

Taller 1 problemas. MAT3 (estadística) GIN2 2020-2021 - Probabilidad, Variables Aleatorias, Distribuciones Notables.

PONED LOS NOMBRES de grupo de autores

Taller1 evaluable. Entrega de problemas

Taller en grupo entregad las soluciones en ,Rmd y .html o .pdf. o si lo hacéis de forma manual y escanear el resultado, en un solo fichero.

Problema 1

Sean A , B y C tres sucesos tales que $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.4$ y $P(A \cup B) = 0.6$. Calcular $P(A \cap B)$.

Solución

Problema 2

Consideremos la v.a. continua X que tiene por función de densidad para a alguna constante $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$f_X(t) = \begin{cases} \alpha \cdot t^4, & \text{si } -1 < t < 1, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

1. Calculad α para que f_X sea densidad y especificad su dominio D_X .
2. Calculad la función de distribución de la v.a. X ; $F_X(x) = P(X \leq x)$.
3. Calculad $E(X)$ y $Var(X)$.
4. Calcula en cuantil 0.9 de X .

Solución

Problema 3

Sea Y una variable discreta con función de probabilidad :

$$P_Y(y) = \begin{cases} \alpha \cdot \frac{1}{x^2} & , \text{si } x = 2, -1, 0, 1, 2, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

1. Hallad la función de distribución $F_Y(y) = P(Y \leq Y)$.
2. Calculad $E(Y)$ y $Var(Y)$
3. Calculad el cuantil 0.5 de de Y

Solución

Problema 4

Tenemos un dado, bien equilibrado, de doce caras numeradas del 1 al 12 ([dodecaedro dados de rol](#)).

1. Calcular la función de probabilidad de la variables X = número de la cara superior del dado en un lanzamiento, calcular $E(X)$ y $Var(X)$.
2. Calcular la función de distribución de X y el cuantil 0.4.

3. Si Y es al v.a. que cuenta el número de veces que tiramos el dado hasta obtener el primer 5 calcular la función de distribución de Y
4. ¿Qué valor tienen $E(X)$ y $Var(X)$.

Solución

Problema 5

La proporción de niños pelirrojos es 1 cada 100. En una ciudad se produjeron 500 nacimientos (independientes) nacimientos en 2020, modelad mediante una distribución binomial la variable X = número de niños pelirrojos nacidos entre los 500 niños. Utilizad R para calcular de forma exacta

1. La probabilidad de que ninguno de los nacidos ese año sea pelirrojo.
2. La probabilidad de que nazcan más de 2 niños pelirrojos
3. Repetir los cálculos con R utilizando una aproximación Poisson

Solución

Problema 6

Las consultas a una base dato llegan a un ritmo de medio $\lambda = 5$ peticiones por segundo. Sabemos que el nombre de peticiones que llegan en un segundo es una variable aleatoria que aproximadamente tienen una distribución de Poisson.

1. Calcular la probabilidad que lleguen más de 10 peticiones en un 3 segundos.
2. Calcular que entre una consulta y la siguiente pasen 0.5 segundos.
3. Calcular el cuantil 0.5 de $X_{t=10}$ numero de peticiones en 10 segundos utilizad R

Solución

Problema 7

Tenemos que elegir entre dos programas (Prog1 y Prog2), el objetivo es elegir el programa más rápido en tiempo de respuesta en nuestro cluster de ordenadores. El tiempo de ejecución del Prog1 se ha modelado según una $N(\mu_1 = 100, \sigma_1 = 300)$ (la probabilidad de un tiempo de ejecución negativo es despreciable) y en Prog2 según una $N(\mu_2 = 90, \sigma_2 = 300)$. Utilizad R para el cálculo final de las probabilidades de la normal.

1. ¿Qué Programa elegimos si queremos que el el 90% de los casos el tiempo de respuesta sea menor ?
2. Calcular la probabilidad de que el tiempo de ejecución sea mayor que 130 para cada algoritmos.

Problema 8

En la NBA el [José Calderón](#) fue en la temporada [2008-09 el jugador de baloncesto](#) con mejor porcentaje tiros libres anotados un 98.05%.

Justificar los cálculos con notación matemática y haced el cálculo final con R

1. ¿Cual es el valor esperando y la varianza del número tiros hasta aceptar los 10 tiros libres? 2. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte al menos 40 tiros libres de forma consecutiva.
2. ¿Cuál es la probabilidad de que haga una serie de 100 tiros hasta obtener el tercer fallo?