MDI0002 – Matemática Discreta
Aula 02
Indução Matemática

Karina Girardi Roggia
karina.roggia@udesc.br

Departamento de Ciência da Computação
Centro de Ciências Tecnológicas
Universidade do Estado de Santa Catarina

2020

Introdução

O que acontece quando empurramos o primeiro de uma sequência de dominós enfileirados?

Efeito Dominó

Ao derrubar a primeira peça, todas as demais serão derrubadas em cadeia.
Para que isso efetivamente ocorra:

1. a primeira peça deve ser derrubada em direção às demais
2. se qualquer peça está suficientemente próxima da seguinte, então, ao ser derrubada, ela fará com que a seguinte também seja derrubada

Efeito Dominó

Por 1 a primeira peça é derrubada.
Por 2 a segunda peça é derrubada.
Por 2 a terceira peça é derrubada.
Por 2 a quarta peça é derrubada.
E assim sucessivamente...

Sem 1 não começaríamos.
Sem 2 o processo não continuaria.

Utilidade nº 1:

- Provar propriedades dos números naturais

Na realidade, a indução matemática pode provar uma propriedade para qualquer estrutura que mantenha uma “boa ordem” (todo subconjunto não vazio da estrutura possui um elemento mínimo segundo esta tal ordem).

Definição (Primeiro Princípio da Indução Matemática)

Seja $p(n)$ uma proposição sobre $M = \{n \in \mathbb{N} \mid n \geq m \wedge m \in \mathbb{N}\}$.
Se

(Base) $p(m)$ é verdadeira

(Passo) Para qualquer k, vale $p(k) \rightarrow p(k+1)$

então $p(n)$ é verdadeira para todo $n \in M$.

Técnica de Demonstração

- Demonstrar a **base** da indução $p(m)$
- A partir de um k
  - supor verdadeira a **hipótese** de indução $p(k)$
  - provar o **passo** de indução, demonstrando $p(k+1)$

Exemplo

Provar que

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

para qualquer $n \in \mathbb{N}$

Exemplo

Provar que, para qualquer $n \in \mathbb{N}$

se $n > 3$

então $2^n < n!$