Lista de exercícios sobre introdução a funções **Profa. Graciela Moro**

1) Se $f(x) = x^3 + 1$, então:

   a) O valor de f em $x = -1$ é $f(\_\_) = \_\_\_$

   b) O valor de f em $x = 2$ é $f(\_\_) = \_\_\_$

   c) $f(x) = 28$ se $x = \_\_\_\_\_\_\_\_\_$.

2) Qual é a notação das seguintes funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$?

   a) f associa cada número real ao seu oposto.

   b) g associa cada número real ao seu cubo.

   c) h associa cada número real ao seu quadrado menos 1.

   d) f associa cada número real ao número 2.

3) Um conteiner de base quadrada e lados retangulares sem tampa tem um volume de $8m^3$. O material da base custa R\$15,00 por m^2 e dos lados R\$10,00 por m^2.

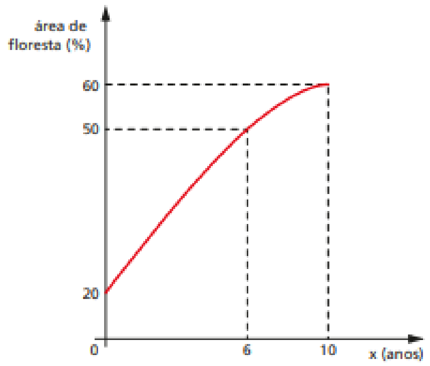
   a. Encontre o custo como função do comprimento do lado da base.

   b. Qual o domínio da função custo no contexto do problema?

4) Um plano de telefone celular custa R\$ 39 por mês. O plano inclui 4 gigabytes (GB) de dados gratuitos e cobra R\$ 15 por gigabyte de dados adicionais usados. As cobranças mensais são uma função do número de gigabytes de dados usados.

   a) Encontre a lei da função custo. b) Encontre $C(2{,}5), C(4)\ e\ C(6)$.

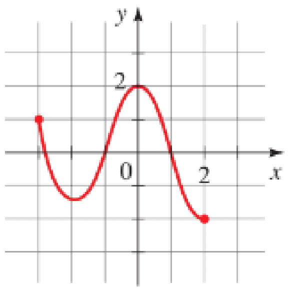
5) (UNESP-SP) Numa fazenda, havia 20% de área de floresta. Para aumentar essa área, o dono da fazenda decidiu iniciar um processo de reflorestamento. No planejamento do reflorestamento, foi elaborado um gráfico fornecendo a previsão da porcentagem de área de floresta na fazenda a cada ano, num período de dez anos. Esse gráfico foi modelado pela função $f(x) = \frac{ax+200}{bx+c}$ que fornece a porcentagem de área de floresta na fazenda a cada ano x, onde a, b e c são constantes reais. Com base no gráfico, determine as constantes a, b e c e reescreva a função $f(x)$ com as constantes determinadas.



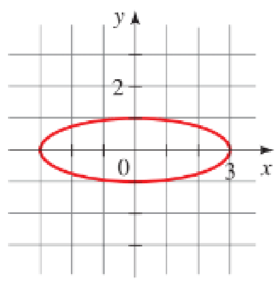
6) Seja a função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{2x-3}{5}$. Qual é o elemento do domínio que tem $\frac{3}{4}$ como imagem?

7) Verifique se a curva é um gráfico de uma função de x. Se for, indique o domínio e a imagem da função:

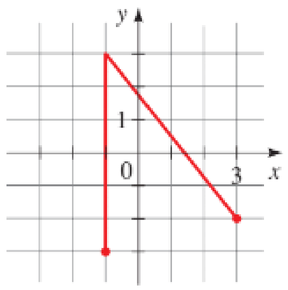
a.



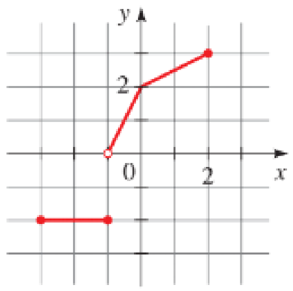
b.



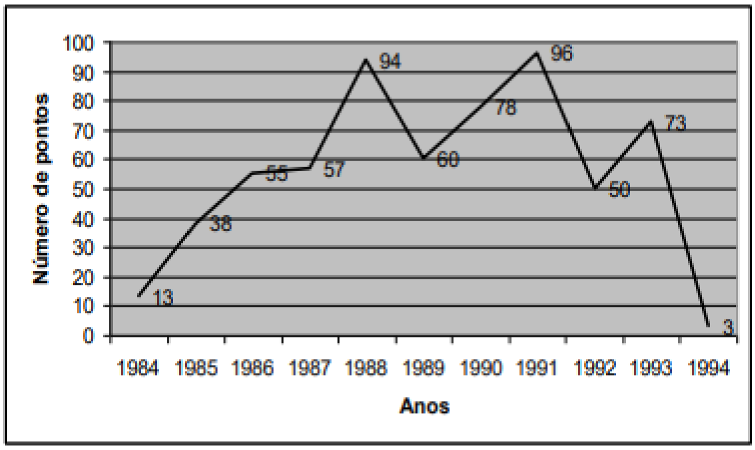
c.



d.



8) O gráfico a seguir mostra a quantidade de pontos obtidos por Ayrton Senna na fórmula 1.



Determine:

a) Variáveis envolvidas

b) Variável dependente

c) Variável independente

d) Domínio da função

e) Conjunto imagem

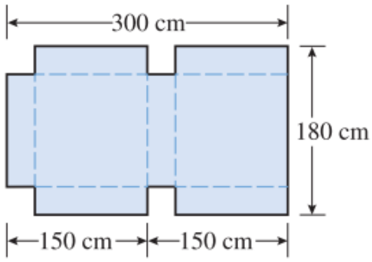
f) Quando foi obtido o maior número de pontos?

g) E o menor número de pontos?

h) Em qual intervalo de tempo houve aumento no número de pontos?

i) Em qual intervalo de tempo houve redução no número de pontos?

9) Uma caixa fechada deve ser construída com pedaço de papelão retangular com 180 cm por 300 cm, cortando fora quatro quadrados de mesmo tamanho conforme ilustrado na Figura 2, dobrando ao longo das retas tracejadas e encaixando para dentro as duas abas da tampa.



Fonte: ANTON, 2014, p.63

a) Qual é a expressão analítica que representa o volume dessa caixa como função do comprimento dos lados dos quadrados?

b) Qual é o domínio da função obtida no item “a”?

c) Esboce o gráfico da função que representa o volume utilizando algum software gráfico (ex. GeoGebra).

10) Seja $f(x) = \sqrt{x+1} + 4$

a) O domínio de f é____________.

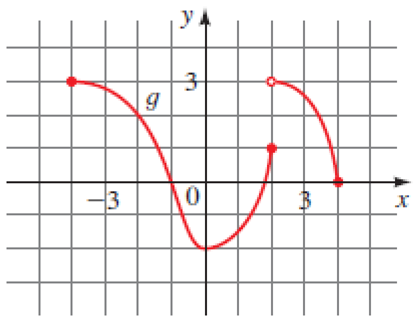
b) $f(3) =$ ________.

c) $f(t^2+1) =$ ____________.

d) $f(x) = 7$ se $x =$ __________.

e) A Imagem de f é____________.

11) Considere a função g:



a. Encontre $g(-4), g(-2), g(0), g(2), g(4)$

b. Determine o domínio e a imagem de g.

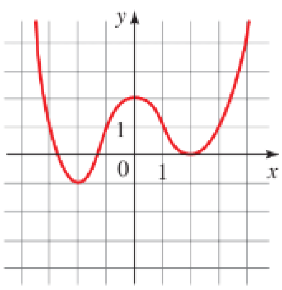
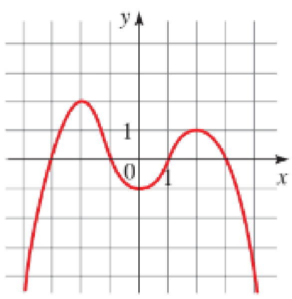
c. Encontre os valores de x para os quais $g(x) = 3$

d. Estime os valores de x para os quais $g(x) \leq 0$

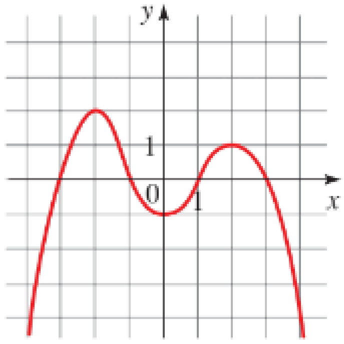
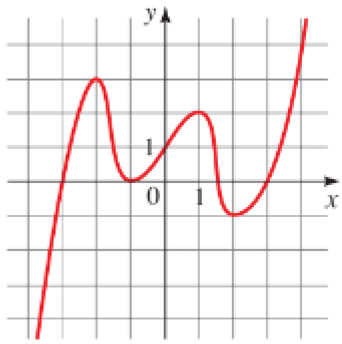
12) Dado o gráfico da função, use-o para estimar o seguinte:

a. Todos os valores de máximo e mínimo da função e o valor de x no qual cada um ocorre;

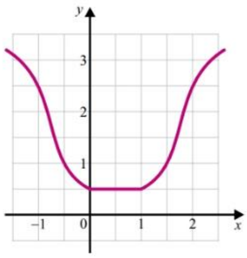
b. Os intervalos em que a função está crescendo e diminuindo.

c. 	d. 

e.	f.

13) Com base no gráfico da função f a seguir, determine:



a) o conjunto imagem de f;

b) os pontos em que $f\ (x)\ \leq\ 2{,}5$;

c) os intervalos de crescimento e decrescimento;

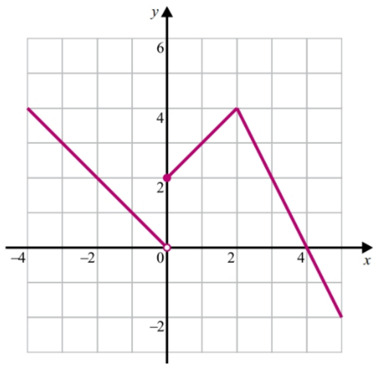
14) Determine o domínio das funções abaixo:

a. $f(x) = \frac{1}{x-3}$	b. $f(x) = \frac{x+2}{x^2-3}$
c. $f(x) = \sqrt{t+1}$	d. $f(x) = \sqrt[3]{t-1}$
e. $f(x) = \sqrt{1-2x}$	f. $g(x) = \frac{\sqrt{2+x}}{3-x}$
g. $g(x) = \sqrt[4]{x^2-6x}$	h. $f(x) = \frac{(x+1)^2}{\sqrt{2x-1}}$
i. $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x-4}}$	

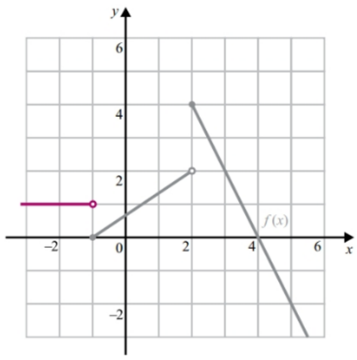
15) Esboce o gráfico da função definida por partes:

a. $f(x) = \begin{cases} 0\ se\ x < 2 \\ 1\ se\ x\ \geq 2 \end{cases}$	b. $f(x) = \begin{cases} 3\ se\ x < 2 \\ x-1\ se\ x\ \geq 2 \end{cases}$
c. $f(x) = \begin{cases} x\ se\ x \leq 0 \\ x+1\ se\ x\ > 0 \end{cases}$	d. $f(x) = \begin{cases} -1\ se\ x <\ -1 \\ 1\ se\ -1\ \leq x\ \leq 1 \\ -1\ se\ x > 1 \end{cases}$
e. $f(x) = \begin{cases} 2\ se\ x \leq -1 \\ x^2\ se\ x\ > -1 \end{cases}$	f. $f(x) = \begin{cases} 0\ se\ \lvert x \rvert \leq 2 \\ 3\ se\ \lvert x \rvert > 2 \end{cases}$
g. $f(x) = \begin{cases} 4\ se\ x <\ -2 \\ x^2\ se\ -2\ \leq x\ \leq 2 \\ -x+6\ se\ x > 2 \end{cases}$	

16) Dado o gráfico de uma função definida por partes, encontre uma formula para as funções indicadas:



$$f(x)=\begin{cases} \underline{\qquad\qquad} & se\ x<0 \\ \underline{\qquad\qquad} & se\ 0\leq x<2 \\ \underline{\qquad\qquad} & se\ x\geq 2 \end{cases}$$



$$f(x)=\begin{cases} \underline{\qquad\qquad} & se\ \underline{\qquad\qquad} \\ \underline{\qquad\qquad} & se\ \underline{\qquad\qquad} \\ \underline{\qquad\qquad} & se\ \underline{\qquad\qquad} \end{cases}$$

17) Em 2013, as tarifas de abastecimento de água cobradas pela Sanasa (cidade de Campinas) para consumidores da categoria residencial social seguiam as regras descritas na Tabela:

TABELA Tarifa de consumo de água em Campinas.

Consumo mensal	Tarifa	Parcela a deduzir
Até 10 m³	R$ 10,00	–
Mais que 10 até 30 m³	R$ 1,27/m³	R$ 2,70

Escreva a função f que fornece o custo mensal em relação ao consumo, x, em m^3. Esboce o gráfico da função.

18) Resolva as desigualdades em $\mathbb{R}$:

(a) $(4-2x)(5+2x)<0$, Solution is: $(2,\infty)\cup\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)$

(b) $\dfrac{1}{x+7}>-1$, Solution is: $(-7,\infty)\cup(-\infty,-8)$

(c) $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}(6x-9)>\dfrac{x-2}{2}$, Solution is: $\left(-\infty,\frac{5}{3}\right)$

(d) $\frac{1}{2}\left(\dfrac{2}{3}x+4\right)-\dfrac{x}{3}>\dfrac{x}{2}$, Solution is: $(-\infty,4)$

(e) $\dfrac{1}{x+1}\geq\dfrac{3}{x-2}$, Solution is: $(-1,2)\cup\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right]$

(f) $\dfrac{\frac{1}{2}x-3}{4+x}>1$, Solution is: $(-14,-4)$

(g) $0<\dfrac{x-1}{2x-1}<2$, Solution is: $\left((1,\infty)\cup\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)\right)\cap\left(\left(\frac{1}{2},\infty\right)\cup\left(-\infty,\frac{1}{3}\right)\right)$

(h) $\dfrac{1}{3x+2}\leq\dfrac{3}{x-1}$, Solution is: $\left[-\frac{7}{8},-\frac{2}{3}\right)\cup(1,\infty)$

19) O custo de produção de um fabricante consiste em uma quantia fixa de R$2000,00 (equipamentos) e uma quantia variável de R$5,00 por unidade de matéria-prima.

a) Expresse o custo total de produção C como função do número de unidades produzidas q.

b) Qual é o domínio da função? Explique seu significado no contexto do problema.

c) Desenhe o gráfico da função.

20) O estacionamento de uma universidade possui três formas de cobrança. O estudante *avulso* paga R$3,00 por dia. O estudante *regular* compra um selo mensal por R$25,00 e para somente R$0,30 por dia. O estudante *especial* compra um selo mensal por R$30,00 e estaciona livremente.

a) Para cada um dos tipos de pagamento, determine uma expressão linear para o custo C do estacionamento em função do número t de dias utilizados durante o mês.

b) Desenha, no mesmo plano cartesiano, os gráficos dessas funções no intervalo $0 \leq t \leq 30$.

c) Encontre uma maneira de descobrir que tipo de pagamento é mais vantajoso dependendo da quantidade de dias que um estudante usa o estacionamento.

21) Um biólogo cultiva duas folhagens A e B de mesma espécie usando um vaso para cada uma, contendo adubos distintos. O crescimento das plantas é dado respectivamente pelas funções $h_A = t + 1$ e $h_B = 2t + 1$, onde t representa o tempo em dias e h representa a altura em centímetros.

a) Desenhe o gráfico de ambas as funções no mesmo plano cartesiano.

b) Qual é altura atingida pelas plantas em dois dias?

c) Qual das plantas você supões ter recebido o melhor adubo? Justifique.

d) Em algum momento as plantas possuem a mesma altura? Quando?

e) Em qual momento a diferença entre as alturas é de 4 cm?

22) Em um açougue, a *Promoção do dia* é: Costela: R$12,00 por kg. A partir de 3 kg, desconto de 15%.

a) Encontre uma expressão (definida por partes) para a função $V(q)$ do valor a pagar (em reais) em função da quantidade q (em quilogramas) comprada.

b) Desenhe o gráfico da função.

c) Qual é o valor a pagar se comprar 6Kg de carne?

23) Em certo país, as pessoas maiores de 21 anos pagam um imposto progressivo sobre os rendimentos. Esse imposto corresponde a 10% sobre as primeiras 1000 unidades monetárias recebidas e 20% sobre os ganhos que ultrapassam esse valor. Nessas condições, escreva a forma geral (a função) para o cálculo do imposto. Se um habitante, nesse país, recebe um salário de 2500 unidades monetárias, quanto esse indivíduo paga de imposto por cada mês de salário recebido? Obs: apresente o desenvolvimento da questão, não apenas a resposta final.

24) Um instalador de aparelhos de ar-condicionado cobra R$ 50,00 pela visita, além de R$ 75,00 por hora de serviço (sem incluir o custo do material por ele utilizado).

a) Escreva uma função $C(t)$ que forneça o custo de instalação de um aparelho de ar-condicionado em relação ao tempo gasto pelo instalador em horas.

b) Se a instalação de um aparelho consumir 3,5 horas, qual será o custo da mão de obra?

25) Um notebook custa R$ 2.900,00 e perde 12% de seu valor inicial a cada ano de uso.

a) Escreva a função $V\ (t)$ que fornece o valor do notebook após t anos de uso.

b) Determine após quantos anos de uso o valor do notebook chega a R$ 800,00, momento em que é conveniente trocá-lo.

26) A tabela a seguir fornece as informações usadas para o cálculo mensal do imposto de renda em 2012.

Renda mensal (R$)	Alíquota (%)	Parcela a deduzir (R$)
Até 1.637,11	0,0	0,00
De 1.637,12 a 2.453,50	7,5	122,78
De 2.453,51 a 3.271,38	15,0	306,80
De 3.271,39 a 4.087,65	22,5	552,15
Acima de 4.087,65	27,5	756,53

a) Escreva uma função $I(r)$ que forneça o valor mensal do imposto (em reais) em relação ao rendimento (em reais).

b) Calcule o valor do imposto pago por Joana, que recebe R$ 2.000,00 por mês, e por Lucas, que tem um salário mensal de R$ 4.500,00.

Esboce o gráfico de $I(r)$ para $0 \ \le\ r\ \le\ 6.000$.

27) Calcule

$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ para as funções e os valores de a fornecidos a seguir. Simplifique os resultados e suponha sempre que os denominadores são diferentes de zero.

a) $f(x) = 2x - 5; a = 0$

b) $f(x) = x^2 - 3x; a = 1$

Gabarito:

1) a) $f(-1) = 0;$ b) $f(2) = 9;$ c) $x = 3$
2) a) $f(x) = -x$ b) $f(x) = x^3$ c) $f(x) = x^2 - 1$ d) $f(x) = 2$
3) a) $C(x) = 15x^2 + \frac{320}{x}$, onde x é o comprimento do lado da base. b)$Dom = (0, +\infty)$, pois $x > 0$.
4) a) $C(x) = \begin{cases} 39, se\ x \le 4 \\ 39 + 15(x-4), se\ x > 4 \end{cases}$ b) $C(2,5) = 39; C(4) = 39; C(6) = 69$
5) $f(x) = \frac{100x+200}{x+10}$
6) $x = -\frac{3}{8}$
7) São funções: (a) e (d)

(a) $D(f) = [-3,2]\ e\ Im(f) = [-2,2]$

(d) $D(f) = [-3,2] e\ Im(f) = \{-2\} \cup (0,3]$

8) a) anos e pontos b) pontos c) anos d) [1984, 1994] e)[3,96]

f) 1991 g) 1994 h) 1984 a 1988; 1989 a 1991, 1992 a 1993 i) 1988 a 1989; 1991 a 1992; 1993 a 1994

9) a) $V(x) = 4x^3 - 960x^2 + 54000x$ b) $(0{,}75)$, ou seja $0 < x < 75$

10) a) $[-1, +\infty)$ b) 6 c) $\sqrt{t^2+1} + 4$ d) $x = 8$ e) $[4, +\infty)$

11) a) $g(-4) = 3, g(-2) = 2, g(0) = -2, g(2) = 1, g(4) = 0$

b) $D(f) = [-4{,}4], Im(f) = [-2{,}3]$

c) $x = -4$

d) $[-1, 2.8]$

12)

13) a) $[1, +\infty)$ b) $-1 \leq x \leq 2$ c) Crescente se $x \geq 1$; decrescente se $x \leq 0$

14) a) $\mathbb{R} - \{3\}$ b) $\mathbb{R} - \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$ c) $[-1, +\infty)$ d) $\mathbb{R}$ e) $(-\infty, \frac{1}{2}]$ f) $[-2, +\infty) - \{3\}$

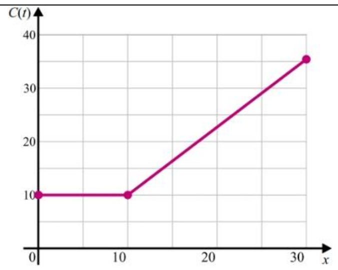
g) $(-\infty, 0] \cup [6, +\infty)$ h) $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ i) $(4, +\infty)$

15)

16) a) $f(x) = \begin{cases} -x & se\ x < 0 \\ x+2 & se\ 0 \leq x < 2 \\ -2x+8 & se\ x \geq 2 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} -2 & se\ x < -1 \\ \frac{(2x+2)}{3} & se -1 \leq x < 2 \\ -2x+8 & se\ x \geq 2 \end{cases}$

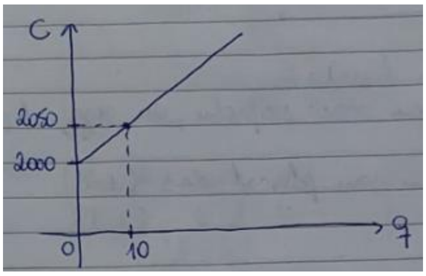
17)

$f(x) = \begin{cases} 10, & \text{se } x \leq 10, \\ 1{,}27x - 2{,}7, & \text{se } x > 10. \end{cases}$



18) A solução já aparece no enunciado da qestão

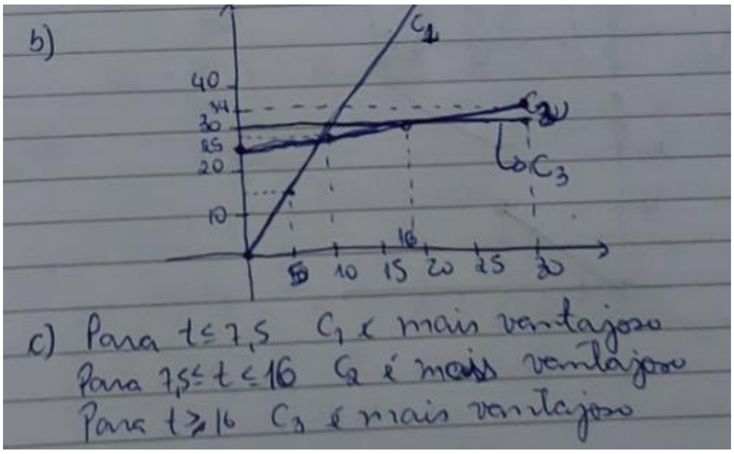
19) a) $C(q) = 2000 + 5q$ b) $Dom = [0, +\infty)$ pois $q \geq 0$

c) 

20) $C_1(t) = 3t, se\ t \geq 0\ (avulso)$;

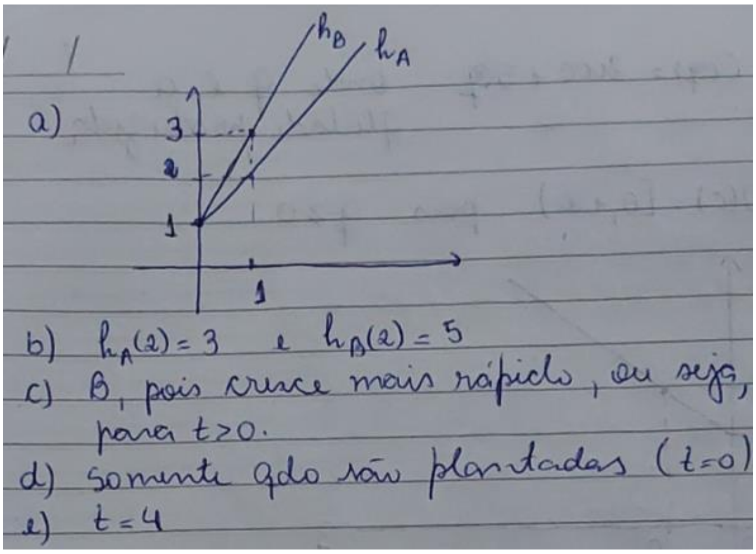
$C_2(t) = 5 + 0{,}3t\ se\ 0 \leq t \leq 30\ (regular)$;

$C_3(t) = 30\ se\ 0 < t \leq 30\ (especial)$


b)

c) Para $t \leq 7,5$ C_1 é mais vantajoso
Para $7,5 \leq t \leq 16$ C_2 é mais vantajoso
Para $t \geq 16$ C_3 é mais vantajoso

21)


a)

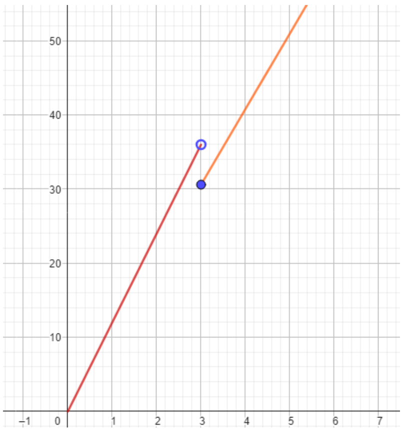
b) $h_A(2) = 3$ e $h_B(2) = 5$
c) B, pois cresce mais rápido, ou seja, para $t > 0$.
d) somente qdo são plantadas $(t=0)$
e) $t = 4$

22)

a) $V(q) = \begin{cases} 12q, & se\ 0 \leq q < 3 \\ 10{,}2q & , se\ q \geq 3 \end{cases}$

b)

c) $V(6) = 61{,}2$



23) $I(r) = 0{,}2r - 100;\ I(2500) = 400$

24) a) $C(t) = 50 + 75t$ b) $C(3{,}5) = 312{,}5$

25) $a)\ V(t) = 2900(1 - 0{,}12t)$ b) Aproximadamente 6 anos

26) $I(r) = \begin{cases} 0\ se\ r \leq 1637{,}11 \\ 0{,}075r - 122{,}78\ se\ 1637{,}11 < r \leq 2453{,}50 \\ 0{,}15r - 306{,}8\ se\ 2453{,}50 < r \leq 3271{,}38 \\ 0{,}225r - 552{,}15\ se\ 3271{,}38 < r \leq 4087{,}65 \\ 0{,}275r - 756{,}53\ se\ r > 4087{,}65 \end{cases}$

27) a) 2 b) $h - 1$