

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

(национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТІ	EΤ	«Информатика и системы управления»	
КАФЕЛРА	«П	рограммное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»	

РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

HA TEMY:

«Макетирование и визуализация загородной местности»

Студент <u>ИУ7-56Б</u> (Группа)	(Подпись, дата)	Вольняга М. Ю (И. О. Фамилия)
Руководитель курсовой работы	(Подпись, дата)	<u>Мальцева Д. Ю.</u> (И. О. Фамилия)

СОДЕРЖАНИЕ

O.	ПРЕ	ДЕЛЕНИЯ	3
O	БОЗ	НАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ	4
B	вед	ЕНИЕ	5
1	Ана	алитический раздел	6
	1.1	Способы определения моделей	6
	1.2	Методы представления трехмерных поверхностей	7
	1.3	Формализация объектов сцены	9
	1.4	Алгоритмы удаления скрытых линий и поверхностей	10
	1.5	Алгоритмы построения теней	13
	1.6	Постановка задачи	15
2	Ког	нструкторский раздел	17
	2.1	Требования к программному обеспечению	17
	2.2	Разработка алгоритмов	17
	2.3	Выбор используемых типов и структур данных	20
3	Tex	нологический раздел	22
	3.1	Средства реализации	22
	3.2	Сведения о модулях программы	22
	3.3	Реализация алгоритмов	23
\mathbf{C}	пис	ОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	26

ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В настоящей расчетно-пояснительной записке применяют следующие термины с соответствующими определениями.

Бикубический — это термин, который указывает на то, что уравнения, описывающие координаты точек поверхности, содержат две пары параметров с показателями степени, не превышающими третьей [1].

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

В настоящей расчетно-пояснительной записке применяют следующие сокращения и обозначения.

Программное обеспечение — ΠO

ВВЕДЕНИЕ

ПО для макетирования и визуализации загородной местности может применяться в ландшафтном дизайне, архитектуре и планировании территории. Визуализация при планировании местности улучшает коммуникацию и снижает риск недопонимания между заказчиком и исполнителем [2].

Цель работы — разработка программного обеспечения для макетирования и визуализации загородной местности.

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие задачи:

- формально описать структуру объектов;
- выбрать алгоритмы трехмерной графики для визуализации сцены и объектов;
- разработать выбранные алгоритмы;
- выбрать структуры данных для объектов сцены;
- выбрать язык программирования;
- реализовать выбранные алгоритмы;
- разработать программное обеспечение для макетирования и визуализации загородной местности.

1 Аналитический раздел

В данном разделе описаны способы описания моделей, методы представления трехмерных поверхностей, формализация объектов сцены, алгоритмы удаление скрытых линий и поверхностей и алгоритмы построения теней.

1.1 Способы определения моделей

В системах трехмерного моделирования используются каркасные, поверхностные и объемные твердотельные модели. Правильный выбор метода определения моделей на сцене определяет размер и визуализацию модели на сцене.

Каркасная модель — это простейшая модель трехмерного объекта, представляющая собой совокупность вершин, соединенных между собой ребрами [1]. Главным недостатком данной модели является отсутствие информации о поверхности объекта, что делает невозможным разграничение внутренних и внешних граней, например, как на рисунке 1.1. Каркасная модель занимает меньше памяти и эффективна для простых задач [3].

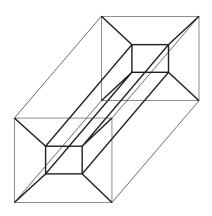


Рисунок 1.1 – Пример каркасной модели

Поверхностная модель, в отличие от каркасной, включает в себя не только вершины и ребра, но также поверхности, создавая визуальный контур объекта [1]. Каждый объект в данной модели обладает внутренней и внешней частью, как на рисуноке 1.2.

В основу поверхностной модели положены два основных математических положения:

– любую поверхность можно аппроксимировать многогранником, где каждая грань представляет собой простейший плоский многоугольник [3]; в модели допускаются не только плоские многоугольники, но и поверхности второго порядка, а также аналитически неописываемые поверхности [3].

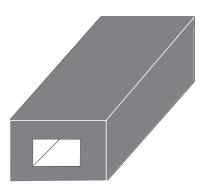


Рисунок 1.2 – Пример поверхностной модели

Недостаток поверхностной модели — отсутствует информация, о том, с какой стороны поверхности находится материал, а с какой пустота.

Твердотельная модель отличается от поверхностной тем, что включает информацию о расположение материала с обеих сторон поверхности [3].

Выбор определения моделей

В данной задаче наиболее оптимальными являются поверхностные модели объектов, так как каркасные модели недостаточно полно представляют форму объекта, а твердотельные модели избыточны.

1.2 Методы представления трехмерных поверхностей

Метод полигональной сетки представляет объект в виде связанной между собой сетки плоских многоугольников [1], как показано на рисунке 1.3.

Метод параметрических бикубических кусков использует математические формулы, описывающие координаты поверхностей. Этот подход обеспечивает высокую точность при описании поверхности и требует меньше элементов для представления сложных форм, в сравнении с полигональными сетками. Однако алгоритмы, работающие с бикубическими кусками сложнее [1].

В рамках данной задачи выбран метод полигональной сетки. Этот выбор обоснован геометрической простотой объектов сцены и отсутствием необходимости использования сложных математических формул. Использование полигональной сетки позволит применять более простые алгоритмы для обработки объектов [1].

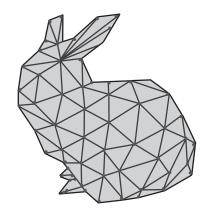


Рисунок 1.3 – Пример полигональной сетки, изображающей кролика

Способы описания полигональных сеток

Наиболее распространенные методы представления полигональных сеток, рассматриваются в [4].

- 1) Список граней распространенный метод представления трехмерных моделей, описывает объект как множество граней и вершин, где каждая грань имеет минимум 3 вершины. Преимущества: простота поиска вершин грани, динамическое обновление формы без изменения связности граней. Недостатки: трудности при операциях разрыва и объединения граней, а также проблемы с поиском граней.
- 2) Вершинное представление это метод представления модели через множества вершин, которые связаны между собой. В качестве *преимущества* можно выделить его простату. К *недостаткам*: отсутствие явной информации о гранях и ребрах, а также редкое использование в современных системах визуализации.
- 3) «Крылатое» представление метод, представляющий модель как упорядоченное множество граней вокруг ребра. *Преимущество*: решение проблемы перехода от ребра к ребру через упорядоченное множество граней. *Недостаток*: высокие требования к памяти из-за увеличивающейся сложности структуры

Выбор способа описания полигональной сетки

Для работы выбран метод представления моделей через список граней, обеспечивающий ясное описание и удобный доступ к элементам сетки. Этот подход упрощает модификацию моделей, включая добавление, удаление и изменение граней и вершин.

1.3 Формализация объектов сцены

Сцена — это прямоугольный параллелепипед, состоящий из сетки квадратов, на которой размещаются объекты. Пользователь определяет границы сцены, указывая количество квадратов по ширине и длине. Размер каждого квадрата является постоянным и устанавливается программно. Цвет сцены — светло-зеленый.

Объекты сцены

- 1) Программа включает два типа домов: «стандартный» (одноэтажное здание, 3 × 2 квадрата) и «премиальный» (двухэтажное сооружение с гаражом, 3 × 3 квадрата, включая гаражные стены, крышу и ворота). Каждый дом представляет собой единый объект, но состоит из нескольких компонентов: крыша (состоит из двух треугольников и двух трапеций, коричневого цвета), стены (формируются вертикальными плоскостями, бежевого цвета), окна (вертикальные плоскости, расположены в середине стены, голубого цвета), дверь (вертикальная плоскость, расположена посередине стены, коричневого цвета), ворота (вертикальная плоскость, расположена посередине двух стен, коричневого цвета).
- 2) Дороги занимают один квадрат сцены и имеют темно-серый цвет.
- 3) Тротуары аналогичны дорогам, светло-серого цвета.
- 4) Машины цельный объект из четырех колес, шести стекол и кузова. В программе имеется выбор модели машины, различного цвета. Компоненты машины: кузов (формируется набором плоскостей, имитирующих реальные автомобили, цвет красный или серый), колеса (представляют собой цилиндрические объекты, черного цвета), окна (плоскости, встроенные в кузов автомобиля, голубого цвета).
- 5) Деревья состоят из листвы и ствола, представляют цельный объект сцены и занимают один квадрат сцены. Листва имеет зеленый цвет, а ствол коричневый;
- 6) Кусты схожи с деревьями, но без ствола. Занимают один квадрат сцены.

Объекты сцены определены заранее и не могут быть изменены. ПО позволяет перемещать или удалять объекты на сцене. Есть ограничение на размещение моделей на сцене, а именно, машина может размещаться только на дороге. Дома, дороги, тротуары, деревья и кусты могут размещаться только на свободных квадратов сцены. Размер сцены ограничен.

Источник света

Для моделирования освещения в компьютерной графике обычно используются три основных типа источников света: точечные, направленные и общий свет (Ambient Light) [5]. В данной работе выбор сделан в пользу точечного источника света.

Точечный источник света излучает свет равномерно во все стороны из определенной точки в трехмерном пространстве, что позволяет эффективно управлять освещением и тенями на сцене, учитывая положение объектов относительно источника света. Положение источника света устанавливается относительно текущей точки наблюдения с помощью последовательных поворотов по осям X и Y [5].

1.4 Алгоритмы удаления скрытых линий и поверхностей

Алгоритмы удаления невидимых частей сцены классифицируются на основании следующих критериев:

- 1) выбор удаляемых частей: линий, ребер, поверхностей, объемов;
- 2) порядок обработки элементов сцены: удаление может быть определено процессом визуализации или выполняться в произвольном порядке;
- 3) зависимость от системы координат: существуют алгоритмы, работающие в пространстве объектов, где каждая из N граней объекта сравнивается с остальными N-1 гранями (объем вычислений растет как N^2), а также алгоритмы, работающие в пространстве изображения, когда для каждого пикселя изображения определяется, какая из N граней объекта видна (при разрешении экрана $M \times M$ объем вычислений растет как $M^2 \times N$) [6].

Алгоритм Робертса применяется к выпуклым объектам в трехмерном

пространстве, представленным как многогранники, образованные пересечением плоскостей [6].

- 1) Удаление нелицевых плоскостей перед определением видимости.
- 2) Сравнение каждого ребра с каждым объектом (вызывает значительный объем вычислений, растущий квадратично по числу объектов в сцене).
- 3) Вычисляются новые ребра от пересечения объектов.

Z-буферный алгоритм удаления поверхностей

Алгоритм представляет собой расширение обычного буфера кадра, который хранит цвета каждого пикселя. В Z-буферном алгоритме, дополнительно к каждому пикселю присваивается значение глубины (Z-координата). При добавлении нового пикселя в буфер, сравнивается его Z-координата с той, что уже находится в буфере. Если новый пиксель ближе к наблюдателю (т.е. его Z-координата больше, рисунок 1.4), его атрибуты и Z-координата записываются в буфер [6]. Пример работы алгоритма на рисунке 1.5.

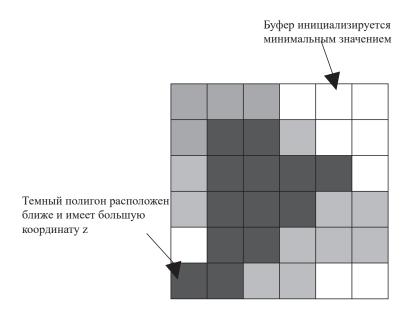


Рисунок 1.4 – Визуализация состояния Z-буфера

Преимущества Z-буферного алгоритма: поддерживает сцены произвольной сложности, отсутствует необходимость в сортировке, что требуется в других алгоритмах, вычислительная сложность линейно зависит от числа анализируемых поверхностей. Недостаток Z-буферного алгоритма: требует значительного объема памяти для буферов [6]

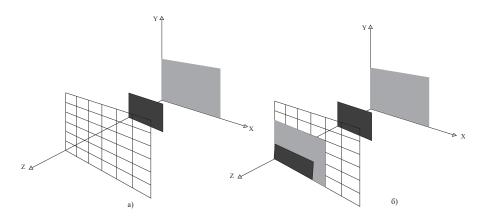


Рисунок 1.5 – Работа алгоритма с Z-буфером

Алгоритм Варнока

Алгоритм Варнока использует принцип когерентности, по которому большие области изображения однородны. Алгоритм работает в пространстве изображения. Основная идея — разбивать окно на подокна до тех пор, пока их содержимое не станет достаточно простым для визуализации, или размер подокна не достигнет заданного предела разрешения [6; 7]

Конкретная реализация зависит от метода разбиения окна и критерия, определяющего простоту содержимого окна. В оригинальной версии алгоритма окно делится на четыре равных по размеру подокна. Вариант Вейлера и Азертона предполагает разбиение окна по ребрам изображаемых много-угольников. Эффективность данного алгоритма зависит от сложности сцены. Использование полигональной сетки может замедлить его выполнение [7].

Алгоритм прямой и обратной трассировки лучей

Алгоритмы используются для отслеживания траектории лучей от источника света до камеры, учитывая взаимодействие с объектами на пути.

Прямая трассировка лучей строит траектории лучей от всех источников света до всех точек сцены, включая те, которые не попадают в камеру. Из-за этого, метод считается неэффективным [8].

Обратная трассировка лучей — алгоритм при котором отслеживание лучей осуществляется не от источников света, а в обратном направлении от точки наблюдения. Учтены только лучи, влияющие на формирование изображения (см. рисунок 1.6). Недостатки алгоритма включают неучет вторичного освещения, высокую вычислительную стоимость и дискретность первичных лучей. Тем не менее, алгоритм поддерживает расчет теней, многократных отражений и преломлений [8].

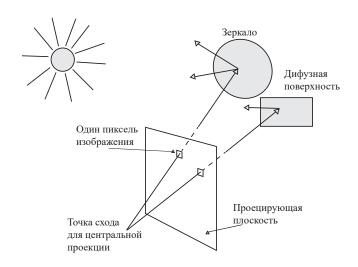


Рисунок 1.6 – Схема обратной трассировки лучей

Выбор алгоритма удаления скрытых линий и поверхностей

На основании рассмотренных алгоритмов, Z-буфер является оптимальным выбором для удаления невидимых линий и поверхностей. Он обеспечит быструю обработку сцен любой сложности и адаптируется под изменения в освещении и закраске. При небольшом размере изображения Z-буфер эффективно обрабатывает большое количество объектов без проблем с памятью.

1.5 Алгоритмы построения теней

Модификация Z-буфера

В алгоритмах отображения сцены можно адаптировать Z-буфер для отслеживания теней. Изначально, этот буфер хранит данные о глубине каждого пикселя, но для точного отображения теней нужен дополнительный этап.

Первым шагом камера устанавливается на место источника света, позволяя занести данные о глубине каждой точки в теневой буфер. Это гарантирует, что все отмеченные точки расцениваются как освещенные [9].

Далее формируется изображение с точки зрения наблюдателя. На этом этапе каждый пиксель анализируется с учетом его расстояния до источника света и сопоставляется с данными из теневой карты. Если расстояние до пикселя больше значения из теневой карты, пиксель считается находящимся в тени и отображается с акцентом на рассеянном свете, это можно увидеть на примере рисунка 1.7, точка B имеет большее расстояние до источника света, чем восстановленный из карты теней, следовательно точка B будет в тени, а точка A находится на том же расстоянии от источника света, что и восстановлено

из карты теней и не будет затемнена. В итоге, модификация Z-буфера позволяет эффективно учесть тени при рендеринге сцены, одновременно выполняя удаление невидимых поверхностей [9].

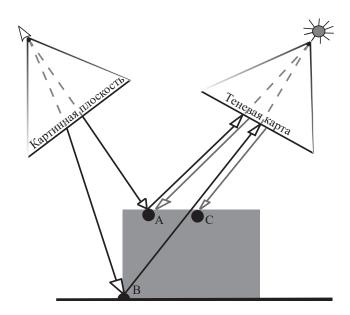


Рисунок 1.7 – Пример определения тени, алгоритмом модификации Z-буфера

Модификация Вейлера-Азертона

На первом шаге с помощью алгоритма удаления невидимых поверхностей выбираются освещенные грани, т. е. грани, которые видны из положения источника света. Для увеличения эффективности, в памяти хранятся именно эти грани, что позволяет избежать удвоения обрабатываемых граней для выпуклого многоугольника. Освещенные многоугольники помечаются и преобразуются к исходной ориентации, где они приписываются к своим прототипам в качестве многоугольников детализации поверхности. Чтобы избежать появления ложных теней, сцену рассматривают в пределах видимого или отсекающего объема, определенного положением источника света [9].

На втором шаге объединенные данные о многоугольниках обрабатываются из положения наблюдателя. Если какая-то часть не освещена, применяется соответствующее правило затенения. Если источников света несколько, то используется несколько наборов освещенных граней [9].

Выбор алгоритма построения теней

Выбор модифицированного Z-буфера для построения теней в данном контексте является оптимальным. Это обусловлено его эффективностью и совместимостью с уже используемым Z-буфером для удаления невидимых поверхностей. Использование одной и той же технологии упрощает интеграцию.

1.6 Постановка задачи

Вывод

Сравнение алгоритмов удаления невидимых линий и поверхностей приведено в таблице 1.1, в строке «Вычислительная сложность» N и C означают, количество граней и количество пикселей, соответственно.

Таблица 1.1 – Сравнение алгоритмов удаления невидимых линий и поверхностей.

	z -буфер	Обратная	Варнок	Робертс
		трассиров-		
		ка лучей		
Вычисл.	O(CN)	O(CN)	O(CN)	$O(N^2)$
сложность				
Производит.	Высокая	Низкая	Средняя	Низкая
при слож-				
ной сцене				
Рабочее	Изображение	Изображение	Изображение	Объектное
простран-				
ство				
Использов.	Нет	Да	Да	Нет
рекур-				
сивных				
вызовов				

В представленном разделе были выбраны: поверхностные модели для описания трехмерных объектов, полигональные сети с использованием списка граней для представления трехмерных поверхностей, а также удаление невидимых ребер алгоритмом Z-буфера и построение теней с использованием модификации Z-буфера. Были формализованы объекты сцены.

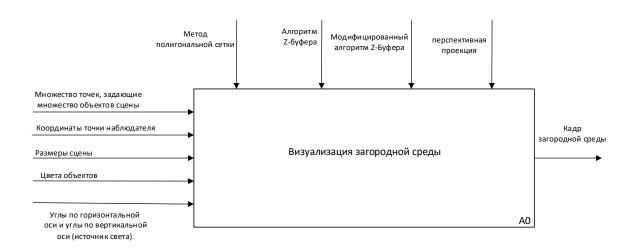


Рисунок 1.8 – Диграмма IDEF0 постановки задачи нулевого уровня

2 Конструкторский раздел

В этом разделе представлены требования к программному обеспечению, а также схемы алгоритмов, выбранных для решения поставленной задачи.

2.1 Требования к программному обеспечению

Программа должна обладать следующей функциональностью:

- создавать сцену с определенным размером;
- размещать, удалять и перемещать отдельные объекты сцены;
- добавлять источник света;
- поворачивать, перемещать и масштабировать сцену с объектами.

Программа должна корректного реагирования на все действия пользователя.

2.2 Разработка алгоритмов

На рисунке 2.1 представлена схема алгоритма поиска Z-буфера. На вход алгоритму подаются следующие параметры: буфер глубины, буфер кадра, массив с полигонами сцены и атрибуты этих полигонов.

На рисунке 2.1 представлена схема алгоритма поиска Z-буфера. На вход алгоритму подаются следующие параметры: буфер глубины, буфер кадра, массив с полигонами сцены и атрибуты этих полигонов.

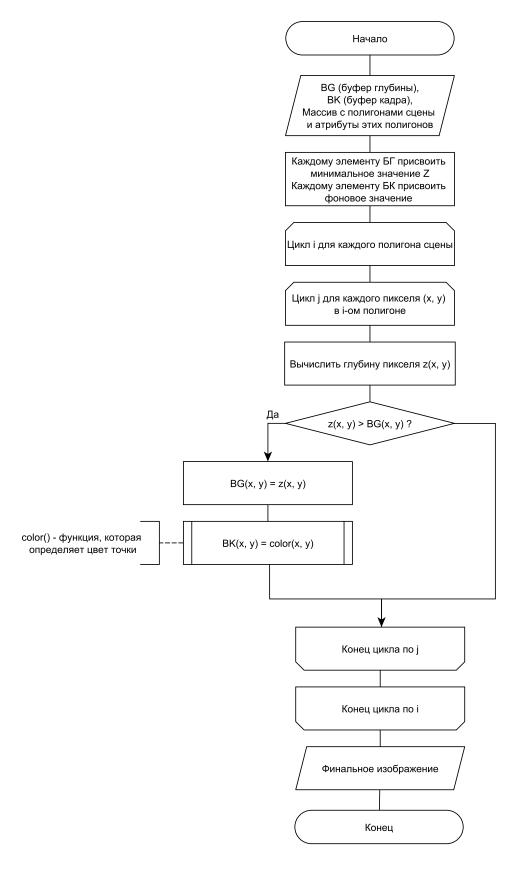


Рисунок 2.1 – Схема алгоритма Z-буфера

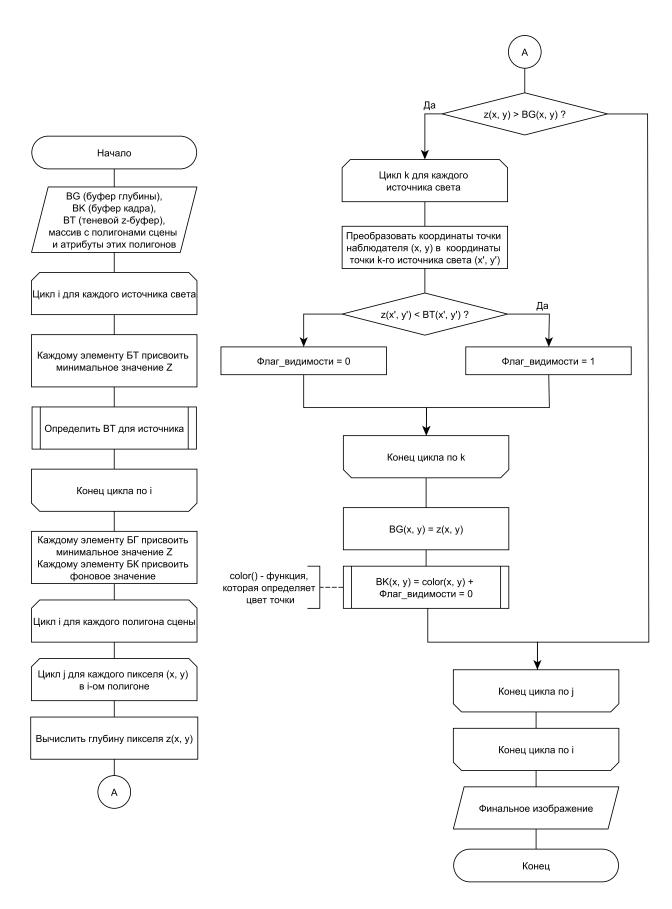


Рисунок 2.2 – Схема модифицированного алгоритма Z-буфера

2.3 Выбор используемых типов и структур данных

- 1) Точка задается координатами (x, y, z).
- 2) Полигон задается тремя точками и храниться в массиве.
- 3) Объекты сцены зада полигонами в виде массива.
- 4) Источник света задается углом, по осям X и Y относительно точки наблюдателя.

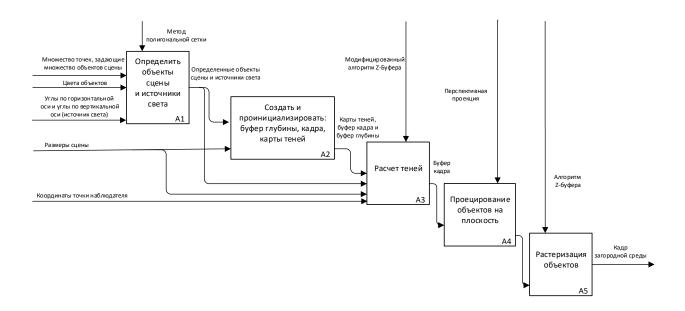


Рисунок 2.3 – Диграмма IDEF0 первого уровня постоения изображения

Вывод

В данном разделе представлены: требования к ΠO , схемы алгоритмов, а также описаны типы и структуры данных, которые будут использоваться при реализации ΠO .

3 Технологический раздел

В данном разделе будут приведены средства реализации, сведения о модулях программы, листинги кода реализации алгоритмов и интерфейс программного обеспечения.

3.1 Средства реализации

В качестве языка программирования для разработки программного обеспечения был выбран язык C++ [10]. Данный выбор обусловлен следующим:

- 1) возможность реализовать все алгоритмы, выбранные в результате проектирования.
- 2) поддержка языком всех типов и структур данных, выбранных в результате проектирования;

3.2 Сведения о модулях программы

Программа состоит из трех программных модулей:

- 1) таіп.срр файл, который включает в себя точку входа программы.
- 2) mainwindow.cpp, mainwindow.h модуль пользовательского интерфейca;
- 3) mainwindow.ui форма пользовательского интерфейса;
- 4) Drawer.cpp, Drawer.h модуль вывода результата работы программы на экран;
- 5) Facade.cpp, Facade.h модуль реализующий действия пользователя;
- 6) Platform.cpp, Platform.h модуль реализующий действия с сценой (платформой на которую устанавливаются объекты);
- 7) Model.cpp, Model.h модуль реализующий действия с объектами;
- 8) Point.cpp, Point.h модуль реализующий действия с точками объекта;

- 9) Polygon.cpp, Polygon.h модуль реализующий действия с полигонами объекта;
- 10) Vertex.cpp, Vertex.h модуль реализующий действия с вершинами объекта;
- 11) Light.cpp, Light.h модуль реализующий действия с источником света;

3.3 Реализация алгоритмов

В листинге 3.1 приведен фрагмент реализации модифицированной версии алгоритма Z-буфера для построения теней.

Листинг 3.1 – фрагмент реализации модифицированного алгоритма Z-буфера

```
1
   void Drawer::zBufForModel(vector < Polygon > & polygons,
2
      vector < Vertex > & vertices ,
                                Eigen::Matrix4f &trans_mtr, size_t
3
                                  color, Platform *scene, size_t
                                  buf_w,
                                size_t buf_h)
4
   {
5
       /* ... */
6
       for (size_t cur_polygon = 0; cur_polygon < polygons.size();</pre>
7
          cur_polygon++)
       {
            Eigen::MatrixXf cord_vec(3, 4);
9
            vector < size_t > cur_point =
10
               facets.at(cur_polygon).getUsedVertices();
            for (int i = 0; i < 3; i++)</pre>
11
12
                dotsArr[i] =
13
                   vertices.at(cur_point.at(i)).getPosition();
                cord_vec.row(i)
14
                     << dotsArr[i].getXCoord(),
15
                    dotsArr[i].getYCoord(), dotsArr[i].getZCoord(),
16
                       1;
            }
17
            cord_vec *= dottrans_mtr;
18
            /* ... */
19
            for (int cur_y = (y1 < 0) ? 0 : y1;
20
                 cur_y < ((y2 >= (int)buf_h) ? (int)buf_h - 1 : y2);
21
                    cur_y++)
            {
22
                double a_inc = 0;
23
                if (y1 != y2)
24
                     a_{inc} = (double)(cur_y - y1) / (y2 - y1);
25
                double b_inc = 0;
26
                if (y1 != y3)
27
                    b_{inc} = (double)(cur_y - y1) / (y3 - y1);
28
                int x_a = round(x1 + (x2 - x1) * a_inc);
29
                int x_b = round(x1 + (x3 - x1) * b_inc);
30
                double z_a = z1 + (z2 - z1) * a_{inc};
31
                double z_b = z1 + (z3 - z1) * b_inc;
32
```

```
/* ... */
33
                for (int cur_x = x_a; cur_x <= x_b; cur_x++)</pre>
34
35
                    double curZ = z_a + (z_b - z_a) * (cur_x - x_a)
36
                       / (x_b - x_a);
                    if (curZ >= depthBuffer.at(cur_x).at(cur_y))
37
38
                    {
                         short visible = 0;
39
                         for (size_t i = 0; i < scene->getLightNum()
40
                            && !visible; i++)
                         {
41
42
                             /* ... */
                             if (x < (int) shadowMap -> size() && x >= 0
43
                                &&
44
                                 y < (int)shadowMap->at(0).size() &&
                                    y >= 0 &&
                                 fabs(shadowMap->at(x).at(y) -
45
                                    newCoordinates(0, 2)) < 2)</pre>
                                 visible = 1;
46
47
                         // Обновляем буфер глубины текущим значением
48
                            z.
                         depthBuffer.at(cur_x).at(cur_y) = curZ;
49
                         if (scene->getLightNum())
50
                             // Если пиксель видим, обновляем буфер
51
                                кадра соответствующим цветом и
                                признаком видимости.
                             frameBuffer.at(cur_x).at(cur_y) = color
52
                                + visible;
53
                         else
                             frameBuffer.at(cur_x).at(cur_y) = color
54
                                + 1;
                    }
55
                }
56
           }
57
           // Аналогичные операции выполняются для следующей части
58
              полигона (от у2 до у3)
       }
59
60 }
```

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. Лисяк В. В. Основы геометрического моделирования. 2022.
- 2. Lovett A. Appleton K. W.-K. B. Using 3D visualization methods in landscape planning: An evaluation of options and practical issues // Landscape and Urban Planning. 2015. C. 85—94.
- 3. Донченко В. Ю. Ч. Е. Н. Обзор и анализ методов построения геометрических моделей сложных конструкций. 2014.
- 4. *Киселев А. В. В. Г. Н.* Способы представления и размещения трехмерных моделей для прототипирования ювелирных изделий // Материалы VI Международной научно-практической конференции (школы-семинара) молодых ученых. 2020. С. 840—842.
- 5. Gambetta G. Computer Graphics from Scratch. -2021.
- 6. Γ оловнин A. A. Базовые алгоритмы компьютерной графики. 2016.
- 7. Провкин В. А. Построение реалистичных изображений при помощи алгоритма Варнока и сравнение эффективности различных его реализаций. 2017.
- 8. Янова Р. Д. Метод прямой и обратной трассировки // Вестник науки и образования. 2016. С. 29—30.
- 9. *Куров А. В.* Конспект лекций по дисциплине компьютерная графика. 2023.
- 10. Документация по C++20. Режим доступа: https://learn.microsoft.com/ru-ru/cpp/cpp/?view=msvc-170/ (дата обращения: 20.11.2023).