

Trabalho Monte Carlo

Thierry Martins Ribeiro

17/08/2025

Algoritmo de Monte Carlo

Seja X uma variável aleatória que representa o resultado de interesse do experimento (por exemplo, vitória/derrota, número de tentativas, valor ganho, etc).

O procedimento de Monte Carlo consiste em:

Realizar N simulações independentes do experimento, obtendo amostras x_1, x_2, \dots, x_N .

Calcular a média amostral:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$$

\bar{X} é uma estimativa para o valor esperado $\mathbb{E}[X]$. —

Questão 5

Seja x_1, x_2, \dots, x_n uma amostra aleatoria de variáveis aleatorias tal que $x_i \sim \mathcal{N}(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$. Construa um procedimento de MC (Monte Carlo) para avaliar o estimador $\hat{\sigma}^2$ e \hat{S}^2 , variância estimada e variância amostral respectivamente

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{H})^2$$

$$\hat{S}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{H})^2$$

Dica: Para comparar, utilize uma aproximação do Erro Quadrático Medio (EQM) obtida por um procedimento de MC. Lembre-se se $\hat{\theta}$ é um estimador para θ então o $EQM(\hat{\theta}) = E[(\hat{\theta} - \theta)^2]$

```
set.seed(123)

mu <- 0
sigma <- 1

n <- 100
qtd_simulacao <- 100000
```

```

estimador_de_sigma2 <- numeric(qtd_simulacao)
estimador_de_s2 <- numeric(qtd_simulacao)

for(i in 1:qtd_simulacao){
  amostra_aleatoria <- rnorm(n, mean = 0, sd = sqrt(sigma))
  media <- mean(amostra_aleatoria)

  estimador_de_sigma2[i] <- (mean(amostra_aleatoria - media)^2)
  estimador_de_s2[i] <- sum((amostra_aleatoria)^2) / (n - 1)
}

EQM_estimador_sigma2 <- mean((estimador_de_s2 - sigma)^2)
EQM_estimador_s2 <- mean((estimador_de_s2 - sigma)^2)

cat("Estimador variacional com EQM: ", EQM_estimador_sigma2, "\n")

## Estimador variacional com EQM:  0.02039895

```

```

cat("Estimador amostral com EQM: ", EQM_estimador_s2, "\n")

```

```

## Estimador amostral com EQM:  0.02039895

```

Questão 7

Walter está jogando um jogo com dois dados de 6 lados equiprováveis. O jogo consiste em lançar ambos os dados e caso a soma dos dados seja divisível por 3, ele ganhará, perdendo em caso contrário. Realize um procedimento de MC para avaliar o jogo e responda a pergunta: Em média o jogo é favorável ao jogador?

```

set.seed(123)
n <- 2
qtd_simulacao <- 2000

vitoria_acumulada <- numeric(qtd_simulacao)
vitoria <- 0

for(i in 1:qtd_simulacao ) {
  x_n <- sample(1:6, n, replace = T)
  estimativa <- sum(x_n)

  if(estimativa %% 3 == 0){
    vitoria <- vitoria + 1
  }
  vitoria_acumulada[i] <- vitoria / i
}

```

```

}

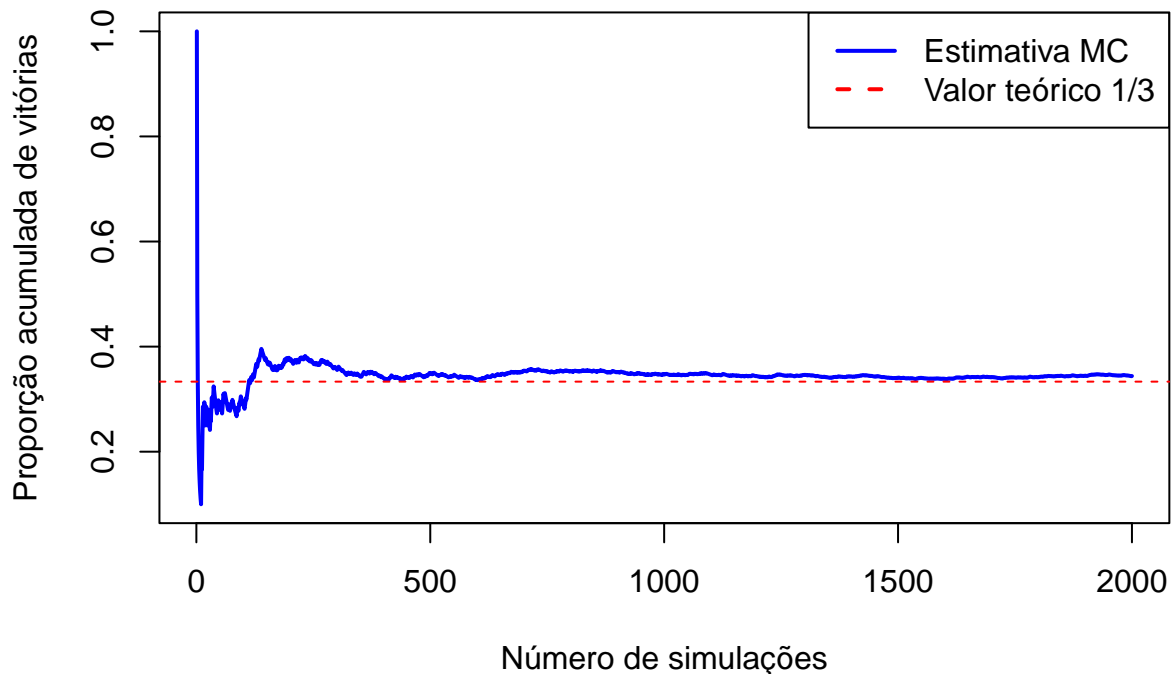
probabiliada_de_vitoria <- vitoria / qtd_simulacao
cat("Estimativa de Ganhar:", probabiliada_de_vitoria, "\n")

## Estimativa de Ganhar: 0.344

plot(vitoria_acumulada, type = "l", col = "blue", lwd = 2,
     xlab = "Número de simulações", ylab = "Proporção acumulada de vitórias",
     main = "Convergência da estimativa de vitória (MC)")
abline(h = 1/3, col = "red", lty = 2)
legend("topright", legend = c("Estimativa MC", "Valor teórico 1/3"),
     col = c("blue", "red"), lty = c(1,2), lwd = 2)

```

Convergência da estimativa de vitória (MC)



Questão 8

Suponha que tenhamos uma urna com bolas de mesmo tamanho enumeradas de 1 à 100. Considere o experimento aleatório de retirar uma bola da urna e observar o seu número até obtermos a bola com número desejado. Nesse experimento, será considerado reposição, isto é, caso não tenha sido observado a numeração desejada, a bola será devolvida à urna. Implemente um procedimento de MC considerando 10 mil repetições desse experimento e obtenha a média das retiradas necessárias para obter-se o número desejado. Além disso, retorne uma aproximação da probabilidade de se obter o número desejado. Dica: considere o número 77 como o número desejado.

```
set.seed(123)

qtd_simulacao <- 10000
numero_desejado <- 77
qtd_bolas_totais <- 100

retiradas <- numeric(qtd_simulacao)

for (i in 1:qtd_simulacao) {
  vezes <- 0
  bola_retirada <- 0

  while (bola_retirada != numero_desejado) {
```

```

vezes <- vezes + 1
bola_retirada <- sample(1:qtd_bolas_totais, 1, replace = TRUE)
}

retiradas[i] <- vezes
}

media_retiradas <- mean(retiradas)
probabilidade_de_desejada_mc <- mean(retiradas == 1)

cat("Media das bolas retiradas: ", media_retiradas, "\n")

```

```
## Media das bolas retiradas: 101.0854
```

```
cat("Probabilidade do desejo: ", probabilidade_de_desejada_mc, "\n")
```

```
## Probabilidade do desejo: 0.0103
```

Questão 9

Um dono de cassino estuda disponibilizar um novo jogo e solicita uma consultoria estatística para saber se o jogo será viável para o cassino, isto é, se o valor esperado em dólares do lucro obtido será positivo, em média. Realize uma simulação de MC considerando 100 mil jogos e obtenha o valor médio de lançamentos de um jogador bem como a probabilidade (aproximada) de um jogador jogar apenas uma única partida. Além disso, responda: Se um jogador paga \$10 dólares para jogar e lucra \$1,50 dólares por cada jogada, o jogo é rentável para o dono do cassino?

Regras do jogo:

- Dois dados são lançados e caso a soma for 5, 6, 7, 8 ou 9 o jogo termina imediatamente;
- Se nenhum dos resultados acima for obtido, o jogador continua lançando ambos os dados até obter uma soma igual à 11 ou 12.

```

set.seed(123)

qtd_dados <- 2
qtd_simulacao <- 100000
vetor_vencedor <- c(5,6,7,8,9)
vetor_perdeor <- c(11,12)

qtd_lancamentos <- numeric(qtd_simulacao)
terminou_em_uma_jogada <- 0

for(i in 1:qtd_simulacao){
  vezes_lancados <- 1
  dados_lancados_soma <- sum(sample(1:6, qtd_dados, replace =T))

```

```

    if(dados_lancados_soma %in% vetor_vencedor){
      terminou_em_uma_jogada <- terminou_em_uma_jogada + 1
      qtd_lancamentos[i] <- vezes_lancados
      next
    }

    while(!(dados_lancados_soma %in% vetor_vencedor)){
      dados_lancados_soma <- sum(sample(1:6, qtd_dados, replace =T))
      vezes_lancados <- vezes_lancados + 1
    }

    qtd_lancamentos[i] <- vezes_lancados
  }

media_dos_lancamentos <- mean(qtd_lancamentos)
probabilidade_de_uma_jogada <- terminou_em_uma_jogada / qtd_simulacao

cat("média lançamento jogador:", media_dos_lancamentos, "\n")

## média lançamento jogador: 1.49581

cat("probabilidade de terminar em uma jogada:", probabilidade_de_uma_jogada, "\n")

## probabilidade de terminar em uma jogada: 0.66702

lucro_cassino <- 10 - (1.5 * qtd_lancamentos)
lucro_medio_cassino <- mean(lucro_cassino)

cat("lucro medio do cassino por jogador: $", round(lucro_medio_cassino, 2), "\n")

## lucro medio do cassino por jogador: $ 7.76

if(lucro_medio_cassino > 0){
  cat("O jogo é rentável para o cassino.\n")
} else {
  cat("O jogo NÃO é rentável para o cassino.\n")
}

## O jogo é rentável para o cassino.

```