

LMA0001 – Lógica Matemática

Aula10

Sistemas Dedutivos

Karina Girardi Roggia
karina.roggia@udesc.br

Departamento de Ciência da Computação
Centro de Ciências Tecnológicas
Universidade do Estado de Santa Catarina

2020



Características da consequência lógica

A relação semântica \models nos fornece uma maneira mecânica de *testar se uma fórmula é consequência de uma teoria ou não*.

Podemos determinar

$$\Gamma \models X \quad \text{ou} \quad \Gamma \not\models X$$

para qualquer Γ e X , através da tabela-verdade.

Contudo, este método apresenta alguns problemas:

- o custo computacional cresce muito (exponencialmente) ao aumentarmos o número de símbolos atômicos das fórmulas envolvidas.
- não fica claro *como* as fórmulas da teoria Γ foram utilizadas para chegarmos à conclusão X . Não há uma *estrutura de prova* ou *dedução* para analisarmos.



As seguintes consequências lógicas são válidas:

$$p \vee q, \neg p \models q$$

$$p \rightarrow q, p \models q$$

Pelo método da tabela verdade, não conseguimos capturar o **raciocínio** por trás dessas consequências. Sistemas dedutivos são capazes disto.

Além disto, a seguinte consequência lógica também é válida:

$$a_1 \rightarrow c_1 \models a_1 \wedge a_2 \wedge a_3 \wedge a_4 \wedge a_5 \rightarrow c_1 \vee c_2 \vee c_3 \vee c_4 \vee c_5$$

Alguém quer fazer a tabela-verdade para o caso acima?

¬_(ツ)_/¬



Um **sistema dedutivo** é um formalismo matemático que, a partir de uma teoria Γ , **constrói** consequências lógicas dela.

Denotamos por

$$\Gamma \vdash X$$

a construção da conclusão X com base em Γ . Chamamos esta afirmação de **sequente**.

Para uma mesma relação semântica (\models) podemos ter diversos sistemas dedutivos (\vdash). Nesta disciplina estudaremos os sistema de **dedução natural**: \vdash_{DN} .



Correção e completude

Correção e **completude** são propriedades de um dado *sistema dedutivo* \vdash , em relação à *consequência lógica* \models .



Correção e **completude** são propriedades de um dado *sistema dedutivo* \vdash , em relação à *consequência lógica* \models .

Um sistema dedutivo \vdash é **correto** se, e somente se,

$$\text{se } \Gamma \vdash X \text{ então } \Gamma \models X$$

Isto é, ele nunca gera um X que não é consequência lógica de Γ .

Um sistema dedutivo \vdash é **completo**, se e somente se,

$$\text{se } \Gamma \models X \text{ então } \Gamma \vdash X$$

Isto é, toda consequência lógica de Γ é gerada por ele.

