

Engrega 1 problemas MAT3 (estadística) GIN2 2020-2021 - Probabilidad, Variables Aleatorias, Distribuciones Notables.

PONED LOS NOMBRES de grupo de autores

Taller1 evaluable. Entrega de problemas

Taller en grupo entregad las soluciones en Rmd y html o pdf. o si lo hacéis de forma manual y escanear el resultado, en un solo fichero.

Problema 1

Encuentra un ejemplo de tres sucesos A, B, C tales que A y B sean independientes, pero en cambio no sean condicionalmente independientes dado C .

Solución

Problema 2

Consideremos la v.a. continua X que tiene por función de densidad para a alguna constante $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$f_X(t) = \begin{cases} \alpha \cdot t^4, & \text{si } -1 < t < 1, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

1. Calculad α para que f_X sea densidad y especificad su dominio D_X .
2. Calculad la función de distribución de la v.a. X ; $F_X(x) = P(X \leq x)$.
3. Calculad $E(X)$ y $Var(X)$.
4. Calcula el cuantil 0.9 de X .

Solución

Problema 3

Sea Y una variable discreta con función de probabilidad :

$$P_Y(y) = \begin{cases} \alpha \cdot \frac{1}{x^2} & , \text{si } x = 2, -1, 0, 1, 2, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

1. Hallad la función de distribución $F_Y(y) = P(Y \leq y)$.
2. Calculad $E(Y)$ y $Var(Y)$
3. Calculad el cuantil 0.5 de Y

Solución

Problema 4

Tenemos un dado, bien balanceado, de doce caras numeradas del 1 al 12 (dodecaedro dados de rol).

- a) Calcular la función de probabilidad de la variables $X =$ número de la cara superior del dado en un lanzamiento, calcular $E(X)$ y $Var(X)$.

- b) Calcular la función de distribución de X y el cuantil 0.4.
- c) Si Y es al v.a. que cuenta el número de veces que tiramos el dado hasta obtener el primer 5 calcular la función de distribución de Y
- ¿Qué valor tienen $E(X)$ y $Var(X)$.

Solución

Problema 5

La proporción de niños pelirrojos es 1 cada 100. En una ciudad se produjeron 500 nacimientos (independientes) nacimientos en 2020, modelizada mediante una distribución binomial la variable X = número de niños pelirrojos nacidos entre los 500 niños. Utilizad R para calcular de forma exacta

- a) La probabilidad de que ninguno de los nacidos ese año sea pelirrojo.
- b) La probabilidad de que nazcan más de 2 niños pelirrojos
- c) Repetir los cálculos con R utilizando una aproximación Poisson

Solución

Problema 6

Las consultas a una base de datos llegan a un ritmo de medio $\lambda = 5$ peticiones por segundo. Sabemos que el número de peticiones que llegan en un segundo es una variable aleatoria que aproximadamente tienen una distribución de Poisson.

- a) Calcular la probabilidad que lleguen más de 10 peticiones en un 3 segundos.
- b) Calcular que entre una consulta y la siguiente pasen 0.5 segundos.
- c) Calcular el cuantil 0.5 de $X_{t=10}$ número de peticiones en 10 segundos utilizando R

Solución

Problema 7

Tenemos que elegir entre dos programas (Prog1 y Prog2), el objetivo es elegir el programa más rápido en tiempo de respuesta en nuestro cluster de ordenadores. El tiempo de ejecución del Prog1 se ha modelado según una $N(\mu_1 = 100, \sigma_1 = 300)$ (la probabilidad de un tiempo de ejecución negativo es despreciable) y en Prog2 según una $N(\mu_2 = 90, \sigma_2 = 300)$. Utilizad R para el cálculo final de las probabilidades de la normal.

- a) ¿Qué Programa elegimos si queremos que el 90% de los casos el tiempo de respuesta sea menor?
- b) Calcular la probabilidad de que el tiempo de ejecución sea mayor que 130 para cada algoritmo.

Problema 8

En la NBA el https://es.wikipedia.org/wiki/Jos%C3%A9_Manuel_Calder%C3%B3n fue en la temporada 2008-09 el jugador de baloncesto [con mejor porcentaje tiros libres anotados un 98.05%].

Justificar los cálculos con notación matemática y hacer el cálculo final con R

- a) ¿Cuál es el valor esperado y la varianza del número de tiros hasta aceptar los 10 tiros libres?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que acierte al menos 40 tiros libres de forma consecutiva.
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que haga una serie de 100 tiros hasta obtener el tercer fallo?