

LMA0001 – Lógica Matemática

Aula 02

Proposições

Karina Girardi Roggia
karina.roggia@udesc.br

Departamento de Ciência da Computação
Centro de Ciências Tecnológicas
Universidade do Estado de Santa Catarina

2020



A linguagem natural normalmente apresenta diversas irregularidades e um grande complexidade, o que dificulta a análise precisa do discurso.

Em **lógica matemática**, utilizamos **linguagens formais** para expressar argumentações, onde a formação das *frases* é precisa e não-ambígua.

A primeira linguagem formal que estudaremos é a **lógica proposicional clássica**, ou **cálculo proposicional**.



Proposições são enunciados aos quais podemos associar **um valor verdade** (verdadeiro ou falso). Ex:

A casa da colina é azul.

João Carlos é maior que Ana.

Marcos é gremista ou palmeirense

Além de frases interrogativas ou imperativas, algumas sentenças **auto-referentes** não podem ser consideradas proposições. Ex:

Esta frase é falsa.



Proposições atômicas e compostas

Proposições podem ser **atômicas** ou **compostas**.

Proposições atômicas não podem ser descritas como combinações de outras proposições. Ex:

A casa é verde.

Proposições compostas são construídas com base em outras proposições e **conectivos lógicos**.. Ex:

A casa é verde **e** o céu não possui nuvens.

Não é o caso **que** a casa é verde.

Se João ganhou na loteria **então** João tem sorte.



Os conectivos lógicos da *lógica proposicional clássica* são os seguintes:

- Negação (NÃO)
- Conjunção (E)
- Disjunção (OU)
- Implicação (SE-ENTÃO)

A linguagem da lógica proposicional não permite que representemos relações sobre elementos de conjuntos, como **todos**, **alguns** e **nenhum**.

A expressividade da lógica proposicional é *restrita*.



O conectivo NÃO (Não é o caso que ...) prefixa uma sentença para formar uma nova sentença a qual chamamos a negação da primeira. Ex:

Não é o caso que ele é fumante

é a negação da sentença

Ele é fumante

Variações gramaticais:

‘Ele é não-fumante’,

‘Ele não é fumante’

‘Ele não fuma’.



O conectivo E conecta duas proposições A e B, e resulta em uma proposição que é verdadeira quando ambas A e B o são. Em português: e, mas, embora, contudo, Ex:

O Brasil é o maior país da América do Sul **e** sua capital é Lima.

A casa possui dois pisos **e** foi construída em uma colina.

Chove **mas** faz calor

Note que o E da língua portuguesa pode ser um pouco diferente do E lógico, visto que o primeiro pode indicar causalidade. Ex:

Ana ficou doente **e** foi ao médico.

Ana foi ao médico **e** ficou doente.



O conectivo OU conecta duas proposições A e B, e resulta em uma proposição que é verdadeira se A ou B forem verdadeiras. Ex:

O Brasil é o maior país da América do Sul **ou** da Ásia

Note que o OU lógico é o que chamamos de OU INCLUSIVO, que admite tanto A quanto B serem verdade simultaneamente.

Guilherme é colorado **ou** baiano.

O conectivo OU EXCLUSIVO também existe, mas este não é primitivo e será discutido posteriormente.



Traduza as seguintes frases em proposições (interprete o OU como inclusivo).

- A marinha brasileira possui quatro porta-aviões.
- Embora seja verão, não tivemos um dia quente.
- O meu filho será político ou jogador de futebol.
- O carro de cor branca é muito caro e o custo do seguro não é barato.
- O mundo será salvo pela bomba atômica ou pela diplomacia.
- A casa está em perfeitas condições e o IPTU já está pago, ou não me chamo Arnaldo.



Conectivo SE-ENTÃO (1)

Enunciados do tipo SE A ENTÃO B chamam-se **implicações** ou **condicionais**.

- A é chamado **antecedente**
- B é chamado **consequente**

Exemplos:

Se chove então fico mal-humorado.

Se Deus é brasileiro então o Papa é baiano.



Conectivo SE-ENTÃO (2)

O antecedente é condição **suficiente** para ocorrência do consequente.

O consequente é condição **necessária** para ocorrência do antecedente

Exemplo:

Se João é juiz então João é advogado.

- o fato de ser juiz é suficiente para ser advogado
- para alguém ser juiz é necessário que seja advogado, mas não é o suficiente



Condição Necessária × Condição Suficiente



Conectivo SE-ENTÃO (3)

Exemplo 1:

O fogo é uma condição necessária para a fumaça
=
Se houver fumaça haverá fogo

Exemplo 2:

Se chover então molha a rua

- é suficiente chover para você deduzir que a rua fica molhada
- o fato da rua ficar molhada não garante que choveu



Conectivo SE-ENTÃO (4)

Uma implicação também pode ser expressa na ordem inversa.

Visto o casaco se sentir frio

mantém a semântica de

Se sentir frio, visto o casaco

Se sentir frio então visto o casaco



Conectivo SE-ENTÃO (5)

Variações gramaticais da implicação (A e B sentenças quaisquer)

- Se A então B
- A implica em B; A, logo B;
- A só se B; A somente se B;
- A apenas se B; A só quando B;
- B se A; B segue de A;
- A é condição suficiente para B;
- B é condição necessária para A;



Variações gramaticais da implicação

Se está chovendo então a rua está molhada.

- Chover implica em molhar a rua.
- Chove somente se a rua esta molhada.
- Se está chovendo, logo a rua está molhada.
- Molha a rua, se chove.
- Chover é condição suficiente para molhar a rua.
- Molhar a rua é condição necessária para chover.



Conectivo SE-ENTÃO (7)

Note que a partir da implicação

Se está chovendo então a rua está molhada.

NÃO podemos chegar à implicação

Se a rua está molhada então está chovendo.

contudo, podemos **SIM** afirmar que

Se a rua não está molhada, então não está chovendo.

Posteriormente provaremos esta a relação adequadamente.



Conectivo SE-ENTÃO (8)

Os advérbios **só**, **somente** e **apenas** tem significados diferentes dependendo do local em que aparecem na sentença.

Representam uma implicação e o *consequente* sempre aparece *depois* do advérbio.

João é feliz apenas se ama Maria

- | amar Maria é condição necessária para João ser feliz

- | estar feliz é suficiente para deduzirmos que João ama Maria

João ama Maria somente se é feliz

- | ser feliz é condição necessária para amar Maria

- | amar Maria é suficiente para deduzirmos que João é feliz



Conectivo SE-ENTÃO (9)

Existe também o conectivo SE e SOMENTE SE.

A SE, E SOMENTE SE B

Exemplo:

João é feliz **se, e somente se** ama Maria.

Pode ser visto como a seguinte combinação de implicações

(SE A ENTÃO B) E (SE B ENTÃO A)

Assim como o OU EXCLUSIVO, este conectivo não é primitivo e será discutido posteriormente.



Identifique antecedente e conseqüente das seguintes proposições:

- 1 Se a chuva continuar o rio vai transbordar.
- 2 Maria vende o carro se comprar a casa.
- 3 Maria vende o carro só se comprar a casa.
- 4 Os abacates só estão maduros quando estão escuros e macios.

