

# Quantum Phase Estimation

## 1 Quantum Phase Estimation

O algoritmo de Estimação de Fase Quântica (Quantum Phase Estimation – QPE) tem como objetivo estimar a fase associada a um autovalor de um operador unitário. Seja  $U$  um operador unitário e  $|u\rangle$  um de seus autovetores, tal que

$$U|u\rangle = e^{2\pi i \varphi}|u\rangle, \quad (1)$$

onde  $\varphi \in [0, 1)$  representa a fase a ser estimada.

O algoritmo utiliza dois registradores quânticos. O primeiro, composto por  $t$  qubits inicialmente no estado  $|0\rangle^{\otimes t}$ , é responsável por armazenar a estimativa da fase. O segundo registrador é preparado no estado  $|u\rangle$ . Após a aplicação de portas de Hadamard no primeiro registrador e de operações controladas  $U^{2^j}$ , o estado do sistema pode ser escrito como

$$\frac{1}{2^{t/2}} \sum_{k=0}^{2^t-1} e^{2\pi i k \varphi} |k\rangle |u\rangle. \quad (2)$$

Em seguida, aplica-se a Transformada de Fourier Quântica inversa ao primeiro registrador, convertendo a informação de fase em um estado computacional. A medição desse registrador fornece uma aproximação de  $2^t \varphi$ , permitindo obter uma estimativa binária da fase com precisão determinada pelo número de qubits utilizados.

O algoritmo de Estimação de Fase é uma sub-rotina fundamental da computação quântica, sendo utilizado em diversos algoritmos importantes, como o algoritmo de Shor para fatoração de inteiros e o algoritmo HHL para a resolução de sistemas lineares.