Taller función gamma

Probabilidad y Estadística

11 septiembre, 2024

Table of Contents

# Taller de combinatoria

Veamos como calcular números factoriales de forma exacta y cómo aproximar números factoriales grandes mediante la función gamma.

## La función gamma

La función gamma tiene diversas definiciones en la matemática. La definición que utilizaremos es:

Resolvamos esta integral en el caso con . Recordemos que la fórmula integración por partes en este caso es:

Apliquemos el método de integración por partes a la función

como

tenemos que

Por lo que hemos encontrado una fórmula recursiva, en al que si queremos saber tenemos que saber que vale y utilizar la fórmula anterior.

Además

Por lo tanto $si

## Las fórmulas recursivas

La fórmulas recursivas son las que dependen de un valor anterior al que se calcula. La más popular es el factorial

La definición de factorial de un número natural , es ¡¡obviamente!! recursiva

$$
\begin{aligned}
\verb+factorial+ = n!: & \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}\\
& n \longrightarrow n\cdot (n-1)\cdot (n-2) \ldots \cdot 3\cdot 2\cdot 1.
\end{aligned}
$$

Se define con estas reglas:

1. factorial(0)=.
2. factorial(n+1)=

En la notación matemática, como ya sabéis el factorial se representa con el símbolo de exclamación/admiración; así

1. factorial(0):= .
2. factorial(n+1):= .

Así tenemos que

En R la función factorial es factorial(n) para un , mientras que la función es gamma(z) para un .

factorial(0:10)

## [1] 1 1 2 6 24 120 720 5040 40320  
## [10] 362880 3628800

gamma((1:10)+1)

## [1] 1 2 6 24 120 720 5040 40320 362880  
## [10] 3628800

factorial(1:10)==gamma((1:10)+1)

## [1] TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE

all(factorial(1:10)==gamma((1:10)+1))

## [1] TRUE

gamma(1/2)

## [1] 1.772454

sqrt(pi)

## [1] 1.772454

gamma(1/2)==sqrt(pi)

## [1] FALSE

dplyr::near(gamma(1/2),sqrt(pi))

## [1] TRUE

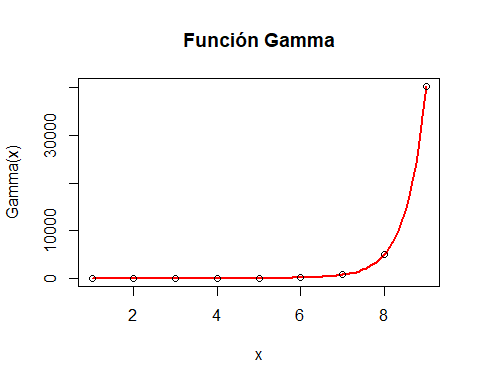
gamma(1/2)-sqrt(pi)

## [1] 2.220446e-16

# Gráfica función Gamma en los reales

Así la gráfica de la función gamma pasa por todos los pares para todo

curve(gamma(x),  
 xlim=c(1,9),col="red",  
 ylab="Gamma(x)",lwd=2,  
 frame.plot=TRUE,  
 main="Función Gamma")  
#axis(2, at = gamma(1:9),labels = gamma(1:9) )  
points(x = 1:9,y=factorial(0:8))



gamma(1:10)

## [1] 1 1 2 6 24 120 720 5040 40320 362880