MDI

- $p \to q$
  - p: hipótese
  - q: tese
- $p \leftrightarrow q$
  - $p \to q$ (indo)
  - $q \to p$ (voltando)

Prova Direta ($p \to q$)

- Pressupõe a que hipótese p é verdadeira e segue até deduzir a tese q também como verdadeira.

Prova por Contraposição ($p \to q \leftrightarrow \neg q \to \neg p$)

- Para provar $p \to q$, faz-se prova direta de $\neg q \to \neg p$.

Redução ao Absurdo ($p \to q \leftrightarrow p \wedge \neg q \to F$)

- Para provar $p \to q$, faz-se a prova direta de $p \wedge \neg q \to F$

Indução Matemática

- Primeiro Princípio da Indução Matemática
  - Seja $p(n)$ uma proposição sobre $M = \{n \in \mathbb{N} \mid n \geq m \wedge m \in \mathbb{N}\}$

    (base) $p(m)$ é verdadeira

    (passo) para qualquer k, vale $p(k) \to p(k+1)$

    então $p(n)$ é verdadeira para todo $n \in M$.

- Técnica de demonstração
  - Demonstrar a base da indução $p(m)$
  - A partir de um k
    - Supor verdadeira a hipótese de indução $p(k)$.
    - Provar o passo de indução, demonstrando $p(k+1)$.

- Segundo Princípio da Indução Matemática
  - Seja $p(n)$ uma proposição sobre $M = \{n \in \mathbb{N} \mid n \geq m \wedge m \in \mathbb{N}\}$

    (Base) $p(m)$ é verdadeira

    (passo) para qualquer k, vale $p(m) \wedge p(m+1) \wedge \ldots \wedge p(k) \to p(k+1)$.

    Então $p(n)$ é verdadeira para todo $n \in M$.

- Versão 2.0
  - Seja $p(n)$ uma proposição sobre $M = \{n \in \mathbb{N} \mid n \geq m \wedge m \in \mathbb{N}\}$

    (Base) $p(m), p(m+1), \ldots, p(m+t)$ são verdadeiras

    (passo) para qualquer k, com $k > m+t$, vale $p(m) \wedge p(m+1) \wedge \ldots \wedge p(k) \to p(k+1)$

    Então $p(n)$ é verdadeira para todo $n \in M$.

Álgebra de Conjuntos

- União: Dados A e B conjuntos, a união destes $A \cup B$ é tal que:

  $x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$

- Propriedades da União
  - Elemento Neutro: $A \cup \emptyset = A = \emptyset \cup A$
  - Idempotência: $A \cup A = A$
  - Comutatividade: $A \cup B = B \cup A$
  - Associatividade: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

- Interseção: Dados A e B conjuntos, a intersecção destes $A \cap B$, é tal que:

  $x \in A \cap B \leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$

- Propriedades da União
  - Elemento Neutro: $A \cap \mathcal{U} = A = \mathcal{U} \cap A$
  - Idempotência: $A \cap A = A$
  - Comutatividade: $A \cap B = B \cap A$
  - Associatividade: $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- Distributividade
  - $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
  - $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- Complemento: Dado A um conjunto qualquer, o seu complemento, $\bar{A}$ é tal que:

  $x \in \bar{A} \leftrightarrow x \notin A$

  - Duplo Complemento: $\bar{\bar{A}} = A$
  - De Morgan: $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

    $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

- Conjuntos das Partes: Dado A um conjunto qualquer, o seu conjunto das partes, 2^A ou $\mathcal{P}(A)$, é tal que:

  $\{X \mid X \subseteq A\}$

- Produto Cartesiano: Sejam A e B, o produto cartesiano $A \times B$ é o conjunto

  $A \times B = \{\langle a, b \rangle \mid a \in A \wedge b \in B\}$

- Dado A conjunto qualquer
  - $\emptyset \times A = \emptyset$
  - $A \times \emptyset = \emptyset$
  - $\emptyset^2 = \emptyset$

- União Disjunta: Dados A e B conjuntos, sua união disjunta $A \uplus B$, é o conjunto

  $A \uplus B = \{\langle a, 0 \rangle \mid a \in A\} \cup \{\langle b, 1 \rangle \mid b \in B\}$

  ou $A \uplus B = \{a_A \mid a \in A\} \cup \{b_B \mid b \in B\}$

- Diferença: Dados A e B conjuntos, o primeiro conjunto menos o segundo, ou seja, a diferença de A e B é o conjunto:

  $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\} = A \cap \bar{B}$

Contagem

- Princípio Multiplicativo: Se existem n_1 resultados possíveis para um primeiro evento acontecer e n_2 resultados possíveis para um segundo evento acontecer, então existem $n_1 * n_2$ resultados possíveis para essa sequência de eventos

- Princípio Aditivo: Se A e B são eventos disjuntos com n_1 e n_2 resultados possíveis respectivamente, então o número total de possibilidades para o evento "A ou B" é $n_1 + n_2$.