

Lógica Matemática

Aula 12

Tablôs Analíticos

Karina Girardi Roggia
karina.roggia@udesc.br

Departamento de Ciência da Computação
Centro de Ciências Tecnológicas
Universidade do Estado de Santa Catarina

2022



- Procedimento de **decisão**
 - Método de dedução natural é *reconhecedor* – não demonstra que $\Gamma \not\vdash A$
 - Notar que $\Gamma \not\vdash A$ **não** implica que $\Gamma \vdash \neg A$
 - Método semântico de tabelas verdade é de decisão, mas é sempre de complexidade exponencial



- Método de inferência baseado em refutação
 - Prova de $\Gamma \vdash A$ inicia afirmando a veracidade de Γ e a falsidade de A
 - Espera-se encontrar uma contradição
 - Caso contrário, é encontrado um contra-exemplo: valoração que satisfaz $\Gamma \vdash \neg A$



Fórmulas concatenadas aos prefixos [T] ou [F]

- Prefixo [T]: a fórmula será considerada verdadeira
- Prefixo [F]: a fórmula será considerada falsa

A partir de uma fórmula A

- [T] A e [F] A são chamadas *fórmulas conjugadas*



Princípios dos Tablôs Analíticos

Dedução de $B_1, \dots, B_n \vdash A$

- É uma árvore que será expandida de acordo com as fórmulas presentes
- Início com apenas um ramo onde as fórmulas B_i são prefixadas com $[T]$ e a fórmula A é prefixada com $[F]$
- A árvore é expandida a partir das regras do tipo α e β
- Um ramo será **fechado** se nele existirem *fórmulas conjugadas*
- Para provar um sequente, todos os ramos da árvore devem ter sido fechados



Regras de Expansão α e β

- Regras do tipo α expandem o próprio ramo, sem bifurcações
- Regras do tipo β bifurcam a árvore

Sejam A, B fórmulas da lógica proposicional:

Regras α

Fórmula	α_1	α_2
$[T]\neg A$	$[F]A$	—
$[F]\neg A$	$[T]A$	—
$[T]A \wedge B$	$[T]A$	$[T]B$
$[F]A \vee B$	$[F]A$	$[F]B$
$[F]A \rightarrow B$	$[T]A$	$[F]B$

Regras β

Fórmula	β_1	β_2
$[F]A \wedge B$	$[F]A$	$[F]B$
$[T]A \vee B$	$[T]A$	$[T]B$
$[T]A \rightarrow B$	$[F]A$	$[T]B$



- Ramo *saturado*: quando não há mais fórmulas que possam ser expandidas no ramo
- Ramo *fechado*: quando há fórmulas conjugadas no ramo
- O processo de expansão sempre termina: seja ao fechar um ramo ou chegar ao ponto de saturação
 - Todas as regras α e β diminuem o tamanho (complexidade) da fórmula
- **Tablô fechado**: quando todos os ramos da árvore estão fechados



Dedução por Tablôs

Temos que $B_1, \dots, B_n \vdash_{\text{TA}} A$ foi *deduzido pelo método dos tablôs analíticos* se existir um tablô fechado para ele.



Construir tablôs para os seguintes sequentes:

- $\vdash p \vee \neg p$
- $p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$
- $p, p \wedge q \rightarrow r \vdash r$
- $p \vee q, p \rightarrow r, q \rightarrow r \vee s \vdash r$
- $p \vee q, p \rightarrow r, q \rightarrow r \vdash r$

