

**Probabilidade:** tem por base abordar um problema de previsibilidade considerando um evento e suas possibilidades de ocorrência.

## Definição

- **Experimento:** toda abordagem realizada com descrição dos resultados envolvidos;
- **Espaço Amostral:** Conjunto de todas as possibilidades de um experimento;
- **Evento Elementar:** Qualquer subconjunto do espaço amostral
- **Tipos de Eventos:**
  - **Complementares:**  $A$  ou  $\bar{A}$
  - **Coletivamente exaustiva** refere-se a todas as possibilidades do experimento:  $A \cup B \cup C \cup D \dots = S$
  - **Mutualmente excludente:** Quando a ocorrência de um impede a ocorrência de outro.

## Cálculo de Probabilidade

- **Método Clássico (a priori):**

$$P(A) = \frac{\text{nº casos favoráveis a } A}{\text{nº casos possíveis}}$$

obs: I)  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$   
 II)  $P(A) = 0 \Rightarrow$  evento certo de não ocorrer  
 III)  $0 \leq P(A) \leq 1$

## Chance de Ocorrência

$$Ch(A) = \frac{\text{nº casos favoráveis a } A}{\text{nº casos não favoráveis a } A}$$

$$Ch(A) = \frac{x}{y} = x:y$$

⚠ não se divide!

⚠ Quando usar **Regra de Bayes**? É útil para calcular a probabilidade condicional de um evento com base em outros eventos!

**Esperança Matemática (valor esperado):** constitui-se em média probabilística dada por:

$$E(x) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$

⚠ Considerar todas as informações fornecidas para tal esperança;

$$E = (\text{Ganho esperado} \times \text{prob. de Ganho}) + (\text{Perda Esperada} \times \text{prob. de perda})$$

## Variância esperada

$$S^2(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - E(x))^2 \cdot p_i$$

$$\sigma^2 = (\text{ganho esperado} - E)^2 \times (\text{Prob. de ganho}) + (\text{Perda Esperada} - E)^2 \times \text{prob. de perda}$$

## Distribuição de Probabilidade

• **Distribuição binomial:** Aplicado para variáveis discretas, com um evento repetido  $n$  vezes, havendo duas possibilidades de resultado: sucesso (p) ou fracasso ( $q=1-p$ ), assim temos:

$$P(x) = C_{n,x} \cdot p^x \cdot q^{n-x}$$

$C_{n,x}$  = Combinação,  $n$  = total de elementos,  $x$  = nº que deseja escolher.

## Probabilidade de ocorrência de dois ou mais eventos

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

## Probabilidade de ocorrência conjunta de dois eventos

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

## Técnicas de Contagem

- **Análise Combinatória**

Tipo	Interessa a ordem?	Quantos elementos	Fórmula
Permutação	Sim	Todos	$P_n = n!$
Arranjo	Sim	Parte	$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$
Combinação	Não	Parte	$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

$n$  = nº total de elementos  
 $p$  = nº de elementos que deseja organizar/escolher.

**Regra de Bayes:** Quando um espaço amostral possui eventos em que se busca a probabilidade de analisar o feito específico dentro de cada evento usamos a relação de Bayes.



$$D \Rightarrow P(D/A) = \frac{P(D \cdot A)}{P(D \cdot A) + P(D \cdot B) + P(D \cdot C)}$$

$$= P(D/A) = \frac{P(D \cdot A)}{P(D)} //$$

⚠ Quando usar **Distribuição binomial**?

- Número fixo de ensaios;
- Cada ensaio tem somente dois resultados possíveis, sucesso ou fracasso;

• **Distribuição Geométrica:** Refere-se a quantidade de  $n$  repetições de um evento até ocorrer o primeiro sucesso.

$$P(x) = p \cdot q^{x-1}$$

\*  $p$  = prob. de sucesso

$q$  = prob de fracasso ( $1-p$ )

⚠ Quando usar **Distribuição Geométrica**?

- Quando se quer saber quantos ensaios são necessários até ocorrer o primeiro sucesso.
- Os resultados tem dois resultados possíveis, sucesso ou fracasso.

• **Distribuição de Poisson:** Considere uma taxa média de ocorrência de um evento, tendo por referência. Assim, sendo:

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot (\lambda)^x}{x!}$$

$\lambda$ : taxa média de ocorrência  
 $t$ : intervalo de referências

### ⚠ Quando usar Distribuição de Poisson?

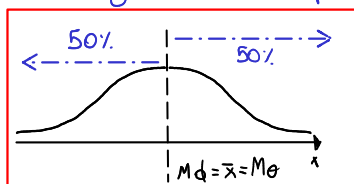
- Para contar o número de eventos que ocorrem em um intervalo de tempo ou espaço fixo.
- Os eventos acontecem independente e com uma taxa média constante

• **Distribuição Normal**: tem por base o uso de uma variável aleatória contínua, tendo as probabilidades de ocorrências de cada evento, distribuídas com características similar a uma distribuição de frequência onde  $M\theta = M_d = \bar{x}$ . A distribuição de Probabilidade obedece uma curva proposta por Gauss, definida pela função densidade de probabilidade (fdp), dada por:

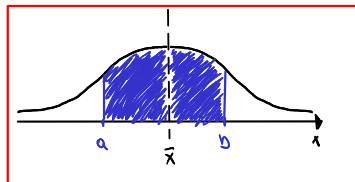
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}{\sigma}$$

x: variável aleatória contínua

Cuja figura é dada por:



Para determinar a probabilidade  $x \in (a, b)$  usamos:



$$P(a < x < b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}{\sigma} dx$$

representaremos a variável aleatória por,  $x: N(\mu, \sigma^2)$   
Considerando a padronização da variável x, fazemos:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$z: N(0, 1)$  onde

x: variável

$\mu: \bar{x}$

**Aproximação da Binomial pela Normal**: Em casos onde a variável aleatória é discreta, e o tamanho da amostra/ensaio é muito grande podemos determinar a probabilidade de ocorrência mediante a uma aproximação pela Normal, considerando:

$$\begin{cases} \mu = np \\ \sigma = \sqrt{np(1-p)} \end{cases}$$

p = prob. de sucesso

**Aproximação de Poisson pela Normal**: Quando a variável discreta tem a sua quantidade de tentativas elevada e a probabilidade diminui, podemos fazer a aproximação pela normal usando

$$\begin{cases} \mu = \lambda \\ \sigma = \sqrt{\lambda} \end{cases}$$

### ⚠ Quando usar Permutações?

- Quando a ordem dos elementos é importante!
- Usar para contar a qtd. de maneiras de organizar todos os elementos ou uma parte.

### ⚠ Quando usar Arranjos?

- Quando a ordem importa e apenas uma parte dos elementos é escolhida.
- Usar para contar a qtd. de maneiras de selecionar e organizar um subconjunto de elementos.

### ⚠ Quando usar Combinações?

- Quando a ordem dos elementos não é importante
- Usar para contar o número de selecionar um grupo de elementos sem se preocupar com a ordem