

LMA0001 – Lógica Matemática

Aula 06

Método da Tabela-Verdade

Karina Girardi Roggia
karina.roggia@udesc.br

Departamento de Ciência da Computação
Centro de Ciências Tecnológicas
Universidade do Estado de Santa Catarina

2020



Método da tabela-verdade

Entrada: fórmula proposicional A

- 1 Coloque os elementos de $\text{Subf}(A)$ nas colunas de uma tabela (ordenados por tamanho).
- 2 Calcule todas as distintas valorações para o subconjunto de símbolos proposicionais $(\mathcal{P} \cap \text{Subf}(A))$, e coloque nas linhas da tabela.
- 3 Com base nas tabelas-verdade dos conectivos, preencha o valor-verdade de cada elemento de $\text{Subf}(A)$ a partir do valor-verdade dos seus componentes **na mesma linha**.
- 4 Observe a última coluna (contendo A):
Se contiver somente 1: A é válida (tautologia).
Se contiver somente 0: A é insatisfazível.
Se contiver algum 1: A é satisfazível.
Se contiver algum 0: A é falsificável.



Considere a fórmula $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$.



Considere a fórmula $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$.

Etapa 1: calcule e ordene subfórmulas, coloque nas colunas.

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee q$ | $\neg p \vee \neg q$ | $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ |
|-----|-----|----------|----------|------------|----------------------|--|
| | | | | | | |



Considere a fórmula $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$.

Etapa 2: calcule todas as possibilidades de valoração de p e q .

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee q$ | $\neg p \vee \neg q$ | $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ |
|-----|-----|----------|----------|------------|----------------------|--|
| 0 | 0 | | | | | |
| 0 | 1 | | | | | |
| 1 | 0 | | | | | |
| 1 | 1 | | | | | |



Considere a fórmula $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$.

Etapa 3: preencha cada elemento da tabela com base na valoração dos componentes na mesma linha.

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee q$ | $\neg p \vee \neg q$ | $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ |
|---|---|----------|----------|------------|----------------------|--|
| 0 | 0 | 1 | | | | |
| 0 | 1 | | | | | |
| 1 | 0 | | | | | |
| 1 | 1 | | | | | |



Considere a fórmula $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$.

Etapa 3: preencha cada elemento da tabela com base na valoração dos componentes na mesma linha.

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee q$ | $\neg p \vee \neg q$ | $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ |
|---|---|----------|----------|------------|----------------------|--|
| 0 | 0 | 1 | 1 | | | |
| 0 | 1 | | | | | |
| 1 | 0 | | | | | |
| 1 | 1 | | | | | |



Considere a fórmula $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$.

Etapa 3: preencha cada elemento da tabela com base na valoração dos componentes na mesma linha.

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee q$ | $\neg p \vee \neg q$ | $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ |
|---|---|----------|----------|------------|----------------------|--|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | | |
| 0 | 1 | | | | | |
| 1 | 0 | | | | | |
| 1 | 1 | | | | | |



Considere a fórmula $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$.

Etapa 3: preencha cada elemento da tabela com base na valoração dos componentes na mesma linha.

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee q$ | $\neg p \vee \neg q$ | $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ |
|---|---|----------|----------|------------|----------------------|--|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | |
| 0 | 1 | | | | | |
| 1 | 0 | | | | | |
| 1 | 1 | | | | | |



Considere a fórmula $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$.

Etapa 3: preencha cada elemento da tabela com base na valoração dos componentes na mesma linha.

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee q$ | $\neg p \vee \neg q$ | $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ |
|-----|-----|----------|----------|------------|----------------------|--|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | | | | | |
| 1 | 0 | | | | | |
| 1 | 1 | | | | | |



Considere a fórmula $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$.

Etapa 3: preencha cada elemento da tabela com base na valoração dos componentes na mesma linha.

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee q$ | $\neg p \vee \neg q$ | $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ |
|-----|-----|----------|----------|------------|----------------------|--|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |



Considere a fórmula $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$.

Etapa 4: observe a última coluna.

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee q$ | $\neg p \vee \neg q$ | $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ |
|-----|-----|----------|----------|------------|----------------------|--|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |



Considere a fórmula $A = (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$.

Etapa 4: observe a última coluna.

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee q$ | $\neg p \vee \neg q$ | $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ |
|-----|-----|----------|----------|------------|----------------------|--|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Descobrimos através do método da tabela-verdade que A é *satisfazível* e *falsificável*.



Considerações sobre eficiência

O método da tabela-verdade de A pode ser visto como uma análise de *força-bruta*:

- calculamos todas as possíveis combinações de valor-verdade para os símbolos proposicionais *que ocorrem na fórmula*.
- calculamos as respectivas *valorações* \mathcal{V} , e a aplicamos a todas as subfórmulas até chegar a A .
- olhamos para os possíveis valores-verdade de A .

Pergunta: podemos estimar quantas linhas e colunas terão as tabelas-verdade das seguintes fórmulas?

$$p \rightarrow q \rightarrow (\neg r \wedge \neg p) \rightarrow \neg s \vee t \vee u \wedge v$$

$$a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow h \rightarrow i \rightarrow j$$



Considerações sobre eficiência

O método da tabela-verdade é computacionalmente custoso.

Para uma fórmula com N símbolos proposicionais, temos 2^N linhas.

Posteriormente veremos métodos mais eficientes para determinar ou não a validade de uma fórmula.



Determine a classificação das seguintes fórmulas, como *tautologias*, *insatisfazíveis*, *satisfazíveis* ou *falsificáveis*, utilizando o método da tabela-verdade:

- $(p \wedge \neg p) \rightarrow q$
- $p \rightarrow \neg\neg p$
- $\neg(p \vee q \rightarrow p)$
- $p \rightarrow \neg q \wedge \neg p \vee q \wedge \neg q \rightarrow p \vee \neg q$

