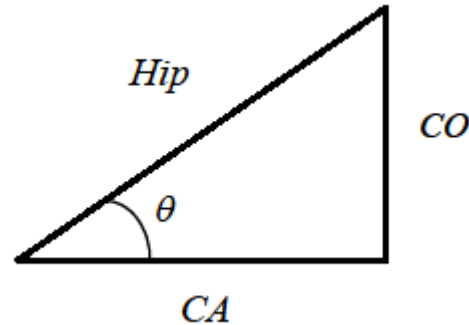


## Relações Trigonômétricas



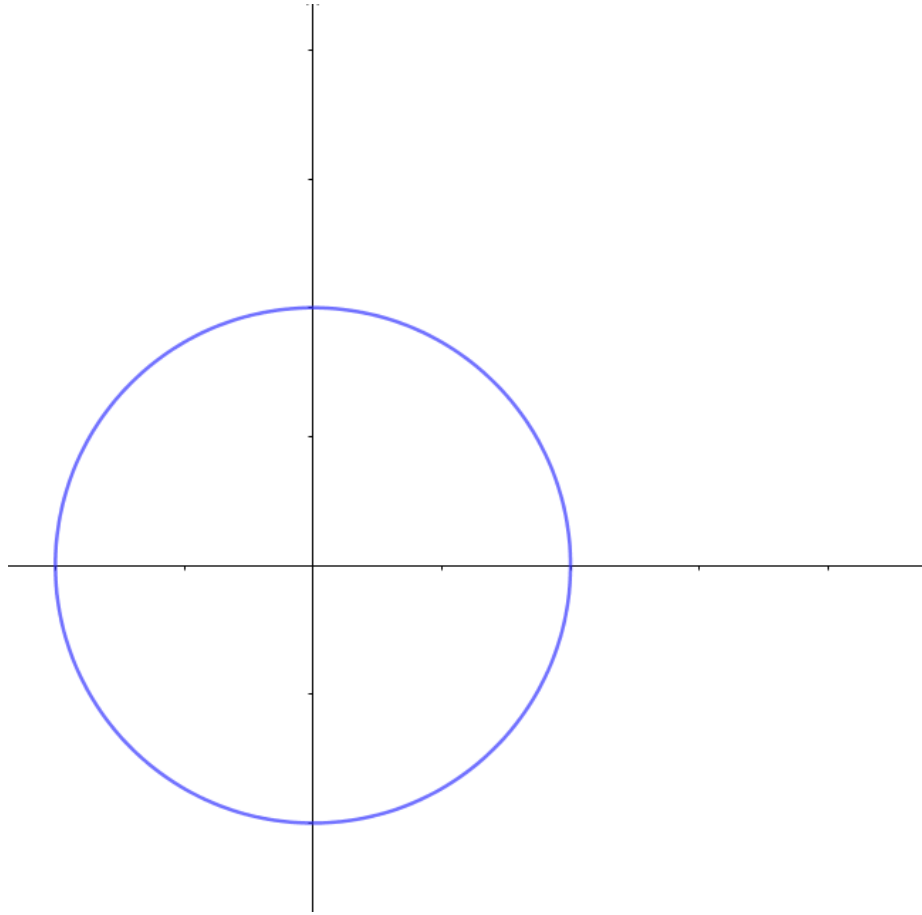
**Seno:**  $\text{sen}(\theta) = \frac{CO}{Hip}$ ;

**Cosseno:**  $\cos(\theta) = \frac{CA}{Hip}$ ;

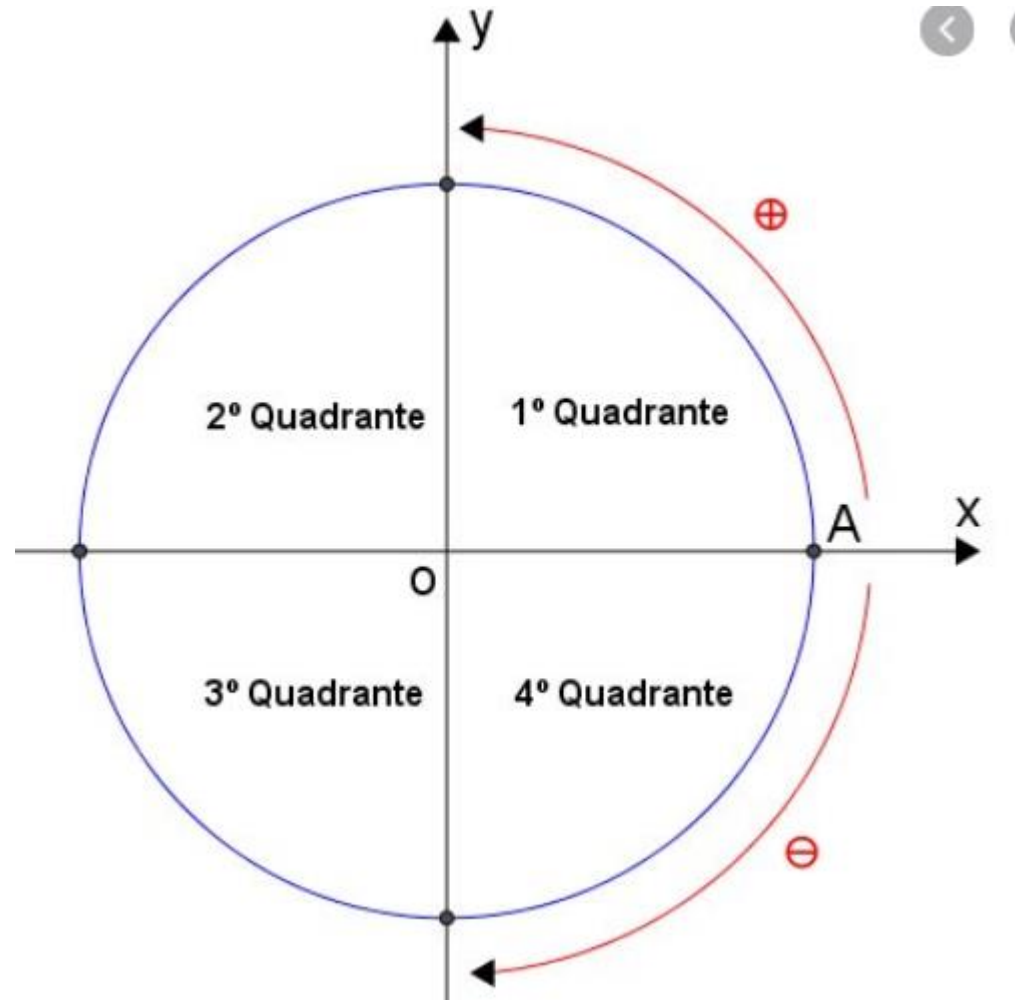
**Tangente:**  $\text{tg}(\theta) = \frac{CO}{CA} = \frac{\text{sen}(\theta)}{\cos(\theta)}$ .

	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

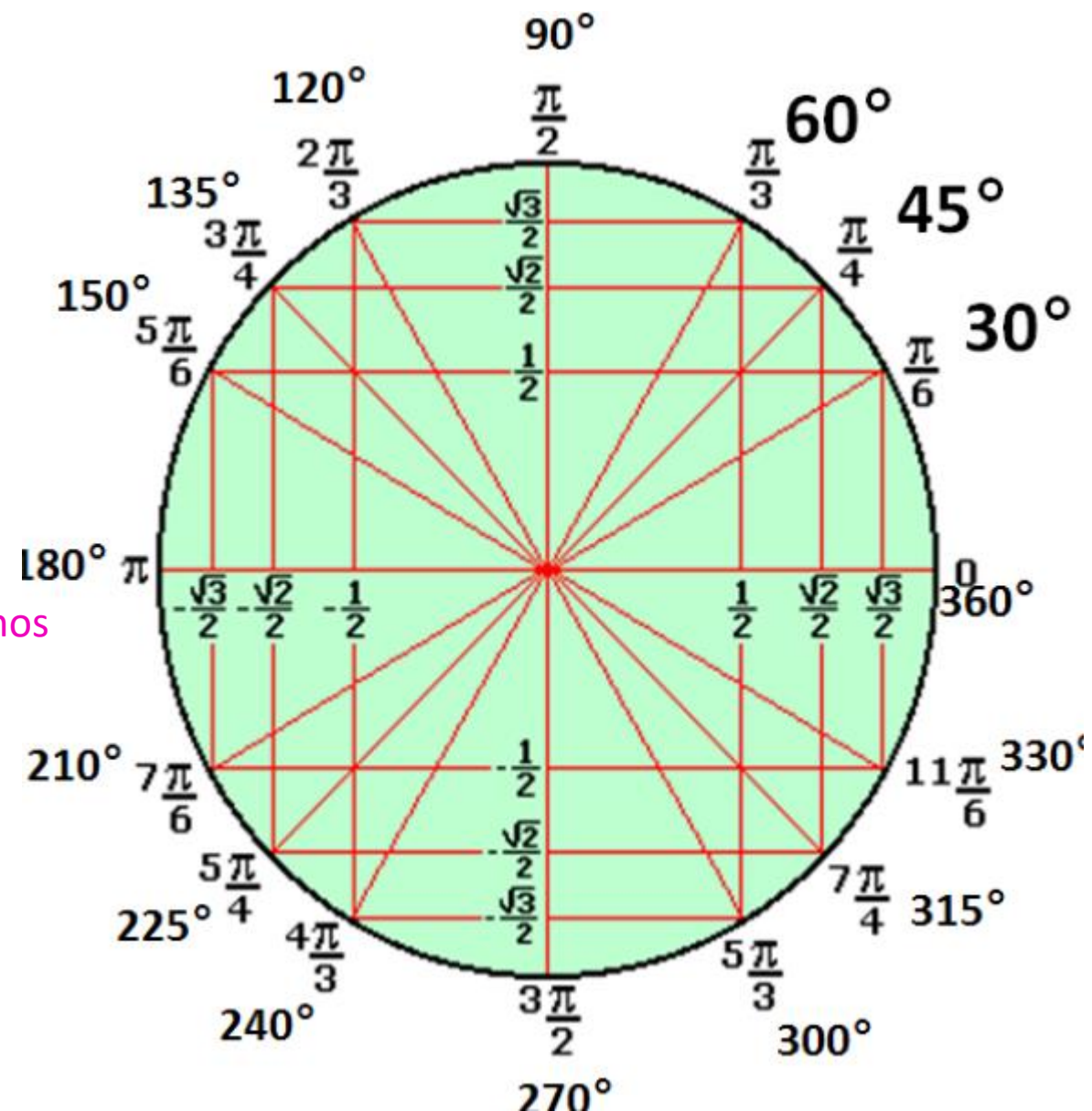
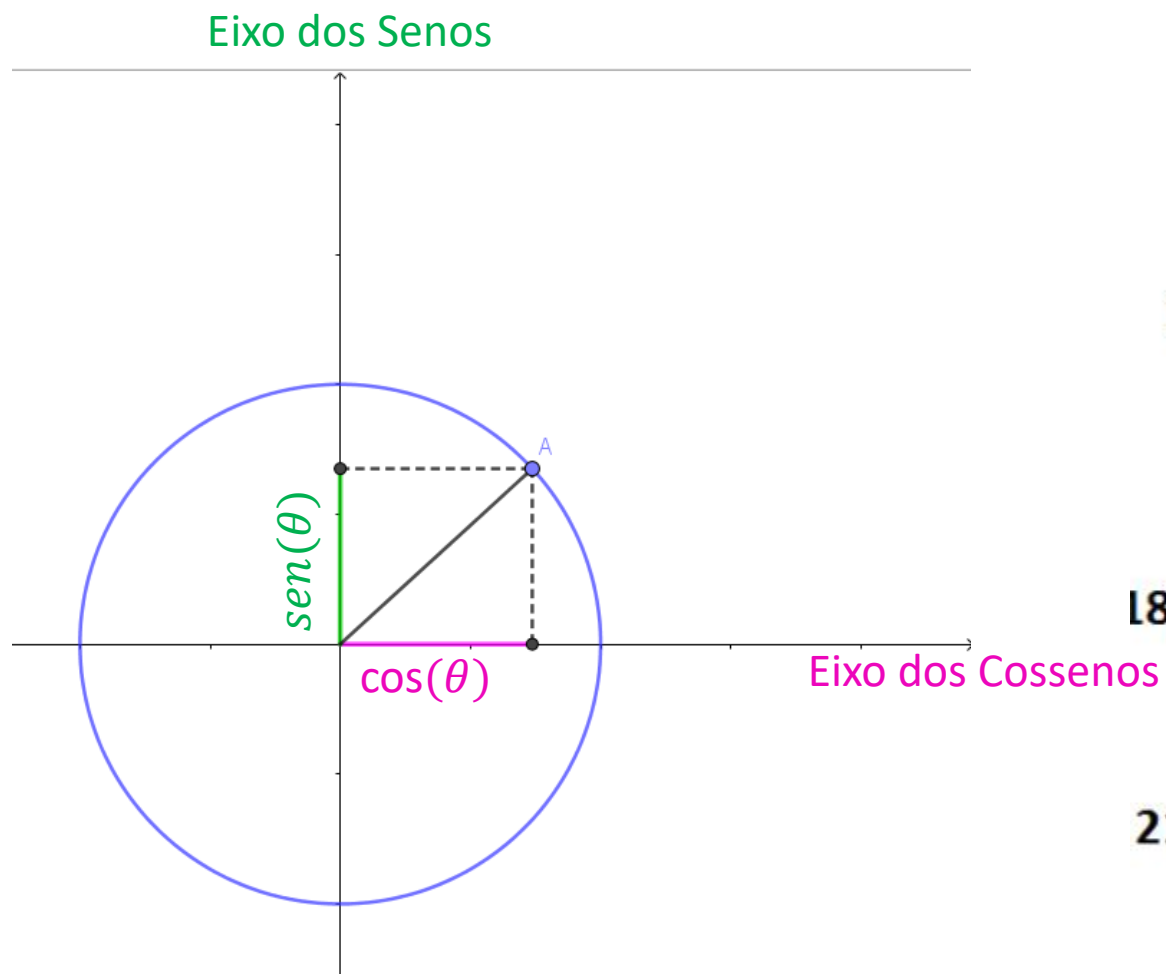
## Círculo Trigonométrico



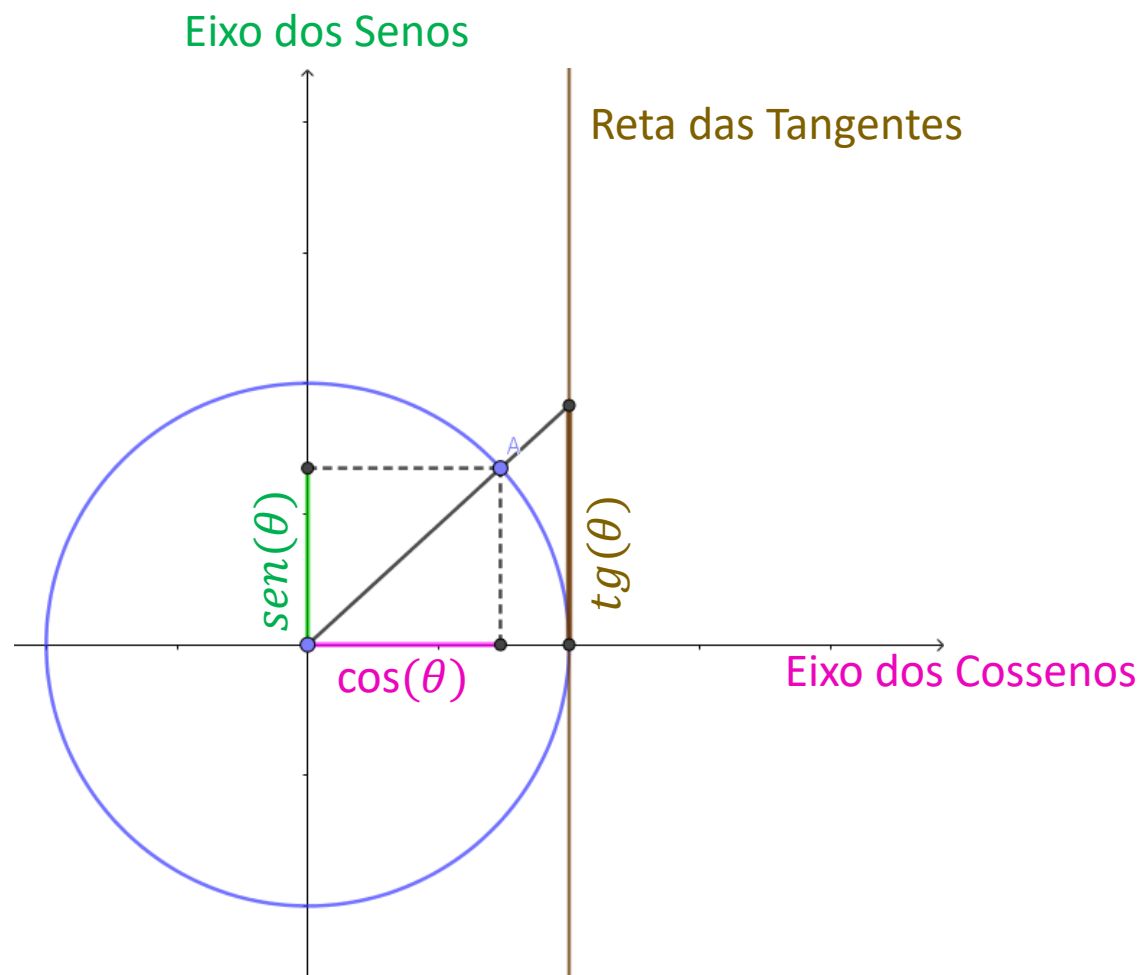
## Círculo Trigonométrico



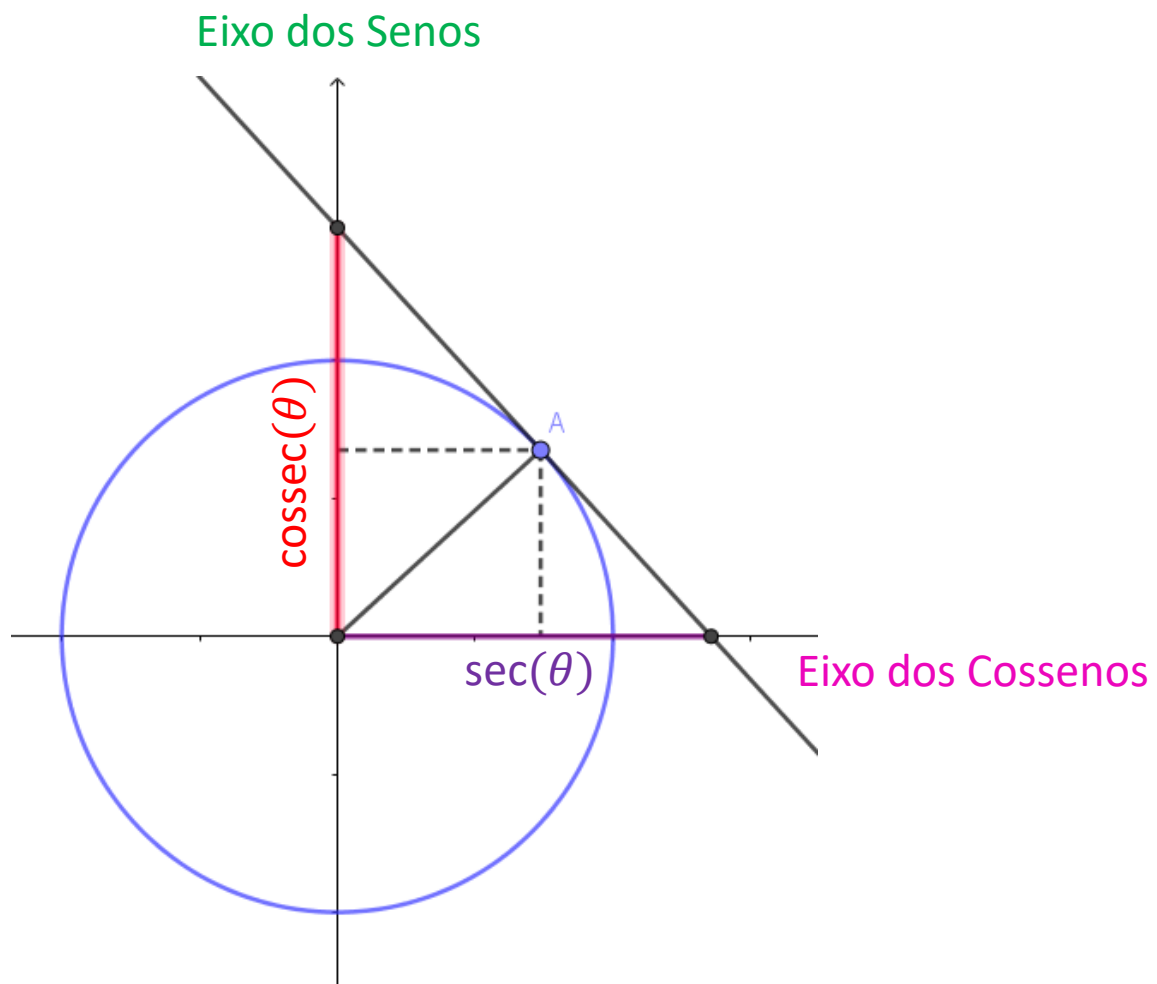
## Círculo Trigonométrico



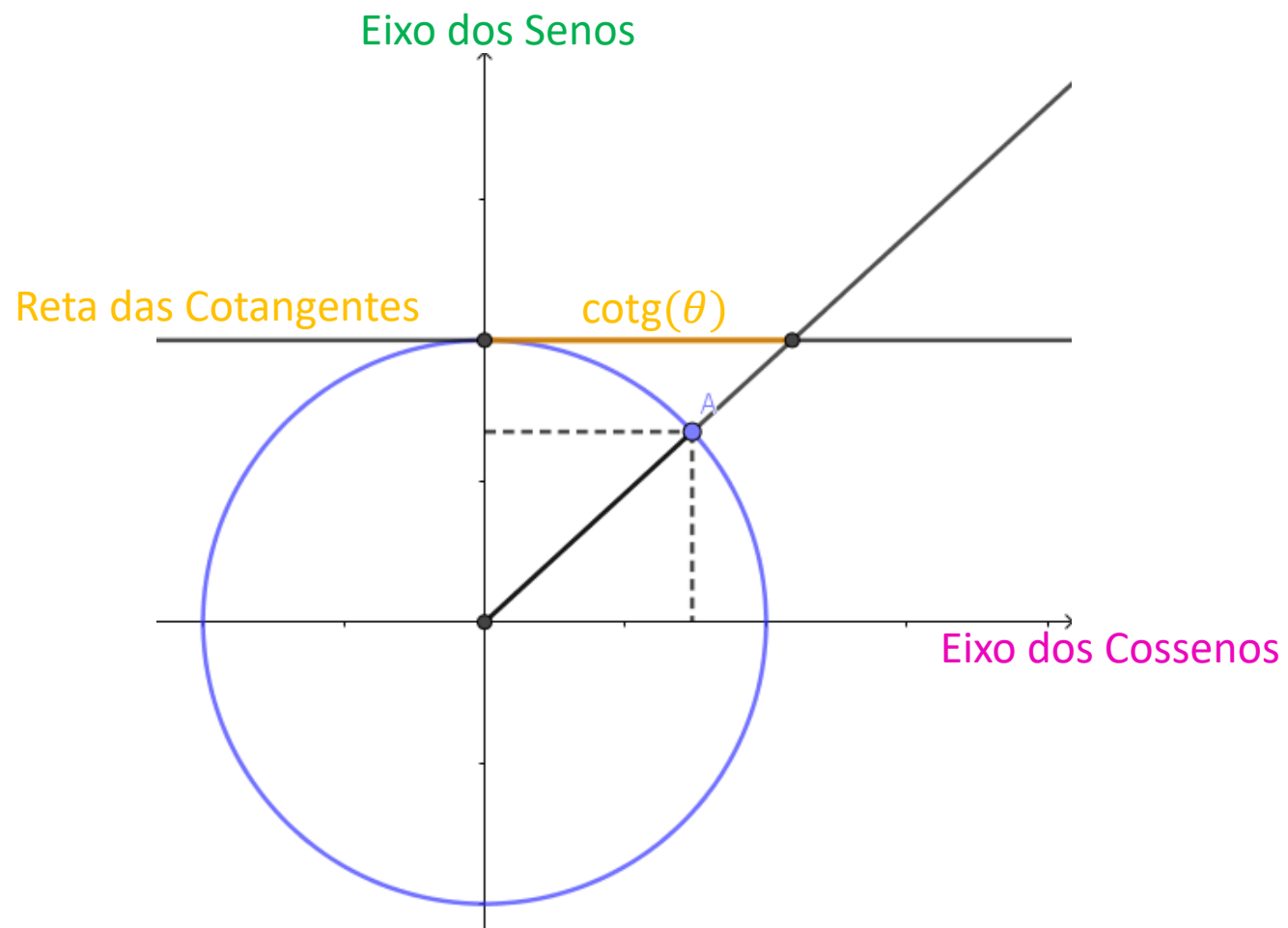
## Círculo Trigonométrico



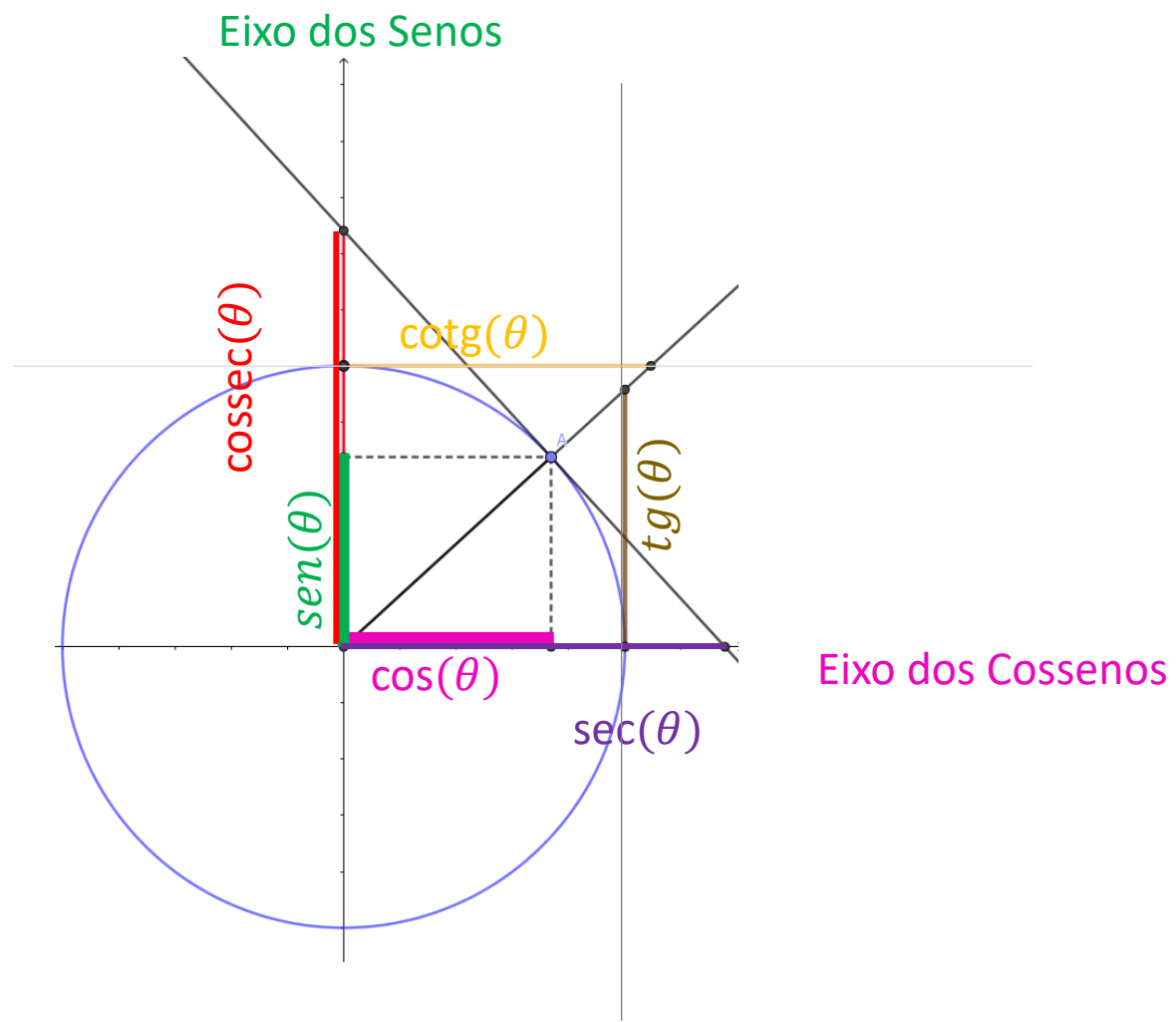
## Círculo Trigonométrico



## Círculo Trigonométrico



## Círculo Trigonométrico



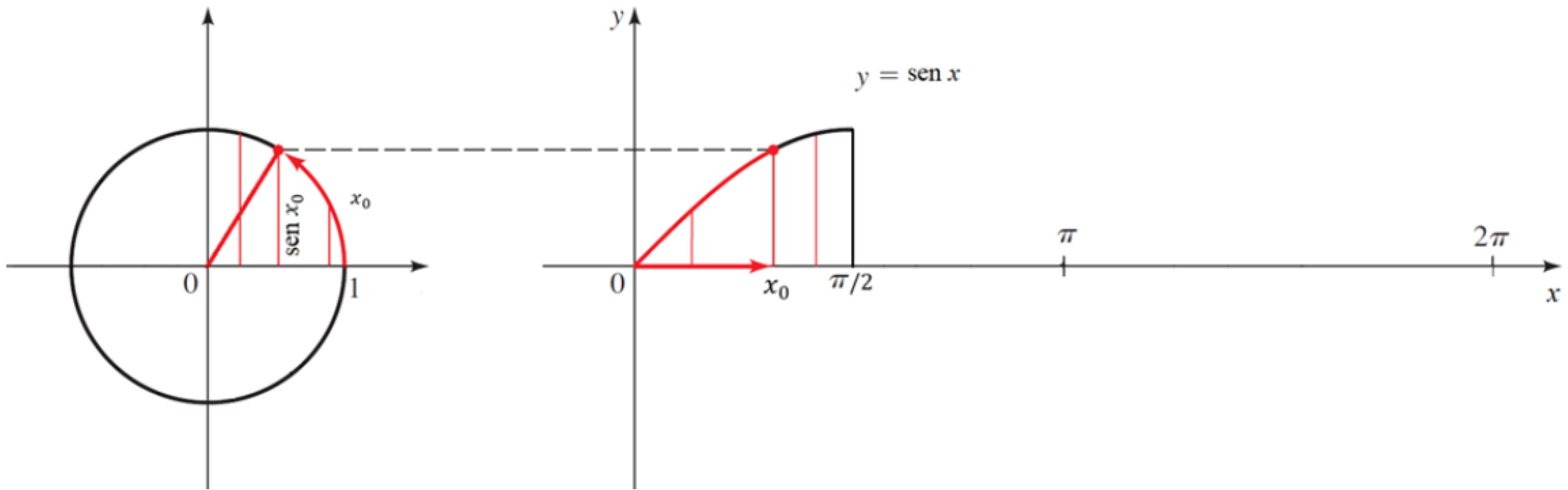


## Relações Trigonômétricas:

1.  $\operatorname{sen}^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1;$
2.  $\operatorname{tg}^2(\theta) + 1 = \sec^2(\theta);$
3.  $1 + \cotg^2(\theta) = \operatorname{cosec}^2(\theta);$
4.  $\operatorname{sen}(a \pm b) = \operatorname{sen}(a) \cos(b) \pm \operatorname{sen}(b) \cos(a);$
5.  $\cos(a \pm b) = \cos(a) \cos(b) \mp \operatorname{sen}(a) \operatorname{sen}(b);$
6.  $\operatorname{sen}(2\theta) = 2 \operatorname{sen}(\theta) \cos(\theta);$
7.  $\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \operatorname{sen}^2(\theta);$
8.  $\operatorname{sen}^2(\theta) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\theta);$
9.  $\cos^2(\theta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\theta);$

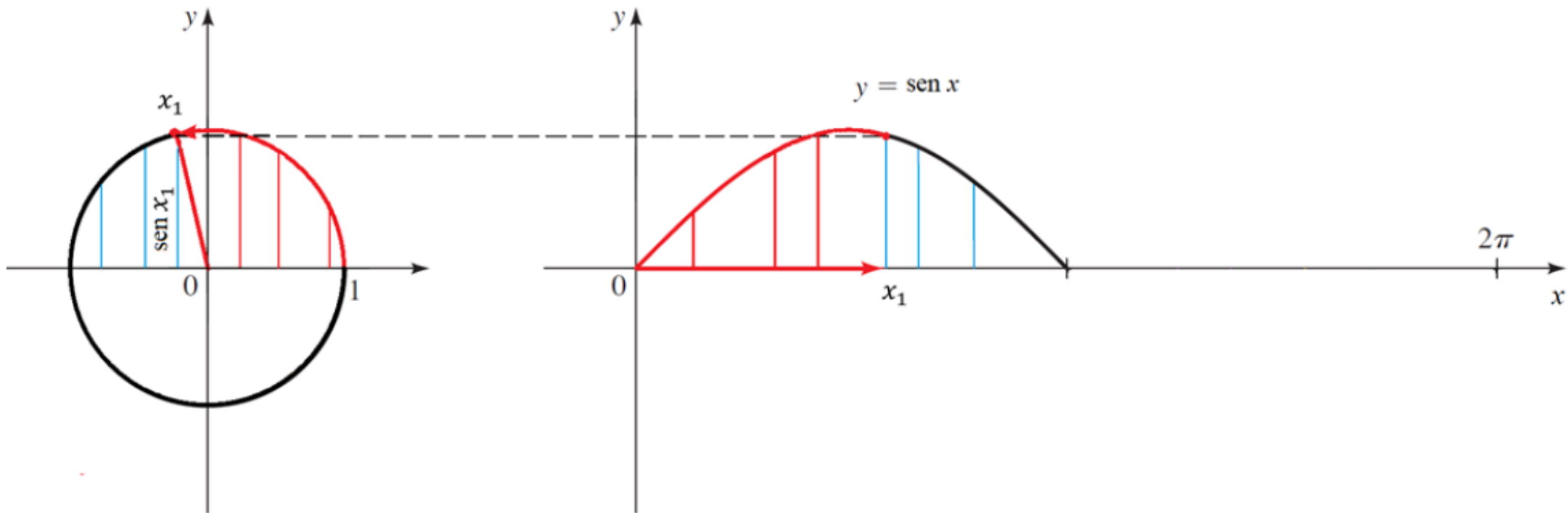
# Funções Trigonômicas

**Função Seno:**  $f(x) = \text{sen}(x)$



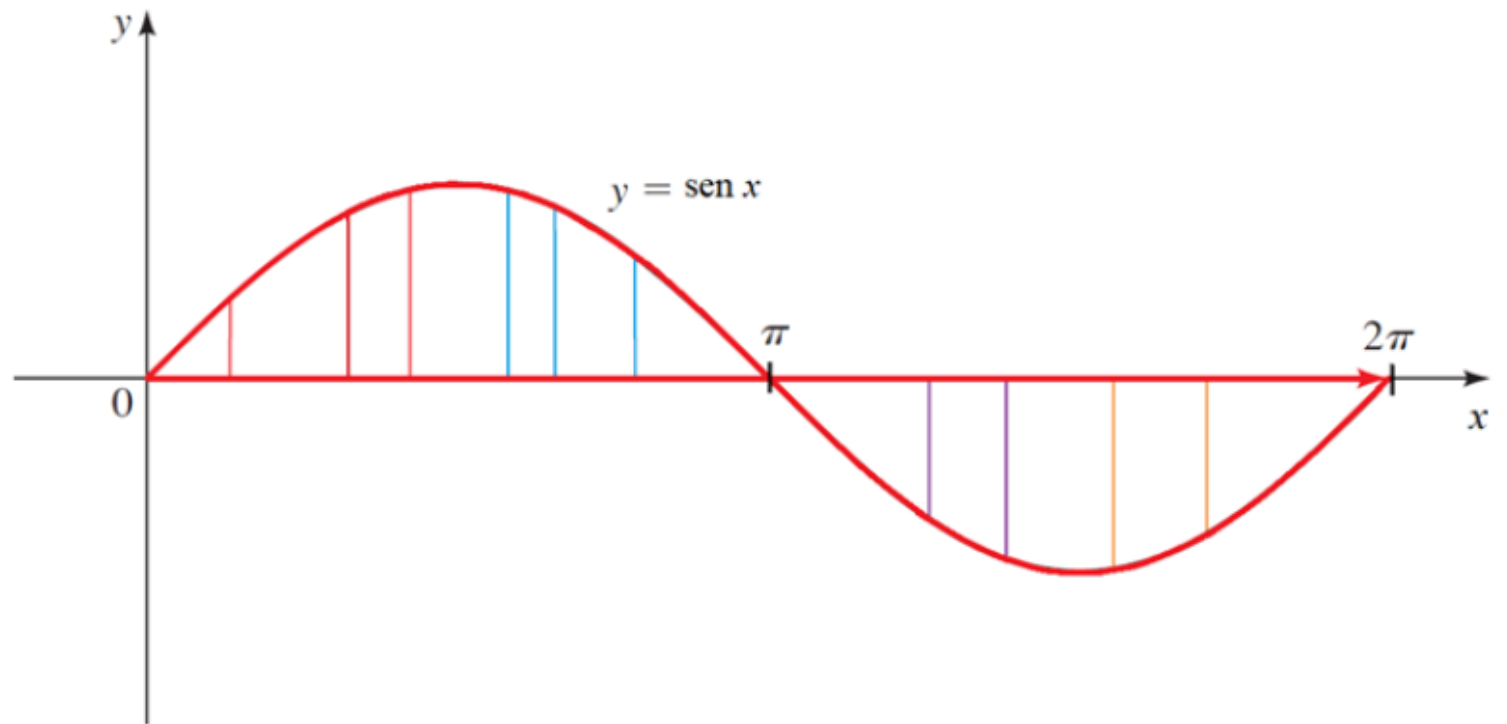
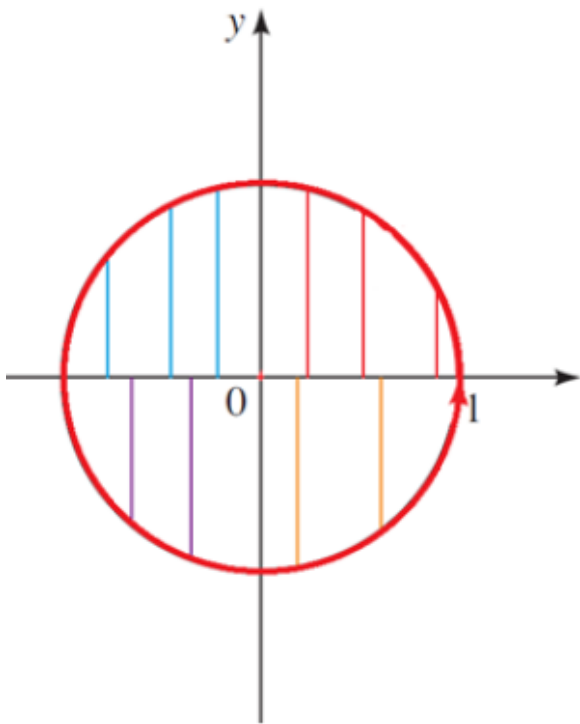
# Funções Trigonômicas

**Função Seno:**  $f(x) = \text{sen}(x)$



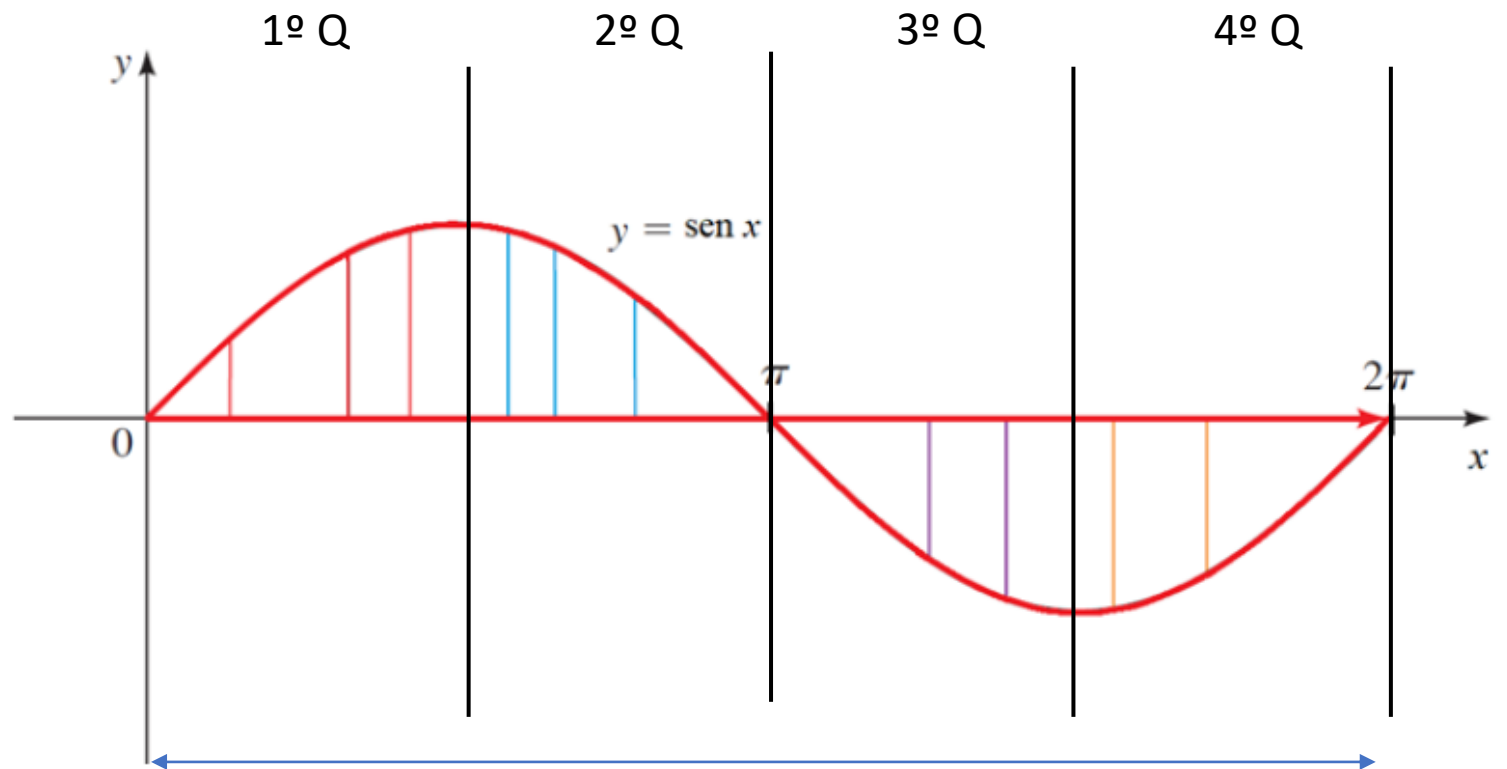
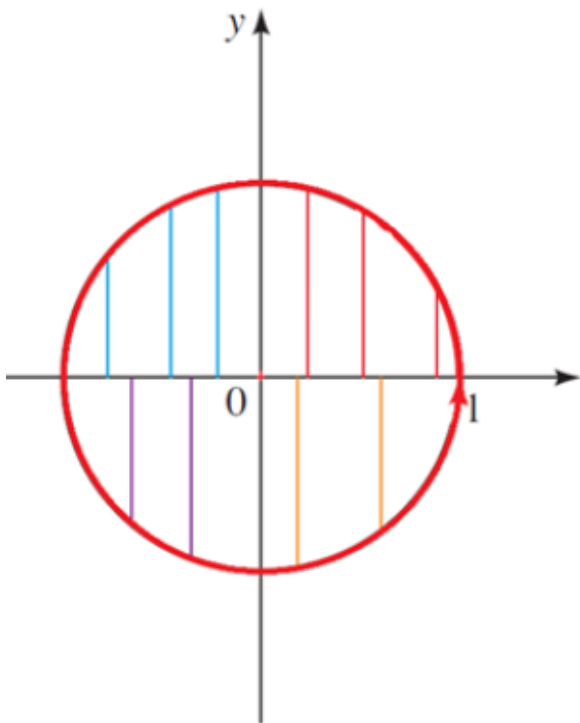
# Funções Trigonômicas

**Função Seno:**  $f(x) = \text{sen}(x)$



# Funções Trigonométricas

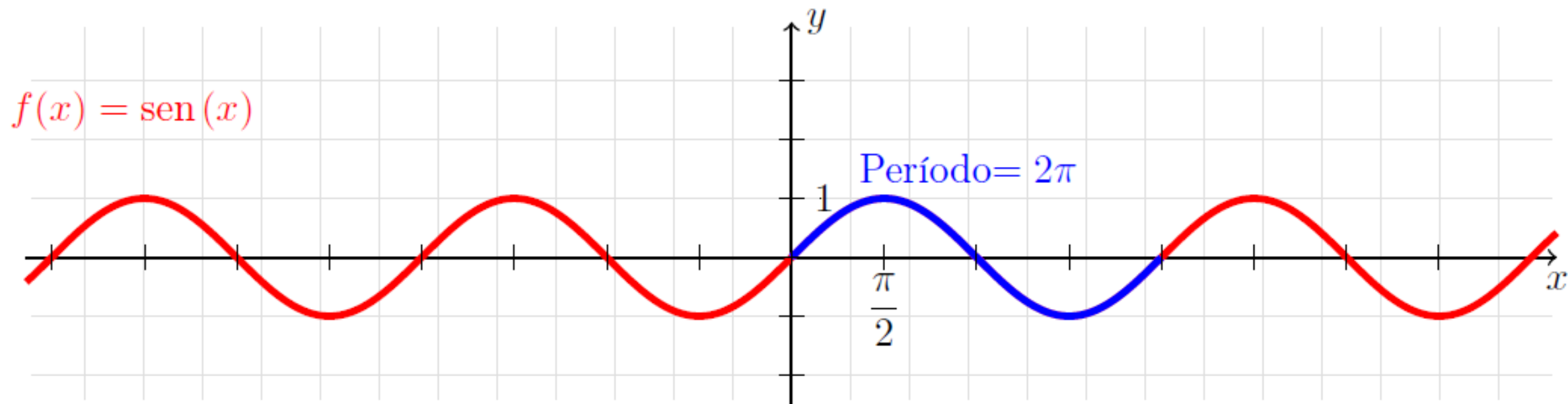
**Função Seno:**  $f(x) = \text{sen}(x)$



1 volta no círculo trigonométrico, sentido antihorário.

# Funções Trigonômicas

**Função Seno:**  $f(x) = \text{sen}(x)$



## FUNÇÃO PERIÓDICA

Sejam  $A$  e  $B$  subconjuntos não vazios de  $\mathbb{R}$ . Uma função  $f : A \rightarrow B$  é periódica se existir um número real  $p > 0$  tal que, para todo  $x \in A$ :

$$f(x + p) = f(x)$$

O menor valor de  $p$  que satisfaz a igualdade é chamado período de  $f$ .

**Exemplo.** Mostre que a função seno é uma função periódica e de período  $2\pi$ .



**Exemplo.** Mostre que a função seno é uma função ímpar.

## Função Seno: $f(x) = \text{sen}(x)$

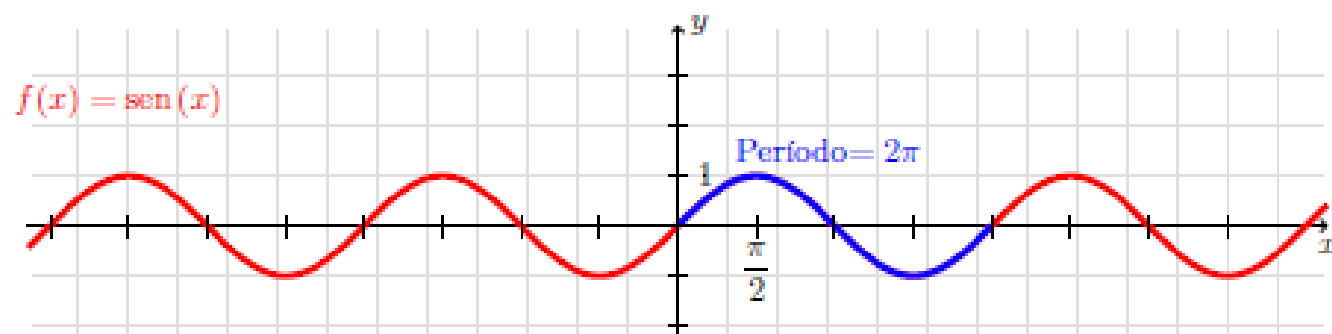
### INFORMAÇÕES SOBRE A FUNÇÃO SENO

- $\text{Dom } f = \mathbb{R}$
- $\text{Im } f = [-1, 1]$
- $f$  é periódica de período  $2\pi$ , ou seja, para todo  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\text{sen}(x + 2\pi) = \text{sen } x$$

- $f$  é ímpar, isto é, para todo  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\text{sen}(-x) = -\text{sen}(x)$$



## Função Cosseno: $f(x) = \cos(x)$

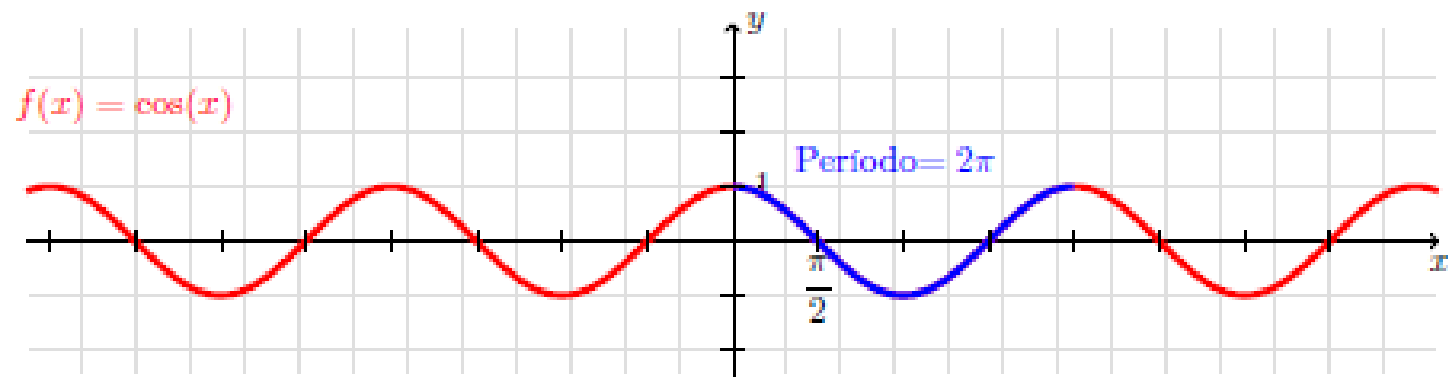
### INFORMAÇÕES SOBRE A FUNÇÃO COSSENO

- $\text{Dom } f = \mathbb{R}$
- $\text{Im } f = [-1, 1]$
- $f$  é periódica de período  $2\pi$ , ou seja, para todo  $x \in \mathbb{R}$ ,

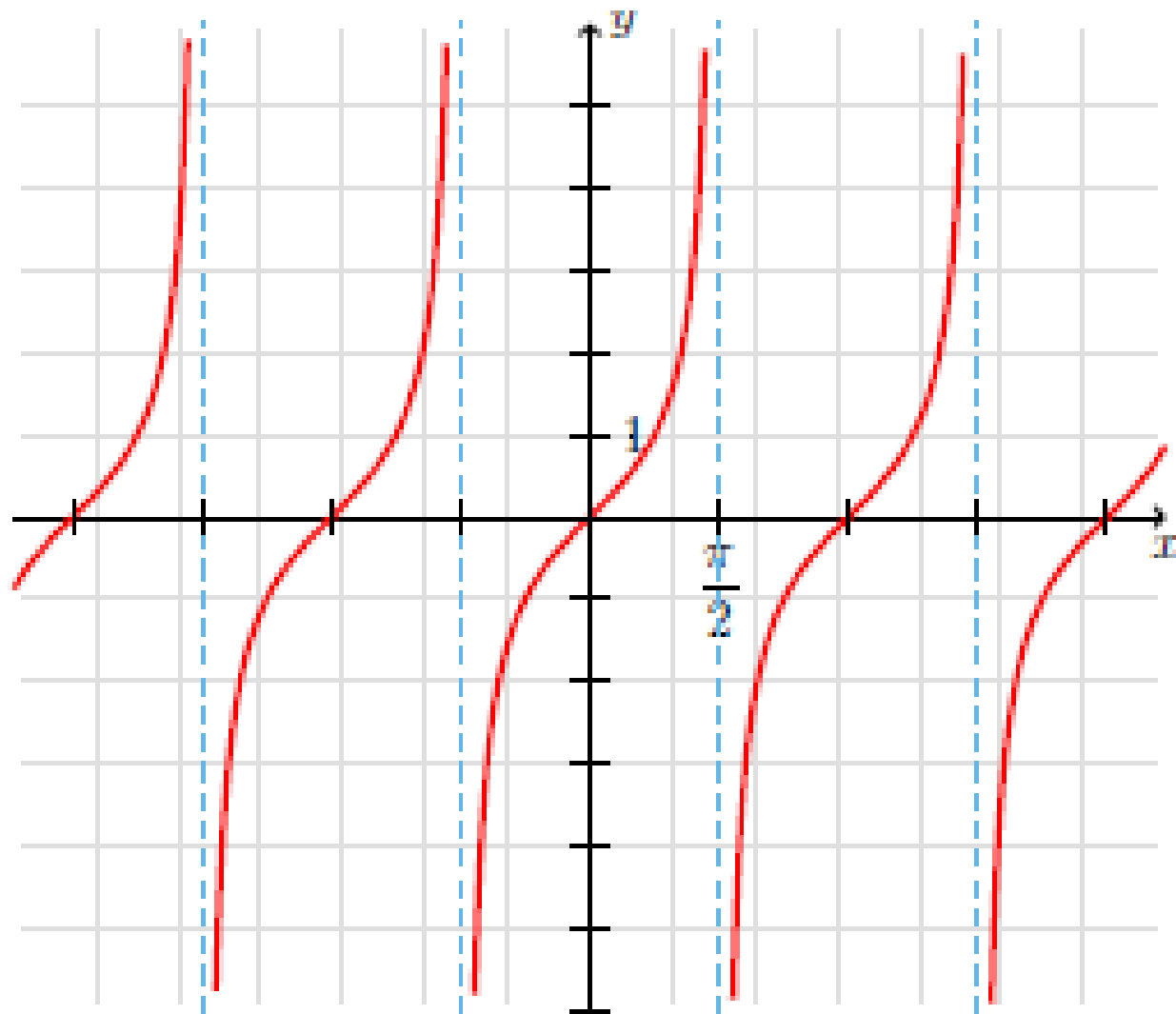
$$\cos(x + 2\pi) = \cos x$$

- $f$  é ímpar, isto é, para todo  $x \in \mathbb{R}$ ,

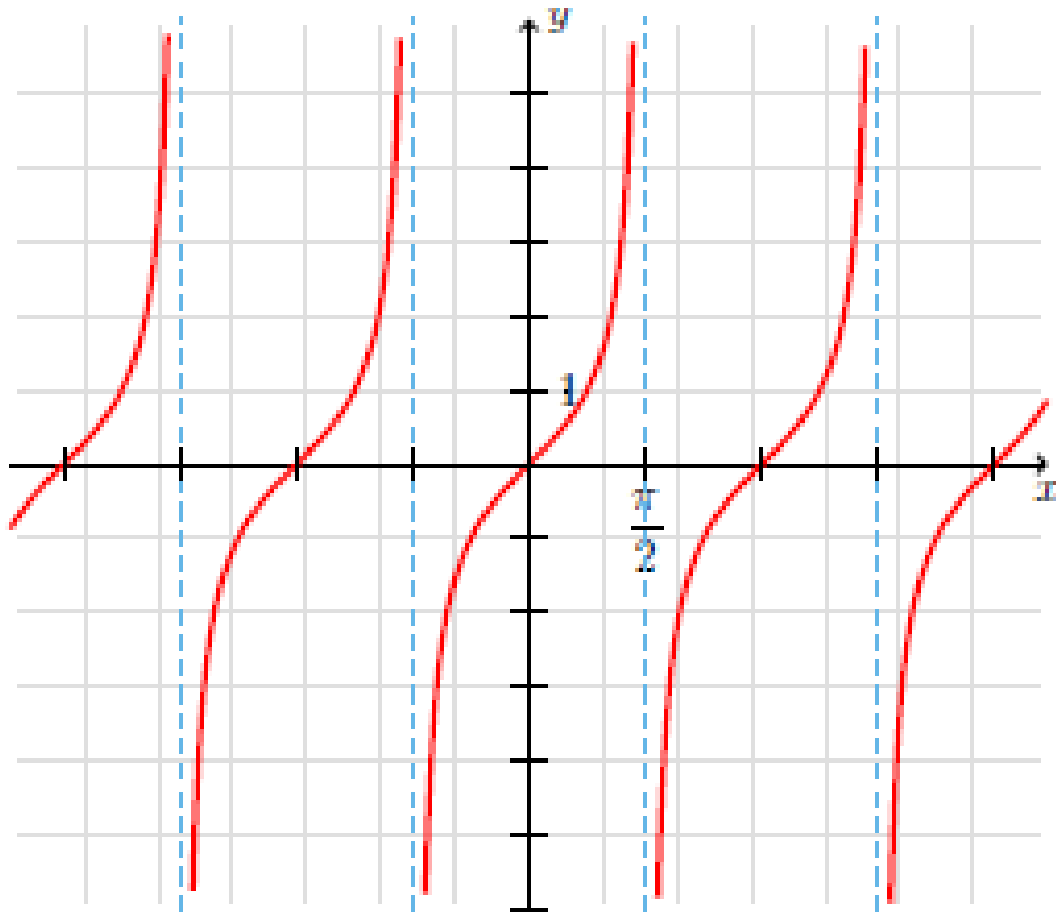
$$\cos(-x) = \cos(x)$$



**Função Tangente:**  $f(x) = tg(x) = \frac{\text{sen}(x)}{\cos(x)}$



**Função Tangente:**  $f(x) = tg(x) = \frac{\text{sen}(x)}{\cos(x)}$



## FUNÇÃO TANGENTE

Seja

$$f(x) = \text{tg } x$$

Temos que:

- $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{(2k+1)\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$
- $\text{Im } f = \mathbb{R}$
- $f$  é periódica de período  $\pi$ , ou seja, para todo  $x \in \mathbb{R}$ ,

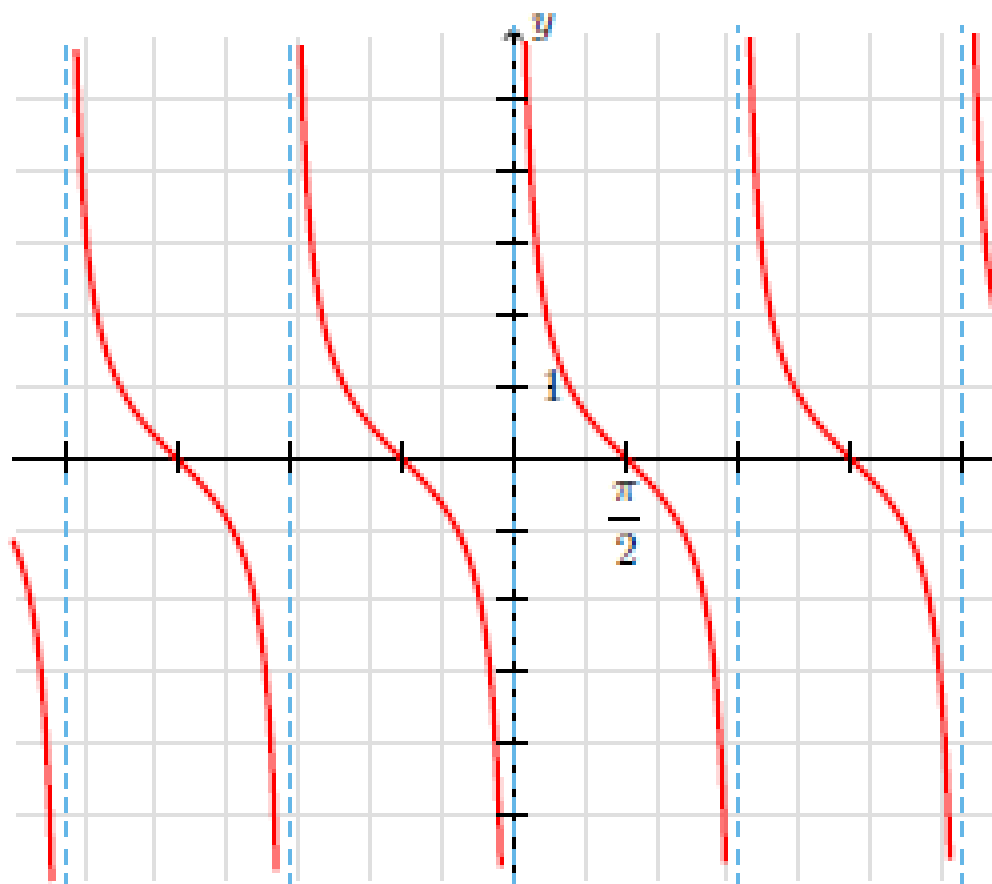
$$\text{tg}(x + \pi) = \text{tg } x$$

- $f$  é ímpar, isto é, para todo  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\text{tg}(-x) = -\text{tg } x$$

- $f$  possui assíntotas verticais em  $x$  da forma  $\frac{(2k+1)\pi}{2}$ , com  $k \in \mathbb{Z}$

**Função Cotangente:**  $f(x) = \cotg(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$



## FUNÇÃO COTANGENTE

Seja

$$f(x) = \cotg x$$

Temos que:

- $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$
- $\text{Im } f = \mathbb{R}$
- $f$  é periódica de período  $\pi$ , ou seja, para todo  $x \in \mathbb{R}$ ,

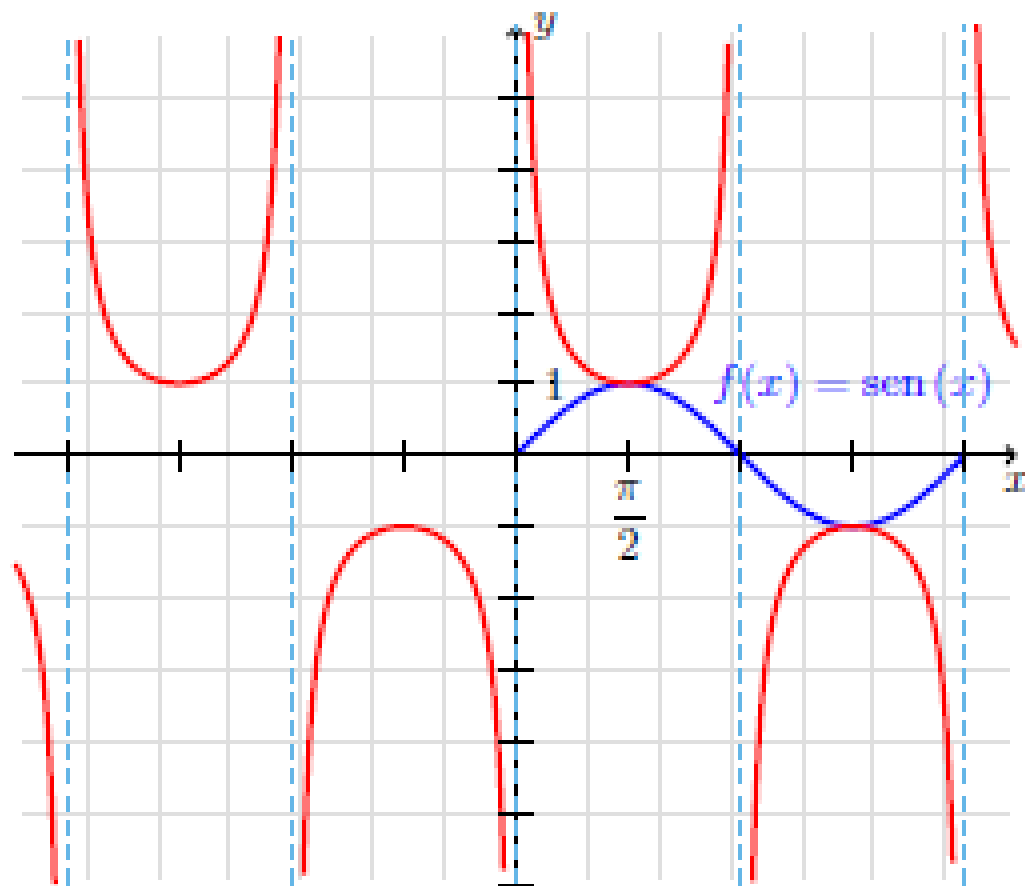
$$\cotg(x + \pi) = \cotg x$$

- $f$  é ímpar, isto é, para todo  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\cotg(-x) = -\cotg x$$

- $f$  possui assíntotas verticais em  $x$  da forma  $k\pi$ , com  $k \in \mathbb{Z}$

**Função Cossecante:**  $f(x) = \operatorname{cossec}(x) = \frac{1}{\operatorname{sen}(x)}$



## FUNÇÃO COSSECANTE

Seja

$$f(x) = \operatorname{cossec} x$$

Temos que:

- $\operatorname{Dom} f = \mathbb{R} - \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$
- $\operatorname{Im} f = \mathbb{R} - [-1, 1] = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- $f$  é periódica de período  $2\pi$ , ou seja, para todo  $x \in \mathbb{R}$ ,

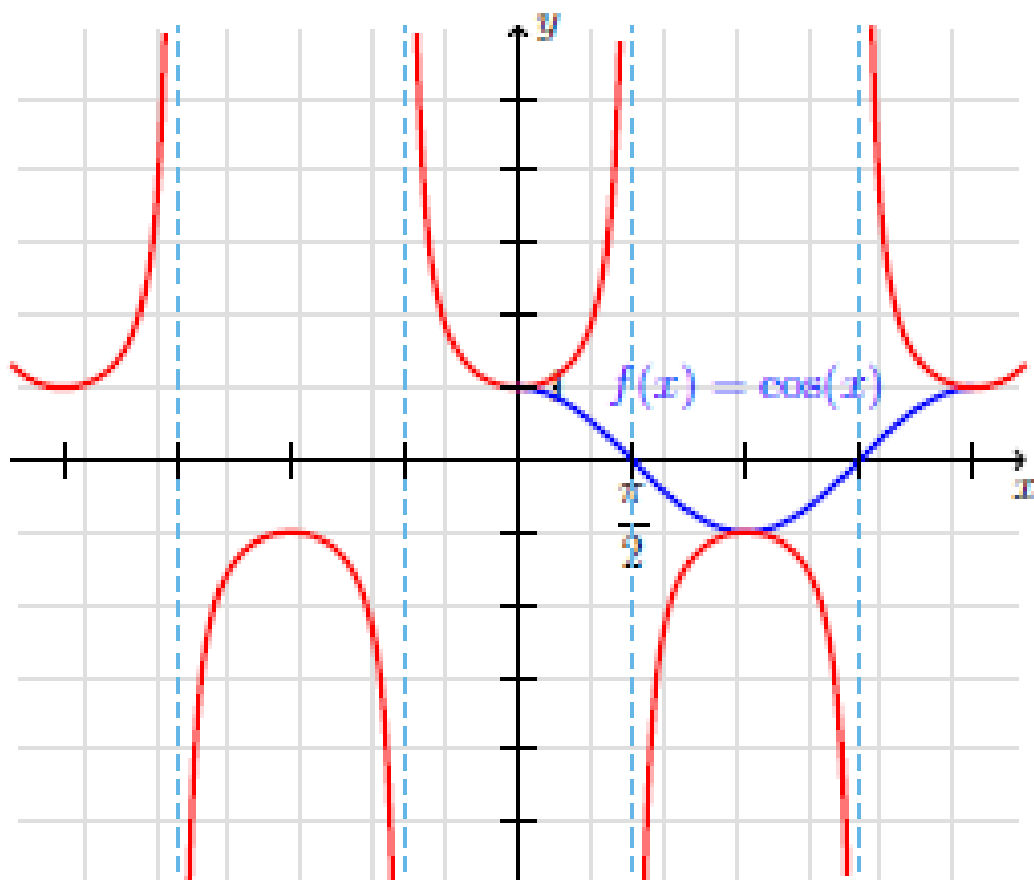
$$\operatorname{cossec}(x + 2\pi) = \operatorname{cossec} x$$

- $f$  é ímpar, isto é, para todo  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\operatorname{cossec}(-x) = -\operatorname{cossec} x$$

- $f$  possui assíntotas verticais em  $x$  da forma  $k\pi$ , com  $k \in \mathbb{Z}$

**Função Secante:**  $f(x) = \sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$



## FUNÇÃO SECANTE

Seja

$$f(x) = \sec x$$

Temos que:

- $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{(2k+1)\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$
- $\text{Im } f = \mathbb{R} - [-1, 1] = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- $f$  é periódica de período  $2\pi$ , ou seja, para todo  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\sec(x + 2\pi) = \sec x$$

- $f$  é par, isto é, para todo  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\sec(-x) = \sec x$$

- $f$  possui assíntotas verticais em  $x$  da forma  $\frac{(2k+1)\pi}{2}$ , com  $k \in \mathbb{Z}$