

Regra de L'Hopital

Forma do Tipo $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$

• Teorema: Se f e g são funções com primeiras derivadas contínuas em $x = x_0$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ e $\forall x \neq x_0$, $g'(x) \neq 0$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ existir então:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Forma Indeterminada do Tipo $\frac{\infty}{\infty}$

• Teorema: Se f e g são funções contínuas e deriváveis em todos os pontos $x \neq x_0$ (numa vizinhança do ponto x_0) e $g'(x) \neq 0 \forall x$ e se $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \infty$, então:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Forma Indeterminada $0 \cdot \infty$: Se $f(x) = g(x) \cdot h(x)$ e o

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0 \cdot \infty$ então basta fazer:

$$f(x) = \frac{g(x)}{\frac{1}{h(x)}} \quad \text{ou} \quad f(x) = \frac{h(x)}{\frac{1}{g(x)}} \quad \text{e aplicar L'Hopital do Teorema } \frac{0}{0} \text{ ou } \frac{\infty}{\infty}.$$

Forma Indeterminada $\infty - \infty$: Se $f(x) = g(x) - h(x)$ e o

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty - \infty$, então através de operações elementares entre as funções $g(x)$ e $h(x)$ é sempre possível

transformar o $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ numa das formas indeterminadas $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$

Formas Indeterminadas do tipo 1^∞ , 0^0 e ∞^0 : Se

$f(x) = [g(x)]^{h(x)}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0}$ assume uma das três formas indeterminadas 1^∞ , 0^0 , ∞^0 , então, para qualquer uma das indeterminações define-se:

$$\rightarrow L = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} [g(x)]^{h(x)} \quad (\ln)$$

$$\rightarrow \ln L = \ln \left(\lim_{x \rightarrow x_0} [g(x)]^{h(x)} \right) \rightarrow \ln L = \lim_{x \rightarrow x_0} \left(\ln [g(x)]^{h(x)} \right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \ln L = \lim_{x \rightarrow x_0} (h(x) \cdot \ln [g(x)]) \quad \text{Assim o limite assume a forma de } 0 \cdot \infty,$$