Capacitores

Circuitos Elétricos

PROFESSOR: MARCOS VINICIUS BRESSAN

UDESC – CCT

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

SLIDES EDITADOS DE RUBENS T. HOCH JR. – TEXTOS E FIGURAS OBTIDOS DOS LIVROS BOYLESTAD E SAKIHU

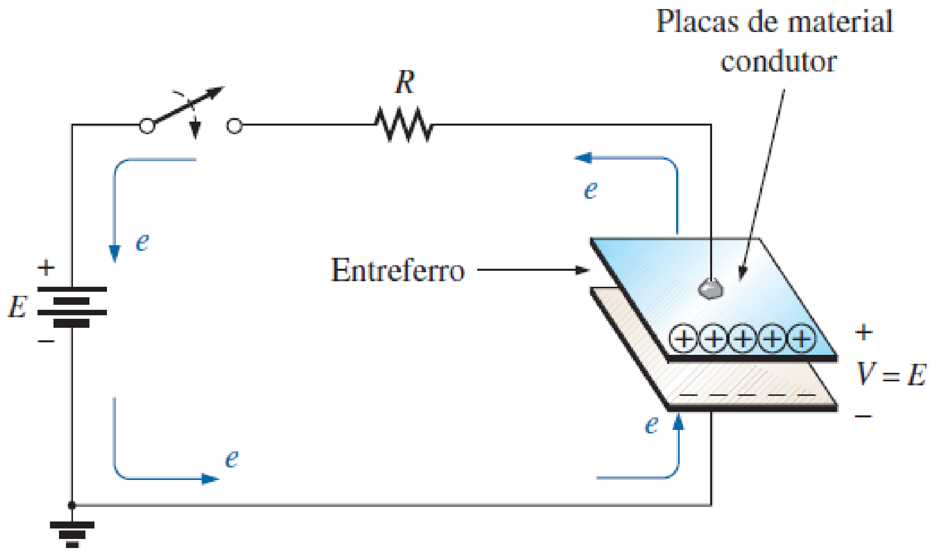
Capacitores

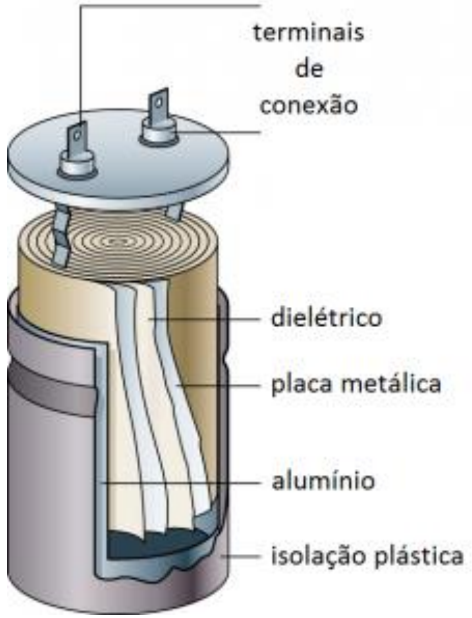
Introdução

Introdução

O princípio básico de construção do capacitor são duas placas paralelas feitas de um material condutor, como o alumínio, separados por um material isolante.

Na prática, o capacitor é construído por várias camadas de alumínio e isolantes, para aumentar a capacitância.





Introdução

Os tipos mais comuns de capacitores são: os cerâmicos, os de filme plásticos (poliéster ou polipropileno) e eletrolíticos.

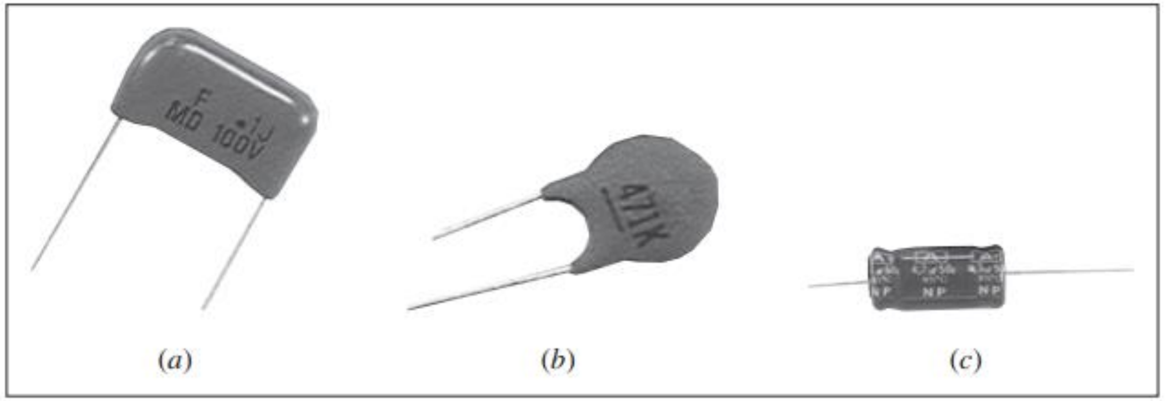


Figura 6.4 Capacitores fixos: (*a*) capacitor de poliéster; (*b*) capacitor cerâmico; (*c*) capacitor eletrolítico. (*Cortesia da Tech America*).

Introdução

Na prática, a capacitância depende de aspectos construtivos:

1. A área das placas – quanto maior a área, maior a capacitância.

2. O espaçamento entre as placas – quanto menor o espaçamento, maior a capacitância.

3. A permissividade do material – quanto maior a permissividade, maior a capacitância. [Sadiku]

Desta forma, a capacitância é dada por

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

Introdução

Idealmente, a capacitância é uma medida da quantidade de carga que o capacitor pode armazenar em suas placas.

Quanto mais alta a capacitância de um capacitor, maior a quantidade de carga armazenada nas placas para a mesma tensão aplicada.

$$\boxed{q = Cv}$$

Portanto, diferentemente dos resistores, que dissipam energia, os capacitores não dissipam, mas sim, armazenam energia que pode ser posteriormente recuperada. A energia armazenada no capacitor é dada por

$$\boxed{w = \frac{1}{2}Cv^2}$$

Introdução

Sabendo que a corrente elétrica é o deslocamento de cargas e é definida por

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Desta forma, relação corrente-tensão do capacitor é obtida através de

$$\boxed{i = C\frac{dv}{dt}}$$

A relação tesão-corrente é definida por

$$\boxed{v(t) = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\tau)d\tau + v(t_0)}$$

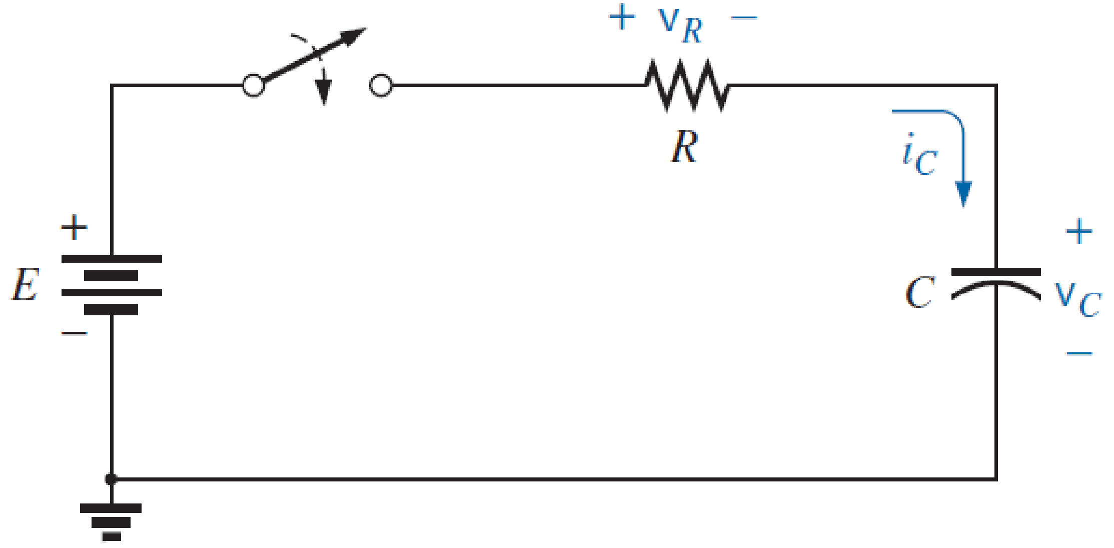
Capacitores

Circuitos com Capacitores

Circuitos com Capacitores

O armazenamento de carga nas placas de um capacitor não ocorre de maneira instantânea. Em vez disso, ela ocorre através de um período de tempo determinado pelos componentes do circuito.

O transitório de tensão no capacitor pode ser realizado de duas formas: etapa de carga, onde a tensão v_C aumenta durante o tempo e a etapa de descarga, quando v_C diminui com o passar do tempo.



Circuitos com Capacitores

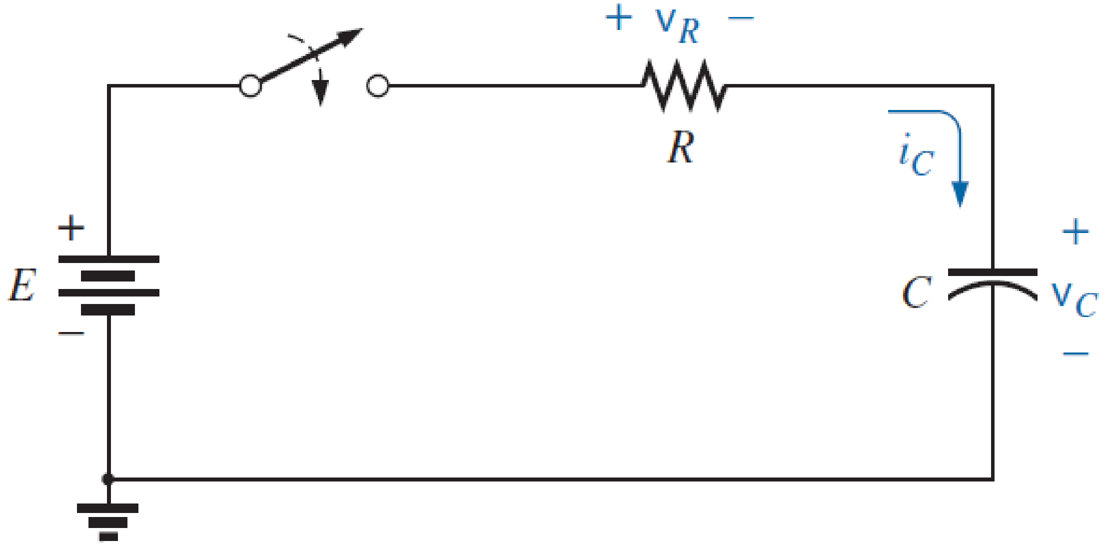
Equacionando o circuito, temos

$$E = R\, i_c(t) + v_c(t)$$

$$E = R\, C\, \frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t)$$

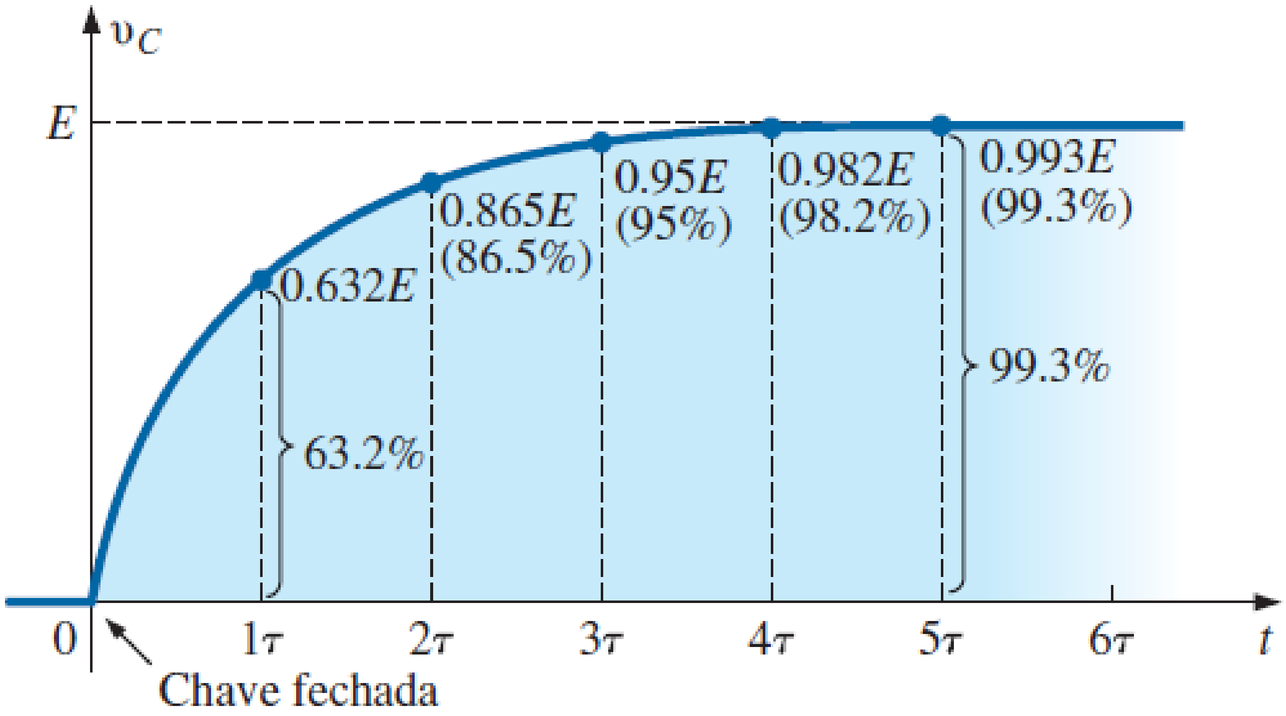
A solução da equação diferencial quando o está descarregado é:

$v_c(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$, onde $\tau = R\,C$



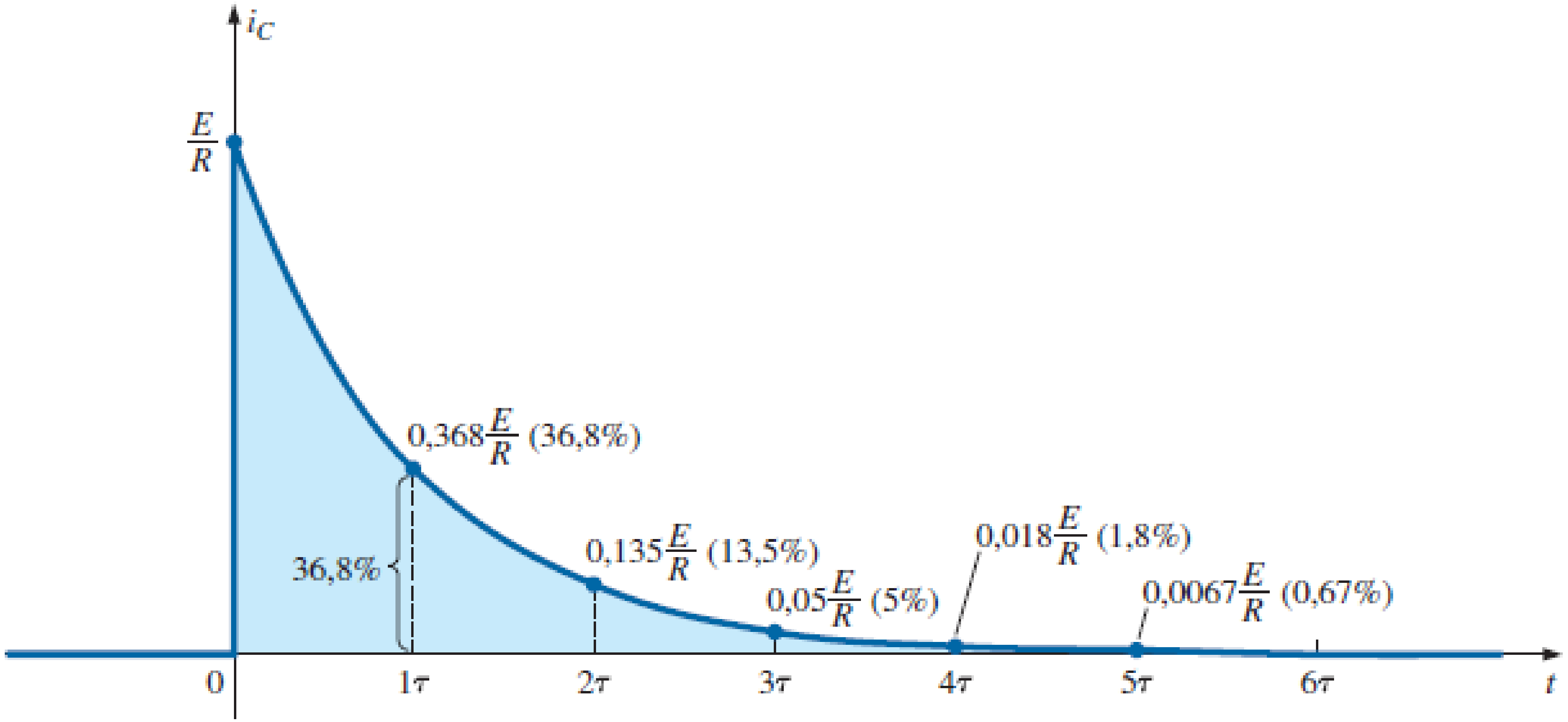
Circuitos com Capacitores

De forma gráfica, a evolução temporal da tensão do capacitor:



Circuitos com Capacitores

A evolução temporal da corrente do capacitor:



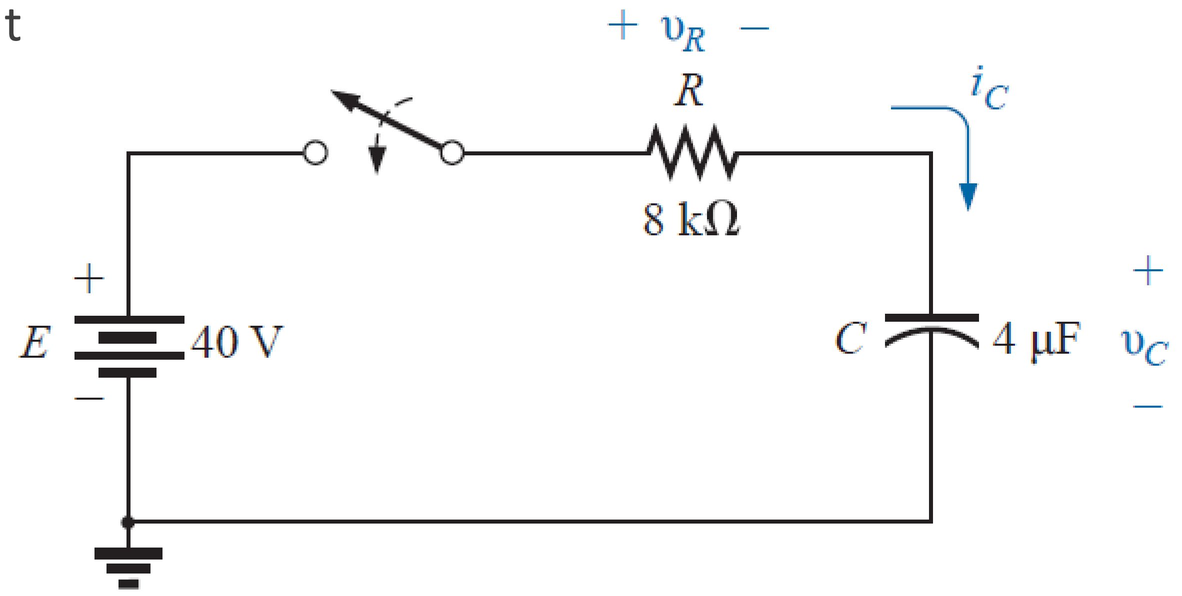
Circuitos com Capacitores

Exemplo: Considerando o circuito da figura abaixo:

a) Calcule a expressão matemática da tensão do capacitor

b) Faça o gráfico v_C (t) em função de τ e de t

c) Calcule a tensão v_C em t = 20 ms?



Circuitos com Capacitores

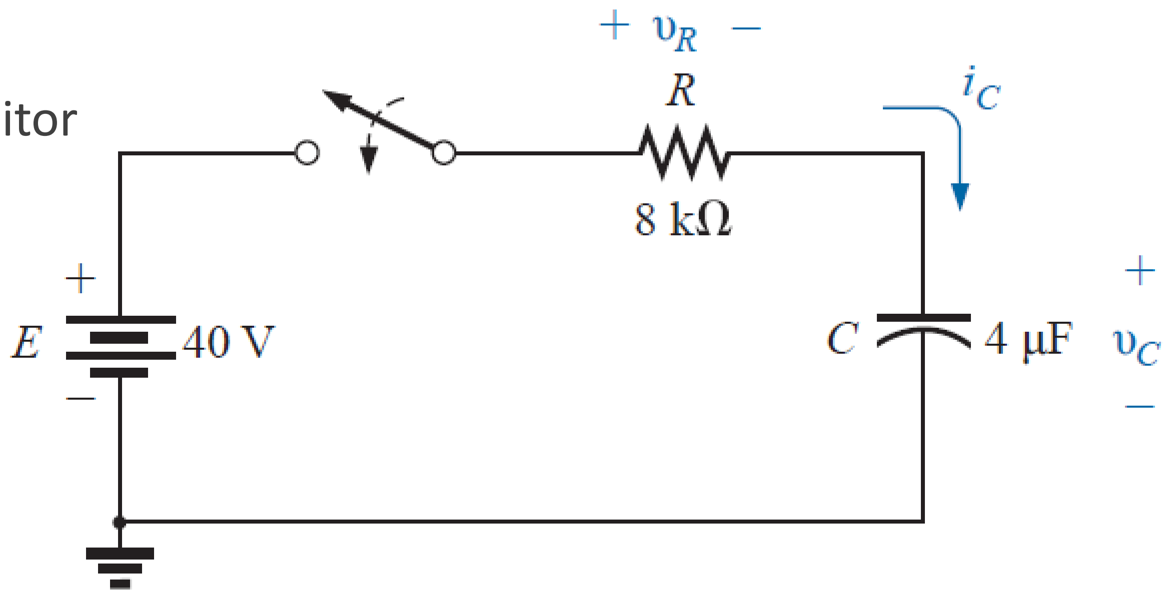
Exemplo: Considerando o circuito da figura abaixo:

A constante de tempo do circuito é:

$\tau = RC = 8k \cdot 4\mu = 32$ ms

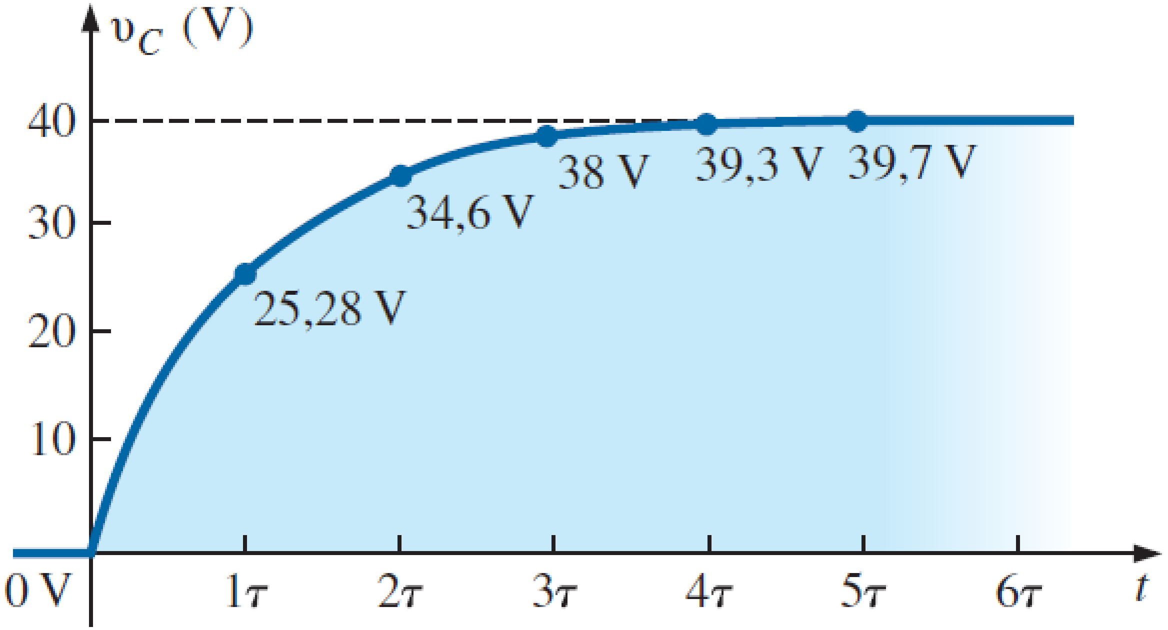
Substituindo na equação de carga do capacitor

$v_C\,(t) = 40\,(1 - e^{-t/32m})$



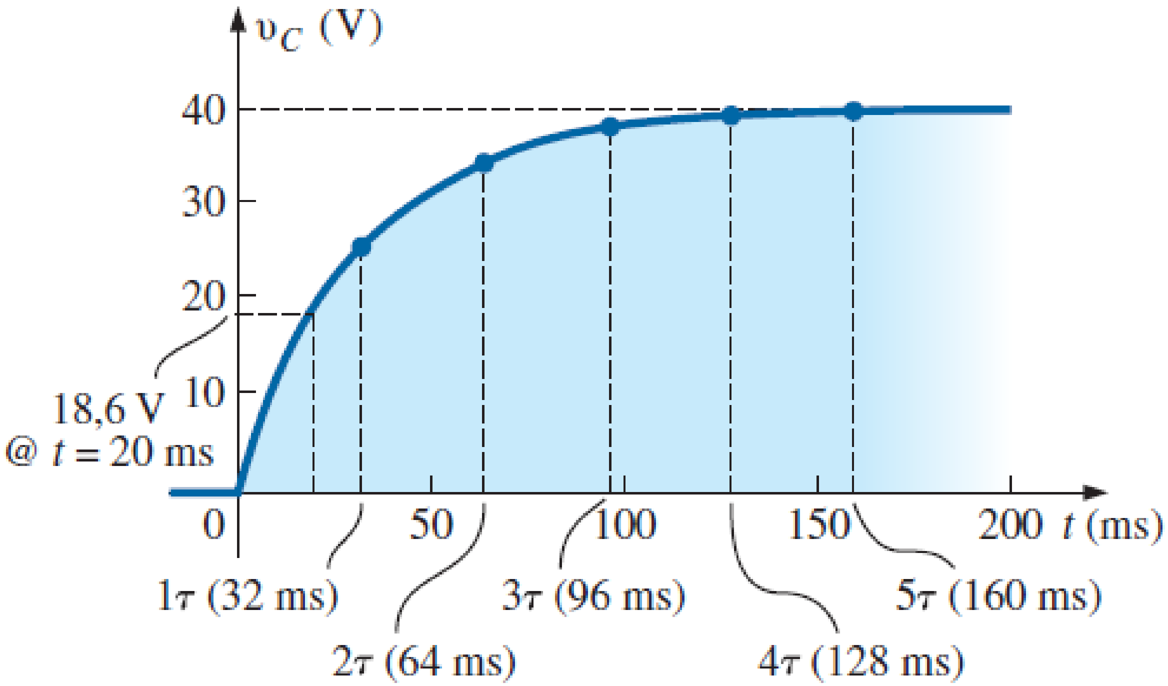
Circuitos com Capacitores

Substituindo valores de tempo iguais a números inteiros de τ:



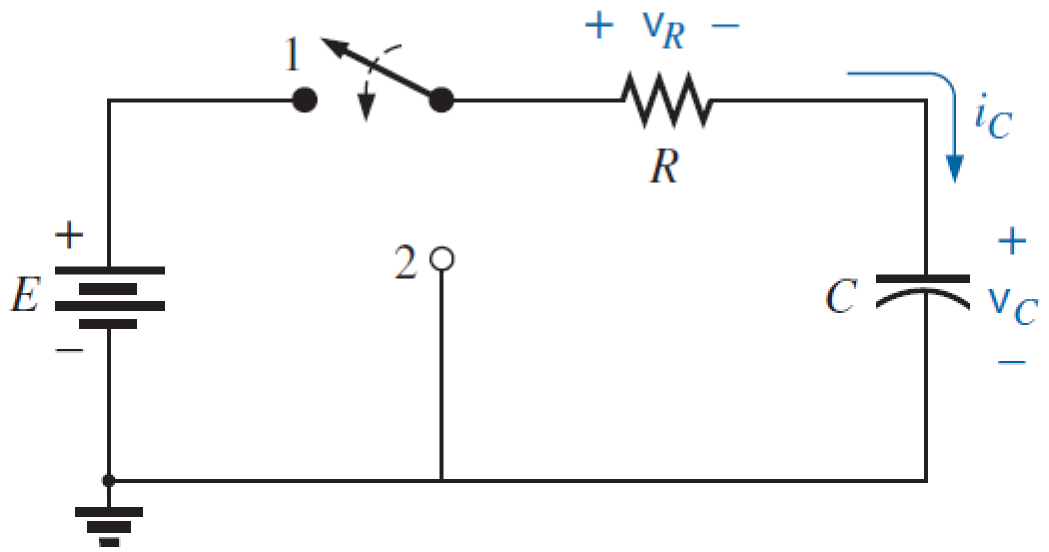
Circuitos com Capacitores

Substituindo valores de tempo iguais a números inteiros de τ em segundos:



Circuitos com Capacitores

Para a descarga do capacitor é preciso desconectar a fonte E do circuito.



Circuitos com Capacitores

Para a descarga do capacitor, a equação que rege o circuito é:

Equacionando o circuito, temos

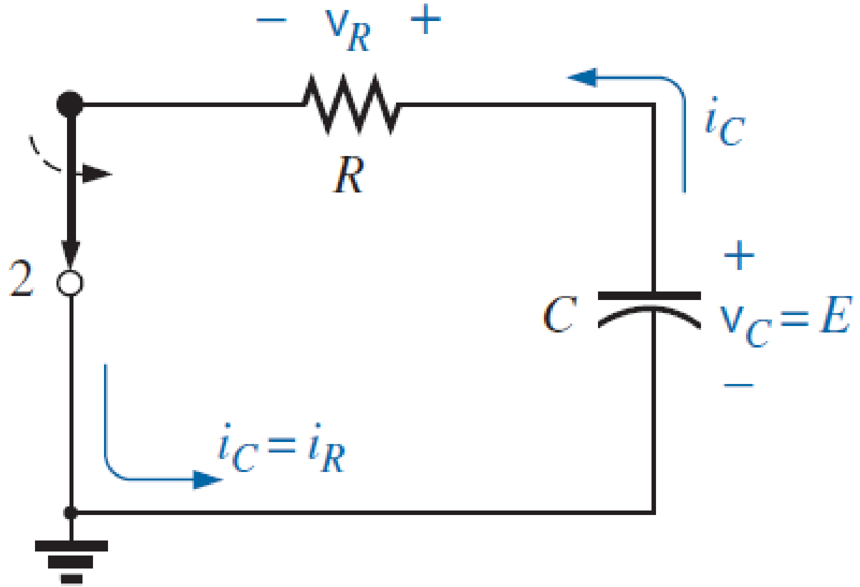
$v_r = v_c(t)$

$R\ i_c(t) = v_c(t)$

$R\ C\ \frac{dv_c(t)}{dt} - v_c(t) = 0$

A solução da equação diferencial é:

$v_c(t) = E\left(e^{-t/\tau}\right)$, onde $\tau = R\ C$

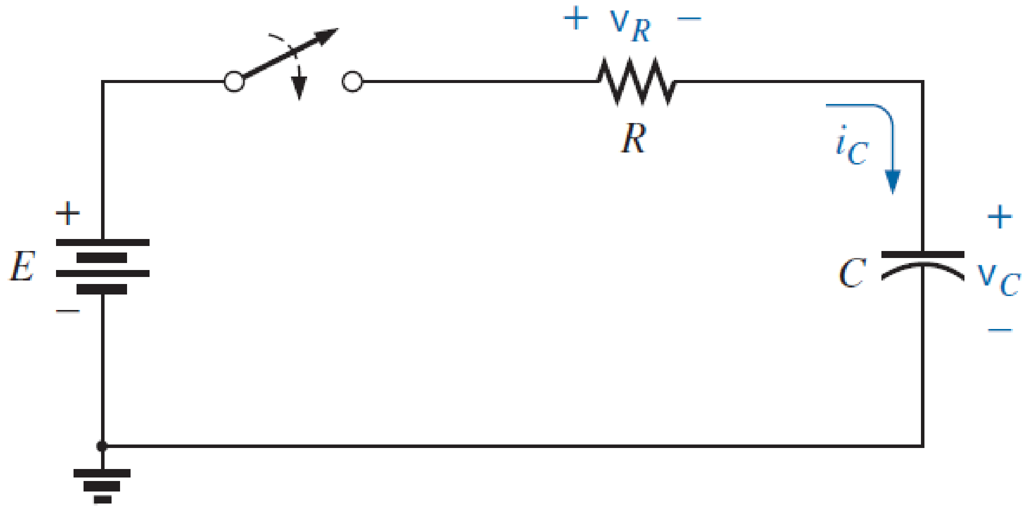


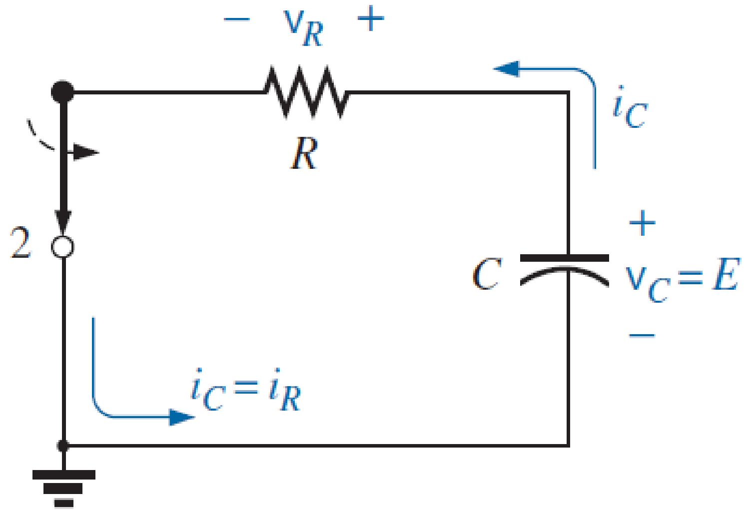
Circuitos com Capacitores

De forma geral, podemos generalizar a resposta de carga e descarga do capacitor

$v_c(t) = v(\infty) + [v(0) - v(\infty)]e^{-t/\tau}$

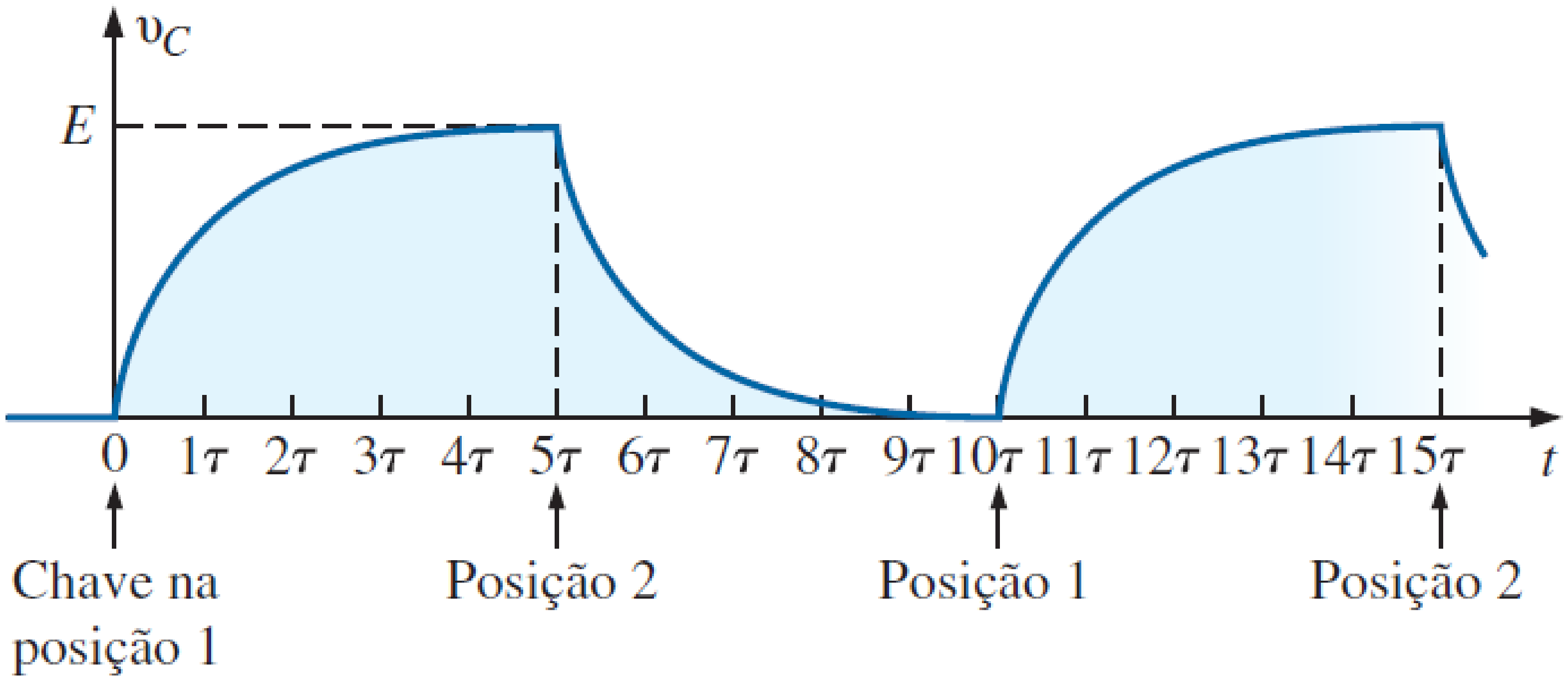
onde, $\tau = R\,C$, $v(0)$ é a tensão inicial em $t = 0^+$ e $v(\infty)$ é o valor final ou em regime estacionário.





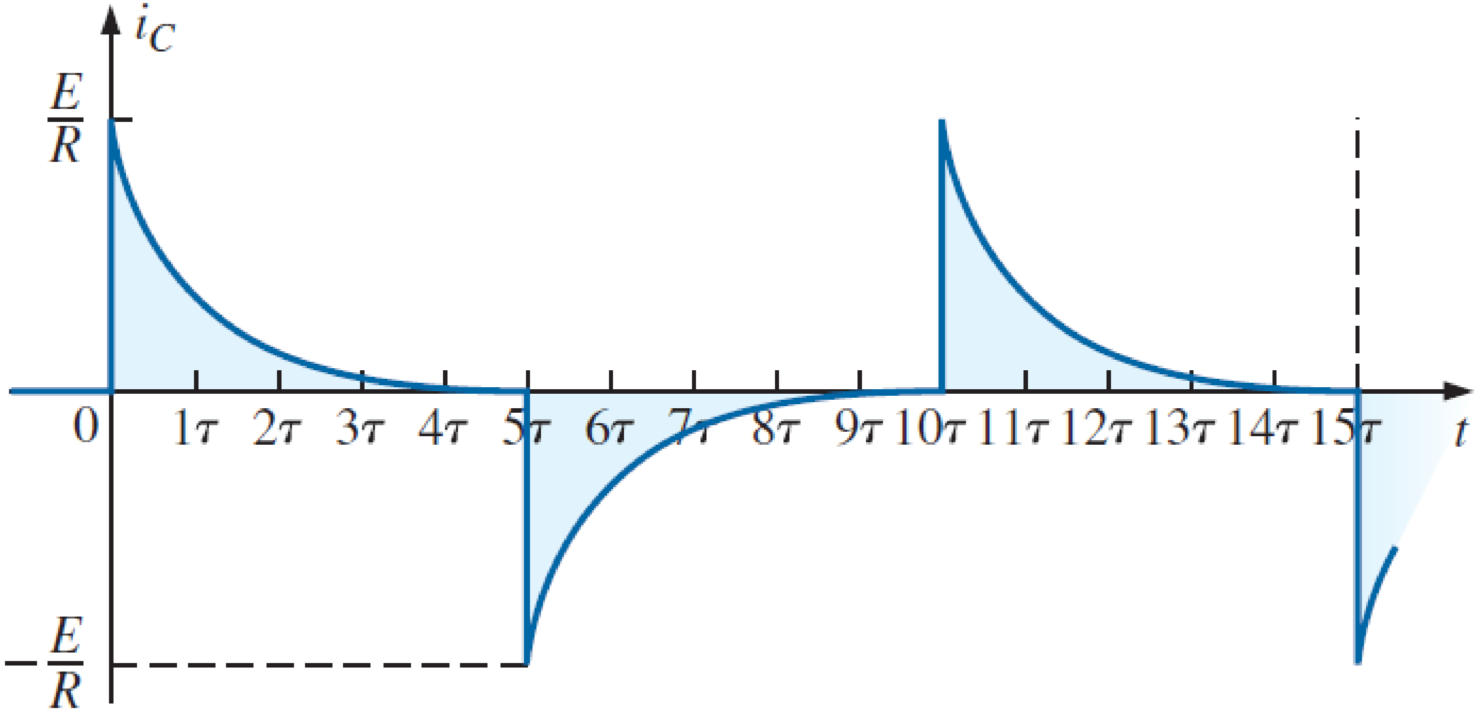
Circuitos com Capacitores

De forma gráfica, a evolução temporal da tensão do capacitor:



Circuitos com Capacitores

A evolução temporal da corrente do capacitor:



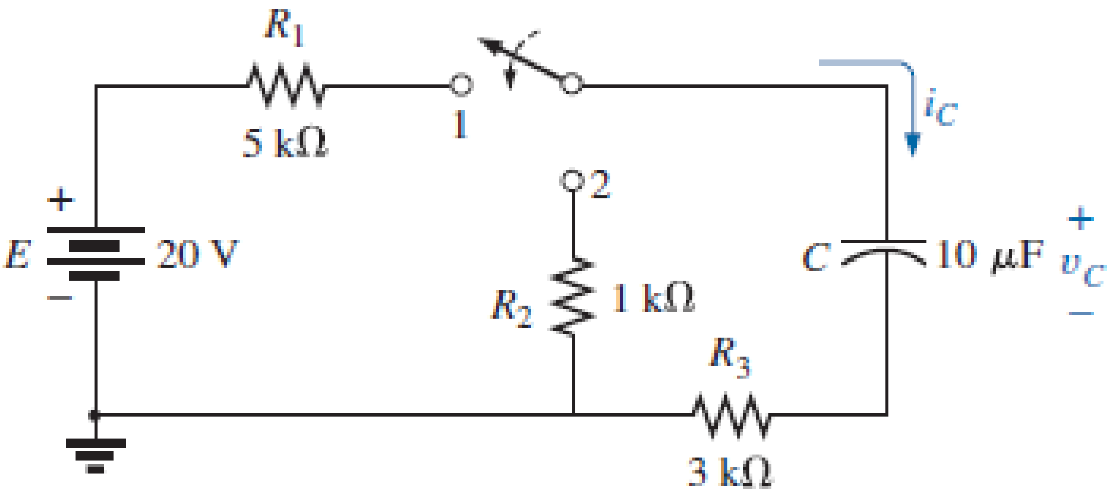
Circuitos com Capacitores

Exercício: Considerando o circuito da figura abaixo:

a) Calcule a expressão matemática da tensão e da correte do capacitor para quando a chave é posta na posição 1.

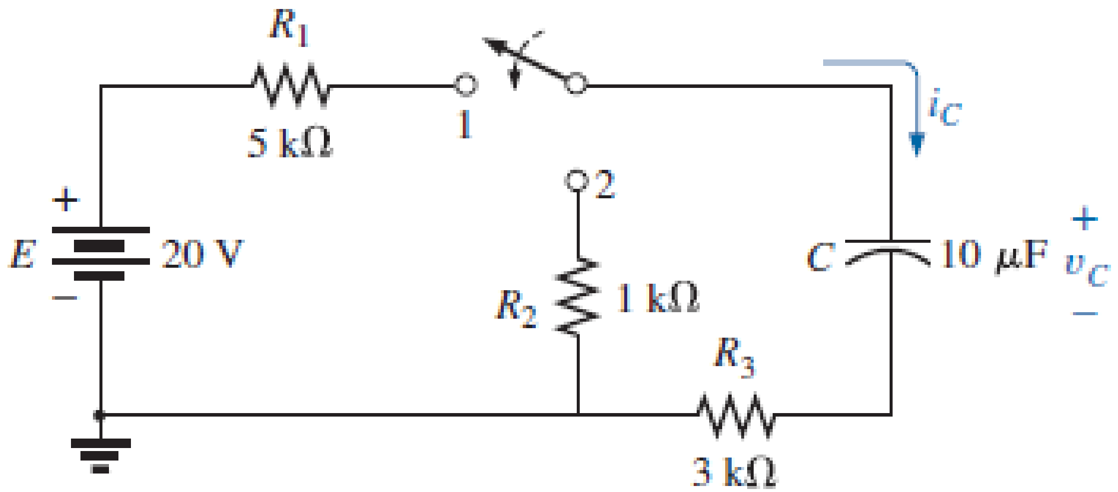
b) No instante de tempo t=5τ, a chave muda a posição 1 para a posição 2, determine a expressão matemática da tensão e da corrente do capacitor.

c) Represente graficamente a forma de onda resultante.



Circuitos com Capacitores

Exercício:



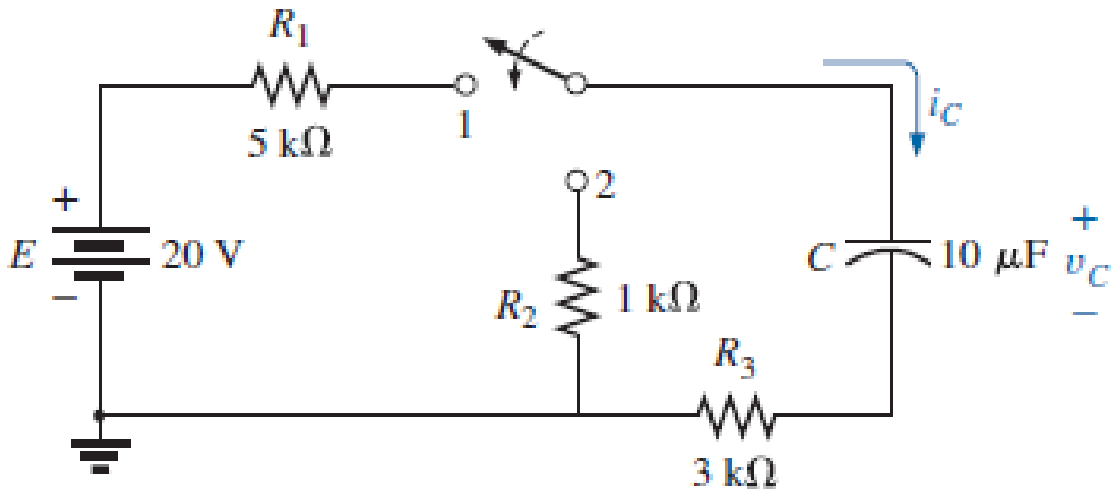
Circuitos com Capacitores

Exercício: Considerando o circuito da figura abaixo:

A constante de tempo para a carga do capacitor é calculada como:

$\tau = RC = 8k \cdot 10\mu = 80ms$

$v_C(t) = 20\,(1 - e^{-t/80m})$



Circuitos com Capacitores

Exercício: Considerando o circuito da figura abaixo:

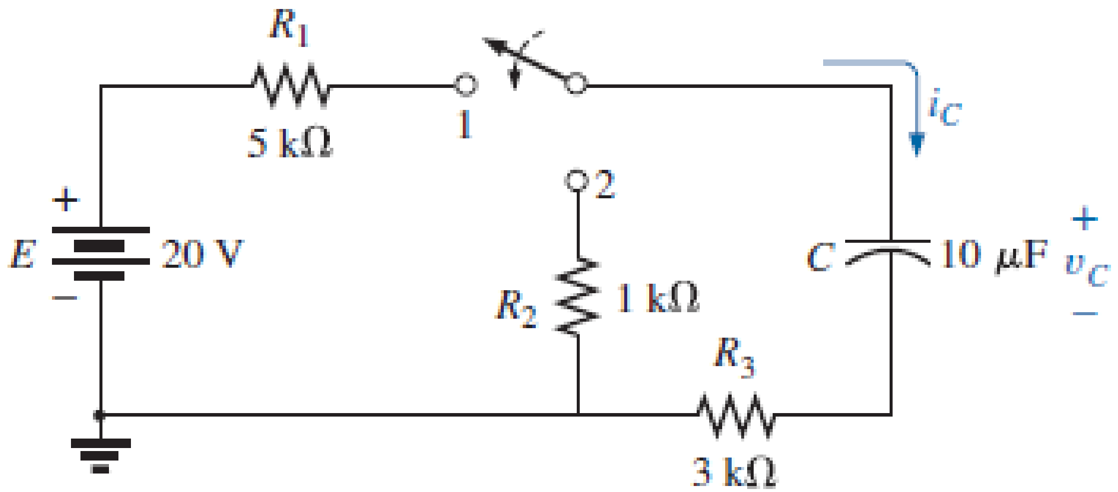
No tempo t igual a τ, a tensão no capacitor é:

$v_C\ (80m) = 20\ (1 - e^{-80m/80m}) = 12,64\ V$

A constante de tempo para a descarga do capacitor é calculada como:

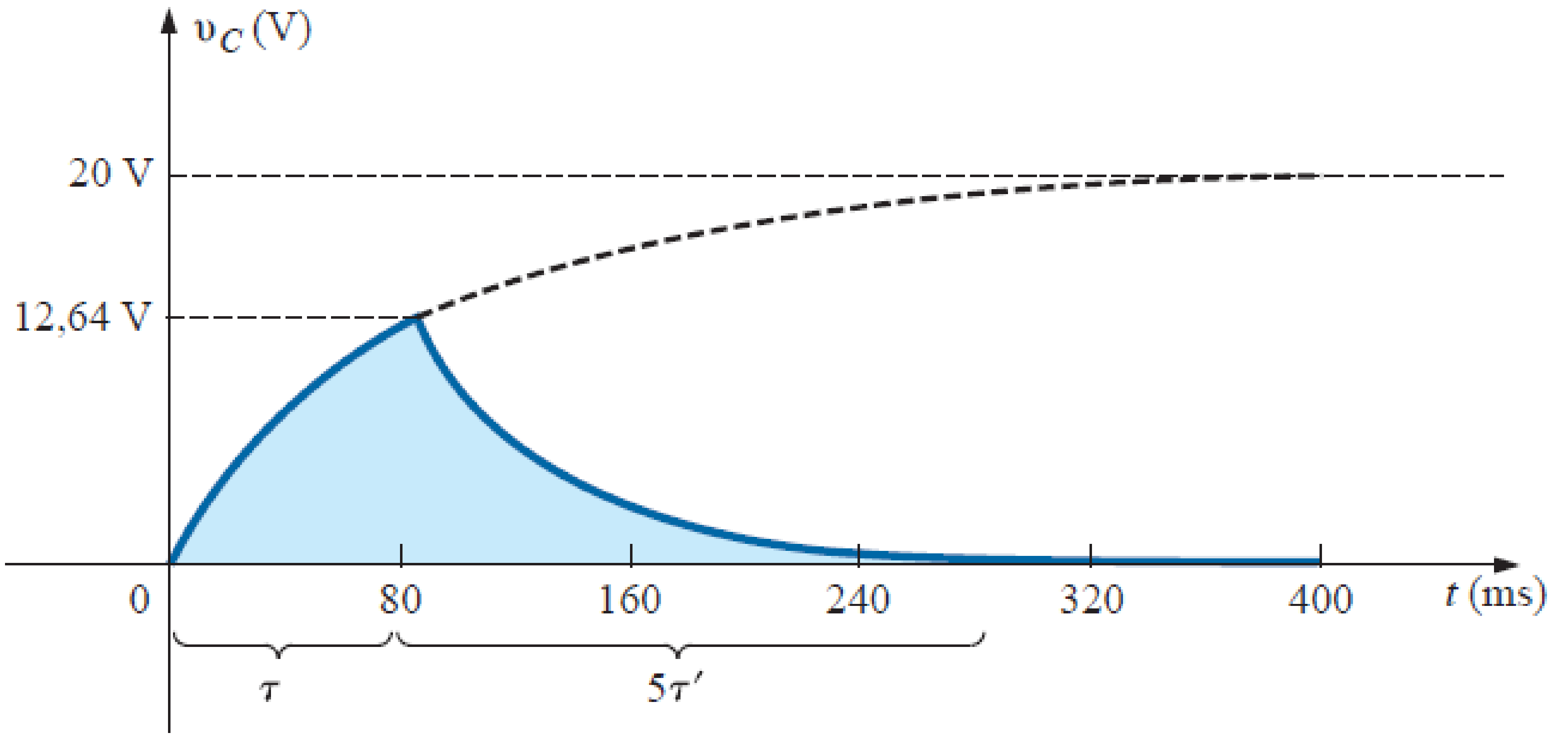
$\tau = RC = 4k\ .\ 10\mu = 40ms$

$v_C\ (t) = 12,64\ e^{-t/40m}$



Circuitos com Capacitores

Exercício: Considerando o circuito da figura abaixo:



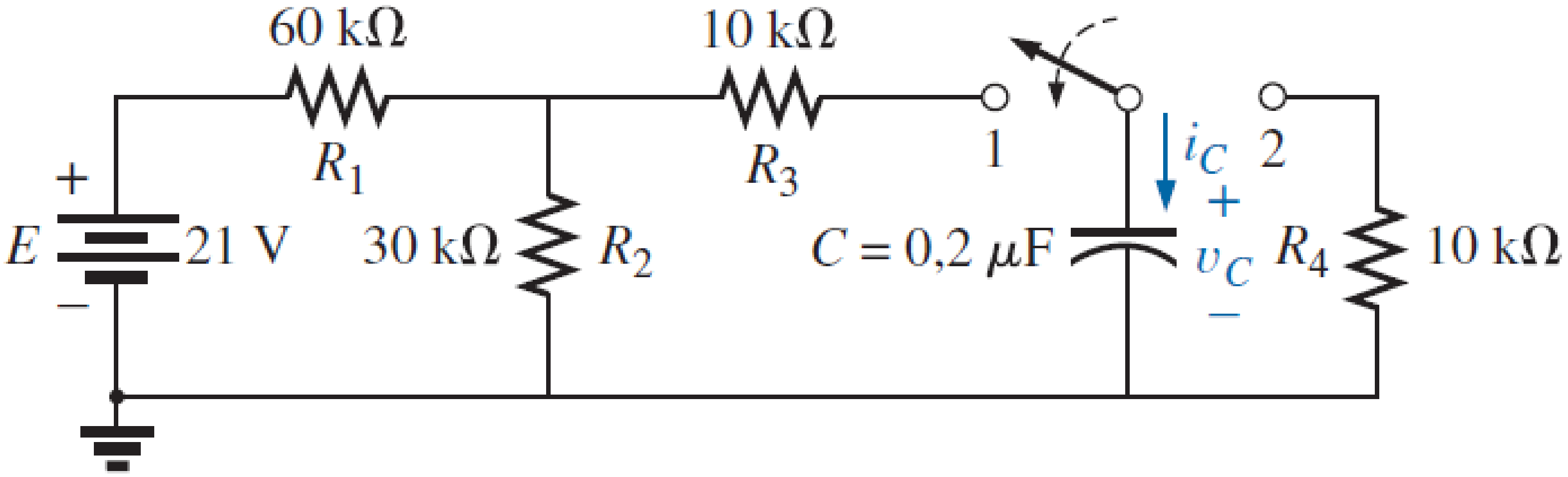
Capacitores

Equivalente de Thevenin com Capacitores

Equivalente de Thevenin com Capacitores

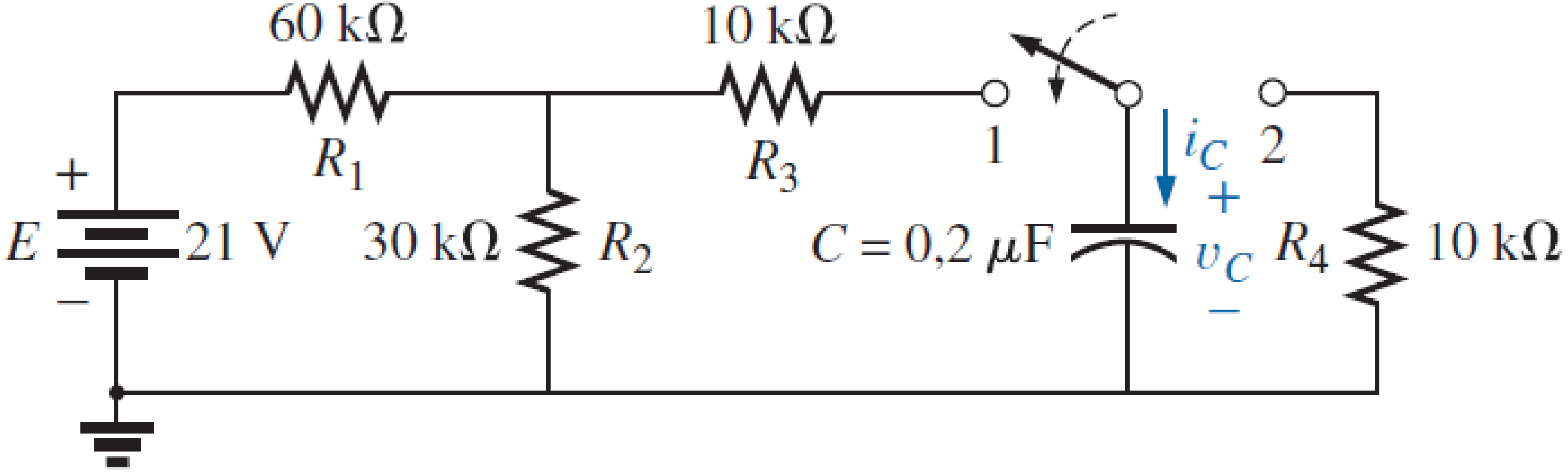
Quando o circuito com capacitores é analisado, pode ser preciso reduzir o circuito para que ele se encaixe na equação de carga e descarga vista anteriormente

Para tal, faz-se uso do equivalente de Thevenin visto pelos terminais do capacitor:

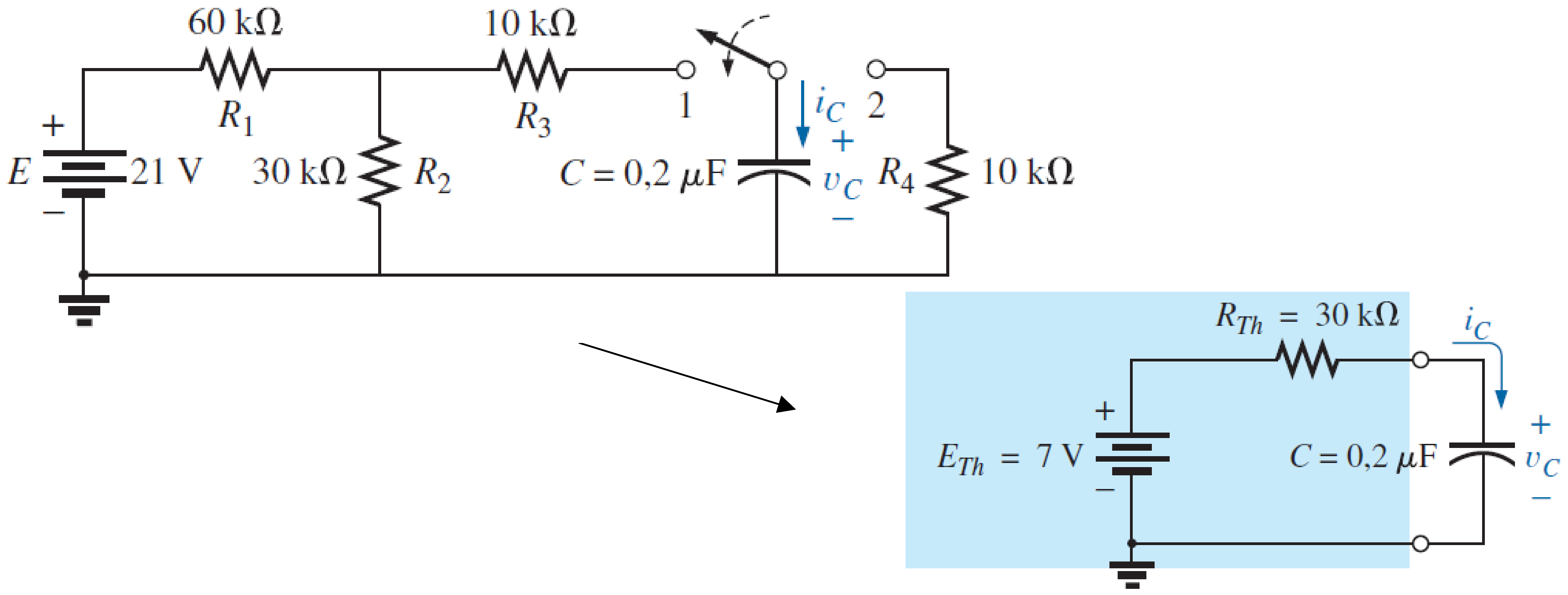


Equivalente de Thevenin com Capacitores

Exercício: Determinar o equivalente de Thevenin do circuito abaixo



Equivalente de Thevenin com Capacitores



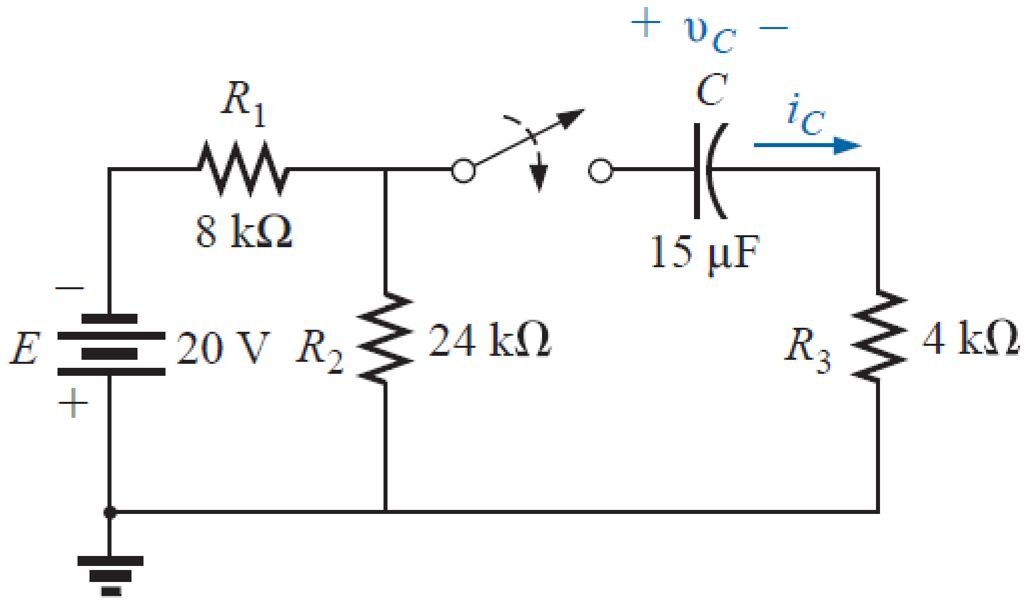
Exercícios

Exercício para realizar em casa:

Para o circuito abaixo:

a) Determine as expressões matemáticas para o comportamento de v_C e i_C depois do fechamento da chave

b)Trace as formas de onde de v_C e i_C.



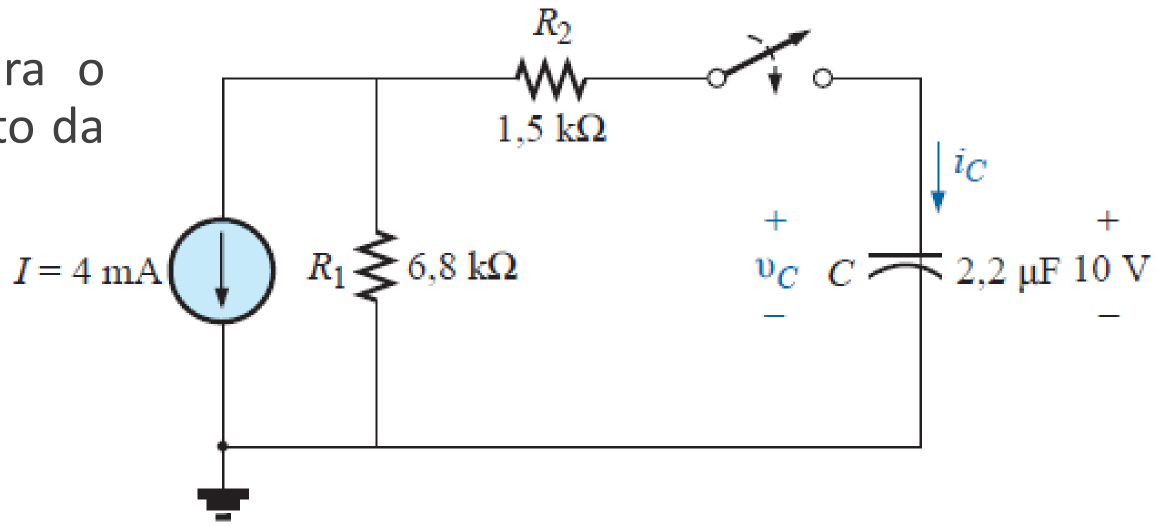
Exercícios

Exercício para realizar em casa:

Para o circuito abaixo:

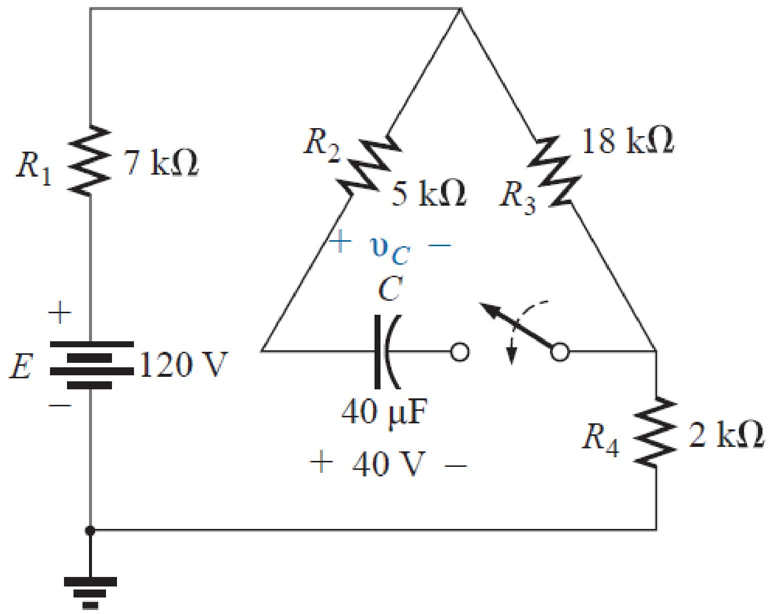
a) Determine as expressões matemáticas para o comportamento de v_C e i_C depois do fechamento da chave

b)Trace as formas de onde de v_C e i_C.



Equivalente de Thevenin com Capacitores

Exercício: O capacitor visto na figura abaixo é carregado inicialmente a 40 V. Determine a expressão matemática para v_C em função do tempo após o fechamento da chave. Desenhe o gráfico da forma de onda de v_C.



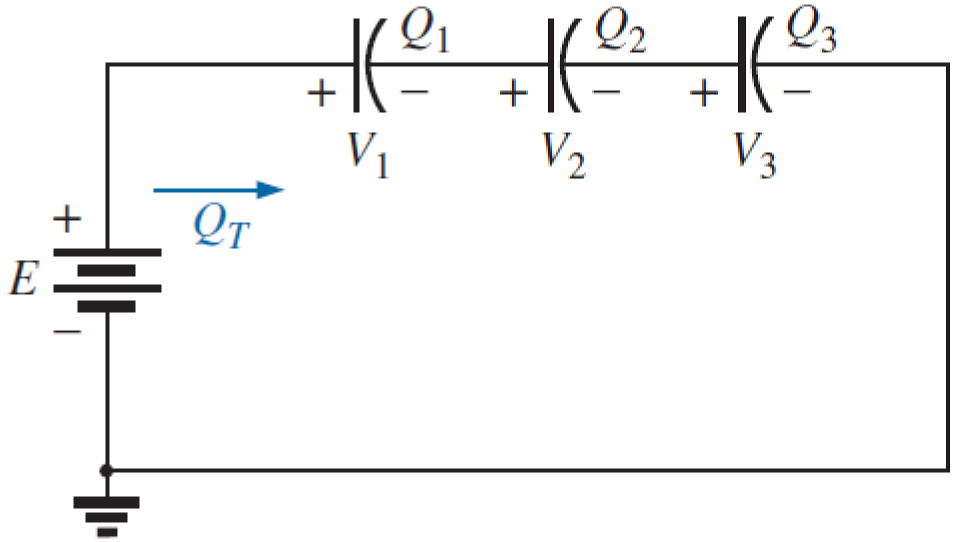
Capacitores

Associação de Capacitores

Associação de Capacitores

Na conexão de capacitores em série, a carga é a mesma em todos os capacitores. Logo:

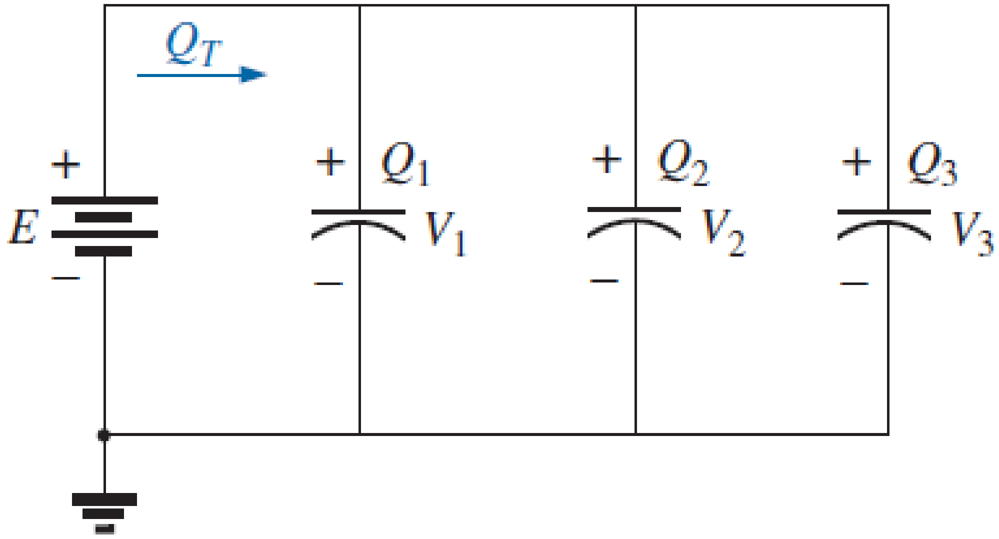
$$\boxed{\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$



Associação de Capacitores

Na conexão de capacitores em paralelo, a tensão é a mesma em todos os capacitores. Logo:

$$\boxed{C_T = C_1 + C_2 + C_3}$$

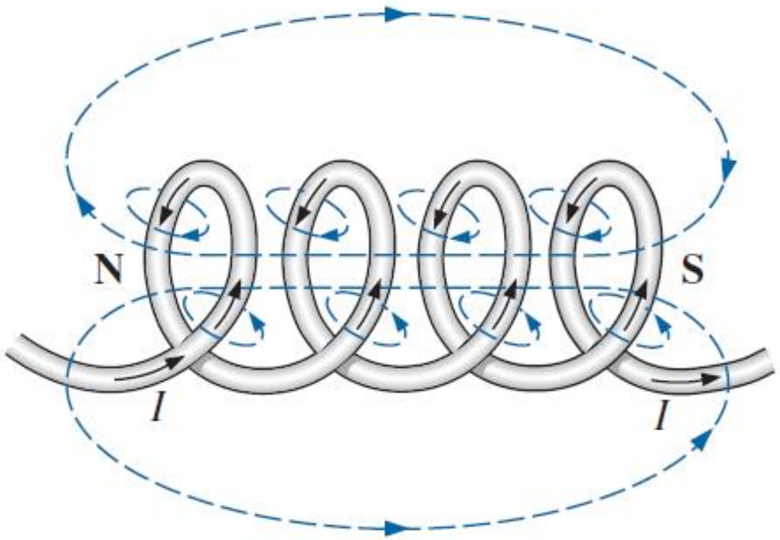


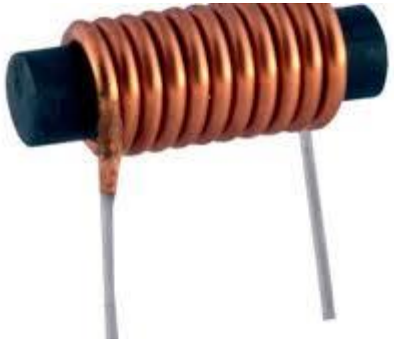
Indutores

Introdução

Introdução

O princípio básico de construção do capacitor é um condutor enrolado em forma de bobina em torno de um núcleo, que pode ser de ar ou de um material ferromagnético.





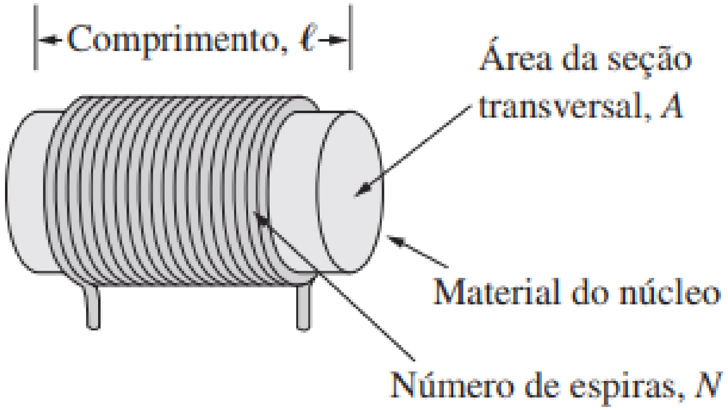
Introdução

Indutância é uma medida da quantidade de campo magnético que o indutor pode “armazenar” em seu núcleo.

Quanto mais alta a indutância de um indutor, maior a quantidade de campo concatenado no núcleo para a mesma corrente aplicada.

A indutância de um indutor depende de suas dimensões físicas e de sua construção. Para um solenoide, a indutância pode ser definida por

$$L = \frac{N^2 \mu A}{\ell}$$



Introdução

Ao passar uma corrente através de um indutor, constata-se que a tensão nele é diretamente proporcional à taxa de variação da corrente

$$\boxed{v = L\frac{di}{dt}}$$

onde, *L* é a constante de proporcionalidade denominada indutância do indutor. A unidade de indutância é o henry (H), cujo nome foi dado em homenagem ao inventor norte-americano Joseph Henry. A relação corrente-tensão no indutor é definida por

$$\boxed{i = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(\tau)\,d\tau + i(t_0)}$$

Introdução

O indutor é projetado para armazenar energia em seu campo magnético. A energia armazenada pode ser obtida através de

$$\boxed{w = \frac{1}{2}Li^2}$$

Assim como o capacitor, o indutor é um elemento passivo e não é capaz de gerar energia, somente de armazenar e, posteriormente, devolver essa energia armazenada ao circuito.

Introdução

Assim como os capacitores, os indutores encontrados no mercado vêm em diferentes valores e tipos. Os comerciais mais encontrados possuem valores de indutância que vão de poucos microhenrys (mH), como em sistemas de comunicações, a dezenas de henrys (H), como em sistemas de potência.

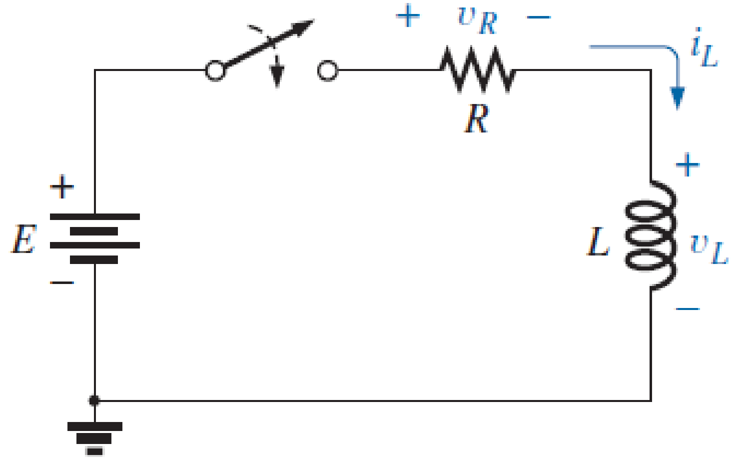
Indutores

Circuitos com Indutores

Circuitos com Indutores

O armazenamento de campo magnético no núcleo de um indutor não ocorre de maneira instantânea. Em vez disso, ele ocorre através de um período de tempo determinado pelos componentes do circuito.

O transitório de corrente no indutor pode ser realizado de duas formas: etapa de carga, onde a corrente i_L aumenta durante o tempo e a etapa de descarga, quando i_L diminui com o passar do tempo.



Circuitos com Indutores

Para a carga do indutor, a equação que rege o circuito é:

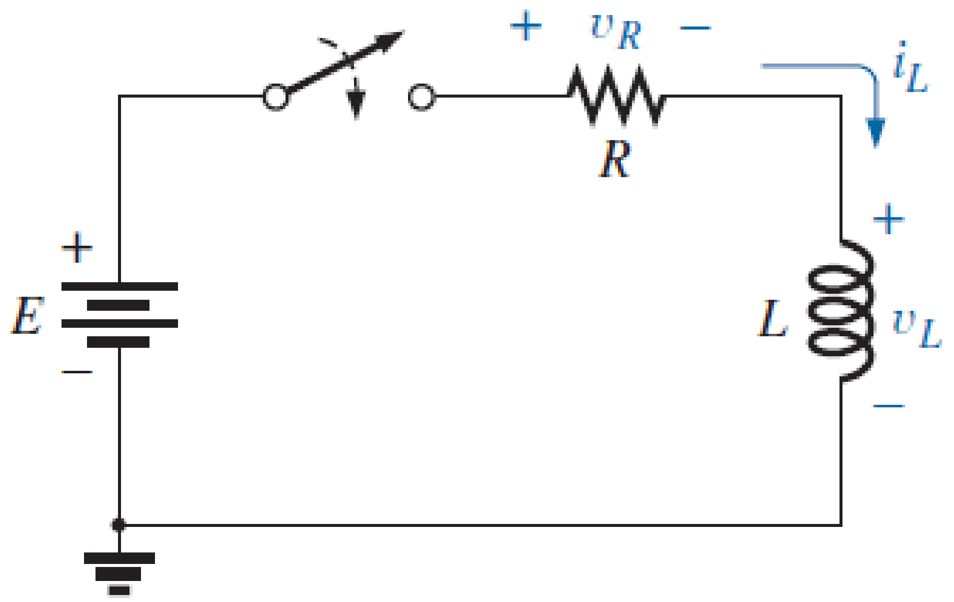
$$E = v_R + v_L(t)$$

$$E = R\,I_L(t) + v_L(t)$$

$$E = R\,I_L(t) + L\frac{di_L(t)}{dt}$$

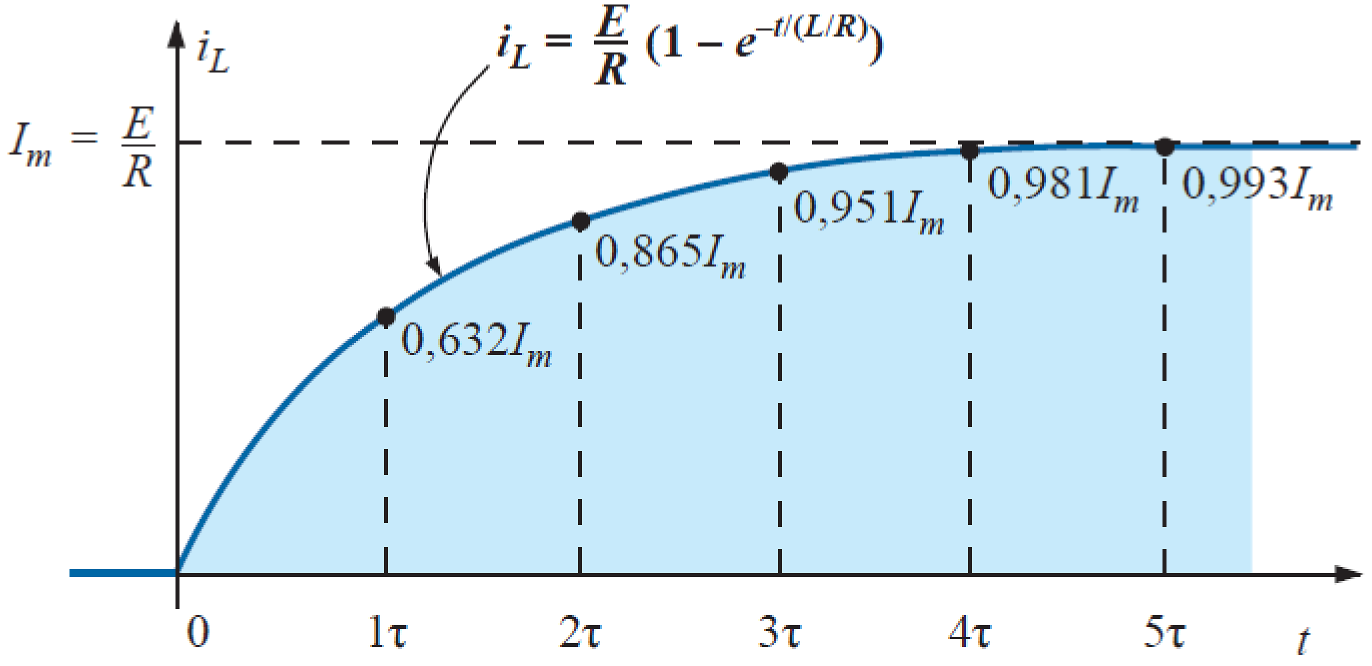
A Solução da equação diferencial é:

$i_L(t) = I_m\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$, onde $\tau = L/R$ e $I_m = E/R$



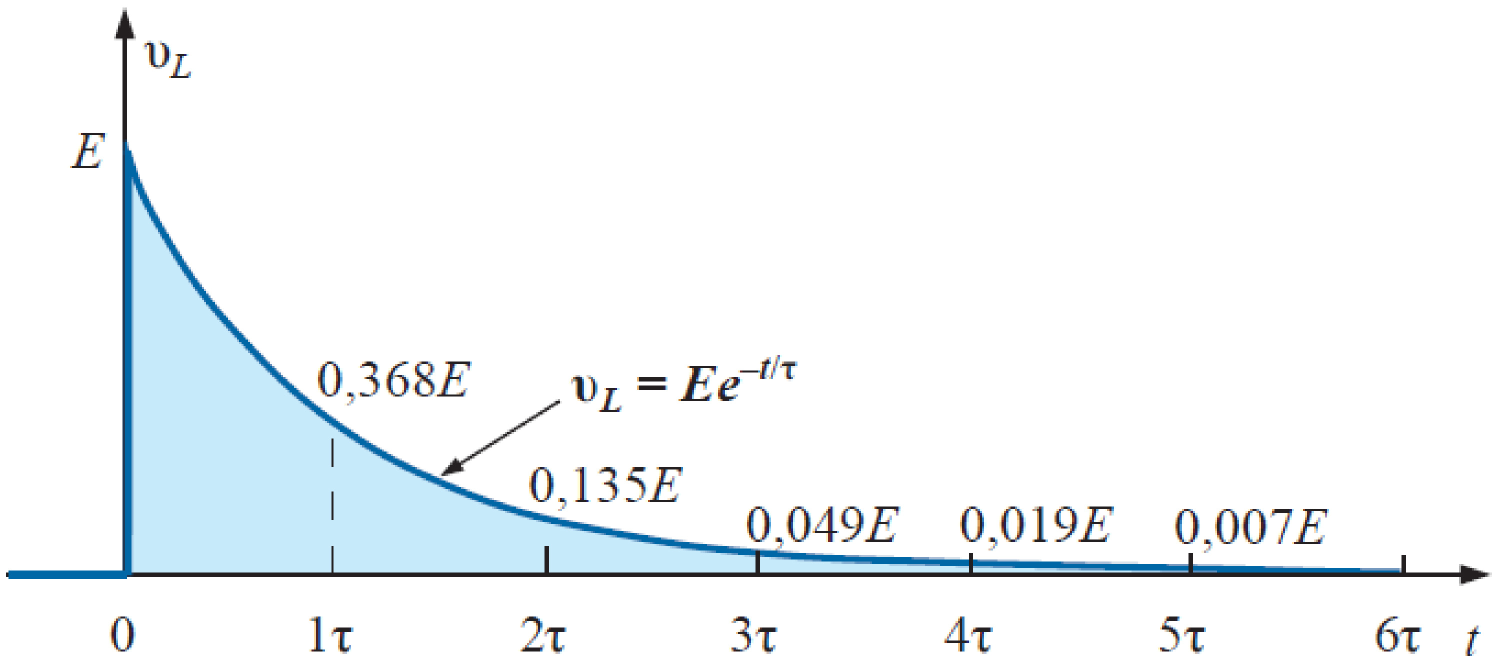
Circuitos com Indutores

De forma gráfica, a evolução temporal da corrente do indutor:



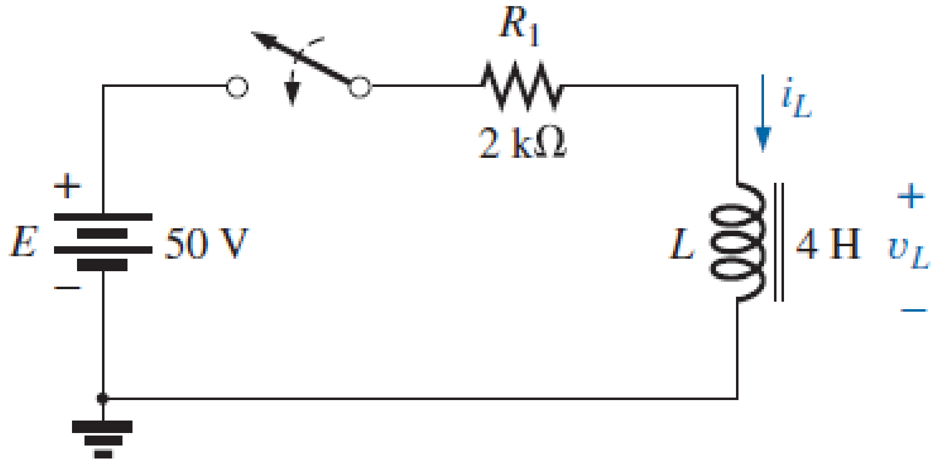
Circuitos com Indutores

A evolução temporal da tensão do indutor:



Circuitos com Indutores

Exemplo: Determine as expressões matemáticas para o comportamento transitório de $i_L(t)$ para o circuito da figura se a chave for fechada em t = 0 s. Esboce as curvas resultantes.



Circuitos com Indutores

Exemplo: Determine as expressões matemáticas para o comportamento transitório de $i_L(t)$ para o circuito da figura se a chave for fechada em t = 0 s. Esboce as curvas resultantes.

A constante de tempo do circuito é:

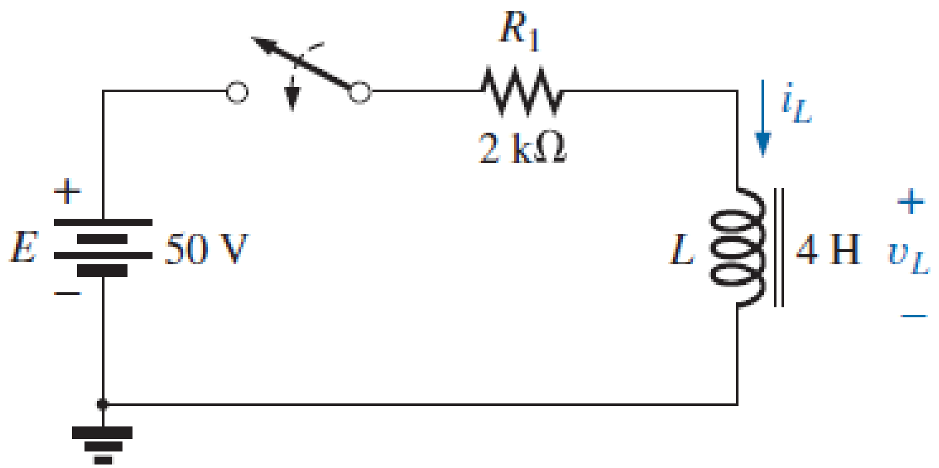
$\tau = L/R = 4 / 2k = 2$ ms

A corrente máxima do circuito é:

$i_m = E/R = 50/2k = 25mA$

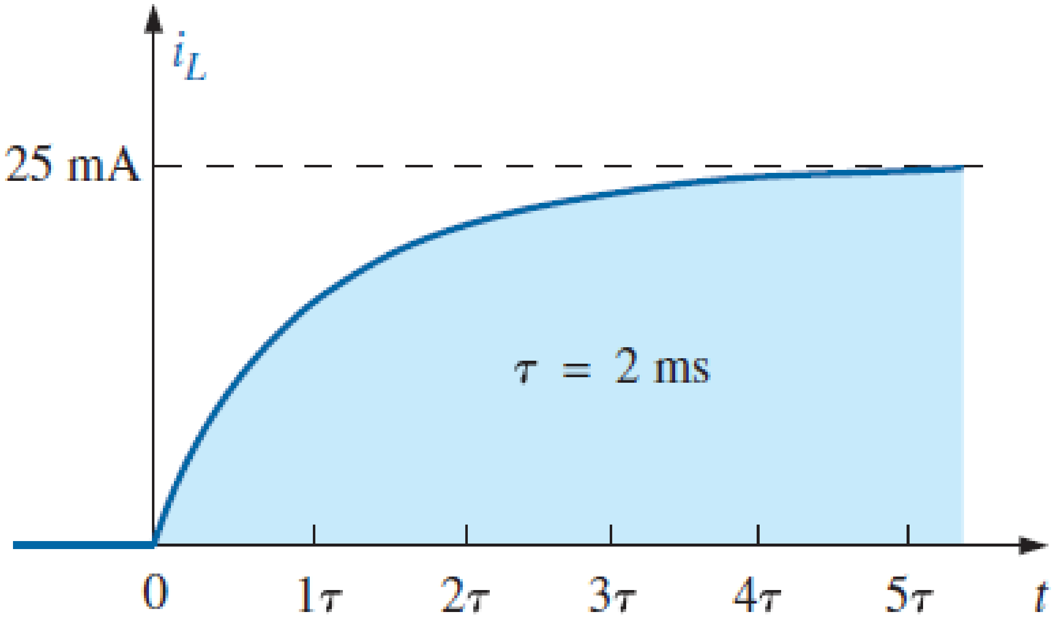
Substituindo na equação de carga do indutor

$i_L\ (t) = 25m\ (1 - e^{-t/2m})$



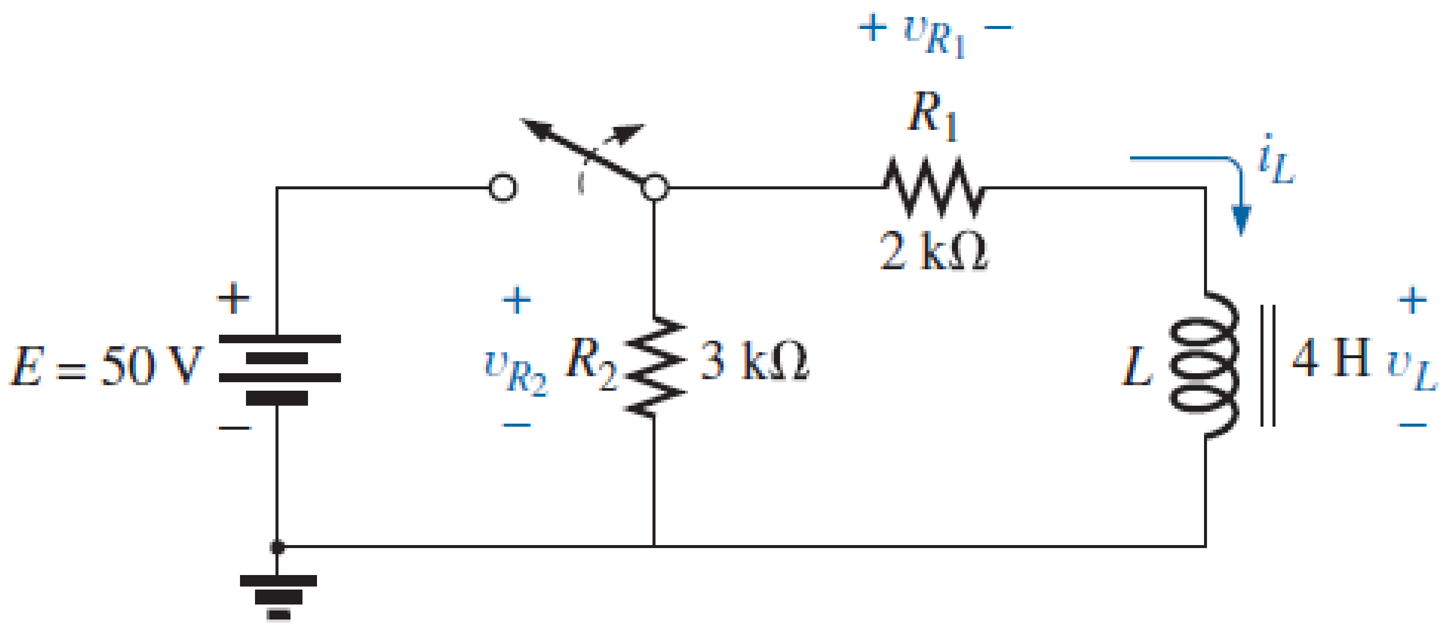
Circuitos com Indutores

A resposta temporal da equação de carga:



Circuitos com Indutores

Para a descarga do indutor é preciso desconectar a fonte E do circuito.



Circuitos com Indutores

Para a descarga do indutor, a equação que rege o circuito é:

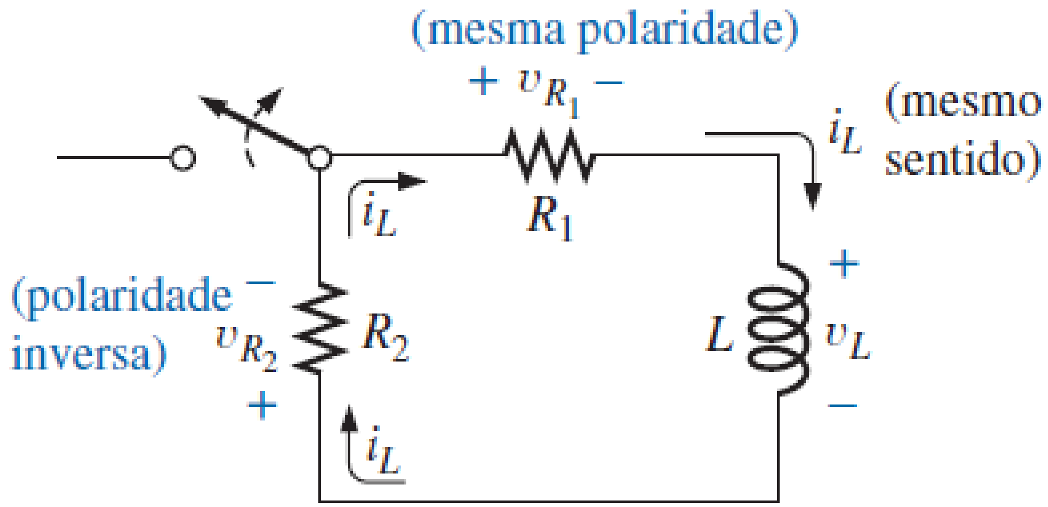
$v_R = v_L(t)$

$R\, i_L(t) = v_L(t)$

$R\, i_L(t) - L\frac{di_L(t)}{dt} = 0$

A Solução da equação diferencial é:

$i_L(t) = I_m\, e^{-t/\tau}$, onde $\tau = L/R$ e $I_m = E/R$

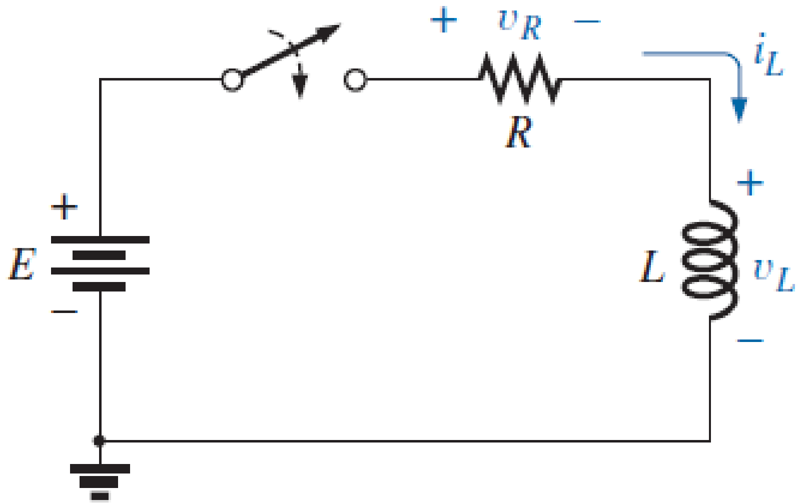


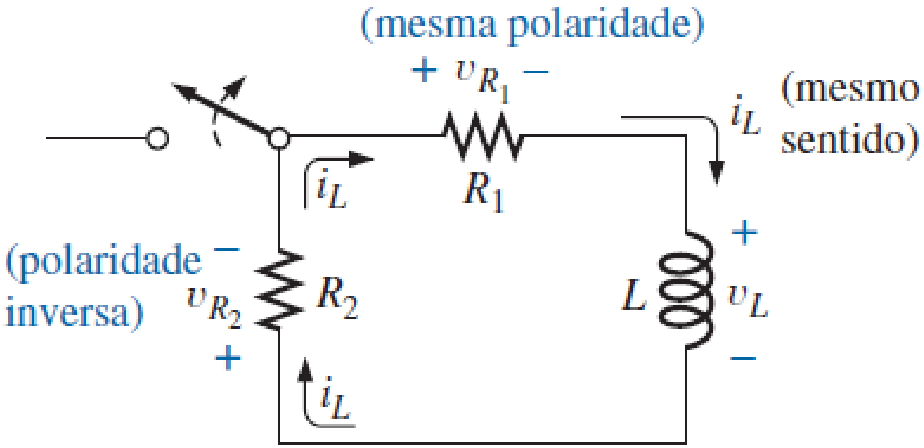
Circuitos com Indutores

De forma geral, podemos generalizar a resposta de carga e descarga do capacitor

$$i_L(t) = i(\infty) + [i(0) - i(\infty)]e^{-t/\tau}$$

onde, $\tau = L/R$, $i(0)$ é o valor da corrente inicial em $t = 0^+$ e $i(\infty)$ é o valor final ou em regime estacionário.



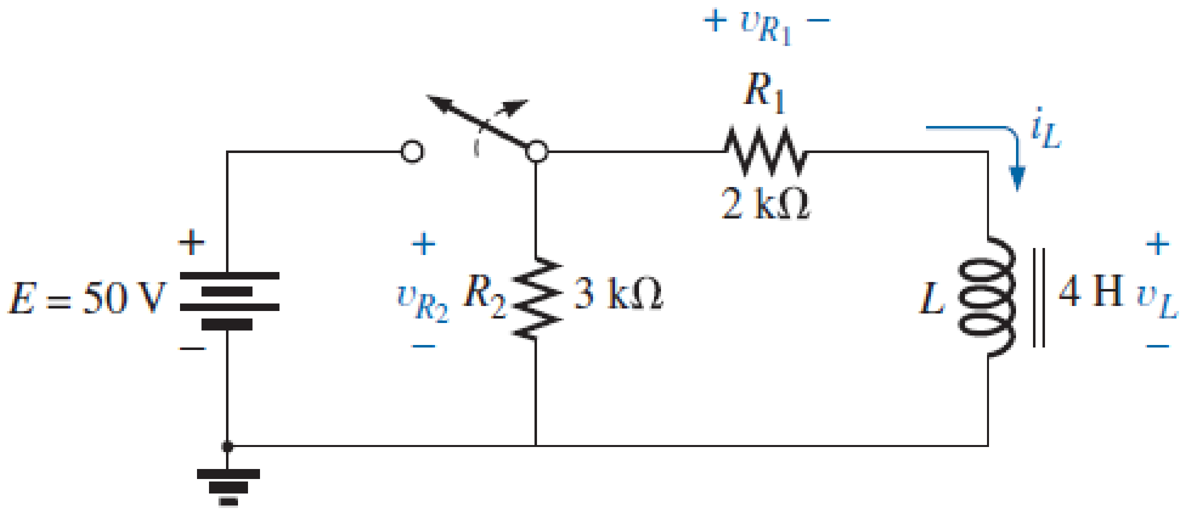


Circuitos com Indutores

Exercício: Considerando o circuito da figura abaixo:

a) Calcule a expressão matemática da corrente do indutor i_L e da tensão do indutor v_L para cinco constantes de tempo na fase de armazenamento

b) Calcule a expressão matemática da corrente do indutor i_L e da tensão do indutor v_L se a chave for aberta após cinco constantes de tempo referentes à fase de armazenamento



Circuitos com Indutores

Exercício: Considerando o circuito da figura abaixo:

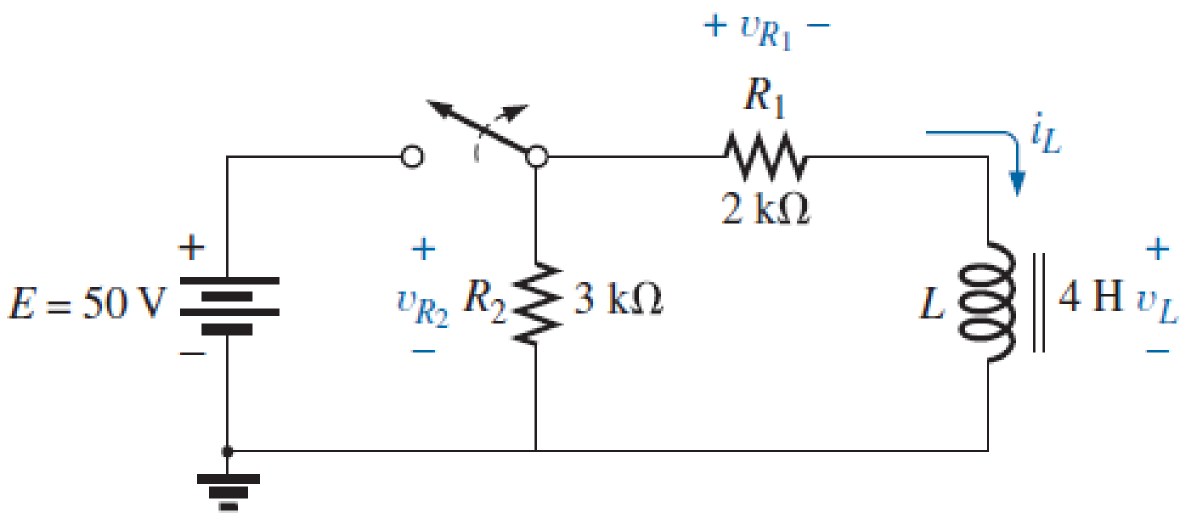
A constante de tempo para a carga do indutor é calculada como:

$\tau = L/R = 4 / 2k = 2ms$

$I_m = E/R_1 = 50/2k = 25mA$

$i_L (t) = 25m (1 – e^{-t/2m})$

$v_L (t) = 50 \, e^{-t/2m}$



Circuitos com Indutores

Exercício: Considerando o circuito da figura abaixo:

A constante de tempo para a descarga do indutor é calculada como:

$\tau_2 = L/R = 4 / 5k = 0{,}8ms$

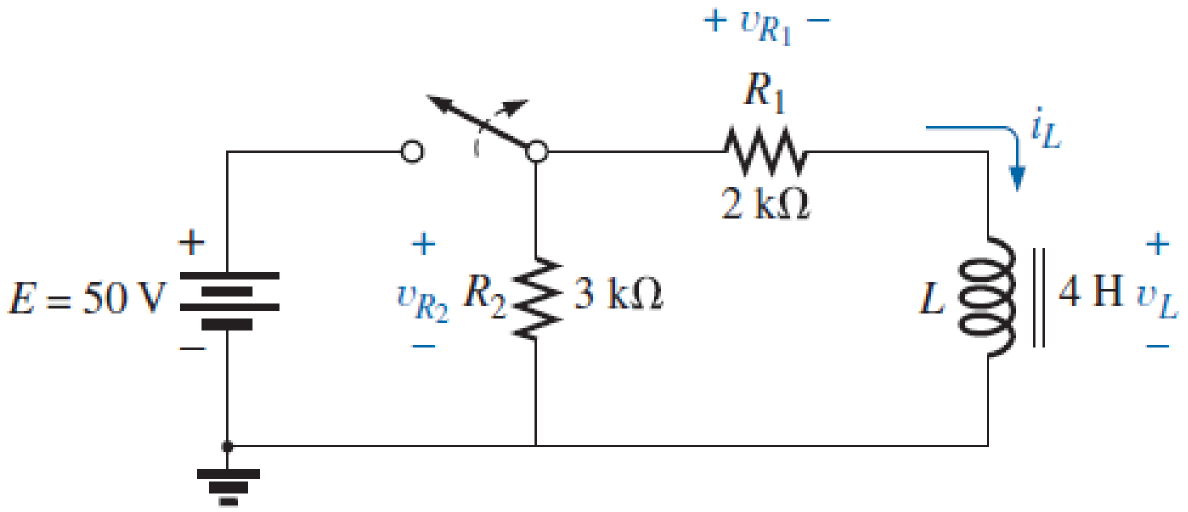
$I_{m2} = I_m\ (5\tau) = 25mA$

$i_L\ (t) = 25m\ e^{-t/0{,}8m}$

A tensão inicial do indutor é dada por:

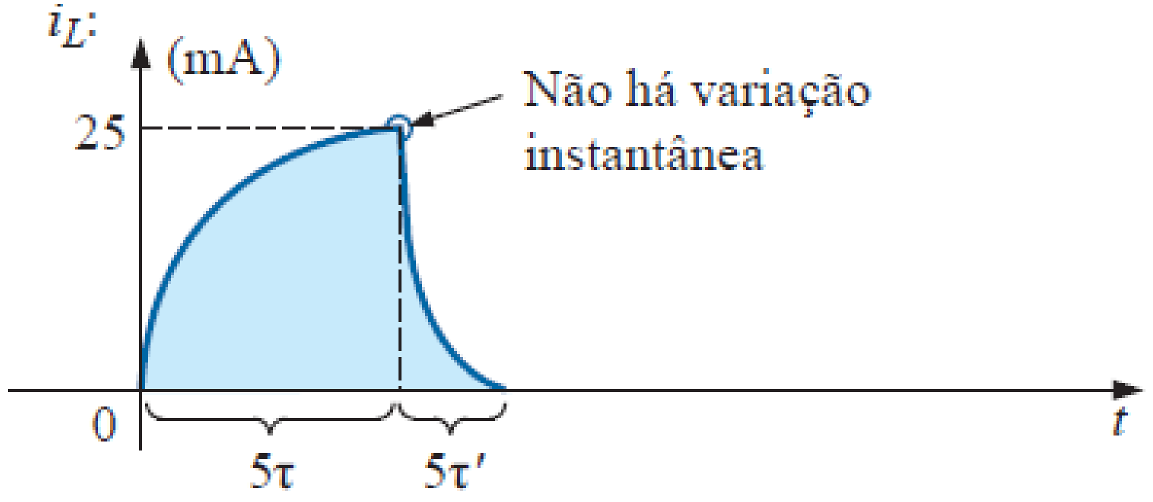
$v_L(5\tau\ ) = -25m\ .\ 5k = -125V$

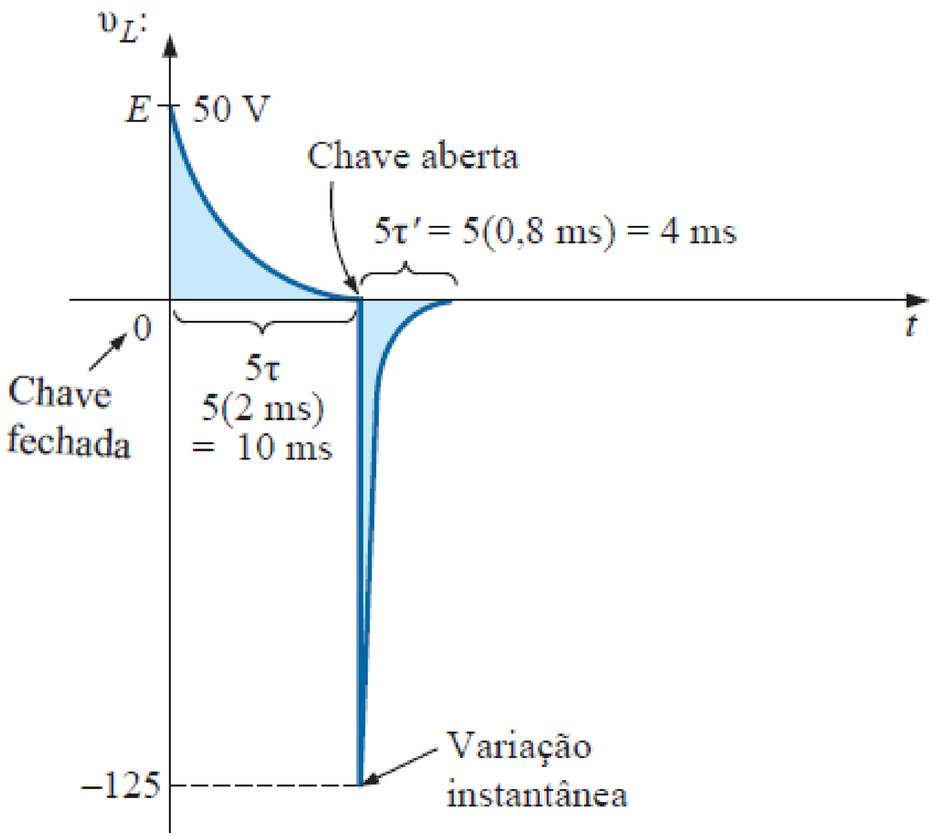
$v_L\ (t) = -125\ e^{-t/0{,}8m}$



Circuitos com Indutores

Exercício: Considerando o circuito da figura abaixo:





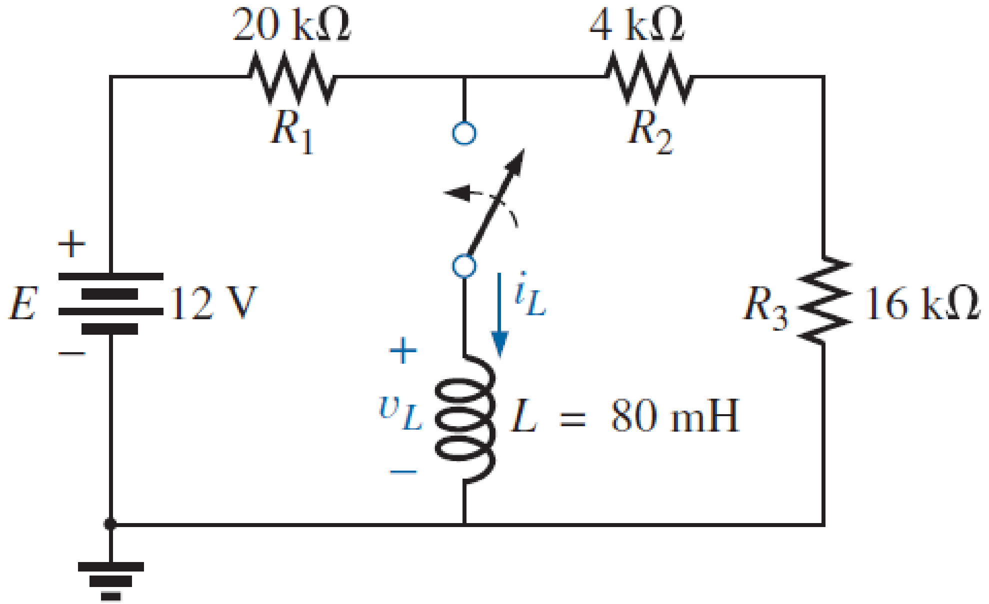
Indutores

Equivalente de Thevenin com Indutores

Equivalente de Thevenin com Indutores

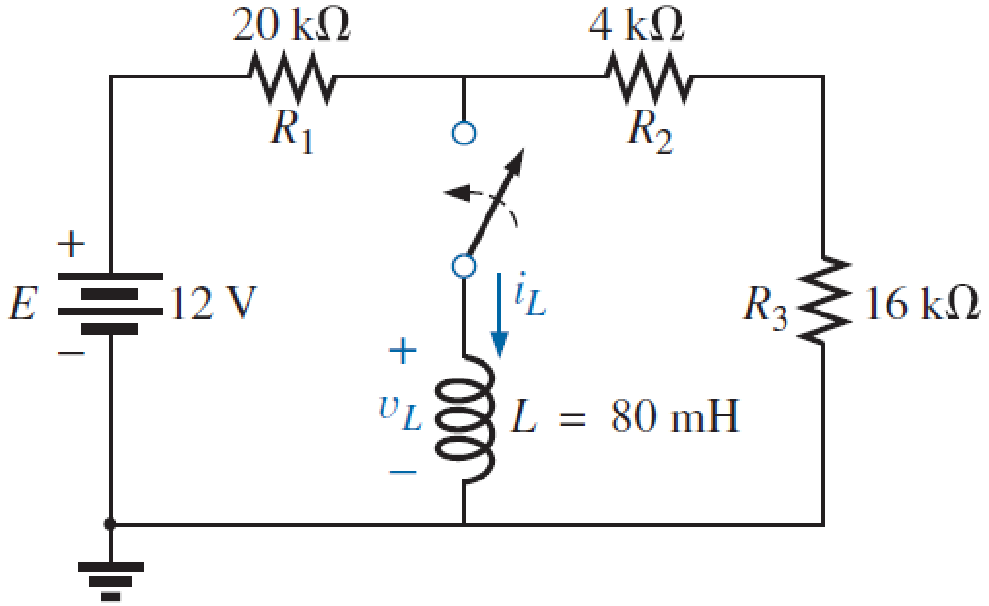
Quando o circuito com indutores é analisado, pode ser preciso reduzir o circuito para que ele se encaixe na equação de carga e descarga vista anteriormente

Para tal, faz-se uso do equivalente de Thevenin visto pelos terminais do indutor:

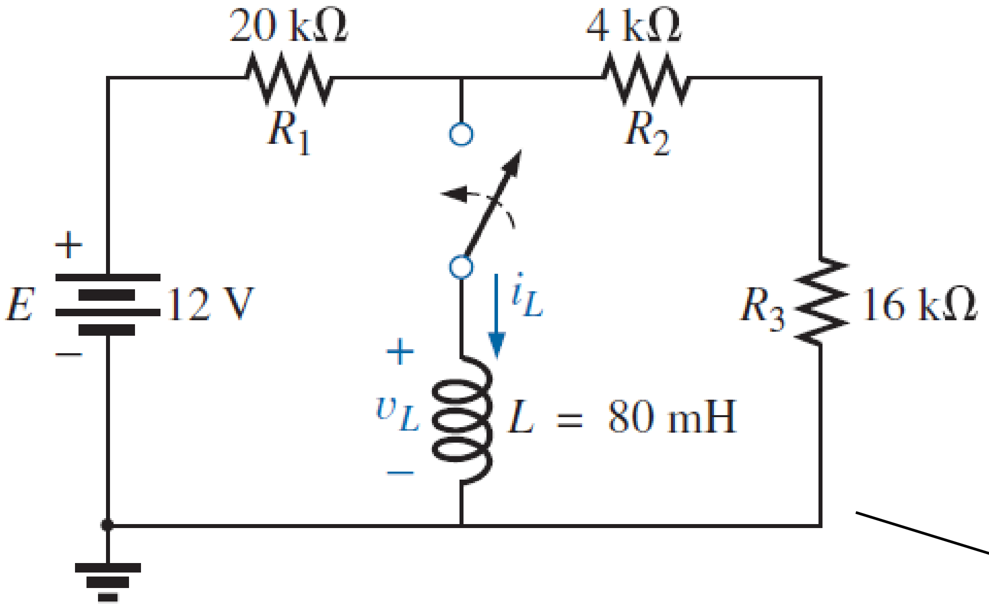


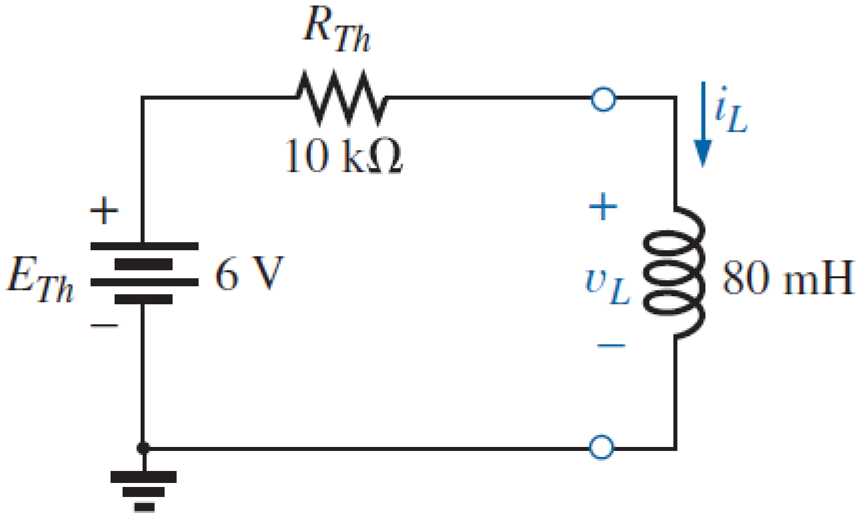
Equivalente de Thevenin com Indutores

Exercício: Determinar o equivalente de Thevenin do circuito abaixo



Equivalente de Thevenin com Indutores





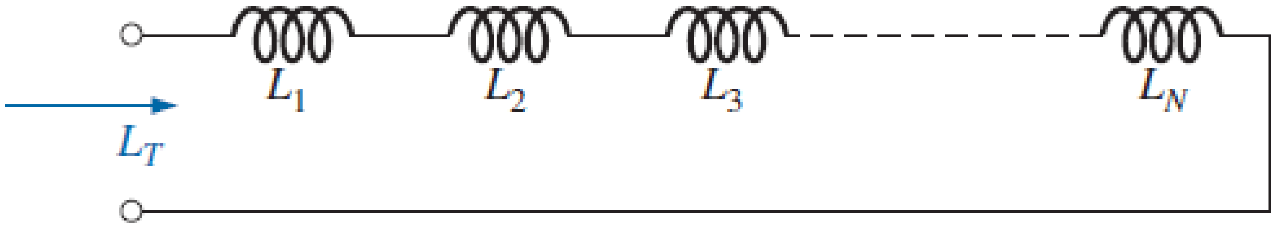
Indutores

Associação de Indutores

Associação de Indutores

Na conexão de indutores em série, a corrente é a mesma em todos os indutores. Logo:

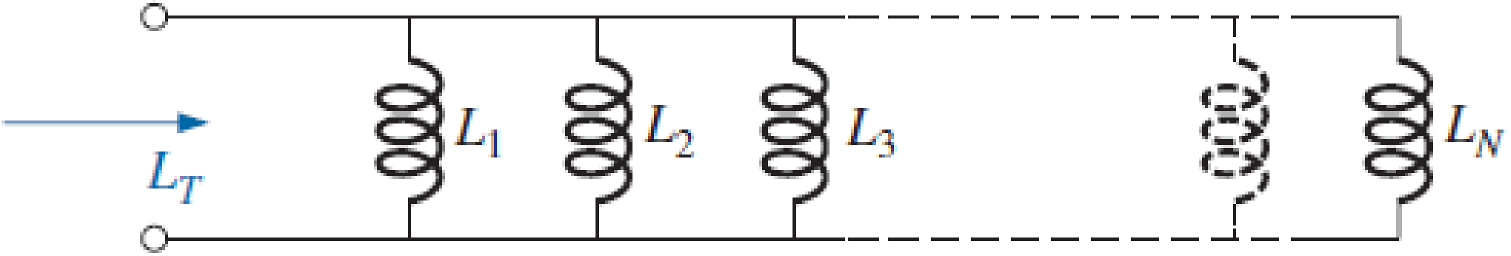
$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + \ldots + L_N$$



Associação de Indutores

Na conexão de Indutores em paralelo, a tensão é a mesma em todos os Indutores. Logo:

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \ldots + \frac{1}{L_N}$$



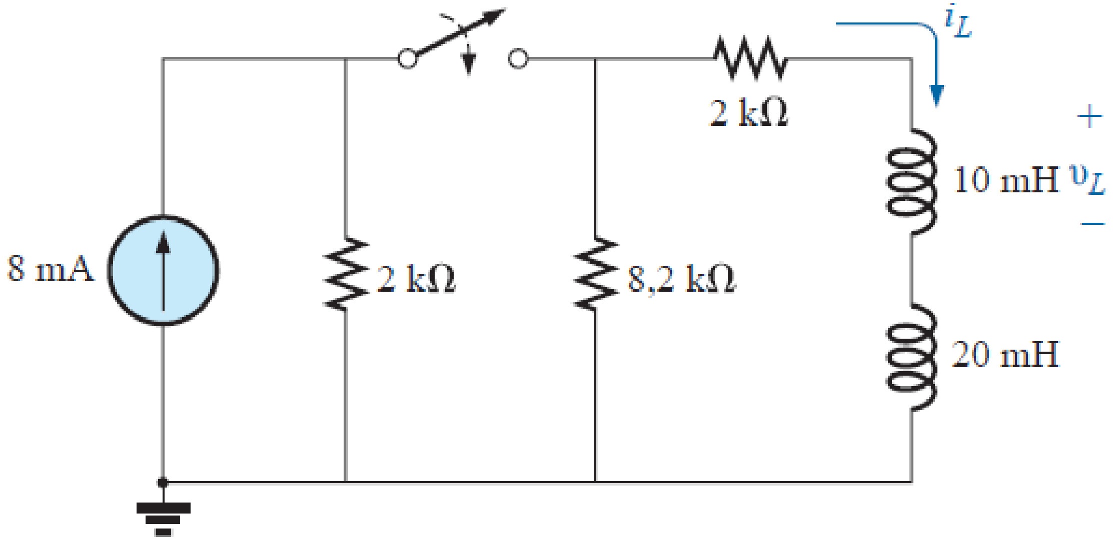
Exercícios

Exercício para realizar em casa:

Para o circuito abaixo:

a) Determine as expressões matemáticas para o comportamento de v_L e i_L depois do fechamento da chave

b)Trace as formas de onde de v_L e i_L.



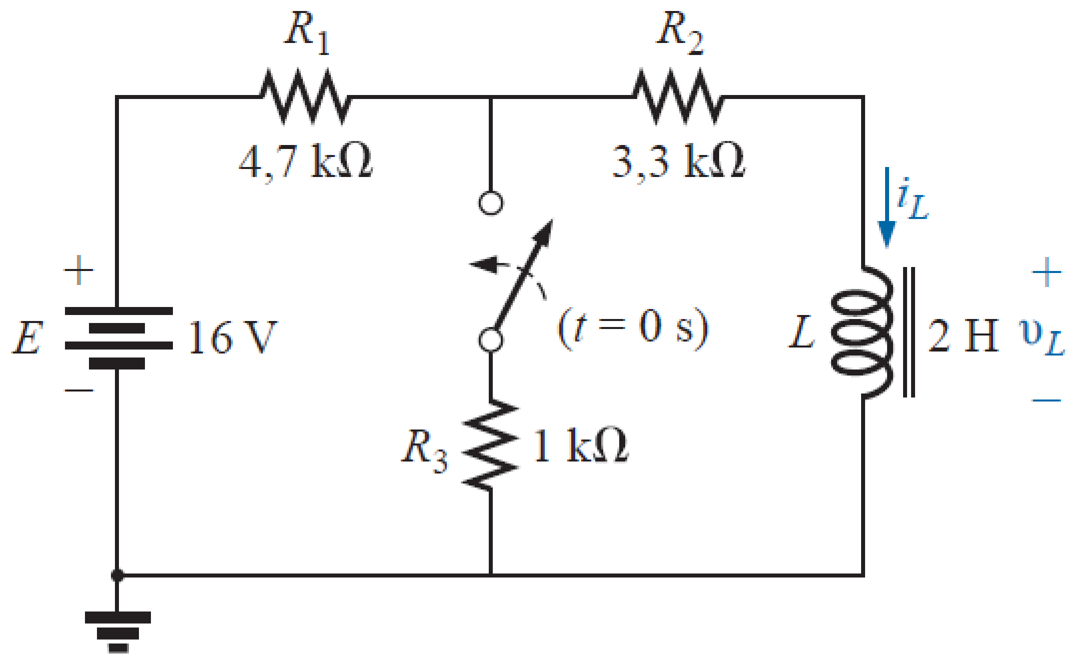
Exercícios

Exercício para realizar em casa:

Para o circuito abaixo:

a) Determine as expressões matemáticas para o comportamento de v_L e i_L depois do fechamento da chave

b)Trace as formas de onde de v_L e i_L.



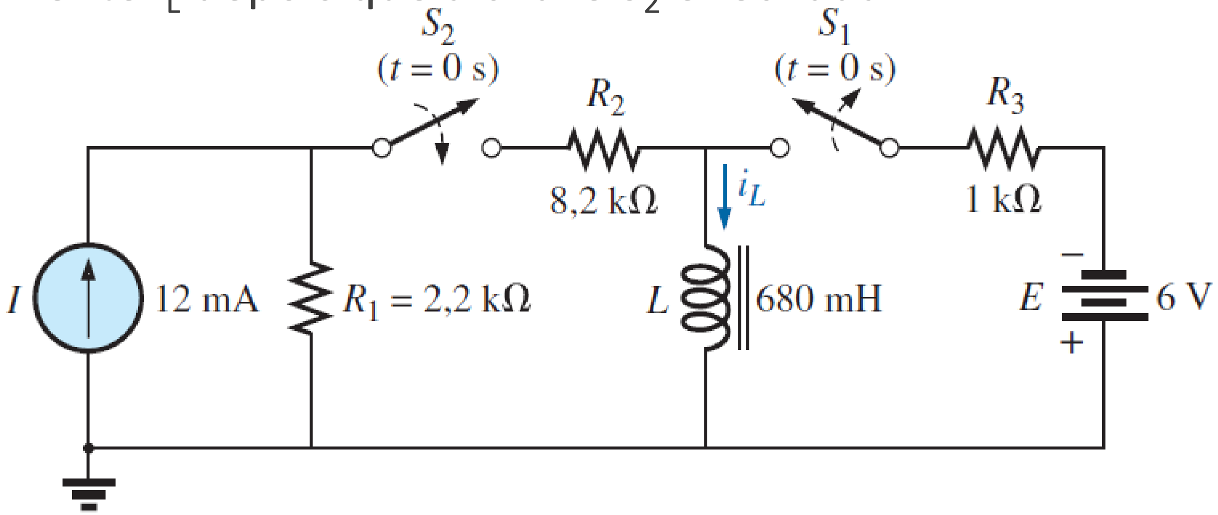
Exercícios

Exercício para realizar em casa: A chave S_1 do circuito abaixo foi mantida fechada por um longo tempo. Em t = 0 s, S_1 é aberta e, no mesmo instante, S_2 é fechada para evitar que a corrente no indutor seja interrompida.

a) Determine a corrente inicial no indutor. Preste atenção no sentido da corrente.

b) Determine a expressão matemática para a corrente i_L depois que a chave S_2 é fechada.

c) Esboce a forma de onda de i_L.



Bibliografia

BOYLESTAD, R. L. Introdução à Análise de Circuitos. Prentice-Hall. São Paulo, 2004.

BOYLESTAD, R.; NASHELSKY, L. Dispositivos Eletrônicos e Teoria de Circuitos. 6ª edição, Prentice Hall do Brasil, 1998.

CIPELLI, Antonio Marco Vicari; MARKUS, Otavio; SANDRINI, Waldir João. Teoria e desenvolvimento de projetos de circuitos eletrônicos. 18 ed. São Paulo: Livros Erica, 2001. 445 p. ISBN 8571947597.

SADIKU, M. N. O.; ALEXANDER, C. K. Fundamentos de Circuitos Elétricos. 5ª Edição, AMGH Editora Ltda, 2013.