

LMA0001 – Lógica Matemática

Aula 05

Satisfazibilidade e Validade

Karina Girardi Roggia
karina.roggia@udesc.br

Departamento de Ciência da Computação
Centro de Ciências Tecnológicas
Universidade do Estado de Santa Catarina

2020



Uma valoração \mathcal{V} pode

- satisfazer uma fórmula A , se $\mathcal{V}(A) = 1$
- falsificar uma fórmula A , se $\mathcal{V}(A) = 0$

Uma fórmula A pode ser:

- **satisfazível:** se existe uma valoração \mathcal{V} tal que $\mathcal{V}(A) = 1$.
- **falsificável:** se existe uma valoração \mathcal{V} tal que $\mathcal{V}(A) = 0$.
- **válida ou tautologia:** se, para qualquer valoração \mathcal{V} , temos $\mathcal{V}(A) = 1$.
- **insatisfazível:** se, para qualquer valoração \mathcal{V} , temos $\mathcal{V}(A) = 0$.



Note que essas categorias se relacionam de diversas formas:

- 1 toda fórmula válida é satisfazível.
- 2 toda fórmula insatisfazível é falsificável.
- 3 uma fórmula não pode ser satisfazível e insatisfazível.
- 4 uma fórmula não pode ser válida e falsificável.
- 5 se A é válida, então $\neg A$ é insatisfazível.
- 6 se A é satisfazível, então $\neg A$ é falsificável.
- 7 existem fórmulas que são simultaneamente satisfazíveis e falsificáveis: p , $\neg p$, $p \wedge q$, $p \vee q$, $p \rightarrow q$, ...



Determine a classificação das seguintes fórmulas, como *tautologias*, *insatisfazíveis*, *satisfazíveis* ou *falsificáveis*:

- $(p \wedge \neg p) \rightarrow q$
- $p \rightarrow \neg \neg p$
- $\neg(p \vee q \rightarrow p)$
- $p \rightarrow \neg q \wedge \neg p \vee q \wedge \neg q \rightarrow p \vee \neg q$



Determine a classificação das seguintes fórmulas, como *tautologias*, *insatisfazíveis*, *satisfazíveis* ou *falsificáveis*:

- $(p \wedge \neg p) \rightarrow q$
- $p \rightarrow \neg\neg p$
- $\neg(p \vee q \rightarrow p)$
- $p \rightarrow \neg q \wedge \neg p \vee q \wedge \neg q \rightarrow p \vee \neg q$

Mas não é óbvio???



Método da tabela-verdade

Para fórmulas pequenas, a análise intuitiva de sua estrutura pode levar à determinação se é satisfazível/insatisfazível ou falsificável/tautologia. Ex:

$$p \wedge \neg p$$

Contudo, fórmulas grandes não favorecem a intuição, e pedem um **método mecânico** para determinar tais propriedades. Ex:

$$p \rightarrow \neg q \wedge \neg p \vee q \wedge \neg q \rightarrow p \vee \neg q$$

O método da tabela-verdade permite que descubramos as categorias às quais uma dada fórmula pertence.

