Regras de Derivação: seja $K \in \mathbb{R}$, $u = u(x)$ e $v = v(x)$:

1. $(K)' = 0$
2. $(u^n)' = n u^{n-1} u'$
3. $(Kv)' = K v'$
4. $(u \pm v)' = u' \pm v'$
5. $(u \cdot v)' = u v' + u' \cdot v$
6. $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{v \cdot u' - u \cdot v'}{v^2}$
7. $(a^u)' = u' \cdot a^u \ln(a)$
8. $(e^u)' = u' e^u$
9. $(\operatorname{sen}(u))' = u' \cos(u)$
10. $(\cos(u))' = -u' \operatorname{sen}(u)$
11. $(\operatorname{tg}(u))' = u' \sec^2(u)$
12. $(\operatorname{cotg}(u))' = -u' \operatorname{cossec}^2(u)$
13. $(\sec(u))' = u' \sec(u) \cdot \operatorname{tg}(u)$
14. $(\operatorname{cossec}(u))' = -u' \operatorname{cossec}(u) \operatorname{cotg}(u)$
15. $(\operatorname{senh}(u))' = u' \cosh(u)$
16. $(\cosh(u))' = u' \operatorname{senh}(u)$
17. $(\operatorname{tgh}(u))' = u' \operatorname{sech}^2(u)$
18. $(\operatorname{cotgh}(u))' = -u' \operatorname{cossech}^2(u)$
19. $(\operatorname{sech}(u))' = -u' \operatorname{sech}(u) \cdot \operatorname{tgh}(u)$
20. $(\operatorname{cossech}(u))' = -u' \operatorname{cossech}(u) \cdot \operatorname{cotg}(u)$
21. $(\ln(u))' = \dfrac{u'}{u}$
22. $(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u} \log_a e$
23. $(\operatorname{arcsen}(u))' = \dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
24. $(\arccos(u))' = -\dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
25. $(\operatorname{arctg}(u))' = \dfrac{u'}{1+u^2}$
26. $(\operatorname{arccotg}(u))' = -\dfrac{u'}{1+u^2}$
27. $(\operatorname{arsec}(u))' = \dfrac{u'}{|u|\sqrt{u^2-1}}$
28. $(\operatorname{arccsc}(u))' = -\dfrac{u'}{|u|\sqrt{u^2-1}}$

Regra da Cadeia: $y = (g(x))^n \Rightarrow y' = n\,(g(x))^{n-1} \cdot g'(x)$

- $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Diferenciais e Aproximação Linear local

- $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$.
- $\Delta x = x_1 - x_0$.

Diferenciais: • $\dfrac{dy}{dx} = f'(x)$; • $dy = f'(x) \cdot dx$

- dy representa a variação ao longo da reta tangente $y = f(x)$, quando são percorridos dx unidades na direção de x.

Aproximação Linear Local:

- $\underbrace{f(x_0 + \Delta x)}_{\text{número que queremos encontrar por aproximação}} \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$

$f(x_0)$ → número que sabemos

Δx → diferença do numero que sabemos para o que queremos saber

- Obs: Graus ou radianos tem que ficar esperto!

Taxa de Variação: Toda derivada pode ser interpretada como uma taxa de variação. Dada uma função $y = f(x)$, quando a variável independente varia de x a $x + \Delta x$, a correspondente variação de y será $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$. Assim a taxa de variação média de y em relação a x é dada por

- a taxa de variação média de y em relação a x é dada por:
- $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$;

- A taxa de variação instantanea é definida como:
  - $\dfrac{dy}{dx} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} \Rightarrow f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

Regra de L'Hopital

Forma do Tipo $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$.

Forma Indeterminada $0 \cdot \infty$: Se $f(x) = g(x) \cdot h(x)$ e o $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0 \cdot \infty$ então basta fazer:

$$f(x) = \frac{g(x)}{\frac{1}{h(x)}} \quad \text{ou} \quad f(x) = \frac{h(x)}{\frac{1}{g(x)}}$$

Formas Indeterminadas do tipo 1^∞, 0^0 e ∞^0: Se $f(x) = [g(x)]^{h(x)}$ e $\lim\limits_{x \to x_0}$ assume uma das três formas indeterminadas $1^\infty, 0^0, \infty^0$, então, para qualquer uma das indeterminações define-se:

→ $L = \lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0} [g(x)]^{h(x)}$ $\quad (\ln)$

→ $\ln L = \ln\left(\lim\limits_{x \to x_0} [g(x)]^{h(x)}\right)$ → $\ln L = \lim\limits_{x \to x_0}\left(\ln [g(x)]^{h(x)}\right)$ →

→ $\ln L = \lim\limits_{x \to x_0}\left(h(x) \cdot \ln [g(x)]\right)$ Assim o limite assume a forma de $0 \cdot \infty$.

Roteiro para construção do gráfico de funções usando Derivadas:

1. Domínio de f;
2. Achar pontos críticos: $\forall c \in D_f \mid f'(c) = 0$ ou $f'(c) \nexists$
3. Estudo do sinal de f':
   - → f é crescente se $f' > 0$
   - → f é decrescente se $f' < 0$
   - → nos pontos em que há troca de sinal de f' e que são pontos críticos, são pontos extremos locais → máx. ou mín.

   - Teste da 1ª derivada: $f'(c) = 0$ ou $f'(c) \nexists$

     (1) $a \;\; + \;\; c \;\; - \;\; b$ (↗ ↘) → c é um ponto de máximo local

     (2) $a \;\; - \;\; c \;\; + \;\; b$ (↘ ↗) → c é um ponto de mínimo local

     (3) Se não há troca de sinal em $f'(c)$, c não tem máx. nem mín. local.

4. Candidatos a serem pontos de inflexão
   - $f''(x_0) = 0$ ou $f''(x_0) \nexists$, $x_0 \in D_f$

   Pode ocorrer algum ponto de inflexão em algum $x_0 \notin D_f$ desde que, haja troca de concavidade. Para isso a função precisa estar definida na vizinhança de x_0.

5. Estudo do sinal de f''
   - → $f'' > 0$, então f tem concavidade para cima
   - → $f'' < 0$, então f tem concavidade para baixo

→ ponto de inflexão nos pontos em que ocorre a troca de concavidade.

- Teste da 2ª derivada:
  - → se $f''(c) < 0$ → c é um ponto de máximo local
  - → se $f''(c) < 0$ → c é um ponto de mínimo local
  - → se $f''(c) = 0$ → o teste é inconclusivo

6. Verificar se existem assíntotas

6.1. Assintota Vertical a reta $x=a$ é uma assíntota vertical do gráfico $y=f(x)$ se pelo menos uma das seguintes condições for verdadeira:

- $\lim_{x \to a^+} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \to a^+} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \to a^-} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \to a^-} f(x) = -\infty$

6.2. Assintota Obliqua: A reta $y = kx + b$ é assíntota obliqua se:

$$k = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} \quad \text{e} \quad b = \lim_{x \to \infty} (f(x) - kx)$$

- Obs: Se um dos limites acima não existir então a curva não tem assintota obliqua.

7. Esboço do Gráfico.