# Панкратьев Егор Сергеевич 251003

## Вариант 5

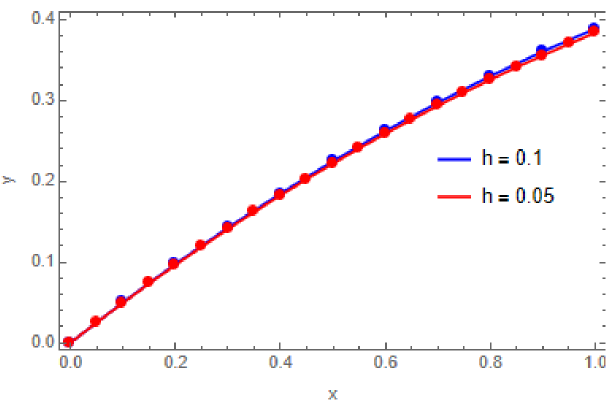
## N1

**1.** Решить задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка на отрезке $[0, 1]$:

1.5. $$y' = \frac{\cos y}{x+2} - 0{,}3y^2, \; y(0) = 0.$$

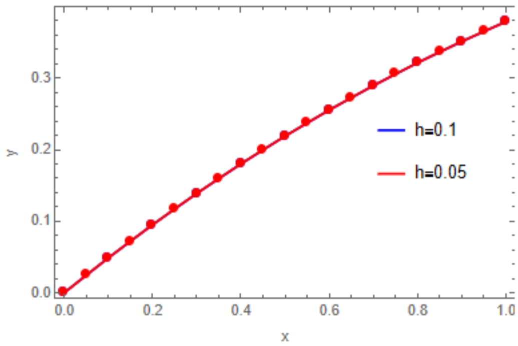
**а)** методом Эйлера-Коши с шагом $h_1 = 0{,}1$ и $h_2 = 0{,}05$, построить графики полученных решений;

```
f[x_, y_] := Cos[y] / (x + 2) - 0.3 y^2;
             [косинус
h1 = 0.1;
h2 = 0.05;

eulerCosh[f_, x0_, y0_, h_, n_] := Module[{x, y, values}, values = {{x0, y0}};
                                   [программный модуль
  x = x0;
  y = y0;
  Do[
  [оператор цикла
   y = y + h * f[x, y];
   x = x + h;
   AppendTo[values, {x, y}], {i, n}];
  [добавить в конец к
  values]

solution1 = eulerCosh[f, 0, 0, h1, Round[(1 - 0) / h1]];
                                   [округлить
solution2 = eulerCosh[f, 0, 0, h2, Round[(1 - 0) / h2]];
                                   [округлить

ListLinePlot[{solution1, solution2}, PlotStyle → {Blue, Red}, Frame → True, FrameLabel → {"x", "y"},
[линейный график данных                 [стиль графика [синий [кра··· [рамка [ист··· [пометка для обрамления
 Mesh → All, PlotLegends → Placed[{"h = 0.1", "h = 0.05"}, {0.8, 0.5}]]
 [сетка [всё [легенды графика [расположен
```



**б)** методом Рунге-Кутта 4-го порядка с шагом $h_1 = 0{,}1$ и $h_2 = 0{,}05$, построить графики полученных решений;

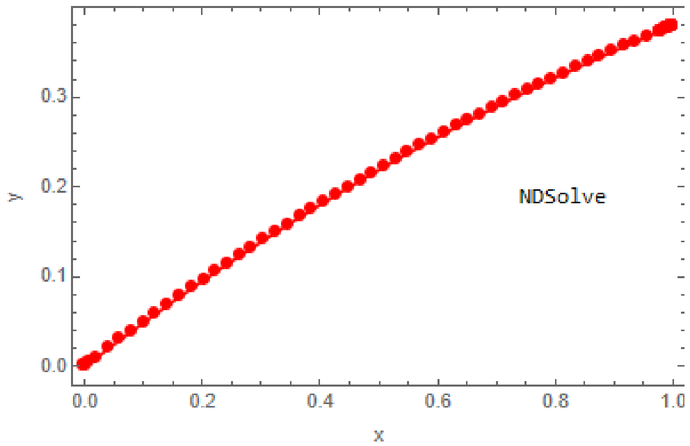
```
f[x_, y_] := Cos[y] / (x + 2) - 0.3 y^2;

h1 = 0.1;
h2 = 0.05;

rungeKutta[f_, x0_, y0_, h_, n_] := Module[{x, y, k1, k2, k3, k4, values}, values = {{x0, y0}};
  x = x0;
  y = y0;
  Do[
   k1 = h * f[x, y];
   k2 = h * f[x + h / 2, y + k1 / 2];
   k3 = h * f[x + h / 2, y + k2 / 2];
   k4 = h * f[x + h, y + k3];
   y = y + (k1 + 2 k2 + 2 k3 + k4) / 6;
   x = x + h;
   AppendTo[values, {x, y}], {i, n}];
  values]

solution1 = rungeKutta[f, 0, 0, h1, Round[(1 - 0) / h1]];

solution2 = rungeKutta[f, 0, 0, h2, Round[(1 - 0) / h2]];

Show[ListLinePlot[solution1, PlotStyle → Blue, Frame → True, FrameLabel → {"x", "y"}, Mesh → All, PlotLegends → Placed[{"h=0.1"}, {0.8, 0.5}]],
 ListLinePlot[solution2, PlotStyle → Red, Frame → True, FrameLabel → {"x", "y"}, Mesh → All, PlotLegends → Placed[{"h=0.05"}, {0.8, 0.5}]]]
```




**в)** с помощью функций **DSolve** и **NDSolve,** построить графики.

Сравнить все полученные решения. Сделать выводы о точности методов в зависимости от шага сетки.

```
f[x_, y_] := Cos[y] / (x + 2) - 0.3 y^2;
             косинус

solNDSolve = NDSolve[{y'[x] == f[x, y[x]], y[0] == 0}, y, {x, 0, 1}];
             численно решить ДУ

Plot[Evaluate[y[x] /. solNDSolve], {x, 0, 1}, PlotStyle → Red, Frame → True, FrameLabel → {"x", "y"},
гр⋯  вычислить                                 стиль графика кр⋯ рамка  ист⋯ пометка для обрамления
  Mesh → All, MeshStyle → PointSize[0.02], PlotLegends → Placed["NDSolve", {0.8, 0.5}]]
  сетка  всё  стиль сеточ⋯ размер точки     легенды графика расположен
```




Функция NSolve в Mathematica предназначена для решения систем алгебраических уравнений и находит только точные аналитические решения. Уравнение Cos[y]/(x + 2) - 0.3 y^2 = 0 не имеет точных аналитических решений, поэтому NSolve не может его решить. Для численного приближения к решению дифференциальных уравнений используется функция NDSolve. NDSolve применяет численные методы для получения численного приближения к решению.

Вывод:

Методы Эйлера-Коши и Рунге-Кутта 4-го порядка были применены для численного решения дифференциального уравнения. При уменьшении шага сетки наблюдалось улучшение точности результатов. Интересно отметить, что применение двух шагов метода Рунге-Кутта 4-го порядка дало приблизительно одинаковые результаты.

Также для численного решения дифференциального уравнения была использована функция NDSolve, который позволяет проводить численные вычисления и получать численное приближение к решению дифференциальных уравнений. Этот метод демонстрировал хорошую точность и согласованность с результатами.

Таким образом, выбор более мелкой сетки и использование метода Рунге-Кутта 4-го порядка или функции NDSolve являются предпочтительными для достижения более точных численных результатов при решении дифференциального уравнения.

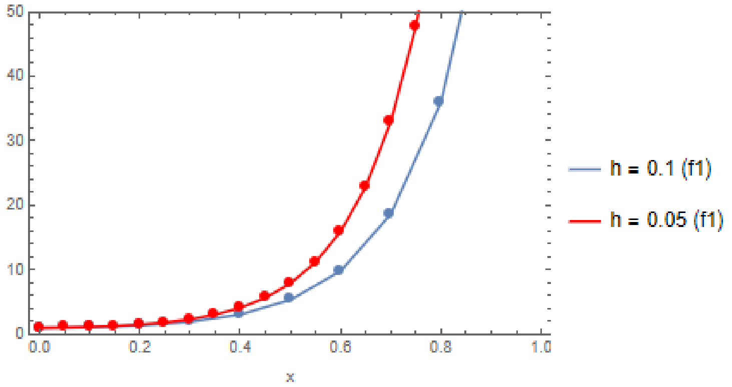
## N2

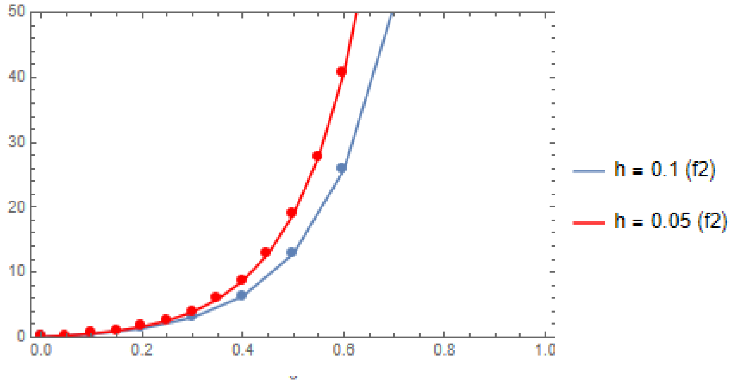
Решить задачу Коши для системы двух дифференциальных уравнений на отрезке $[0,1]$:

$$1.5.\quad \begin{cases} y' - y - 3z = 2x, & y(0) = 1, \\ z' - 4y' - 7z = 0, & z(0) = 0. \end{cases}$$

**а)** методом Эйлера с шагом $h_1 = 0{,}1$ и $h_2 = 0{,}05$, построить графики полученных решений;

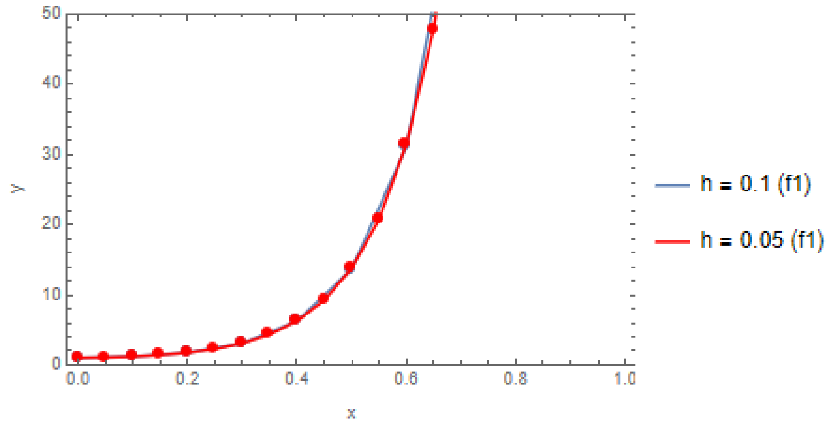
```
f1[x_, y_, z_] := y + 3 * z + 2 * x;
f2[x_, y_, z_] := 4 * y + 7 * z;

eulerMethod[x0_, y0_, z0_, h_, n_, f1_, f2_] := Module[
  {x = x0, y = y0, z = z0, points = {{x0, y0, z0}}}, Do[y = y + h * f1[x, y, z];
   z = z + h * f2[x, y, z];
   x = x + h;
   AppendTo[points, {x, y, z}], {n}];
  points]

solution1 = eulerMethod[0, 1, 0, 0.1, 10, f1, f2];

solution2 = eulerMethod[0, 1, 0, 0.05, 20, f1, f2];

Show[ListLinePlot[solution1[[All, {1, 2}]], PlotLegends → {"h = 0.1 (f1)"}, Frame → True, FrameLabel → {"x", "y"}, Mesh → All, PlotRange → {0, 50}],
 ListLinePlot[solution2[[All, {1, 2}]], PlotLegends → {"h = 0.05 (f1)"}, Frame → True, FrameLabel → {"x", "y"}, PlotStyle → Red, Mesh → All, PlotRange → {0, 50}]]

Show[ListLinePlot[solution1[[All, {1, 3}]], PlotLegends → {"h = 0.1 (f2)"}, Frame → True, FrameLabel → {"x", "z"}, Mesh → All, PlotRange → {0, 50}],
 ListLinePlot[solution2[[All, {1, 3}]], PlotLegends → {"h = 0.05 (f2)"}, Frame → True, FrameLabel → {"x", "z"}, PlotStyle → Red, Mesh → All, PlotRange → {0, 50}]]
```

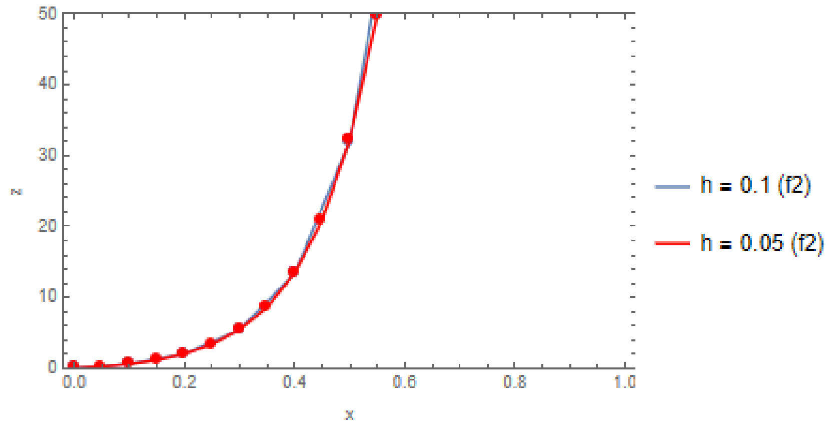



**б)** методом Рунге-Кутта 4-го порядка с шагом $h_1 = 0{,}1$ и $h_2 = 0{,}05$, построить графики полученных решений;

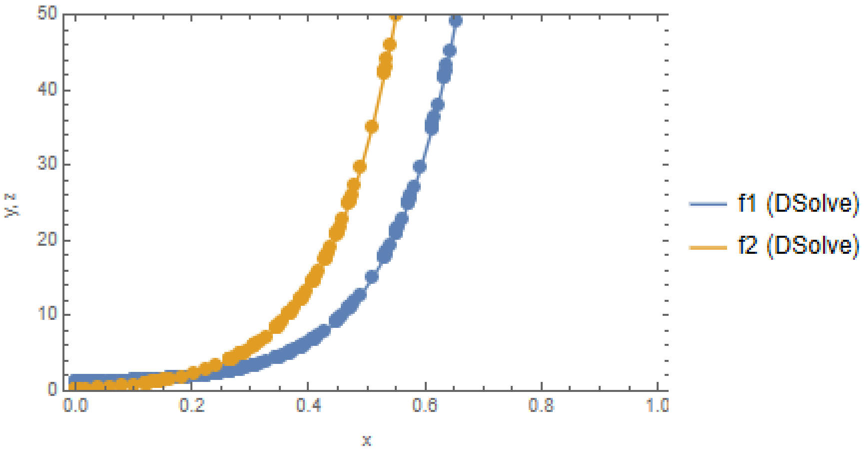
```
f1[x_, y_, z_] := y + 3 z + 2 x;
f2[x_, y_, z_] := 4 y + 7 z;

rungeKuttaMethod[x0_, y0_, z0_, h_, n_, f1_, f2_] := Module[{
   x = x0, y = y0, z = z0,
   points = {{x0, y0, z0}}},
  Do[
   k1y = h * f1[x, y, z];
   k1z = h * f2[x, y, z];
   k2y = h * f1[x + h / 2, y + k1y / 2, z + k1z / 2];
   k2z = h * f2[x + h / 2, y + k1y / 2, z + k1z / 2];
   k3y = h * f1[x + h / 2, y + k2y / 2, z + k2z / 2];
   k3z = h * f2[x + h / 2, y + k2y / 2, z + k2z / 2];
   k4y = h * f1[x + h, y + k3y, z + k3z];
   k4z = h * f2[x + h, y + k3y, z + k3z];
   y = y + (k1y + 2 * k2y + 2 * k3y + k4y) / 6;
   z = z + (k1z + 2 * k2z + 2 * k3z + k4z) / 6;
   x = x + h;
   AppendTo[points, {x, y, z}], {n}];
  points]

solution1 = rungeKuttaMethod[0, 1, 0, 0.1, 10, f1, f2];

solution2 = rungeKuttaMethod[0, 1, 0, 0.05, 20, f1, f2];

Show[ListLinePlot[solution1[[All, {1, 2}]], PlotLegends → {"h = 0.1 (f1)"}, PlotRange → {0, 50}, Frame → True, FrameLabel → {"x", "y"}, Mesh → All],
 ListLinePlot[solution2[[All, {1, 2}]], PlotLegends → {"h = 0.05 (f1)"}, PlotRange → {0, 50}, PlotStyle → Red, Mesh → All], Frame → True, FrameLabel → {"x", "y"}]

Show[ListLinePlot[solution1[[All, {1, 3}]], PlotLegends → {"h = 0.1 (f2)"}, PlotRange → {0, 50}, Mesh → All],
 ListLinePlot[solution2[[All, {1, 3}]], PlotLegends → {"h = 0.05 (f2)"}, PlotRange → {0, 50}, PlotStyle → Red, Mesh → All], Frame → True, FrameLabel → {"x", "z"}]
```

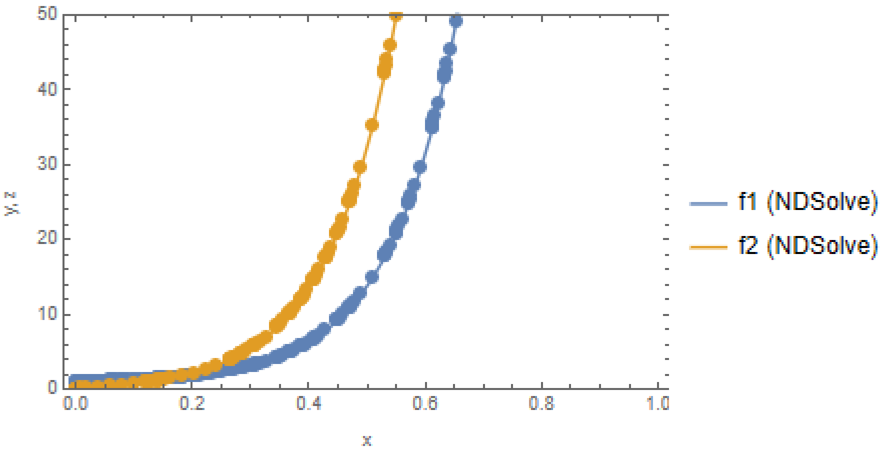



**в)** с помощью функций **DSolve** и **NDSolve,** построить графики.

Сравнить все полученные решения. Сделать выводы о точности методов в зависимости от шага сетки.




Вывод:

Используя методы Эйлера-Коши и Рунге-Кутта 4-го порядка, мы решали систему дифференциальных уравнений. При уменьшении шага сетки наблюдалось улучшение точности результатов. Однако, метод Эйлера-Коши дал неточные значения, особенно при использовании шага 0.1. В отличие от этого, метод Рунге-Кутта 4-го порядка и функция NDSolve показали высокую точность и согласованность с результатами при решении системы дифференциальных уравнений.

Применение двух шагов метода Рунге-Кутта 4-го порядка дало приблизительно одинаковые результаты, что свидетельствует о его надежности при решении системы уравнений. Кроме того, функция NDSolve позволяет получить численное приближение к решению системы дифференциальных уравнений с высокой точностью.

Таким образом, выбор более мелкой сетки и использование метода Рунге-Кутта 4-го порядка или функции NDSolve являются предпочтительными для достижения более точных численных результатов при решении системы дифференциальных уравнений.