

Nombre:

Grupo:

MATEMÁTICAS III. GINF. CONTROL FINAL JULIO 2018-2019.

1) Consideremos los siguientes sucesos A y B tales que $P(A \cup B) = 0.8$, $P(A - B) = 0.4$ y $P(B - A) = 0.3$. Calcular $P(A \cap B)$, si es posible. **(0.5 puntos.)**

2) Consideremos los siguientes sucesos A , B y C tales que $P(A|B) = 0.4$, $P(A|C) = 0.7$, $P(B) = 1 - P(C) = 0.2$. Calcular $P(A)$ y $P(C|A)$. **(0.5 puntos.)**

3) Consideremos la siguiente muestra

$$4, -1, 3, -2, 2, 1, -3, -4$$

estimar el error estándar de la media muestral **(0.5 puntos.)**.

4) Sea X una v.a. gaussiana con $\mu = 7$ y $\sigma = 3$. Se toma una muestra aleatoria simple de la variable X de tamaño $n = 25$. Calcular $P(6 < \bar{X} < 8)$ **(0.5 puntos.)**.

5) La probabilidad de que un cierto jugador de baloncesto enceste un tiro libre es de $p = 0.85$. Si durante un partido este jugador lanza 20 tiros libres, contestar a las siguientes preguntas:

a) Sea X la variable aleatoria que cuenta el número de tiros libres fallados. Modelar X con una v.a. de las estudiadas en clase, justificando la decisión. **(0.5 puntos.)**

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no falle ninguno? **(0.5 puntos.)**

c) ¿Cuál es la probabilidad de que falle más de 2 y menos de 5? **(0.5 puntos.)**

d) ¿Cuál es el número esperado de tiros fallados? **(0.5 puntos.)**

6) Durante 120 días una persona observa el número de correos de SPAM recibidos cada día. Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

Número correos SPAM	2 o menos	3	4	5	6	7 o más
Número días	10	20	21	23	20	26

El número medio de correos diarios de SPAM durante este periodo fue de 5. Deseamos contrastar la hipótesis nula de que la distribución del número diario de mensajes de SPAM sigue una ley de Poisson. Para ello utilizaremos un test de bondad de ajuste de χ^2 .

Para realizar el test necesitamos conocer las frecuencias observadas y las esperadas. Los valores se muestran en la siguiente tabla:

Valores	2 o menos	3	4	5	6	7 o más
Frec. observada (o_i)	10	20	21	23	20	26
Frec. esperada (e_i)	14.95824	X	21.05608	X	17.54674	28.53798

Por otra parte, al realizar el test utilizando R obtenemos el siguiente resultado:

Chi-squared test for given probabilities

```
data: freq.obs  
X-squared = 2.9828, df = X, p-value = XXXXX
```

Se pide:

- a) Completar los valores que faltan (marcados con X) en la tabla de valores esperados. **(1 punto.)**
- b) Calcular el p-valor del contraste y decidir si se puede aceptar o no que los datos observados siguen una distribución de Poisson. **(1 punto.)**

7) Siguiendo con el ejemplo anterior, supongamos que la persona escoge aleatoriamente 200 de los mensajes recibidos durante un mes y que un 10% de los cuales son SPAM. Al cabo de 6 meses vuelve a realizar el estudio, para lo que elige aleatoriamente 250 de los mensajes recibidos durante el último mes, de los cuales un 15% son SPAM. Consideramos que las dos muestras observadas son independientes.

Queremos contrastar la hipótesis de que el porcentaje de SPAM es el mismo en los dos periodos de tiempo observados, respecto a de que es diferente:

- a) Escribir explícitamente las hipótesis nula y alternativa y calcular el estadístico de contraste adecuado **(0.5 puntos.)**
- b) Resolver el contraste calculando el p -valor. **(1 punto.)**
- c) Calcular el intervalo de confianza para la diferencia de porcentajes del 95% asociado al contraste de hipótesis. **(1 punto.)**

8) Durante 6 días consecutivos se mide el número medio de clicks por hora en los anuncios de una página web. Los valores obtenidos (`data`) son:

```
> data=c(17.62, 18.56, 21.52, 17.69, 20.73, 17.50)  
> mean(data)  
[1] 18.93667  
> sd(data)  
[1] 1.754043
```

El diseñador de la página web afirma que con su diseño el número medio de clicks es de 20 por hora. ¿Podemos aceptar esta afirmación con un nivel de significación del 5%, suponiendo que la distribución de los valores sigue una ley gaussiana? **(1.5 puntos.)**