



Física General III

Ayudantía 1

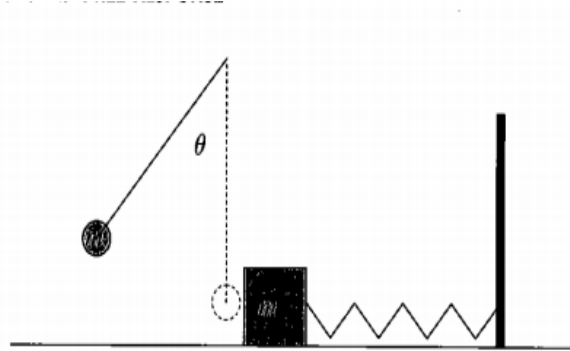
Movimiento Oscilatorio y sistemas Acoplados

Objetivos de Oscilaciones y Modos normales: El alumno una vez finalizado las guías debe ser capaz:

- Reconocer las oscilaciones como un movimiento que ocurre alrededor de puntos de equilibrios
- Encontrar la ecuación y solución del MAS
- Caracterizar el MAS vía su frecuencia, amplitud y fase e implementar la solución de acuerdo a sus condiciones Iniciales
- Aplicar el concepto de energía Total y de potencial elástico en torno a puntos de equilibrios
- Aplicar las leyes de conservación de Energía para resolver problemas oscilatorios.
- Comprender lo que es un modo normal, determinar las frecuencias características y ser capaz de esbozar las fases individuales cualitativamente, en sistemas 1D .
- Reconocer como se relaciona el número de modos normales de un sistema con los grados de libertad y como se relaciona con sistemas continuos.
- Explicar cualitativamente cómo un sistema oscilatorio de n grados de libertad se puede escribir como suma de n -modos normales: principio de superposición.

Problema 1

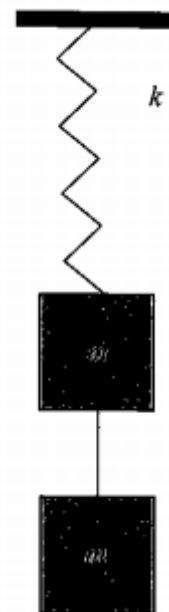
Una masa m está unida a una cadena ligera de longitud L , por lo que un péndulo simple. Se desplaza un ángulo θ de la vertical y se libera en $t = 0$. Directamente debajo del pivote del péndulo se encuentra una segunda masa m igual a la primera, unida a un resorte de constante k en una superficie sin fricción, horizontal. Cuando la primera masa se separa de la cadena y se pega a la segunda masa



- ¿Cuál es el tiempo cuando el resorte alcanza su máxima compresión?
- Encontrar la amplitud de la oscilación del resorte.

Problema 2

Dos masas iguales (m) están conectadas por una cadena ligera. Están inicialmente en reposo. Una de las masas está conectada por un resorte de constante k el cual está fijado en su extremo superior en un punto fijo como se aprecia en la figura. En el tiempo $t=0$, la cadena se corta, y la masa conectada al resorte comienza a oscilar.



- Determine el periodo de la oscilación
- Determine la amplitud de la oscilación
- Determine la velocidad máxima de la masa
- ¿Cuánto se estira el resorte cuando la masa se mueve a la mitad de su velocidad máxima?

Problema 3

Considere el sistema mostrado en la figura, que consiste en una varilla de longitud L y masa M que puede girar alrededor de su centro. Hay un pequeño agujero en el centro de la varilla, que permite que la varilla pueda girar sin fricción, alrededor de su centro. Hay un resorte, con constante de resorte k , unido a un extremo. La varilla se tira hacia un lado y configurado libremente para oscilar.

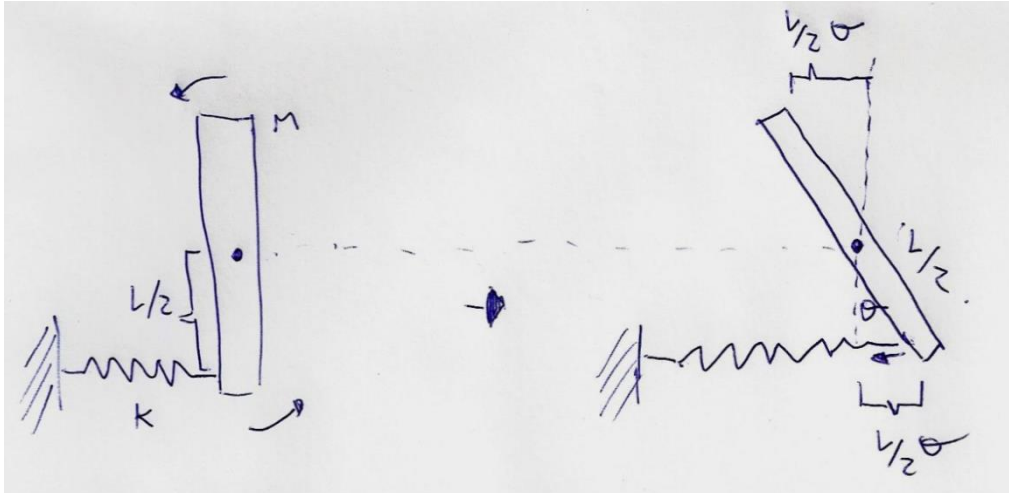


Figura 1

- ¿Se puede aproximar el problema como un movimiento armónico simple?
- ¿Cuál es el período de oscilación. Exprese su respuesta en términos de M , L , y k .

Problema 4

Se cuelga un cuerpo de masa m del extremo de dos resortes acoplados en paralelo, de constantes K_1 y K_2 . El otro extremo se cuelga del techo. Determinar:

- El alargamiento producido por cada resorte.
- Determinar una constante elástica equivalente para el sistema.
- Con la constante elástica equivalente determinada en b) calcular la energía potencial del sistema. Además se debe comprobar que la suma de las energías potenciales de cada resorte es igual al valor calculado anteriormente.
- Determine la ecuación de movimiento del cuerpo de masa m y con respecto a qué punto oscila.

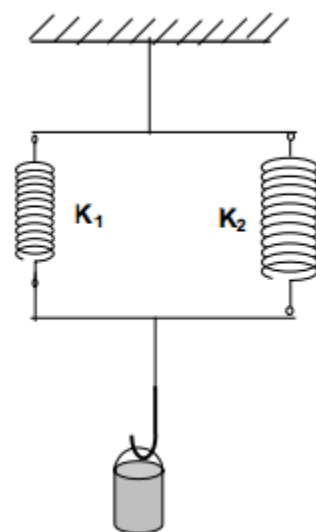


Figura 2

e.- Si al sistema se le aplican condiciones iniciales tales que en el punto de equilibrio $y(0) = y_0$ se ve que el sistema se mueve con velocidad $v = 2 \text{ m/s}$, determinar la solución o posición en cualquier instante t .

(Datos: $m=2 \text{ kg}$; $K_1=150 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$; $K_2=180 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$; $g=9,81 \text{ m/s}^2$)

Problema 5

Se cuelga un cuerpo de masa m del extremo de dos resortes acoplados en serie, de constantes K_1 y K_2 . El otro extremo se cuelga del techo. Determinar:

- El alargamiento producido por cada resorte.
- Demostrar que la constante elástica de un resorte equivalente en un sistema de resortes acoplados en serie puede ser modelado por:

$$K_s = \frac{1}{\sum_{i=1}^2 \frac{1}{K_i}}$$

- Comprobar que la energía potencial del resorte equivalente coincide con la suma de las energías potenciales de cada resorte.

- En caso de soltar la masa. ¿Cuánto vale el periodo de oscilación y cuál es la ecuación del movimiento armónico simple realizado?

(datos: $m= 2 \text{ kg}$; $K_1=150 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$; $K_2=180 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$; $g=9,81 \text{ m/s}^2$)

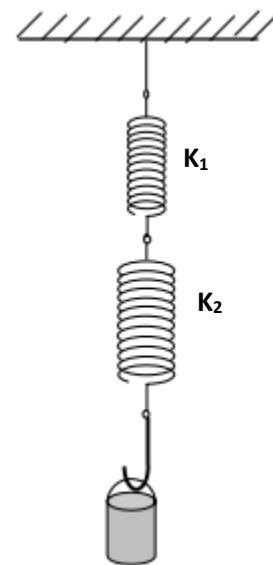


Figura 3

Problema 6

Se tienen dos péndulos unidos por un resorte (sistema acoplado) como se ve en la figura 7.

(datos: despreciar masa de las varillas; discos masa = m ; constante elástica = K)

En la figura 6 se aprecian dos modos normales del sistema:

- (1) Péndulos oscilando con independencia uno de otro (resorte no actúa)
- (2) Péndulos en contrafase (resorte actúa)

Se pide:

- a) Demuestre que esto caracteriza los modos normales
- b) Determinar las frecuencias angulares propias de cada modo normal: Para ello suponga que $\theta_1(t)$ y $\theta_2(t)$ definen las siguientes Variables $\theta_A(t) = \theta_1(t) + \theta_2(t)$ $\theta_B(t) = \theta_1(t) - \theta_2(t)$ y demuestre que

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_A^2\theta = 0 \quad \text{y} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_B^2\theta = 0 ,$$

encuentre las frecuencias $\omega_{A/B}$

- c) Demuestre que las ecuaciones de movimiento acopladas para las masas m_1 y m_2 que rigen los 2 modos normales son:

$$\begin{aligned}\theta_1(t) &= C_1 \cos(\omega t + \phi) \\ \theta_2(t) &= C_2 \cos(\omega t + \phi)\end{aligned}$$

- d) Escriba las ecuaciones del punto c en término de $\theta_1(t)$ y $\theta_2(t)$ y encuentre las soluciones generales

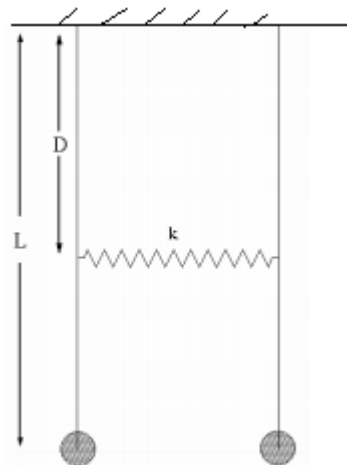


Figura 5

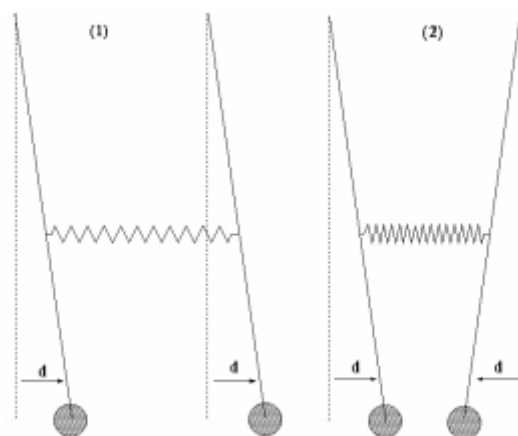
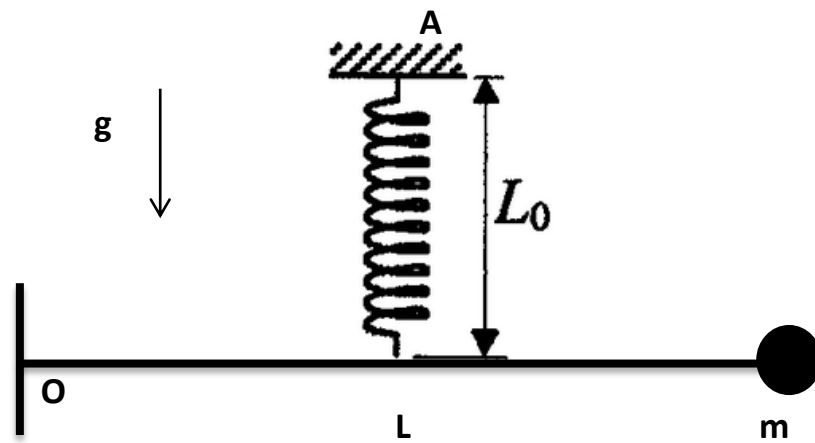


Figura 4

Problema 7

La partícula P de masa m está unida a un extremo de una barra de masa despreciable y largo L que se puede rotar con roce despreciable en torno a su extremo fijo O. Un resorte ideal de largo natural L_0 y constante elástica k está unido al punto medio M de la barra; su otro extremo está fijo en A, verticalmente sobre M. En estas condiciones P permanece en reposo con la barra en posición horizontal. Determine el período de las pequeñas oscilaciones verticales de P en torno a su punto de equilibrio.



Ejercicio propuesto:

Los seis resortes de la figura tienen constantes recuperadoras iguales a sus números de orden expresados en centenas de $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$. Sobre el sistema se ejecuta una fuerza F de 100 N. Hállese:

- La constante recuperadora del resorte equivalente de todos ellos.
- Los alargamientos producidos en cada uno de ellos, así como las fuerzas a las que están sometidos.
- Comprobar que la energía potencial del único resorte equivalente de ellos, coincide con la suma de las energías potenciales de cada uno.
- Si la fuerza F deja de accionar cuando el sistema está estirado y se coloca en el extremo derecho una masa de 350 g, ¿ cuánto vale el período de vibración y cuál es la ecuación del movimiento armónico simple realizado ?

