

Soma dos Produtos e Produtos das Somas

Yuri Kaszubowski Lopes

UDESC

Anotações

---

---

---

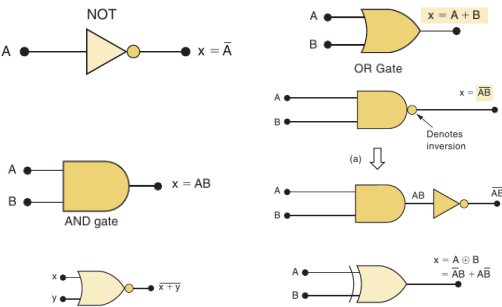
---

---

---

---

Revisão: Portas lógicas



Anotações

---

---

---

---

---

---

---

Revisão: Tabela verdade

A	B	$\bar{A}$	$A.B$	$A + B$	$A \oplus B$
0	0				
0	1				
1	0				
1	1				

Anotações

---

---

---

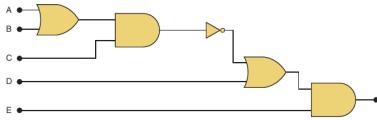
---

---

---

---

## Revisão: Expressões Booleanas



### Anotações

---

---

---

---

---

---

---

## Derivando Expressões

- Dada uma tabela verdade para uma expressão qualquer, podemos definir qual função booleana que gera a tabela
- Duas formas básicas
  - ▶ Soma dos produtos
  - ▶ Produtos das somas

### Anotações

---

---

---

---

---

---

---

## Soma dos Produtos

- Na tabela verdade, utilizamos todas as linhas que a função gera **1**
- Realizamos o **produto (AND)** das variáveis envolvidas nessa linha
  - ▶ **Negamos** as variáveis que aparecem com **0** nessa linha
  - ▶ O **produto** das variáveis nesse caso é denominado **mintermo** ou **minitermo**
- Fazemos uma **soma (OR)** entre todos os mintermos (linhas que geram **1**)

### Anotações

---

---

---

---

---

---

---

Soma dos Produtos: Exemplo 01

#	A	B	C	X
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	1
4	0	1	1	0
5	1	0	0	1
6	1	0	1	1
7	1	1	0	0
8	1	1	1	0

$$\underbrace{\bar{A}.B.\bar{C}}_{\#3} + \underbrace{A.\bar{B}.\bar{C}}_{\#5} + \underbrace{A.\bar{B}.C}_{\#6}$$

Anotações

Soma dos Produtos: Exemplo 02

#	A	B	C	X
1	0	0	0	1
2	0	0	1	1
3	0	1	0	0
4	0	1	1	0
5	1	0	0	0
6	1	0	1	1
7	1	1	0	1
8	1	1	1	1

$$\underbrace{\bar{A}.\bar{B}.\bar{C}}_{\#1} + \underbrace{\bar{A}.\bar{B}.C}_{\#2} + \underbrace{\bar{A}.B.\bar{C}}_{\#6} + \underbrace{\bar{A}.B.C}_{\#7} + \underbrace{A.\bar{B}.\bar{C}}_{\#8}$$

Anotações

Produto das Somas

- Forma dual da soma dos produtos
- Na tabela verdade, utilizamos todas as linhas que a função gera 0
- Realizamos a **soma (OR)** das variáveis envolvidas nessa linha
  - **Negamos** as variáveis que aparecem com 1 nessa linha
  - A **soma** das variáveis nesse caso é denominado **maxtermo** ou **maxitermo**
- Fazemos um **produto (AND)** entre todos os maxtermos (linhas que geram 0)

Anotações

Produto das Somas: Exemplo 01

#	A	B	C	X
1	0	0	0	1
2	0	0	1	1
3	0	1	0	0
4	0	1	1	0
5	1	0	0	0
6	1	0	1	1
7	1	1	0	1
8	1	1	1	1

$$\underbrace{(A + \overline{B} + C)}_{\#3} \cdot \underbrace{(A + \overline{B} + \overline{C})}_{\#4} \cdot \underbrace{(\overline{A} + B + C)}_{\#5}$$

Anotações

Produto das Somas: Exemplo 02

#	A	B	C	X
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	1
4	0	1	1	0
5	1	0	0	1
6	1	0	1	1
7	1	1	0	0
8	1	1	1	0

$$\underbrace{(A + B + C)}_{\#1} \cdot \underbrace{(A + B + \overline{C})}_{\#2} \cdot \underbrace{(A + \overline{B} + \overline{C})}_{\#4} \cdot \underbrace{(\overline{A} + \overline{B} + C)}_{\#7} \cdot \underbrace{(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})}_{\#8}$$

Anotações

Forma Canônica e Padrão/Normal

- Soma dos produtos e produtos das somas são formas padrão (normal)
  - Soma dos produtos: Forma Normal Disjuntiva (FND)
  - Produto das somas: Forma Normal Conjuntiva (FNC)
- Se em cada minitermo (ou maxitermo) **todas as variáveis estão presentes**, essas formas são denominadas canônicas
- As expressões dos slides anteriores estavam em suas formas canônicas

Formas Normais

- Apenas conectivos NOT ( $\overline{X}$ ,  $\sim$ ,  $\neg$ ), AND ( $\cdot$ ,  $\wedge$ ) ou OR ( $+$ ,  $\vee$ )
- NOT não tem alcance sobre AND nem sobre OR
  - $\overline{A \cdot B}$  Não é permitido
- NOT não tem alcance sobre outro NOT
  - $\overline{\overline{A}}$  Não é permitido
- Ou AND tem alcance sobre OR ou(-exclusivo) OR tem alcance sobre AND em toda a expressão

Anotações

Formas Normais

- Disjunção (soma): OR (+, ∨)
- Conjunção (produto): AND (., ∧)

Forma Normal Disjuntiva (FND)

- Disjunção de Conjunções
- $A.B + \bar{A}.B$

Forma Normal Conjuntiva (FNC)

- Conjunção de Disjunções
- $(A + B).(A + \bar{B})$

Anotações

---

---

---

---

---

---

---

Simplificações Algébricas

- As formas canônicas são úteis e simples para, por exemplo, encontrarmos a função booleana através de sua tabela verdade
  - Mas a implementação dessas funções requer muitas portas lógicas
- Podemos simplificar as expressões através de
  - Mapas de Karnaugh
  - Leis e teoremas da Álgebra e Boole

Anotações

---

---

---

---

---

---

---

Exercícios

1. Faça a soma dos produtos e o produto das somas para as tabelas verdade a seguir

#	A	B	C	X
1	0	0	0	0
2	0	0	1	1
3	0	1	0	0
4	0	1	1	1
5	1	0	0	0
6	1	0	1	1
7	1	1	0	0
8	1	1	1	1

Anotações

---

---

---

---

---

---

---

Exercícios

2. Faça a soma dos produtos e o produto das somas para as tabelas verdade a seguir

#	A	B	C	D	X
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	1
3	0	0	1	0	1
4	0	0	1	1	0
5	0	1	0	0	1
6	0	1	0	1	1
7	0	1	1	0	0
8	0	1	1	1	0
9	1	0	0	0	0
10	1	0	0	1	1
11	1	0	1	0	0
12	1	0	1	1	1
13	1	1	0	0	1
14	1	1	0	1	0
15	1	1	1	0	1
16	1	1	1	1	0

Anotações

Referências

- TOCCI, R.J.; WIDMER,N.S. **Sistemas digitais: princípios e aplicações**. 11a ed, Prentice-Hall, 2011.
- RUGGIERO, M.; LOPES, V. da R. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. Makron Books do Brasil, 1996.
- NULL, L.; LOBUR, J. **Princípios Básicos de Arquitetura e Organização de Computadores**. 2014. Bookman, 2009. ISBN 9788577807666.

Anotações

Anotações