Estruturas de dados II

Tabelas Hash

André Tavares da Silva

andre.silva@udesc.br

Problema de busca

- A maioria dos métodos de busca usam comparação de chaves
  - Dada uma chave que representa o critério de pesquisa, são realizadas sucessivas comparações sobre os dados mantidos em uma estrutura

- Algoritmos eficientes de busca necessitam dos dados ordenados
  - Limite inferior para problemas de ordenação é O(N log N)
  - Complexidade temporal de algoritmos eficientes de busca é O(log N)

- Uma busca ideal seria um acesso direto
  - Ou seja, sem a necessidade de procurar algo no conjunto de dados
  - Complexidade temporal igual a O(1)

Acesso direto em vetores

- São estruturas de dados que utilizam índices para armazenar dados
  - O acesso para leitura e gravação de dados em vetores é O(1)
  - Dado um índice, o acesso para leitura e gravação nesse índice é direto

- Porém, vetores não possuem mecanismos para calcular um índice
  - Dado um valor do vetor, como obter diretamente o índice desse valor
  - Neste caso, a busca não é O(1), mas sim O(N) no pior caso

- Uma alternativa para o problema de busca em vetores é a aplicação de uma estrutura de dados conhecida como tabela hash

Tabelas hash

- Também conhecida como tabela de dispersão ou espalhamento
  - Estrutura de dados não linear que associa chaves de pesquisa a valores
    - É uma generalização do conceito de vetor
  - Dada uma chave é possível fazer uma busca e obter o valor associado
    - O acesso direto aos valores é realizado por uma função hashing
    - Isto é, uma função que espalha os dados na tabela
  - Operações sobre uma tabela hash
    - Gravar um novo valor na estrutura a partir de uma chave
    - Recuperar um valor existente na estrutura a partir de uma chave

Tabelas hash

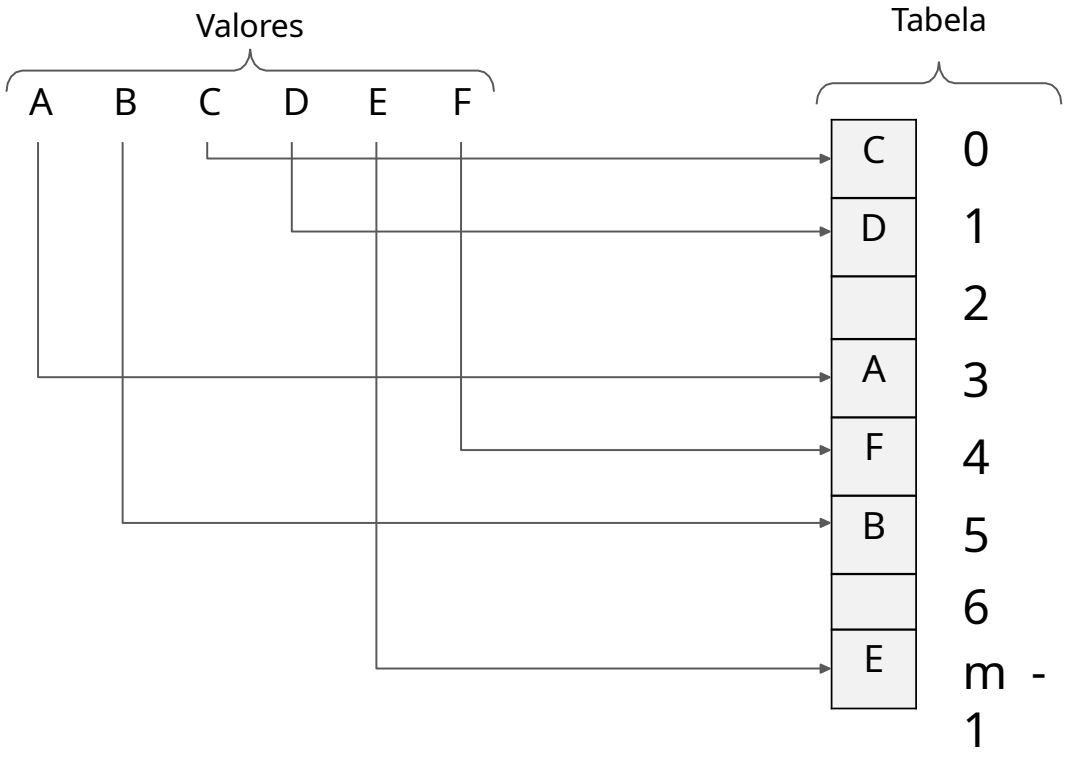
- Estratégia de armazenamento
  - Suponha que existam n chaves a serem armazenadas em uma tabela T
    - A tabela armazena dados sequencial e possui uma capacidade m
    - Neste caso, usa-se um vetor para armazenar os dados da tabela
    - As posições da tabela se situam no intervalo [0, m-1]
  - A função hashing tem como objetivo espalhar os dados na tabela
    - Os dados serão armazenados de forma dispersa e não ordenada
    - Os dados estarão acessíveis diretamente por intermédio da função hashing

Tabelas hash

- Estratégia de armazenamento (cont.)
  - O objetivo é armazenar cada chave no bloco referente ao seu endereço
  - O endereço é calculado por uma função de transformação (*hashing*)

$$E = H(c)$$

Onde:
E = Endereço (índice no vetor)
H = Função hashing
c = Chave



Tabelas hash

- Vantagens
  - Tempo de busca é praticamente independente do número de elementos armazenados na tabela
    - Na média a operação de busca tem esforço computacional O(1)
  - Implementação simples, sendo uma generalização de vetores

- Desvantagens
  - Alto custo para recuperar os dados da tabela de forma ordenada
    - Nesse caso é necessário ordenar a tabela
  - No pior caso a busca pode ter esforço computacional O(N)
    - Relação com a frequência de colisões que a função hashing pode gerar
  - Requer a definição do número de elementos que será armazenar
    - Necessário definir o tamanho do vetor de dados

Tabelas hash

- Principais aplicações
  - Cache de dados: bancos de dados em memória
  - Criptografia: algoritmos MD5 e SHA
    - Armazenamento de senhas
    - Verificação de integridade e autenticidade dos dados
  - Tabelas de símbolos ou alfabetos bem definidos: compiladores

Tabelas hash

- Estrutura de uma tabela hash

```
typedef  struct  {
   int chave;
   void* valor;
} Entrada;

typedef  struct  {
   int  total;
   int  tamanho;
   Entrada** elementos;
} Hash;
```

Tabelas hash

- Criar uma tabela hash

```
Hash*  criar(int  tamanho)  {
   Hash* hash = malloc(sizeof(Hash));
   hash->tamanho = tamanho;
   hash->total = 0;
   hash->elementos = malloc(tamanho * sizeof(Entrada*));
   for (int i = 0; i < tamanho; i++) {
      hash->elementos[i] = NULL;
   }
   return hash;
}
```

Tabelas hash

- Apagar/Limpar a tabela hash

```
void  liberar(Hash*  hash)  {
   if  (hash != NULL)  {
      for (int i = 0; i < tamanho; i++) {
        if (hash->elementos[i] != NULL) {
           free(hash->elementos[i]);
        }
      }
      free(hash→elementos);
      free(hash);
   }
}
```

Tabelas hash

- Como escolher o tamanho de uma tabela hash
  - O ideal é escolher um número primo
    - Números primos reduzem a probabilidade de colisões em funções hashing
    - Inclusive em funções hashing pouco eficazes
  - Evitar valores que sejam potência de 2
    - Valores que são potência de 2 aumentam os problemas de colisão
    - Este efeito é mais sensível em funções hashing mais simples

Funções hashing

- Transforma uma chave em uma posição da tabela de dispersão
  - Princípio da tabela hash é a associação de valores a chaves
    - Chave: parte da informação que compõe o elemento a ser manipulado pela tabela hash
    - Valor: posição (índice) onde o elemento se encontra no vetor de dados que define a tabela hash

- Portanto, a partir de uma chave é possível acessar diretamente o dado na posição do vetor
  - Na média essa operação tem esforço computacional $O(1)$

Funções hashing

- Uma função de dispersão deve idealmente satisfazer às condições
  - Produzir um número baixo de colisão
  - Ser facilmente calculável
  - Ser uniforme, isto é, distribuir de forma equilibrada os dados na tabela

- Colisão de chaves
  - O valor da chave deve gerar um endereço tão único quanto possível
  - Quando houver coincidência, esta situação é chamada de colisão
    - Isto é, duas ou mais chaves diferentes gerando o mesmo endereço

Funções hashing

- Técnicas populares para uma função hashing
  - Método da divisão
  - Método da multiplicação
  - Método da dobra

- Método da divisão
  - Também conhecido como método da congruência linear
  - Consiste em calcular a posição da chave a partir do resto da divisão
  - H(c) = c mod m

```
int  hashingDivisao(int chave, int tamanho) {
   return  (chave  &  0x7FFFFFFF)  %  tamanho;
}
```

Funções hashing

- Método da multiplicação
  - Também conhecido como método da congruência linear multiplicativo
  - Necessário determinar uma constante A, onde 0 < A < 1
  - Usa-se esta constante A para:
    - Multiplicar o valor da chave
    - Parte fracionária resultante é multiplicada pelo tamanho da tabela

```
int  hashingMultiplicacao(int chave, int tamanho) {
   float A = 0.61803387; //constante 0 < A < 1
   float i = chave * A;  //realiza a multiplicação
   i = i - (int) i;  //obtém a parte fracionária
   return (int)(tamanho * i);
}
```

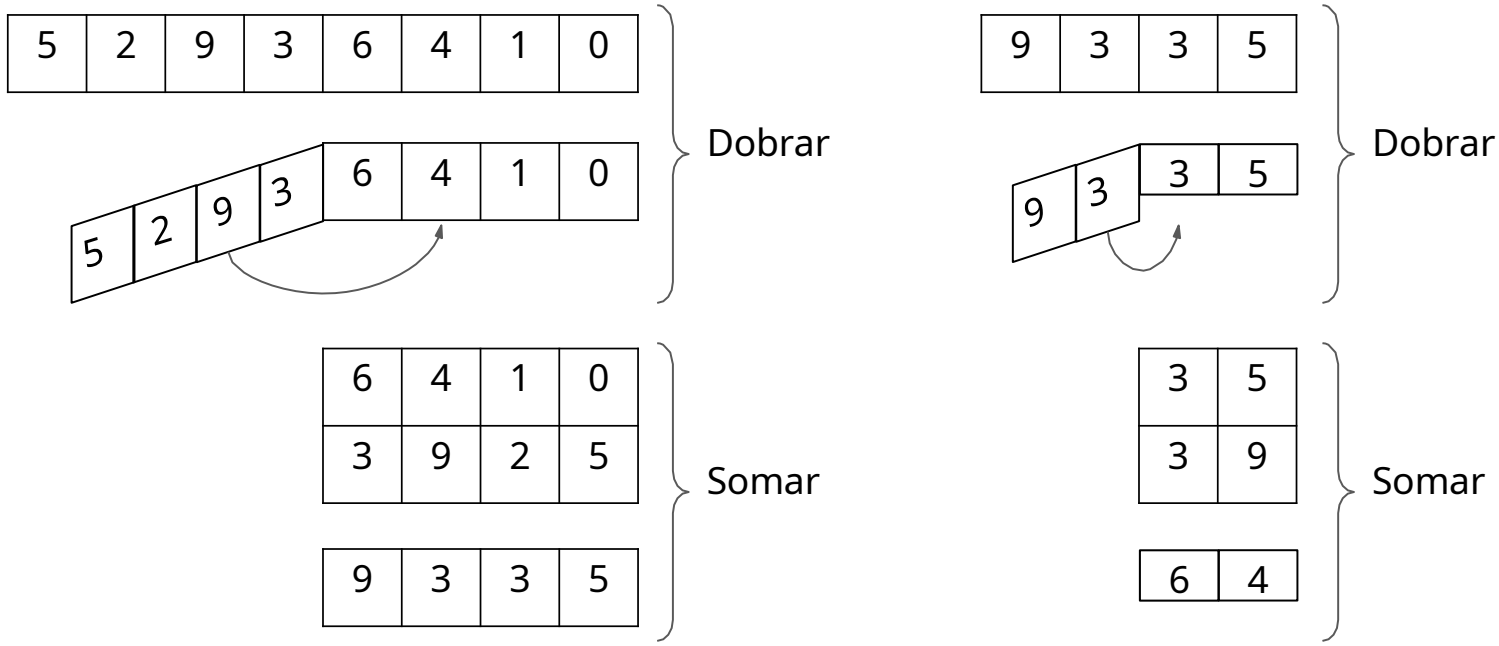
Funções hashing

- Método da dobra
  - Utiliza um esquema de dobrar e somar os dígitos do valor para calcular a posição da chave na tabela

  - Estratégia do método
    - Considera uma chave como uma sequência de dígitos escritos em um papel
    - Enquanto a chave for maior do que o tamanho da tabela, o papel é dobrado
    - Os dígitos sobrepostos após a dobra são somados, desconsiderando dezena

Funções hashing

- Método da dobra (cont.)
  - Chave igual a 52936410 e tamanho da tabela igual a 73



Funções hashing

- Método da dobra (cont.)
  - Forma mais fácil de implementar o método utiliza:
    - Operador ou exclusivo (xor)
    - Dobra é realizada de k em k bits

```
int hashingDobra(int chave, int tamanho) {
   int k = 10;
   int parte1 = chave >> k;
   int parte2 = chave & (tamanho - 1);
   return (int)(parte1 ^ parte2);
}
```

Operações de leitura e gravação sem colisão

- Quando não é necessário tratamento de colisão
  - Utilizado em situações específicas quando o hashing é perfeito
  - Neste cenário colisões não são aceitas
    - Esforço computacional será O(1) sempre em todos os casos
  - Quando conhecida a quantidade e quais dados serão armazenados
    - Exemplo: tabela de símbolos de compiladores

- Operação de inserção
  - Calcula a posição do elemento na tabela a partir da função hashing
  - Armazena o elemento na tabela na posição calculada

Operações de leitura e gravação sem colisão

- Operação de inserção (cont.)

```
void  adicionar(Hash *hash, int chave, void* valor) {
  if (hash != NULL && hash->total < hash->tamanho) {
    int indice = hashingDivisao(chave, hash->tamanho);
    Entrada *entrada = malloc(sizeof(Entrada));
    entrada->chave = chave;
    entrada->valor = valor;
    hash->elementos[indice] = entrada;
    hash->total++;
  }
}
```

Operações de leitura e gravação sem colisão

- Operação de busca
  - Calcula a posição do elemento na tabela a partir da função hashing
  - Verifica a existência de um elemento na posição obtida
  - Caso positivo retorna o elemento encontrado, caso contrário nulo

```
void*  buscar(Hash  *hash,  int  chave)  {
   if (hash != NULL) {
      int indice = hashingDivisao(chave, hash->tamanho);
      if (hash->elementos[indice] != NULL) {
         return hash->elementos[indice]->valor;
      }
   }
   return  NULL;
}
```

Tratamentos de colisão

- Quando é necessário tratamento de colisão
  - Situações predominantes são hashing imperfeito, sujeitos a colisão
    - Colisões são toleráveis, embora não sejam desejáveis
  - Colisões podem ocorrer devido ao:
    - Tamanho da tabela, isto é, mais chaves para armazenar do que capacidade
    - Valores a serem armazenados na tabela
    - Função hashing utilizada e espalhamento não uniforme
  - Há situações extremas onde cada elemento adicionado gera colisão
    - Ataque de negação de serviço conhecido como hash flooding
    - Esforço computacional é O(N) na leitura dos elementos

Tratamentos de colisão

- Quando é necessário tratamento de colisão (cont.)
  - Não há garantia que uma função hashing produzirá um endereço único
    - Exceto nas condições de um hashing perfeito
  - Portanto, colisões precisam ser tratadas

- Principais técnicas para tratamento de colisão
  - Endereçamento aberto
  - Endereçamento separado

Tratamentos de colisão

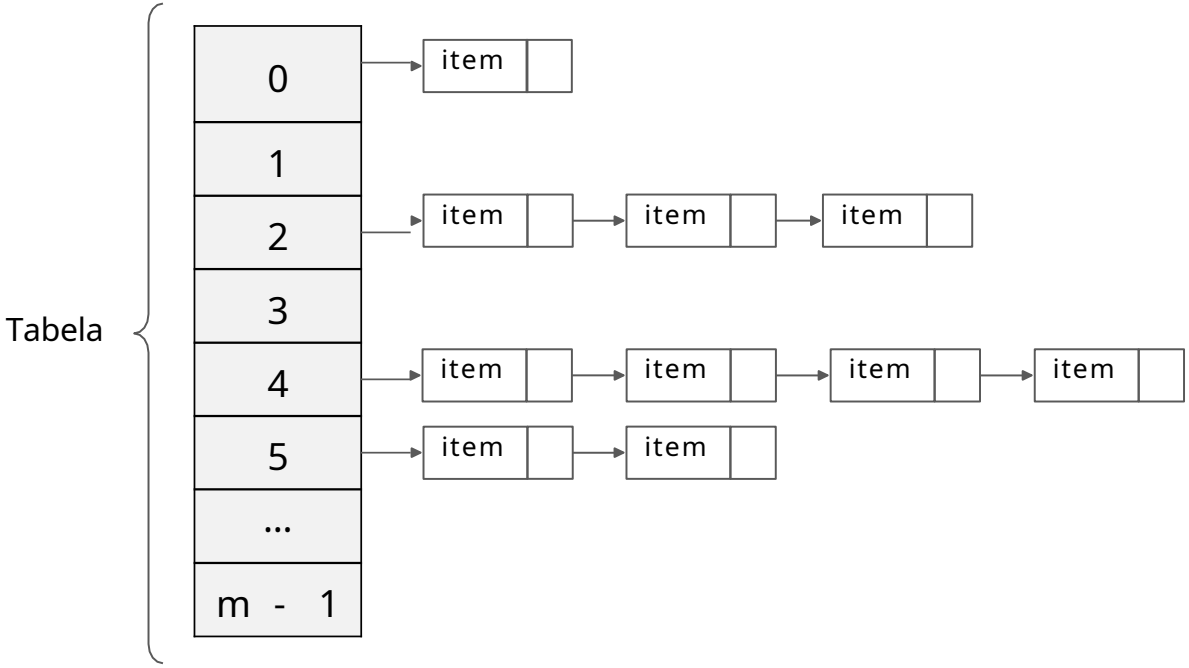
- Endereçamento aberto
  - O elemento com chave colidida é armazenado no primeiro endereço livre
    - Também conhecido como rehash
  - Vantagens
    - Busca é realizada dentro da própria tabela, sendo assim mais rápida
    - Se beneficia do princípio da localidade espacial
    - Não requer espaço adicional além do definido como tamanho da tabela
  - Desvantagens
    - Mais cálculo de posições na adição de elementos, quando detectada colisão
    - Esforço computacional da adição será O(N) no pior caso
    - Neste caso, quando todos elementos adicionados geram colisão

Tratamentos de colisão

- Endereçamento separado
  - O elemento com chave colidida é armazenado em uma lista encadeada
    - Também conhecido como separate chaining
  - Vantagens
    - Esforço computacional da adição sempre será O(1)
    - Dado que o esforço para adição em uma lista encadeada é O(1)
  - Desvantagens
    - Não requer espaço adicional além do definido como tamanho da tabela
    - Não se beneficia do princípio da localidade espacial
    - Tempo de busca é proporcional ao número de elementos na lista encadeada

Tratamentos de colisão

- Endereçamento separado (cont.)



Operações de leitura e gravação com colisão

- Uso de endereçamento separado para tratamento de colisão

```
typedef struct {
  int chave;
  void* valor;
} Entrada;

typedef struct no {
  Entrada *entrada;
  struct no *proximo;
} No;

typedef struct {
  int total;
  int tamanho;
  No** elementos;
} Hash;
```

Operações de leitura e gravação com colisão

- Uso de endereçamento separado para tratamento de colisão (cont.)

```
Hash* criar(int tamanho)  {
   Hash* hash = malloc(sizeof(Hash));

   hash->tamanho = tamanho;
   hash->total = 0;
   hash->elementos = malloc(tamanho * sizeof(No*));
   for (int i = 0; i < tamanho; i++) {
      hash->elementos[i] = NULL;
   }
   return  hash;
}
```

Operações de leitura e gravação com colisão

- Operação de inserção com encadeamento separado

```
void adicionar(Hash *hash, int chave, void* valor) {
   if (hash != NULL)  {
      int indice = hashingDivisao(chave, hash->tamanho);
      Entrada *entrada = malloc(sizeof(Entrada));
      entrada->chave = chave;
      entrada->valor = valor;
      No *no = malloc(sizeof(No));
      no->proximo = hash->elementos[indice];
      no->entrada = entrada;
      hash->elementos[indice] = no; hash->total++;
   }
}
```

Operações de leitura e gravação com colisão

- Operação de busca com encadeamento separado

```
void buscar(Hash *hash, int chave) {
   if (hash != NULL) {
      int indice = hashingDivisao(chave, hash->tamanho);
      No *no = hash->elementos[indice];
      while (no != NULL) {
         if (no->entrada->chave == chave) {
            return no->entrada->valor;
         }
         no =  no->proximo;
      }
   }
   return NULL;
}
```

Exercícios

1. Considere a seqüência de chaves Q U E S T A O F C I L e a codificação A = 0, B = 1, C = 2, etc.

   a) Desenhe o conteúdo da tabela hash resultante da inserção dos registros com essas chaves nessa ordem em uma tabela inicialmente vazia de tamanho 7 usando listas encadeadas. Use a função hash h(k) = k mod 7 onde k é a codificação da letra.

   b) Desenhe o conteúdo da tabela hash resultante da inserção dos registros com essas chaves nessa ordem em uma tabela inicialmente vazia de tamanho 13 usando endereçamento aberto e hash linear para tratar colisões. Use a função hash h(k) = k mod 13 onde k é a codificação da letra.

Exercícios

2. Considere a implementação de uma tabela Hash de tamanho M=11, com endereçamento aberto utilizando a função k mod M. Responda as seguintes questões:

   a) Mostre a configuração da tabela após a inserção dos registros com as chaves: 4, 17, 13, 35, 25, 11, 2, 10, 32.

   b) Mostre a configuração da tabela após a remoção dos registros com as chaves: 25, 11.

   c) Mostre a configuração da tabela após a inserção dos registros com as chaves: 40, 3.

Estruturas de dados II

Tabelas Hash

André Tavares da Silva

andre.silva@udesc.br