_f: [1,+\infty) = Im_{f^{-1}}$

$Im_f: [0,+\infty) = D_{f^{-1}}$

$x = \sqrt{y^3 - 1} \Rightarrow x^2 = y^3 - 1 \Rightarrow y^3 = x^2 + 1 \Rightarrow y = \sqrt[3]{x^2+1}$

$f^{-1}: [0,+\infty) \to [1,+\infty)$

3) $f^{-1}(3) = 5/2$ e $f(2) = 4$ determine a expressão a f, sabendo que a função é de primeiro grau



decresente! equação temos $y = ax + b$ onde $a = tg$.

$a = \dfrac{1}{1/2} = 2$, substituindo temos $4 = -2.2 + b$

$\Rightarrow b = 8$ sendo assim, $f(x) = -2x + 8$

ps não consigo extrair a função d o pto. (2,4)

(4) Mostre que se f é inversível $(f^{-1})^{-1} = f$ //

se $f(2)=0$ por exemplo, temos pela definição que a função inversa é de imagem para o domínio, portanto $f^{-1}(0)=2$, logo $(f^{-1})^{-1}(2)=0 = f(2)=0$, $\therefore (f^{-1})^{-1} \equiv f$ //

(5) $f(x) = 2x+3$ e $g(x) = \sqrt[3]{6-x}$, determine:

a) $(f^{-1})^{-1} = 2x+3$

b) $(f \circ f^{-1}) \Rightarrow x = 2y+3 \Rightarrow 2y = x-3 \Rightarrow y = \frac{x-3}{2}$

$(f \circ f^{-1}) = f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{x-3}{2}\right) = 2 \cdot \frac{(x-3)}{2} + 3 = x + \cancel{3} - \cancel{3}$ // $\Rightarrow x$ //

c) $g^{-1} \circ g^{-1} \Rightarrow x = \sqrt[3]{6-y} \Rightarrow x^3 = 6-y \Rightarrow y = -x^3+6$ //

$(g^{-1} \circ g^{-1}) = (g^{-1}(g^{-1}(x))) \Rightarrow -(-x^3+6)^3 + 6 \Rightarrow (x^3-6)^3 + 6 \Rightarrow x^9 - 18x^6 + 10x^3 - 210$ //

d) $(f \circ g)^{-1} = f \circ g \Rightarrow f(g(x)) \Rightarrow 2\sqrt[3]{6-x} + 3$ //

$(f \circ g)^{-1} \Rightarrow x = 2\sqrt[3]{6-y} + 3 \Rightarrow 2\sqrt[3]{6-y} = x-3 \Rightarrow \sqrt[3]{6-y} = \frac{x-3}{2} = 6-y = \left(\frac{x-3}{2}\right)^3$ //

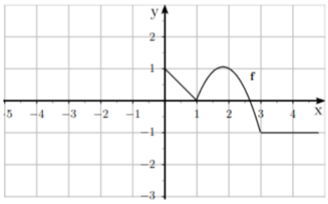
$-y = \left(\frac{x-3}{2}\right)^3 - 6 \Rightarrow y = -\left(\frac{x-3}{2}\right)^2 + 6$ // conferir

e) $f \circ f \circ g^{-1} \Rightarrow f(f(g^{-1}(x))) \Rightarrow f(f(-x^3+6)) \Rightarrow f(-2x^3+15) \Rightarrow 2.(2x^3+15)+3$

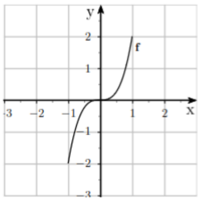
$\Rightarrow 4x^3 + 33$ //

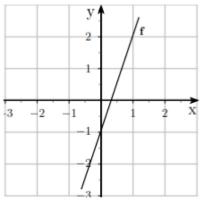
6) Considerando o gráfico da função f abaixo, construir o gráfico das funções que seguem:

a) $g(x) = -f(x) + 1$ b) $h(x) = f(x+2)$ c) $p(x) = f(-x) + 2$

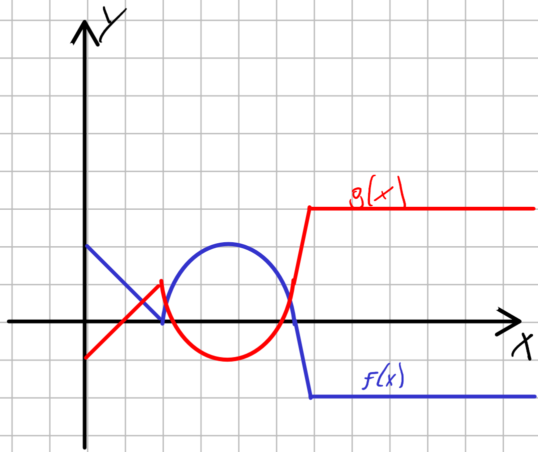


7) Dado o gráfico de f, construir o gráfico de f^{-1}.

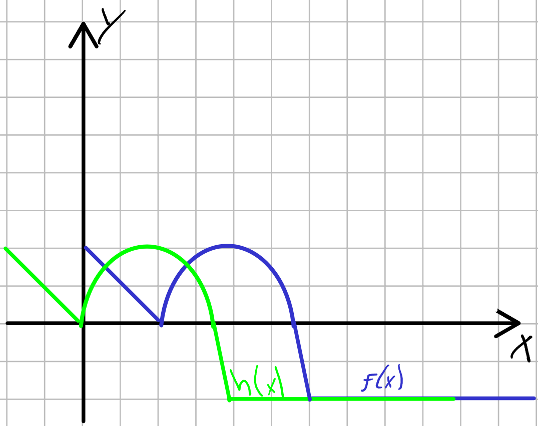




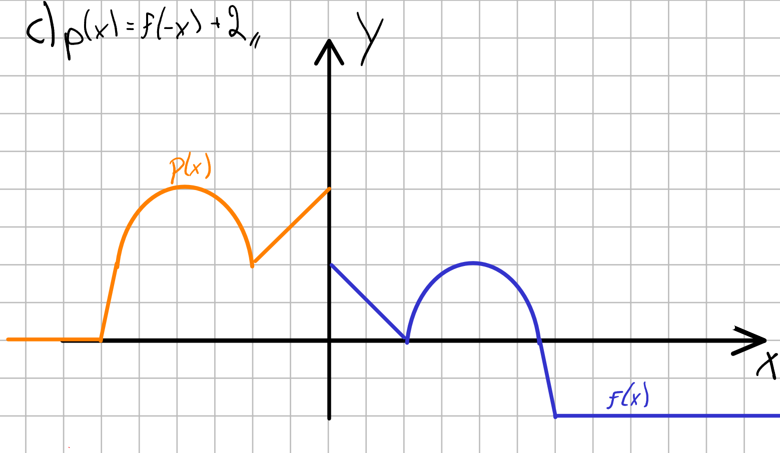
(6) a) $g(x) = -f(x)+1$



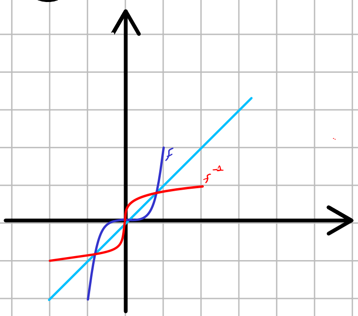
b) $h(x) = f(x+2)$

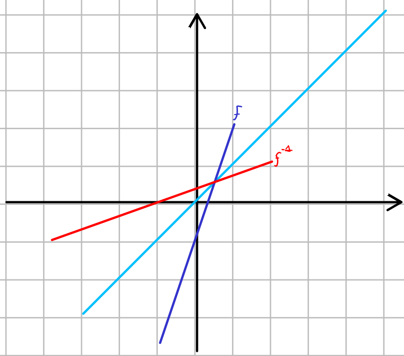


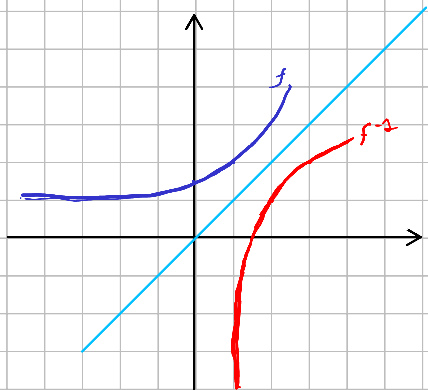
c) $p(x) = f(-x)+2$



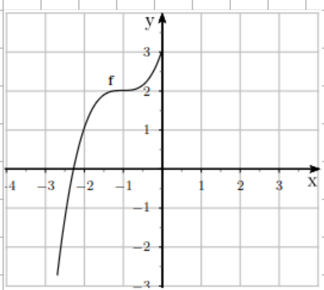
(7)





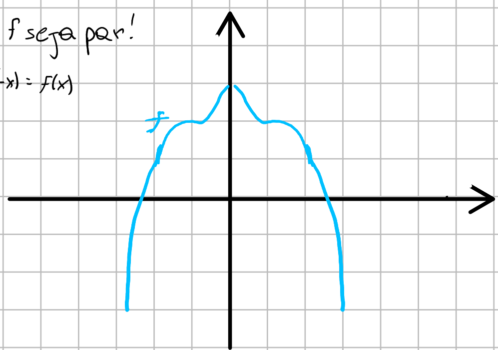


(8)



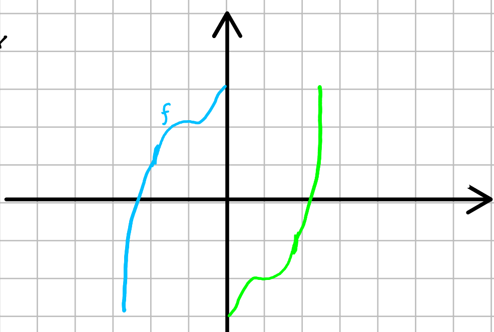
a) f seja par!

$f(-x) = f(x)$



b) f é impar

$f(-x) = -f(x)$



9) Analise se as afirmativas abaixo são verdadeiras ou falsas e justifique sua resposta:

(F) A função $h(x) = \frac{2^x+2^{-x}}{2}$ é um a função ímpar. (a)

(V) Considere as funções $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ e $g(x) = 2x+3$. Então $(g \circ f)^{-1}(x) = \frac{2x-4}{x-5}$. (b)

( ) A função $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ é injetora. (c)

(a) $h(x) = \frac{2x + 2^{-x}}{2} \Rightarrow h(-x) \Rightarrow \frac{-2x + 2^{x}}{2} \Rightarrow h(2) = \frac{4 + 1/4}{2}$

$h(-x) = -h(x)$ $\qquad h(-2) = \frac{-4+4}{2}$

a função não é par e nem ímpar

(b) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$; $g(x) = 2x+3$; Então $(g \circ f)^{-1}(x) = \frac{2x-4}{x-5}$

$(g \circ f) = g(f(x)) \Rightarrow g\left(\frac{x+1}{x-2}\right) \Rightarrow 2.\left(\frac{x+1}{x-2}\right) + 3 \Rightarrow \frac{2(x+1)}{x-2} + 3$//

$(g \circ f)^{-1} = x = \frac{2(y+1)}{y-2} + 3 \Rightarrow x - 3 = \frac{2(y+1)}{y-2} \Rightarrow (x-3).(y-2) = 2(y+1)$//

$\Rightarrow xy - 2x - 3y + 6 = 2(y+1)$

$xy - 2x - 3y + 6 = 2y + 2$

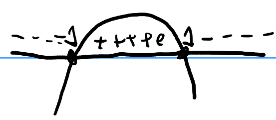
$xy - 5y = +2x - 4$

$y(x-5) = 2x - 4$

$y = \frac{2x-4}{x-5}$

(c) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ é injetora?

$1 - x^2 \geq 0$



$x^2 \leq 1$

$x \leq +1$ não é injetora por

$x \leq -1$ $f(-1) = f(1)$//

10) Considere a função $f(x) = \sqrt{x+4}$. Determine a função inversa de f, seu domínio e sua imagem. A seguir, construa num mesmo sistema de eixos os gráficos de f e de sua função inversa.

$f(x) = \sqrt{x+4}$

$x + 4 \geq 0$

$x \geq -4$

$f: [-4, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$

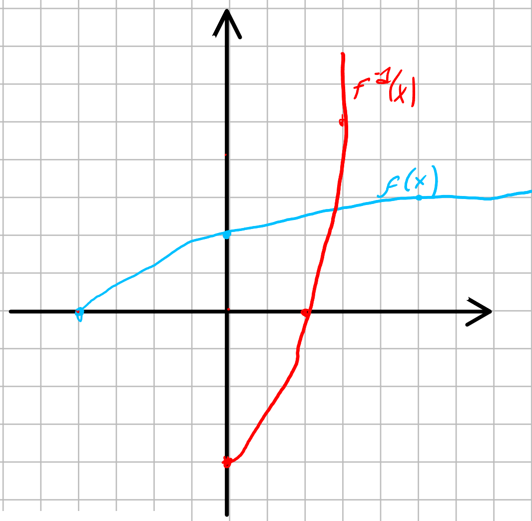
$D_f = I_{f^{-1}}$

$Im_f = D_{f^{-1}}$

$f^{-1}(x) \Rightarrow x = \sqrt{y+4}$

$x^2 = y + 4$

$y = x^2 - 4$



11) (UDESC-SC)A função definida por $f(x) = 1 + x^2$ é uma função bijetora, se os conjuntos que representam o domínio $(D(f))$ e imagm $(Im(f))$ são:

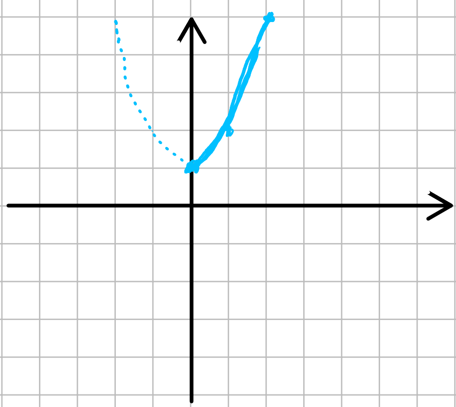
a) $D(f) = \mathbb{R}$ e $Im(f) = [1, +\infty)$ ✗

b) $D(f) = (-\infty, 0]$ e $Im(f) = \mathbb{R}$ ✗

c) $D(f) = \mathbb{R}$ e $Im(f) = \mathbb{R}$ ✗

d) $D(f) = [0, +\infty)$ e $Im(f) = [0, +\infty)$

● $D(f) = [0, +\infty)$ e $Im(f) = [1, +\infty)$



opção e é a correta

p/ $f(x) = 1 + x^2$ ser bijetora $D(f) = [0, +\infty)$ e $Im(f) = [1, +\infty)$