

ТЗ:

Спроектировать программное обеспечение для визуализации и макетирования загородной местности. Программа должна предоставлять графический интерфейс, в котором пользователь сможет размещать объемные модели на сцене включая дома, тротуары, дороги, машины, деревья и кусты, а также источник света - солнце. Программа должна проверять корректность входных данных, такие как : размер сцены и правильное размещение моделей на сцене, а именно, машина может размещаться только на дороге. Дома, дороги, тротуары, деревья и кусты могут размещаться только на свободных участках сцены. Интерфейс программы должен предоставлять возможность пользователю задавать сцену с определенными размерами, изменять положение моделей на сцене, удалять отдельные модели, вращать сцену с объектами, масштабировать сцену с объектами, перемещать сцену и расширять сцену

Оглавление

Введение	2
1 Аналитическая часть	3
1.1 Способы определения моделей	3
1.1.1 Каркасная модель	3
1.1.2 Поверхностная модель	4
1.1.3 Твёрдотельная модель	5
1.2 Способы представления трехмерных поверхностей	6
1.2.1 Способы описания полигональных сеток	7
1.3 Формализация объектов сцены	9
1.4 Алгоритмы удаления скрытых линий и поверхностей	11
1.4.1 Алгоритм Робертса	12
1.4.2 Алгоритм плавающего горизонта	12
1.4.3 Z-буферный алгоритм удаления поверхностей	13
1.4.4 Алгоритм, использующий список приоритетов.	13
1.4.5 Алгоритм Варнока.	14
1.4.6 Алгоритм прямой и обратной трассировки лучей.	15
1.4.7 Выбор алгоритма удаления скрытых линий и поверх- ностей	15
1.5 Алгоритмы построения теней	16
1.5.1 Модификация Z-буфера	16
1.5.2 Модификация Вейлера-Азертона	17
1.6 Вывод.	18
Литература	19

Введение

Программное моделирование загородной местности с каждым годом набирает все большее значение в области ландшафтного дизайна, архитектуры и планирования. Применение современных технологий дает возможность разработки детализированных трехмерных моделей, обеспечивая тем самым более глубокое понимание и визуализацию географических и ландшафтных особенностей, а также предстоящих изменений. Использование метода 3D-визуализации при планировании местности преобразует сложные концепции в ясные визуальные образы, что значительно упрощает процесс коммуникации и минимизирует риск возникновения недопонимания между заказчиком и исполнителем [1].

Цель работы - разработка программного обеспечения для визуализации и макетирования загородной местности.

Чтобы достигнуть поставленной цели, требуется решить следующие задачи:

- Формально описать структуру моделей.
- Выбрать алгоритмы трехмерной графики для визуализации сцены и объектов.
- Выбрать язык программирования и среду разработки.
- Реализовать выбранные алгоритмы.
- Реализовать программное обеспечение для визуализации и редактирования загородной местности.

1 Аналитическая часть

1.1 Способы определения моделей

В системах трехмерного моделирования используются широко используется, каркасные, поверхностные и объемные твердотельные модели. Правильный выбор метода определения моделей на сцене является ключевым фактором, определяющим размер и визуализацию модели в сцене, что в свою очередь способствует точному представлению их формы и размеров.

1.1.1 Каркасная модель

Каркасные модели представляют объекты, созданные из соединенных ребер, похожие на объекты, сделанные из проволоки. В таких моделях грани объекта не определены, но их границы представлены ребрами. Каркасная модель не имеет поверхности, которые бы скрывали ребра, поэтому она выглядит прозрачной [2].

Этот тип моделирования относится к категории наиболее примитивных и имеет ряд значительных ограничений. Большинство из них связаны с отсутствием информации о гранях, образованных линиями, а также с невозможностью разграничить внутреннюю и внешнюю зоны в изображении твердого тела. Несмотря на ограничения, каркасная модель занимает меньше памяти и является достаточно эффективной для выполнения простых задач. Этот тип представления часто применяется не столько для моделирования, сколько для отображения моделей в качестве одного из методов визуализации. Наиболее широко каркасное моделирование используется для имитации траектории движения инструмента, выполняющего несложные операции [3].

Недостатки каркасной модели:

1. Неоднозначность — визуализация всех ребер может привести к неясности и непредсказуемым результатам. Видимые грани и невидимые

трудно отличить.

2. Затруднения в идентификации криволинейных граней: каркасная модель не способна адекватно представить поверхности с непостоянной кривизной, например, боковые поверхности цилиндров, что может вводить в заблуждение.
3. Ограниченность в обнаружении взаимодействий между компонентами - из-за отсутствия информации о поверхностях, модель не может предсказать возможные конфликты между гранями объекта.
4. Трудности в вычислении физических характеристик из-за простоты модели.
5. Невозможность создания градационных изображений: каркасная модель не предполагает создания тоновых изображений, которые требуют затенения граней, а не ребер [3].

1.1.2 Поверхностная модель

Поверхностные модели включают как ребра, так и поверхности, что позволяет более точно представить объект, чем каркасные модели. В поверхностных моделях грани, расположенные спереди, перекрывают грани, находящиеся на заднем плане. Когда изображение выводится на монитор, можно получить более реалистичное представление трехмерного объекта. Поверхностные модели имеют объем, но не имеют массы [2]

Поверхностная модель имеет следующие преимущества по сравнению с каркасным:

1. Способность распознавания и изображения сложных криволинейных граней.
2. Изображение грани для получения тоновых изображений.
3. Особые построения на поверхности (отверстия).
4. Возможность получения качественного изображения [3].

В основу поверхностной модели положены два основных математических положения:

1. Любую поверхность можно аппроксимировать многогранником, каждая грань которого является простейшим плоским многоугольником;
2. Наряду с плоскими многоугольниками в модели допускаются поверхности второго порядка и аналитически не описываемые поверхности, форму которых можно определить с помощью различных методов аппроксимации и интерполяции. В отличие от каркасного моделирования каждый объект имеет внутреннюю и внешнюю часть [3].

Недостаток поверхностной модели — отсутствует информация, о том, с какой стороны поверхности находится материал, а с какой пустота.

1.1.3 Твердотельная модель

Твердотельное моделирование представляет собой наиболее всесторонний и точный метод создания виртуального аналога реального объекта. В результате применения данного метода формируется монолитная модель будущего изделия, включающая в себя такие элементы как линии, грани и, что особенно важно, образует зону поверхности в рамках геометрической формы объекта с такими ключевыми характеристиками как масса и объем [3].

Преимущества твердотельных моделей:

1. Полное определение объемной формы с возможностью разграничивать внутренний и внешние области объекта.
2. Обеспечение автоматического удаления скрытых линий.
3. Автоматическое построение 3D разрезов компонентов, что особенно важно при анализе сложных сборочных изделий.
4. Применение методов анализа с автоматическим получением изображения точных весовых характеристик методом конечных элементов.

5. Получение тоновых эффектов, манипуляции с источниками света [3].

Выбор определения моделей

В контексте представленной задачи наиболее оптимальным выбором являются поверхностные модели объектов. Поверхностные модели позволяют детализировать геометрическую форму объекта, минуя углубленное рассмотрение его внутренней структуры и свойств материалов. Данный подход находит свое применение в ситуациях, когда специфика материала объекта не влияет на проводимый анализ. Так, не требуется тратить ресурсы на моделирование внутренних особенностей и характеристик материала, что делает использование поверхностных моделей более рациональным. Каркасные модели в данном контексте не подходят из-за неполноты представления формы объекта, в то время как твердотельные модели избыточны из-за детальности, не требуемой для задачи

1.2 Способы представления трехмерных поверхностей

Для представления трехмерных поверхностей существуют два широко используемых метода:

1. Метод полигональных сеток: Этот метод представляет объект в виде связанной между собой сетки плоских многоугольников. Несмотря на его простоту и удобство для описания некоторых типов объектов, например, архитектурных конструкций, метод имеет ограниченную точность, особенно в случаях сложных или криволинейных форм.
2. Метод параметрических бикубических кусков: Этот подход использует математические формулы, описывающие координаты поверхностей. Эти уравнения имеют два параметра и варьируются по степеням не выше третьей. Этот подход обеспечивает высокую точность при описании поверхности и требует меньше элементов для описания сложных форм, в сравнении с полигональными сетками [2].

Исходя из требований к простоте моделирования, экономии ресурсов и приемлемой детализации для задачи макетирования загородной среды, метод полигональных сеток является оптимальным выбором. Благодаря геометрической простоте, он подходит для представления основных элементов и обеспечивает рациональное использование вычислительных ресурсов. При этом, уровень детализации соответствует требованиям проекта, не делая необходимым применение более сложных методов моделирования.

1.2.1 Способы описания полигональных сеток

Существует несколько способов описания полигональных сеток, каждый из которых имеет свои преимущества и недостатки в зависимости от конкретных требований и ограничений приложения.

Наиболее распространенные методы представления полигональных сеток:

- **Список граней** — Один из наиболее распространенных подходов к представлению трехмерных моделей, представляет объект как множество граней и множество вершин. В каждую грань входят как минимум 3 вершины [4].

Преимущества использования списка граней:

- Простота поиска вершин грани: Благодаря тому, что список всех граней содержит информацию обо всех связанных вершинах, поиск вершин грани облегчается.
- Возможность динамического обновления формы: Используя графический процессор, форма может быть обновлена динамически без обновления связности граней [4].

Недостатки использования списка граней:

- Трудности при выполнении операций разрыва и объединения граней: Недостаток явной информации о связях между гранями может усложнить выполнение таких операций.

- Проблемы с поиском граней: В силу отсутствия явно заданных ребер, поиск всех граней может стать затруднительным [4].
- **вершинное представление** — Это метод представления модели через коллекцию вершин, которые связаны между собой [4].

Преимущества использования вершинного представления:

- Простота: Вершинное представление является наиболее базовым и простым способом представления трехмерной модели [4].

Недостатки использования вершинного представления:

- Отсутствие явного выражения информации о гранях и рёбрах: Для генерации списка граней для визуализации, требуется пройти по всем данным.
- Редкое использование: Из-за ограниченности функционала, вершинное представление редко используется в современных системах визуализации [4].
- **«Крылатое» представление** — Это метод представления модели, который решает проблему перехода от ребра к ребру, путем упорядочивания множества граней вокруг каждого ребра [4].

Преимущества использования «крылатого» представления:

- Поддержка сложных операций: "Крылатое" представление подходит для операций подразделения поверхностей и интерактивного моделирования, благодаря своей уникальной структуре [4].

Недостатки использования «крылатого» представления:

- Высокие требования к памяти: Увеличивающаяся сложность структуры приводит к увеличению объема занимаемой памяти при использовании данного представления [4].

Выбор способа описания полигональной сетки

В своей работе я выбрал подход к представлению моделей с использованием списка граней, поскольку он предлагает ясное описание граней и удобный доступ к элементам сетки. Список граней позволяет легко и эффективно модифицировать модели, включая добавление, удаление и изменение граней, вершин и ребер. Благодаря этому методу, я могу выполнять различные операции, такие как вычисление нормалей и текстурирование, с высокой эффективностью.

1.3 Формализация объектов сцены

После изучения и выбора наиболее эффективных методов и технологий, а именно : использование поверхностных моделей для описания трехмерных объектов, применение полигональных сеток для визуализации поверхностей и выбор списка граней для их детализации, можем перейти к конкретизации объектов сцены.

Объекты сцены

- **Дома:** Каждый дом формируется четырьмя стенами, крышей, окнами и дверью. В программе доступны два вида домов:
 - «Стандартный» дом: одноэтажное здание, занимающее три квадрата на сцене в длину, два квадрата в ширину и два квадрата по высоте, включая крышу.
 - «Премиальный» дом: двухэтажное сооружение с гаражом, занимающее три квадрата сцены по каждой из осей: длине, ширине и высоте, включая крышу. Гараж включает в себя стены, крышу и ворота.
- **Компоненты дома:** Каждый дом состоит из нескольких компонентов, каждый из которых имеет свой цвет:
 - Стены: формируются вертикальными плоскостями, бежевого цве-

та.

- Окна: расположены в середине стены, окрашены в голубой цвет.
 - Крыша: составлена из двух треугольников и двух трапеций, коричневого цвета.
 - Дверь: расположена посередине стены, коричневого цвета.
 - Ворота: расположены на двух ячейках стены, коричневого цвета.
- **Дороги:** занимают один квадрат сцены по ширине и длине, имеют минимальную высоту и темно-серый цвет.
 - **Тротуары:** по форме и размеру аналогичны дорогам, но окрашены в светло-серый цвет.
 - **Машины:** включают в себя четыре колеса, стекла и кузов. В программе имеется выбор модели машины, различного цвета:
 - Кузов: формируется набором плоскостей, имитирующих реальные автомобили. Цвет кузова — красный или серый.
 - Колеса: представляют собой цилиндрические объекты, черного цвета.
 - Окна: плоские объекты, встроенные в кузов автомобиля, голубого цвета.
 - **Деревья:** состоят из листвы и ствола, занимают две клетки сцены. Листва имеет зеленый цвет, а ствол — коричневый.
 - **Кусты:** схожи с деревьями, но без ствола. Занимают одну клетку сцены, листва имеет светло-зеленый оттенок.

Все возможные модели заранее определены, при этом программа не позволяет добавлять новые модели или модифицировать существующие. Однако, в программном обеспечении предусмотрена возможность перемещения или удаления объектов на сцене. Также имеются ограничения на размещение моделей на сцене, а именно, машина может размещаться только на дороге. Дома, дороги, тротуары, деревья и кусты могут размещаться только на свободных участках сцены.

Сцена

Сцена представляет собой прямоугольный параллелепипед с определенной сеткой, на которой располагаются модели. У сцены есть только одна сторона, на которой можно размещать модели. Пользователь задает границы сцены, указывая количество квадратов в ширину и длину. Величина каждого квадрата константна и определяется программно. Цвет сцены - светло-зеленый. В программе есть ограничение на размер сцены.

Источник света

Для моделирования освещения в компьютерной графике обычно используются три основных типа источников света: точечные, направленные и общий свет (Ambient Light) [5]. В данной работе выбор сделан в пользу точечного источника света.

Точечный источник света излучает свет равномерно во все стороны из определенной точки в 3D-пространстве, что позволяет эффективно управлять освещением и тенями на сцене, учитывая положение объектов относительно источника света. Положение источника света устанавливается относительно текущей точки наблюдения с помощью последовательных поворотов по осям X и Y [5]

1.4 Алгоритмы удаления скрытых линий и поверхностей

В компьютерной графике алгоритмы удаления невидимых линий и поверхностей относятся к наиболее сложным задачам. Это связано с тем, что они помогают определить видимые для наблюдателя элементы сцены из определённой точки пространства. Сложность этой задачи приводит к тому, что идеального общего решения не существует. Вместо этого, для каждой конкретной задачи требуется подбирать наиболее эффективный подход [6].

Алгоритмы удаления невидимых частей сцены можно классифициро-

вать на основании следующих критериев:

1. Выбор удаляемых частей: возможно удаление невидимых линий, ребер, поверхностей, объемов.
2. Порядок обработки элементов сцены: удаление может происходить в порядке, определяемом процессом визуализации, или в произвольном порядке.
3. Зависимость от системы координат: существуют алгоритмы, работающие в пространстве объектов, где каждая из N граней объекта сравнивается с остальными $N - 1$ гранями (объем вычислений растет как N^2); а также алгоритмы, работающие в пространстве изображения, когда для каждого пикселя изображения определяется, какая из N граней объекта видна (при разрешении экрана $M \times M$ объем вычислений растет как $M^2 \times N$) [6].

1.4.1 Алгоритм Робертса

Алгоритм Робертса (1963) используется для работы с выпуклыми объектами в 3D пространстве. Объекты представляются как многогранники, полученные пересечением плоскостей. Каждый объект описывается списком граней, образованных ребрами и вершинами. Перед определением видимости удаляются нелицевые плоскости. Затем происходит сравнение каждого ребра с каждым объектом, что ведет к значительному объему вычислений. Таким образом, объем вычислений растет как квадрат числа объектов в сцене. В завершении вычисляются новые ребра от пересечения объектов. Преимущества — использование мощных и точных математических методов, также алгоритм прост для понимания. [6].

1.4.2 Алгоритм плавающего горизонта

Алгоритм плавающего горизонта чаще всего применяется для удаления невидимых линий при трехмерном представлении функций, описывающих поверхность в виде $F(x, y, z) = 0$ [6].

Однако, так как в данной программе поверхности не представлены в виде функций, данный метод не подходит.

1.4.3 Z-буферный алгоритм удаления поверхностей

Был введен Эдом Кэтмулом и представляет собой расширение обычного буфера кадра, который хранит цвета каждого пикселя. В Z-буферном алгоритме, дополнительно к каждому пикселю присваивается значение глубины или Z-координата. При добавлении нового пикселя в буфер, сравнивается его Z-координата с той, что уже находится в буфере. Если новый пиксель ближе к наблюдателю (т.е. его Z-координата больше), его атрибуты и Z-координата записываются в буфер. Этот алгоритм прост в использовании, но требует большого объема памяти для реализации [6].

Преимущества Z-буферного алгоритма:

- Поддерживает сцены произвольной сложности.
- Отсутствует необходимость в сортировке, что требуется в других алгоритмах.
- Вычислительная сложность линейно зависит от числа анализируемых поверхностей.

Недостатки Z-буферного алгоритма:

- Требуется значительного объема памяти для буферов.
- Реализация эффектов прозрачности и освещения может быть трудоемкой.

1.4.4 Алгоритм, использующий список приоритетов.

Алгоритмы, использующие список приоритетов, предполагают предварительную сортировку элементов по глубине. Запись в буфер кадра происходит начиная с наиболее удаленных от наблюдателя элементов. Ближе

расположенные элементы последующим образом перезаписывают информацию в буфере. Взаимодействие прозрачных элементов с буфером осуществляется через частичную корректировку его содержимого, учитывая атрибуты прозрачности. Подход известен как «алгоритм художника». Это аналогия с тем, как художник создает картину: сначала фон, затем средний план, и в конце передний план. Алгоритм художника — простейший программный вариант решения «проблемы видимости» [5, 6].

Однако, этот подход имеет недостатки:

- *Масштабируемость*: Временная сложность алгоритма художника сильно зависит от алгоритма сортировки. Это делает подход более подходящим для малых сцен.
- *Требование к памяти*: алгоритм требует информацию обо всем списке треугольников, что потребляет значительное количество памяти и исключает возможность потоковой реализации рендеринга.
- *Неопределенность порядка*: Алгоритм может дать сбой в некоторых случаях, включая циклическое перекрытие или проникновение многоугольников [5].

1.4.5 Алгоритм Варнока.

Алгоритм Варнока использует принцип когерентности, по которому большие области изображения однородны, и работает в пространстве изображения. Основная идея - разбивать окно на подокна до тех пор, пока их содержимое не станет достаточно простым для визуализации, или размер подокна не достигнет заданного предела разрешения [6, 7]

Конкретная реализация зависит от метода разбиения окна и критерия, определяющего простоту содержимого окна.

- В оригинальной версии алгоритма окно делится на четыре равных по размеру подокна.

- Вариант Вейлера и Азертонга предполагает разбиение окна по рёбрам изображаемых многоугольников [7].

Эффективность данного алгоритма зависит от сложности сцены. Использование полигональной сетки может замедлить его выполнение.

1.4.6 Алгоритм прямой и обратной трассировки лучей.

Методы прямой и обратной трассировки лучей используются для отслеживания траектории лучей от источника света до камеры, учитывая взаимодействие с объектами на пути.

- **Прямая трассировка лучей:** Строит траектории лучей от всех источников света до всех точек сцены, включая те, которые не попадают в камеру. Из-за этого, метод считается неэффективным.
- **Обратная трассировка лучей:** Эффективнее, учитывая взаимное влияние объектов друг на друга. Позволяет рассчитывать тени, многократные отражения и преломления. Однако имеет недостатки в виде неучёта вторичного освещения, высокой вычислительной стоимости, резких границ цветовых переходов и дискретности первичных лучей [8].

1.4.7 Выбор алгоритма удаления скрытых линий и поверхностей

Для наглядности эффективности алгоритмов была составлена Таблица:

На основании рассмотренных алгоритмов, я пришел к выводу, что Алгоритм Z-буфера представляет собой оптимальный выбор для удаления невидимых линий и поверхностей. Он обеспечивает быструю обработку сцен любой сложности и адаптируется под изменения в освещении и закрашке. При небольшом размере изображения Z-буфер эффективно обрабатывает большое количество объектов без проблем с памятью. Благодаря

	z-буфер	Обратная трассировка лучей	Варнок	Робертс
Вычисл. сложность, N – кол-во граней; C – кол-во пикселей	$O(CN)$	$O(CN)$	$O(CN)$	$O(N^2)$
Рабочее пространство	Изображение	Изображение	Изображение	Объектное
Трудности реализации	Низкая	Средняя	Средняя	Высокая
Производит. при сложной сцене	Высокая	Низкая	Средняя	Низкая

Таблица 1.1: Сравнение алгоритмов удаления невидимых линий и поверхностей.

простоте понимания и отладки, алгоритм Z-буфера является доступным и эффективным решением для данной задачи.

1.5 Алгоритмы построения теней

1.5.1 Модификация Z-буфера

Учёт теней в алгоритмах удаления невидимых поверхностей может быть выполнен путём модификации Z-буфера. Z-буфер хранит информацию о глубине каждого пикселя в сцене. Однако для учёта теней этот процесс требует дополнительного шага.

Модификация Z-буфера включает в себя добавление информации о тени для каждого пикселя. Значение, которое указывает, находится ли пиксель в тени или нет, сохраняется вместе с глубиной каждого пикселя. При рендеринге сцены с учётом теней, пиксели, находящиеся в тени, не обновляют свою глубину, и они могут быть отображены с учётом соответствующей интенсивности тени. Определение, какие пиксели находятся в тени,

является важным аспектом этого подхода. Это требует предварительных вычислений для определения, какие объекты или грани создают тень [9].

В итоге, модификация Z-буфера позволяет эффективно учесть тени при рендеринге сцены, одновременно выполняя удаление невидимых поверхностей. Этот подход требует дополнительных вычислений и хранения информации о тени, но он позволяет достичь реалистичного отображения теней на изображении.

1.5.2 Модификация Вейлера-Азертона

1. На первом шаге с помощью алгоритма удаления невидимых поверхностей выбираются освещенные грани, т. е. грани, которые видны из положения источника света. Для увеличения эффективности, в памяти хранятся именно эти грани, что позволяет избежать удвоения обрабатываемых граней для выпуклого многоугольника. Освещенные многоугольники помечаются и преобразуются к исходной ориентации, где они приписываются к своим прототипам в качестве многоугольников детализации поверхности. Чтобы избежать появления ложных теней, сцену рассматривают в пределах видимого или отсекающего объема, определенного положением источника света.
2. На втором шаге объединенные данные о многоугольниках обрабатываются из положения наблюдателя. Если какая-то часть не освещена, применяется соответствующее правило затенения. Если источников света несколько, то используется несколько наборов освещенных граней [9].

Выбор модифицированного Z-буфера для построения теней в данном контексте является оптимальным. Это обусловлено его эффективностью и совместимостью с уже используемым Z-буфером для удаления невидимых поверхностей. Использование одной и той же технологии упрощает интеграцию и обеспечивает более быструю и эффективную обработку графической информации.

1.6 Вывод.

Анализ подходов к заданию трехмерных моделей привел к выбору поверхностных моделей. Для удаления невидимых ребер применен алгоритм Z-буфера. Модификация Z-буфера использована для построения теней, обеспечивая совместимость и упрощенную интеграцию. Представление моделей основано на списке граней, облегчающем модификацию. В задаче макетирования загородной среды применены полигональные сетки и поверхностные модели для эффективного использования ресурсов.

Литература

- [1] A. Lovett K. Appleton B. Warren-Kretzschmar. Using 3D visualization methods in landscape planning: An evaluation of options and practical issues // Landscape and Urban Planning. 2015. С. 85–94.
- [2] Лисяк В.В. Основы геометрического моделирования. 2022. С. 6–7.
- [3] В. Ю. Донченко Е.Н. Черевань. Обзор и анализ методов построения геометрических моделей сложных конструкций. Режим доступа: https://dspace.lgpu.org/xmlui/bitstream/handle/123456789/4116/700-19_%20sb.pdf?sequence=1&isAllowed=y#page=17 (дата обращения: 19.07.2023). 2014.
- [4] А.В. Киселёв Г.Н. Верхотурова. Способы представления и размещения трехмерных моделей для прототипирования ювелирных изделий // Материалы VI Международной научно-практической конференции (школы-семинара) молодых ученых. 2020. С. 840–842.
- [5] Gambetta G. Computer Graphics from Scratch. 2021. С. 47–50.
- [6] Головнин А.А. Базовые алгоритмы компьютерной графики. 2016. С. 12–16.
- [7] Провкин В. А. Построение реалистичных изображений при помощи алгоритма Варнока и сравнение эффективности различных его реализаций. 2017.
- [8] Янова Р. Д. Метод прямой и обратной трассировки // Вестник науки и образования. 2016. С. 29–30.
- [9] Куров А.В. Конспект лекций по дисциплине компьютерная графика. 2023.