LMA0001 - Lógica Matemática
Exercícios Lógica de Predicados
Professora Karina G. Roggia
Monitor: Miguel A. Nunes
Joinville, outubro de 2019

1. Formalize as seguintes sentenças utilizando lógica de predicados.
   (a) Sócrates é um homem.
   (b) Todo homem é mortal.
   (c) Jonas é um homem e todo homem é mortal.
   (d) Toda cobra é venenosa.
   (e) Não existe bêbado feliz.
   (f) Alguns políticos não são honestos.
   (g) Há aves que não voam.
   (h) Todos mentem.
   (i) Existem pôneis alienígenas.
   (j) Todo peixe nada.
   (k) Algumas aves voam.
   (l) Nenhuma ave voa.
   (m) Nem tudo que reluz é ouro.

2. Prove os seguintes sequentes no sistema de dedução natural.
   (a) $\forall x.P(x) \to Q(a) \vdash \exists x.(P(x) \to Q(a))$
   (b) $\forall x.(P(x) \lor Q(x)) \vdash \forall x.P(x) \lor \exists x.Q(x)$
   (c) $\forall x.\exists y.(P(x) \lor Q(y)) \vdash \exists y.\forall x.(P(x) \lor Q(y))$
   (d) $\forall x.(\neg P(x) \land Q(x)) \vdash \forall x.(P(x) \to Q(x))$
   (e) $\forall x.(P(x) \land Q(x)) \vdash \forall x.(P(x) \to Q(x))$
   (f) $\exists x.(\neg P(x) \land \neg Q(x)) \vdash \exists x.\neg(P(x) \land Q(x))$
   (g) $\exists x.(\neg P(x) \lor Q(x)) \vdash \exists x.\neg(P(x) \land \neg Q(x))$
   (h) $\forall x.(P(x) \land Q(x)) \vdash \forall x.P(x) \land \forall x.Q(x)$
   (i) $\forall x.P(x) \lor \forall x.Q(x) \vdash \forall x.(P(x) \lor Q(x))$
   (j) $\exists x.(P(x) \land Q(x)) \vdash \exists x.P(x) \land \exists x.Q(x)$
   (k) $\exists x.F(x) \lor \exists x.G(x) \vdash \exists x.(F(x) \lor G(x))$
   (l) $\forall x.\forall y.(S(y) \to F(x)) \vdash \exists y.S(y) \to \forall x.F(x)$
   (m) $P(b) \vdash \forall x.(x = b \to P(x))$
   (n) $P(b), \forall x.\forall y.(P(x) \land P(y) \to x = y) \vdash \forall x.((P(x) \to x = b) \land (x = b \to P(x)))$
   (o) $\exists x.\exists y.(H(x, y) \lor H(y, x)), \neg\exists x.H(x, x) \vdash \exists x.\exists y.\neg(x = y)$
   (p) $\forall x.((P(x) \to x = b) \land (P(x) \to x = b)) \vdash P(b) \land \forall x.\forall y.(P(x) \land P(y) \to x = y)$
   (q) $P(a) \to \forall x.Q(x) \vdash \forall x.(P(a) \to Q(x))$
   (r) $\forall x.\forall y.\forall z.(S(x, y) \land S(y, z) \to S(x, z)), \forall x.\neg S(x, x) \vdash \forall x.\forall y.(S(x, y) \to \neg S(y, x))$

(s) $\forall x.(P(x) \lor Q(x)), \exists x.\neg Q(x), \forall x.(R(x) \to \neg P(x)) \vdash \exists x.\neg R(x)$

(t) $\forall x.(P(x) \to (Q(x) \lor R(x))), \neg\exists x.(P(x) \land R(x)) \vdash \forall x.(P(x) \to Q(x))$

(u) $\exists x.\exists y.(S(x, y) \lor S(y, x)) \vdash \exists x.\exists y.S(x, y)$

(v) $\exists x.(P(x) \land Q(x)), \forall y.(P(x) \to R(x)) \vdash \exists x.(R(x) \land Q(x))$

3. Considere a seguinte argumentação:

   (a) O mais forte hebreu é Sansão.

   (b) Hércules é mais forte que Sansão.

   (c) Se a é mais forte que b, então b não é mais forte que a.

   (d) Logo, Hércules não é hebreu.

   Formalize as sentenças acima, e prove a validade da argumentação utilizando dedução natural.

4. Considere o seguinte raciocínio:

   (a) Cloud gosta de Aeris e de Tifa.

   (b) Não há quem goste de quem feriu alguém que gostamos.

   (c) Sephiroth feriu Aeris.

   (d) Logo, Cloud não gosta de Sephiroth.

   Formalize a argumentação acima e apresente uma prova de sua validade no sistema de dedução natural.