Regra de L'Hopital

Forma do Tipo $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$

• **Teorema:** Se f e g são funções com primeiras derivadas contínuas em $x = x_0$, $\lim_{x \to x_0} f(x) = 0$ e $\lim_{x \to x_0} g(x) = 0$ e $\forall x \neq x_0$, $g'(x_0) \neq 0$ e $\lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ existir então:

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Forma Indeterminada do Tipo $\frac{\infty}{\infty}$

• **Teorema:** Se f e g são funções contínuas e deriváveis em todos os pontos $x \neq x_0$ (numa vizinhança do ponto x_0) e $g'(x) \neq 0$ $\forall x$ e se $\lim_{x \to x_0} f(x) = \infty$ e $\lim_{x \to x_0} g(x) = \infty$, então:

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Forma Indeterminada $0 \cdot \infty$: Se $f(x) = g(x) \cdot h(x)$ e o $\lim_{x \to x_0} f(x) = 0 \cdot \infty$ então basta fazer:

$$f(x) = \frac{g(x)}{\frac{1}{h(x)}} \quad \text{ou} \quad f(x) = \frac{h(x)}{\frac{1}{g(x)}}$$

e aplicar L'Hopital do Teorema $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$.

Forma Indeterminada $\infty - \infty$: Se $f(x) = g(x) - h(x)$ e o $\lim_{x \to x_0} f(x) = \infty - \infty$, então através de operações elementares entre as funções $g(x)$ e $h(x)$ é sempre possível transformar o $\lim_{x \to x_0} f(x)$ numa das formas indeterminadas $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$

Formas Indeterminadas do tipo 1^∞, 0^0 e ∞^0: Se $f(x) = [g(x)]^{h(x)}$ e $\lim_{x \to x_0}$ assume uma das três formas indeterminadas $1^\infty, 0^0, \infty^0$, então, para qualquer uma das indeterminações define-se:

$\rightarrow L = \lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} [g(x)]^{h(x)}$ $\quad (\ln)$

$\rightarrow \ln L = \ln \left(\lim_{x \to x_0} [g(x)]^{h(x)} \right) \rightarrow \ln L = \lim_{x \to x_0} \left(\ln [g(x)]^{h(x)} \right) \rightarrow$

$\rightarrow \ln L = \lim_{x \to x_0} \left(h(x) \cdot \ln [g(x)] \right)$ Assim o limite assume a forma de $0 \cdot \infty$.