

**Licenciatura em Engenharia Eletrotécnica**

## **Máquinas Elétricas II**

### **Exercícios e Problemas de Aplicação Industrial**



# **Exercícios e Problemas de Aplicação Industrial**

## **Máquinas Elétricas II**

**RECURSO EDUCACIONAL ABERTO (REA)  
OPEN EDUCATIONAL RESOURCE (OER)**

**Licença:** CC BY-SA 4.0 International  
<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

**Autor:** Ricardo Luís  
**Instituição:** ISEL  
**Ano:** 2025

**Repositório GitHub:** <https://github.com/Ricardo-Luis/me-2-oer/tree/main/exercises>

**Editor:** Typst (ficheiros fonte .typ disponíveis no repositório)

### **Como citar este documento:**

Ricardo Luís, "Exercícios e Problemas de Aplicação Industrial", Máquinas Elétricas II, recurso educacional aberto, ISEL, 2025. [Online].  
Disponível: <https://github.com/Ricardo-Luis/me-2-oer/tree/main/exercises>



# Prefácio

Esta coletânea de exercícios e problemas de aplicação industrial está organizada em 3 capítulos:

- Máquinas de corrente contínua
- Máquinas síncronas trifásicas
- Dinâmica de máquinas elétricas

O presente documento apresenta exercícios de carácter mais conceptual e problemas de aplicação industrial, permitindo uma progressão desde os conceitos fundamentais até situações práticas presentes na indústria. Cada exercício ou problema é numerado sequencialmente (Exercício 1, Exercício 2, ...), sendo o seu âmbito evidenciado pelo próprio contexto e enunciado.

Os exercícios ímpares estão completamente resolvidos, enquanto os exercícios pares constituem propostas de trabalho, apresentando apenas a indicação das soluções. Estes últimos destinam-se principalmente à resolução nas aulas teórico-práticas, adotando a Aprendizagem Baseada em Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem. Deste modo, promove-se a discussão e a análise crítica dos temas, estimulando o desenvolvimento do pensamento analítico e a capacidade de resolução de problemas.

Entre os exercícios resolvidos, alguns estão resolvidos analiticamente como introdução ou sistematização de conceitos, enquanto outros estão resolvidos recorrendo à linguagem de computação científica Julia), através da realização de documentos computacionais (*notebooks*), usando o ambiente de desenvolvimento integrado: Pluto.jl. A utilização de *notebooks* interativos permite que os estudantes aprofundem a sua compreensão dos conceitos teóricos fundamentais e desenvolvam competências essenciais para a prática profissional. Além disso, a prática exploratória possibilita a aplicação dos conhecimentos na resolução de exercícios de forma interativa, a representação e análise gráfica de resultados, e a prática com ferramentas de engenharia.

Lisboa, setembro de 2025

Ricardo Luís



*O verdadeiro processo educativo deve ser  
o processo de aprender a pensar através  
da aplicação de problemas reais.*

— **John Dewey** (1859-1952)





# Índice

<b>Prefácio .....</b>	<b>1</b>
<b>Máquinas de Corrente Contínua .....</b>	<b>1</b>
Exercício 1 .....	1
Exercício 2 .....	2
Exercício 3 .....	2
Exercício 4 .....	4
Exercício 5 .....	4
Exercício 6 .....	5
Exercício 7 .....	6
Exercício 8 .....	7
Exercício 9 .....	7
Exercício 10 .....	8
Exercício 11 .....	8
Exercício 12 .....	12
Exercício 13 .....	13
Exercício 14 .....	14
Exercício 15 .....	14
Exercício 16 .....	15
Exercício 17 .....	15
Exercício 18 .....	18
Exercício 19 .....	19
Bibliografia .....	20
<b>Máquinas Síncronas Trifásicas .....</b>	<b>21</b>
Exercício 1 .....	21
Exercício 2 .....	21
Exercício 3 .....	23
Exercício 4 .....	23
Exercício 5 .....	24
Exercício 6 .....	24
Exercício 7 .....	25
Exercício 8 .....	26

Exercício 9 .....	27
Exercício 10 .....	28
Exercício 11 .....	31
Exercício 12 .....	31
Bibliografia .....	32
<b>Dinâmica de Máquinas Elétricas .....</b>	<b>33</b>
Exercício 1 .....	33
Exercício 2 .....	34
Exercício 3 .....	35

## MÁQUINAS DE CORRENTE CONTÍNUA

## Exercício 1

Uma máquina de corrente contínua hexapolar tem 360 condutores em cavas do induzido. Cada polo magnético apresenta um arco polar de 20 cm, uma profundidade de 20 cm e uma indução magnética de 0,8 T. Com o rotor à velocidade de 1000 rpm, determine a força eletromotriz induzida,  $E_0$ , que se obtém se a máquina tiver:

- enrolamento induzido do tipo imbricado;
- enrolamento induzido do tipo ondulado.

**Resolução:**

Sejam:

- $2p = 6$  polos;  $z = 360$  condutores;
- $b = 20$  cm (arco polar);  $l = 20$  cm (profundidade)
- $B = 0,8$  T

Área da face do polo,  $A_p$ :

$$A_p = b l = 0,2 \times 0,2 = 0,04 \text{ m}^2$$

O fluxo magnético por polo,  $\phi_p$ , vem:

$$\phi_p = B A_p = 0,8 \times 0,04 = 0,032 \text{ Wb}$$

Com a velocidade em rpm, a constante do induzido,  $k$ , vem dada por:  $k = \frac{z p}{60 a}$

Assim, obtém-se a força eletromotriz induzida,  $E_0$ , no enrolamento do induzido:

**a)** Enrolamento imbricado,  $a = p$  (n.º de escovas igual ao n.º de polos):

$$E_0 = k \phi_p n = \frac{360 \times 3}{60 \times 3} \times 0,032 \times 1000 = 192 \text{ V}$$

**b)** Enrolamento ondulado,  $a = 1$  (apenas um par de escovas):

$$E_0 = k \phi_p n = \frac{360 \times 3}{60 \times 1} \times 0,032 \times 1000 = 576 \text{ V}$$

(Fonte: Modificado a partir do exercício 5.5 de [Guru & Hiziroğlu, 2003])

## Exercício 2

Considere um induzido de um gerador de corrente contínua tetrapolar com um enrolamento imbricado colocado em 28 cavas com 10 condutores em cada uma. O fluxo magnético por polo é 40 mWb e a velocidade do induzido (rotor) de 1200 rpm. O gerador alimenta uma carga e a corrente em cada condutor é 2 A. Quais são o binário e a potência desenvolvidos pelo gerador?

### Soluções:

$$T_d = 14,26 \text{ Nm} \quad ; \quad P_d = 1,79 \text{ kW}$$

(Fonte: Modificado a partir do exercício 5.8 de [Guru & Hiziroğlu, 2003])

## Exercício 3

Considere um gerador de corrente contínua com  $2p = 6$  polos, enrolamento induzido imbricado simples, ou seja,  $2a = 6$  circuitos derivados e  $z = 624$  condutores úteis distribuídos uniformemente na periferia do induzido.

Sabe-se que a secção de cada condutor do induzido é  $s = 8 \text{ mm}^2$  e é percorrido por uma densidade de corrente,  $J = 3 \text{ A.mm}^{-2}$ .

A máquina tem uma relação arco polar/passos polar,  $b/\tau = 2/3$ , e o induzido tem um diâmetro,  $D = 220 \text{ mm}$ .

- a) Determinar a força magnetomotriz (FMM) relativa à reação magnética do induzido,  $\mathcal{F}_i$ , na linha neutra geométrica;
- b) Supondo que a máquina terá apenas polos auxiliares, determinar o número de espiras a colocar em polos auxiliares;
- c) Suponha que se pretende a máquina com  $\mathcal{F}_i$  totalmente compensada:
  - 1) Calcular o número de espiras a colocar num enrolamento de compensação, supondo que se abriam 6 cavas em cada polo principal. Calcular o número de condutores a inserir em cada cava;
  - 2) Dimensionar o número de espiras a colocar nos polos auxiliares, depois de montados os enrolamentos de compensação.

**Resolução:****a)**

$$I_a = J_s = 3 \times 8 = 24 \text{ A}$$

$$I = I_a 2a = 24 \times 2 \times 3 = 144 \text{ A}$$

$$\mathcal{F}_i = A \frac{\tau}{2} \text{ com: } A = \frac{z I}{4 a p} \frac{1}{\tau} \text{ ou } \mathcal{F}_i = \frac{z I}{8 a p}, \text{ usando esta última expressão:}$$

$$\mathcal{F}_i = \frac{z I}{8 a p} = \frac{624 \times 144}{8 \times 3 \times 3} = 1248 \text{ A.cond}$$

**b)**

Para máquina com polos auxiliares:

$$\mathcal{F}_{PA} = \mathcal{F}_i \text{ como: } \mathcal{F}_{PA} = N_{PA} I, \text{ têm-se: } N_{PA} = \frac{\mathcal{F}_i}{I} = \frac{1248}{144} = 8,67 \text{ espiras}$$

Para facilitar a comutação considera-se o número inteiro acima, ou seja, 9 espiras.

Assim, obtém-se uma FMM corrigida para os polos auxiliares,  $\mathcal{F}'_{PA}$ :

$$\mathcal{F}'_{PA} = 9 \times 144 = 1296 \text{ A.cond}$$

**c-1)**

$$\mathcal{F}_{EC} = A \frac{b}{2} \text{ ou } \mathcal{F}_{EC} = \mathcal{F}_i \frac{b}{\tau}, \text{ usando esta última expressão conhecido o valor de } \frac{b}{\tau}:$$

$$\mathcal{F}_{EC} = \mathcal{F}_i \frac{b}{\tau} = 1248 \times \frac{2}{3} = 832 \text{ A.cond}$$

Por outro lado, como:  $\mathcal{F}_{EC} = N_{EC} I$ , o número de espiras do enrolamento de compensação obtém-se:

$$\text{Assim, } N_{EC} = \frac{\mathcal{F}_{EC}}{I} = \frac{832}{144} = 5,78 \text{ espiras}$$

Considerando 6 cavas por polo principal, onde as espiras de 3 cavas se ligam ao polo seguinte e as das outras 3 cavas ao polo anterior, obtém-se  $N'_{EC} = 6$  espiras, colocando 2 espiras em cada cava.

Assim, obtém-se uma FMM corrigida para os enrolamentos de compensação,  $\mathcal{F}'_{EC}$ :

$$\mathcal{F}'_{EC} = 6 \times 144 = 864 \text{ A.cond}$$

c-2)

$$\mathcal{F}_{PA} = \mathcal{F}_i - \mathcal{F}'_{EC} = 1248 - 864 = 384 \text{ A.cond}$$

$$N_{PA} = \frac{\mathcal{F}_{PA}}{I} = \frac{384}{144} = 2,67 \text{ cond}$$

Para facilitar a comutação considera-se o número inteiro acima, ou seja, 3 espiras.

Assim, obtém-se uma FMM corrigida para os polos auxiliares,  $\mathcal{F}'_{PA}$ :

$$\mathcal{F}'_{PA} = 3 \times 144 = 432 \text{ A.cond}$$

**Conclusão:** após a montagem dos enrolamentos de compensação e dos polos auxiliares obtém-se uma FMM resultante,  $\mathcal{F}_R$ , nas Linhas Neutras Geométricas (posições das escovas):

$$\mathcal{F}_R = \mathcal{F}_i - \mathcal{F}'_{PEC} - \mathcal{F}'_{PA} = 1248 - 864 - 432 = -48 \text{ A.cond}$$

## Exercício 4

Um enrolamento induzido de um dínamo possui  $z = 640$  condutores, executado em imbricado simples para uma corrente nominal de 100 A e 2 pares de polos.

- Dimensionar o número de espiras dos enrolamentos de compensação,  $N_{EC}$ , e dos polos auxiliares,  $N_{PA}$ , para uma compensação total da reação magnética do induzido. Considere que os polos de excitação da máquina preencham 70 % do perímetro total, visto do rotor;
- Redimensione  $N_{EC}$  e  $N_{PA}$  considerando um enrolamento induzido ondulado simples.

**Soluções:**

$$\text{a) } N_{EC} = 14 \text{ espiras; } N_{PA} = 6 \text{ espiras}$$

$$\text{b) } N_{EC} = 28 \text{ espiras; } N_{PA} = 12 \text{ espiras}$$

## Exercício 5

Um gerador de corrente contínua [220 V, 12 A, 1500 rpm] com excitação independente foi ensaiado em vazio e em carga, à velocidade nominal, tendo-se obtido as seguintes características:

$E_0$ [V]	20	180	238	270	284	300	$U$ [V]	278	260	242	216	186
$i$ [A]	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	$I$ [A]	0	5	10	15	20

- Determine a queda de tensão interna total deste gerador;
- O que é a resistência crítica de um gerador com uma excitação derivação? Qual a sua importância? Como se determina (aproximadamente) na prática?
- Qual a resistência do enrolamento indutor, sabendo que como gerador derivação, à velocidade nominal, sem resistência de campo,  $U_0 = 294 \text{ V}$ ;
- Explicite qualitativamente qual a influência que a variação da resistência de campo tem, sobre a característica externa do gerador derivação. Justifique sucintamente;
- Nas condições de excitação da alínea c), como proceder para obter uma tensão de vazio de  $336 \text{ V}$ ?

O exercício 5 está resolvido na linguagem **julia**, através da ferramenta **Pluto.jl** para uma experiência mais interativa: [notebook](#)

## Exercício 6

Um gerador de excitação em derivação apresenta a seguinte característica de vazio, a 1500 rpm:

$i[\text{A}]$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0	$R_i = 2,0 \Omega$
$E[\text{V}]$	20	120	200	235	250	270	285	300	$R_d = 300 \Omega$

Considere que o gerador tem incorporado polos auxiliares e enrolamentos de compensação.

- Com o gerador acionado a 1500 rpm, determine o valor do reóstato de campo para obter o ponto de funcionamento (35 A; 180 V);
- Determine o valor da velocidade de acionamento do gerador, para que sem reóstato de excitação, a máquina funcione nas mesmas condições da alínea a);
- Nas condições da alínea a) (1500 rpm e reóstato de campo), determine a razão de equivalência ( $N_s/N_d$ ), para se obter o ponto de funcionamento (35 A; 200 V). Considere que o enrolamento de excitação série tem uma resistência de  $0,5 \Omega$ .

### Soluções:

- a)** 150  $\Omega$ ;    **b)** 1389 rpm;    **c)** 0,39/35

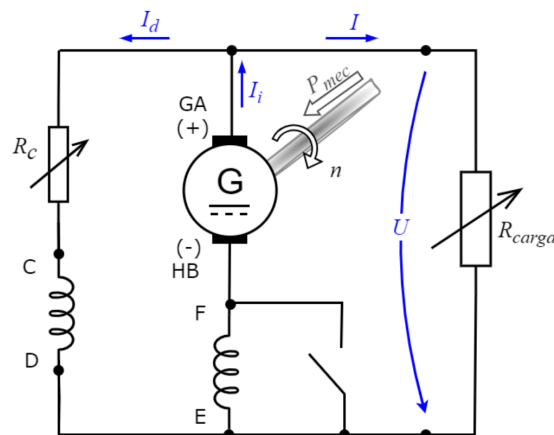
## Exercício 7

Um gerador de excitação composta ligado em longa derivação e fluxo de excitação série aditivo apresenta as seguintes características:

$$\begin{array}{llllll}
 P = 8,75 \text{ kW} & U = 250 \text{ V} & R_d = 223 \, \Omega & R_i = 1,3 \, \Omega & R_s = 0,1 \, \Omega & \\
 n = 1500 \text{ rpm} & n_{\text{mag}} = 1500 \text{ rpm} & N_d = 2000 \text{ espiras} & N_s = 50 \text{ espiras} & E_0 = f(I_{\text{exc}}): & 
 \end{array}$$

$I_{\text{exc}}$ [A]	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1,0	1,1	1,3	1,5	1,7
$E_0$ [V]	15	100	170	220	250	260	270	280	290	300	310

Considere ainda um interruptor em paralelo com o enrolamento indutor série, de acordo com esquema seguinte:



- Calcule o valor da tensão em vazio sem reóstato de excitação. Explique se o estado do interruptor influencia o valor da tensão de vazio do gerador;
- Com o interruptor desligado, calcule o valor da queda de tensão devido à reação magnética do induzido, sabendo que nas condições nominais se obtém uma regulação plana;
- Com o interruptor ligado explicita qualitativamente a característica exterior do gerador. Qual a variação do ponto de funcionamento da característica externa para uma dada resistência de carga, nas seguintes situações:
  - aumento da velocidade de acionamento;
  - diminuição do reóstato de campo derivação.

O exercício 7 está resolvido na linguagem **julia** através da ferramenta **Pluto.jl** para uma experiência mais interativa: [notebook](#)



## Exercício 8

Considere um gerador série com 5 espiras/polo, com uma característica magnética que passa pelos seguintes pontos, a 1200 rpm:

$\mathcal{F}$ [Ae]	0	200	600	1000
$E_0$ [V]	5	120	160	170

Sabe-se que as perdas rotacionais são de 1200 W,  $R_a = 0,2 \, \Omega$  e que  $R_s = 0,05 \, \Omega$ .

- Determine a queda de tensão de tensão devido à reação magnética do induzido, quando alimenta uma carga de  $1 \, \Omega$ , com 120 A;
- Considere que a reação magnética do induzido se traduz numa perda de fluxo de 5 %. Será possível obter a tensão de 150 V, para a mesma corrente? Justifique;
- Tentou-se colocar este dínamo série a funcionar sobre uma carga de  $3 \, \Omega$ , mas tal não foi possível. Comente a situação;
- Determine o valor da corrente correspondente ao rendimento máximo.

### Soluções:

a) 10 V ;      d) 69,3 A

## Exercício 9

Conhecem-se as características externas de dois dínamos de excitação derivação, de 220 V, 110 kW, ligados em paralelo:

$I$ [A]	0	200	400	500	700	900
$U_1$ [V]	229,5	226,5	222,5	220,0	213,0	205,5
$U_2$ [V]	224,0	223,0	221,0	220,0	217,5	214,0

- Como repartiriam as duas máquinas uma corrente de 1500 A? Qual a tensão?
- O que se verifica para cargas reduzidas e próximas de zero?  $0 < I < 250 \, \text{A}$
- Complete:  
 “Em sobrecarga a máquina com \_\_\_\_\_ regulação, fornece \_\_\_\_\_ corrente”.

O exercício 9 está resolvido na linguagem  **julia** através da ferramenta **Pluto.jl**  para uma experiência mais interativa: [🔗 notebook](#)

## Exercício 10

Dois dínamos iguais, de excitação em derivação, têm a seguinte característica magnética a 1500 rpm:

$i$ [A]	0,0	0,2	0,6	1,0	1,4
$E$ [V]	20	200	220	240	260

A resistência do induzido é de  $0,4 \Omega$  e a do indutor de  $150 \Omega$ ; têm cada um, igualmente, ligado um reóstato de campo de valor máximo  $300 \Omega$ .

As duas máquinas encontram-se em paralelo, com uma carga (100 A, 200 V) rodando o **dínamo A** a 1500 rpm.

- Inicialmente o **dínamo B** está sem carga. Determine o reóstato de campo do **dínamo A**;
- Determine a corrente de curto-circuito do **dínamo A**;
- O **dínamo A** assegura 75 A, da carga total. Como proceder para que o **dínamo B** assegure a restante? Apresente os cálculos.

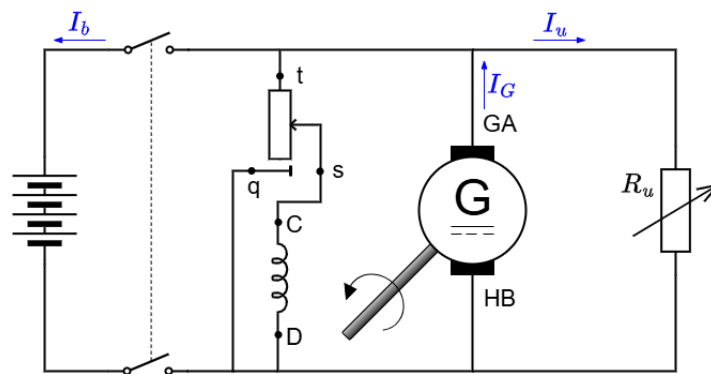
### Soluções:

a)  $R_c^A = 50 \Omega$ ;      b) 50 A

c) Atuando apenas no reóstato de campo, resulta  $R_c^B > R_c^{\text{máx}}$ , logo é necessário atuar também na velocidade. Por exemplo, considerando  $R_c^B = 50 \Omega$ , obtém-se 1312,5 rpm.

## Exercício 11

Considere um gerador *shunt*, acionado com velocidade constante, que alimenta uma resistência de utilização  $R_u = 7 \Omega$ . A este circuito é ocasionalmente ligada uma bateria de ácido-chumbo para carregamento, de acordo com o esquema elétrico seguinte:



Característica externa do gerador:

$I_G$ [A]	0,0	10	20	30	40	50	60
$U_G$ [V]	312	300	284	262	234	200	160

A bateria é constituída por 100 elementos em série e é carregada sempre que o seu SOC (de *State Of Charge*) atinge 25 % (aproximadamente 1,95 V/elemento). A resistência interna de cada elemento da bateria é de 5 mΩ.

Determinar a tensão de funcionamento da montagem, quando a bateria é ligada ao circuito (gerador + carga  $R_u$ ), a corrente do gerador,  $I_G$ , a corrente na carga de utilização,  $I_u$ , e a corrente de carga inicial da bateria,  $I_b$ .

### Resolução:

A tensão de vazio da bateria,  $E_b$ , para SOC= 25 %, vem dada por:

$$E_b = 100 \times 1,95 = 195 \text{ V}$$

A resistência interna da bateria,  $R_b$ , com os seus elementos em série:

$$R_b = 100 \times 5 \times 10^{-3} = 0,8 \text{ } \Omega$$

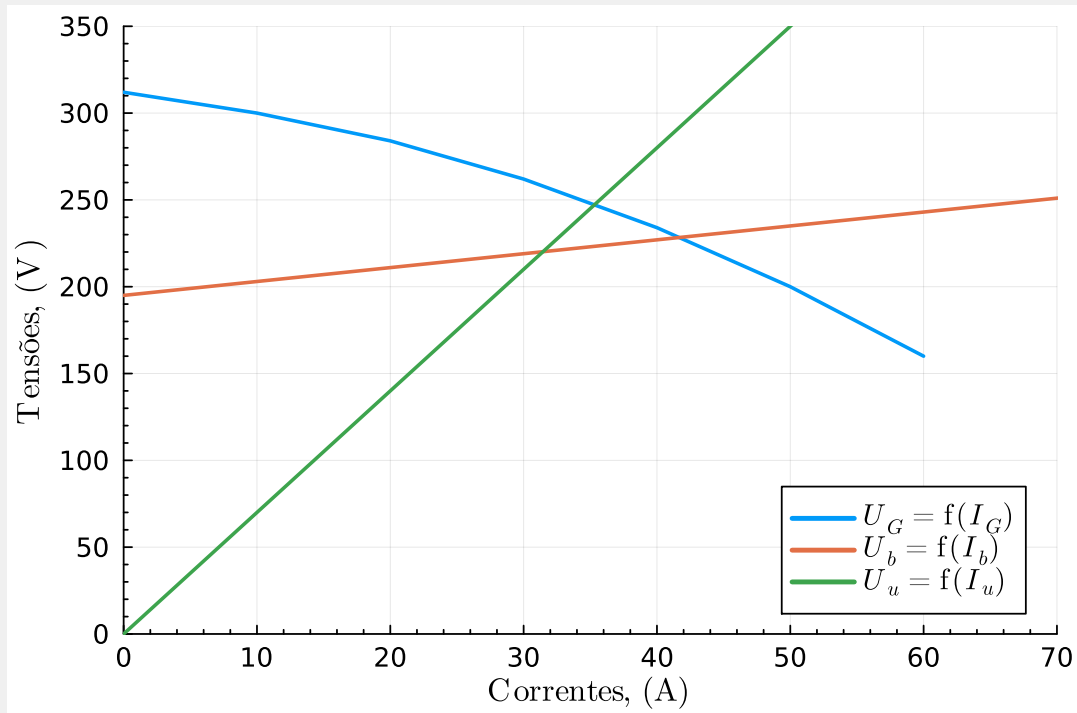
A equação de carga da bateria,  $U_b = f(I_b)$ , vem dada por:

$$U_b = E_b + R_b I_b \Leftrightarrow U_b = 195 + 0,8 I_b$$

No gráfico seguinte são representadas:

- a característica externa do gerador,  $U_G = f(I_G)$
- reta da carga de utilização,  $U_u = f(I_u)$
- reta de carga da bateria,  $U_b = f(I_b)$

Torna-se necessário agrupar as cargas do gerador (resistência de utilização e a bateria) para determinar o ponto de funcionamento do gerador e das cargas.



O agrupamento das cargas tem de obedecer ao funcionamento do circuito, ou seja:

- as tensões de cada ramo serão iguais:  $U = U_G = U_u = U_b$
- o gerador alimenta a resistência de utilização e a bateria:  $I = I_G \approx I_u + I_b$

**Nota:** A corrente de excitação do gerador,  $I_d$ , é muito menor que as correntes do induzido do gerador e das cargas, por conseguinte, despreza-se a sua representação no gráfico:

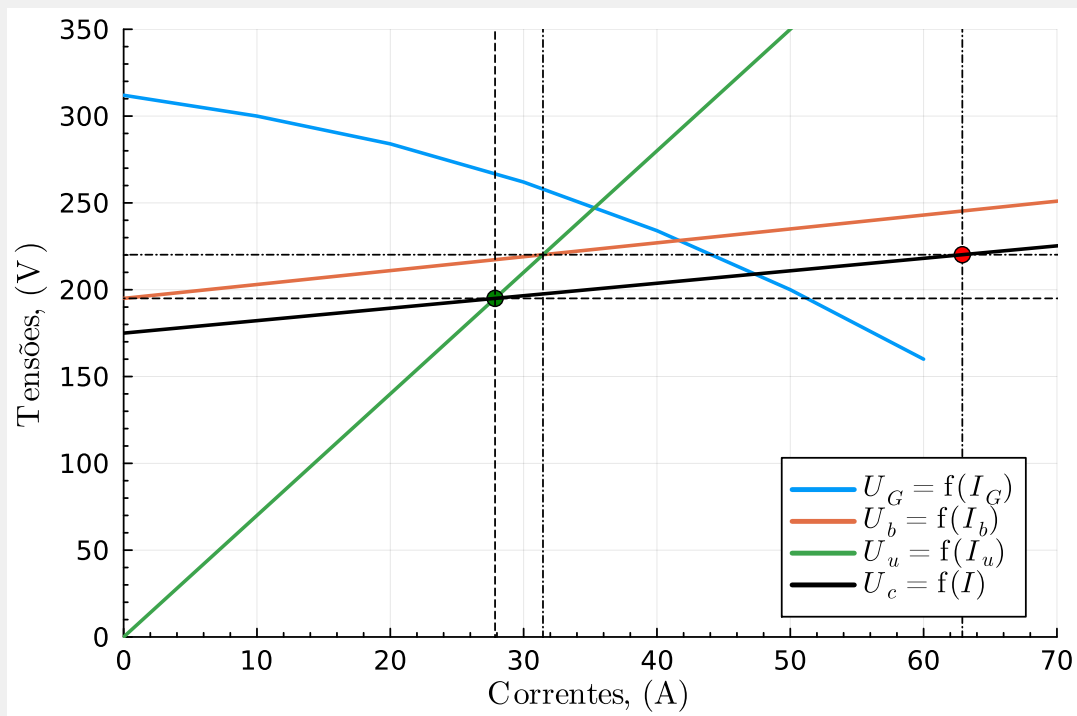
$$I_d \ll \{I_b, I_u, I_G\}$$

O gráfico seguinte apresenta o processo gráfico de determinação da característica de carga combinada,  $U_c = f(I)$ , com  $I = I_b + I_u$ , correspondente ao agrupamento das cargas. Dado que da soma de duas retas, resulta uma nova reta, são apenas necessários considerar 2 níveis de tensão para obter 2 pontos da característica de carga combinada. Assim:

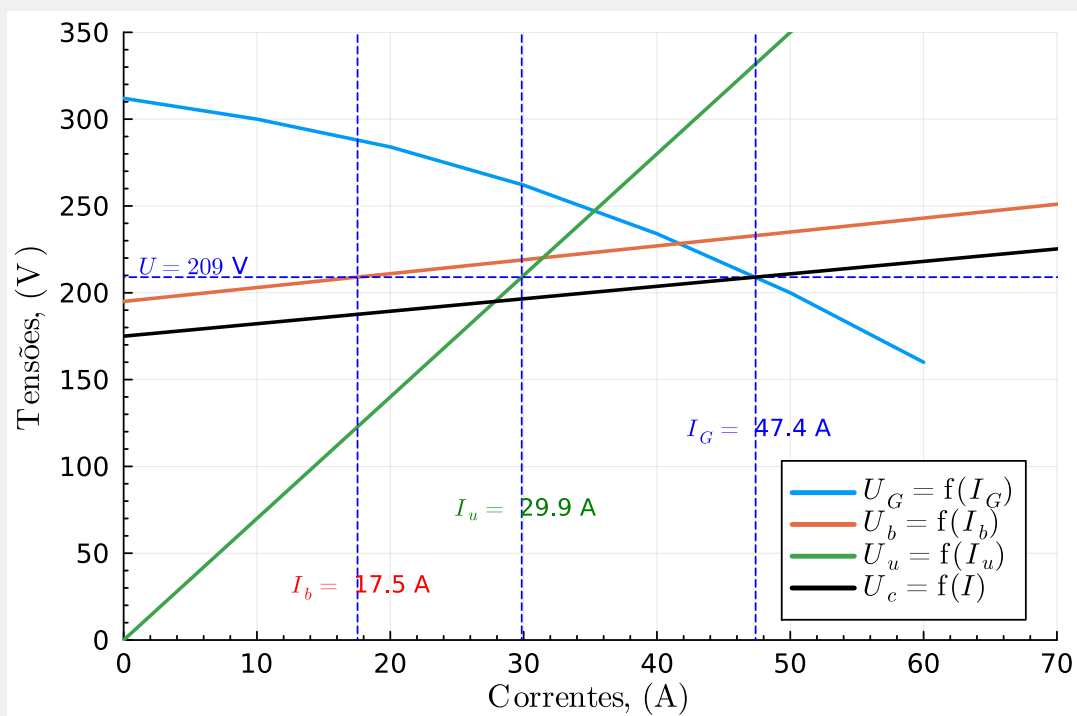
- o ponto a verde, foi obtido escolhendo o nível de tensão correspondente ao da bateria desligada, ou seja,  $E_b$ . Nesta situação,  $I_b = 0$ , por conseguinte,  $I = I_u$
- o ponto vermelho, foi obtido escolhendo o nível de tensão em que as retas da carga de utilização e da bateria se intersectam, ou seja,  $I_u = I_b$ . Para esse nível de tensão, ponto vermelho será então colocado na abcissa correspondente ao dobro da corrente.

Unindo os pontos (verde e vermelho), obtém-se a característica de carga combinada:

$$U_c = f(I)$$



A interseção da característica de carga combinada com a característica externa do gerador de corrente contínua define o ponto de funcionamento do circuito:  $(I_G; U) = (47,4 \text{ A}; 209 \text{ V})$ .



Por outro lado, a partir da tensão de funcionamento,  $U = 209 \text{ V}$ , consultam-se nas retas de carga de utilização e de carga da bateria, obtendo os respetivos valores de corrente,  $I_u$  e  $I_b$ , fornecidos pelo gerador:

$$I_u = 29,9 \text{ A} \quad ; \quad I_b = 17,5 \text{ A}$$

Em alternativa à determinação gráfica da característica da carga combinada, dado que corresponde à soma de duas retas, é possível a sua determinação analítica. Atendendo que:

$$U_c = U_b = U_u \text{ e que } I = I_b + I_u \text{ então:}$$

$$I = \frac{U_c - E_b}{R_b} + \frac{U_c}{R_u}$$

Manipulando a equação anterior obtém-se a equação da reta de carga combinada (carga de utilização + bateria),  $U_c = f(I)$ :

$$U_c = \frac{R_u}{R_u + R_b} E_b + \frac{R_u R_b}{R_u + R_b} I$$

## Exercício 12

Um motor série com o induzido de  $0,8 \, \Omega$  e o indutor de  $0,4 \, \Omega$  foi posto a funcionar como dínamo:

- Excitado separadamente a 50 A e acionado a 1500 rpm, deu 230 V sobre os terminais em vazio;
- Com excitação série, debitando 50 A e à mesma velocidade deu 150 V.

Sabendo que as perdas mecânicas e magnéticas,  $P_{(\text{mec}+\text{Fe})}$ , são 400 W, calcular:

- a) A velocidade quando absorve 50 A como motor série de uma rede de 220 V;
- b) O binário mecânico que transmite à carga nesta situação;
- c) Trace qualitativamente as características de binário e de velocidade deste motor. Explícite a influência da introdução de uma resistência de campo, sobre estas características.

### Soluções:

- a) 1174 rpm ;      b) 61,8 Nm

### Exercício 13

Considere um motor de corrente contínua, com a seguinte chapa de características: 17 kW, 250 V, 1200 rpm,  $\eta = 85\%$ .

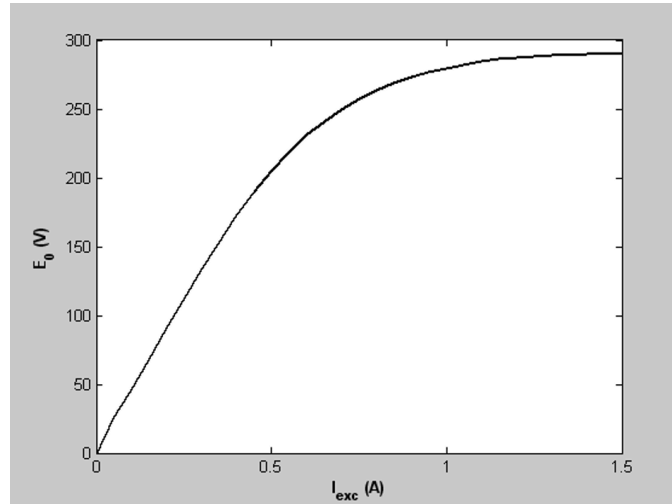
Conhecem-se ainda os seguintes parâmetros:

$$E_0 = f(I_{\text{exc}}) \quad , \quad n = 1200 \text{ rpm}$$

$$R_i = 0,6 \, \Omega$$

$$R_s = 0,1 \, \Omega \quad , \quad 30 \text{ espiras}$$

$$R_d = 200 \, \Omega \quad , \quad 3000 \text{ espiras}$$



- Com o motor em excitação derivação, determine o valor do reóstato de campo, nas condições nominais ( $U_n, I_n, n_n$ );
- Utilizando o reóstato de campo calculado na alínea anterior, determine as características de velocidade, binário e mecânica deste motor (excitação derivação);
- Idem, com excitação composta em longa derivação aditiva e subtrativa. Representar as características nos mesmos gráficos para comparação;
- Determinar as curvas características com o circuito de derivação desligado (motor série). Representar as características nos mesmos gráficos para comparação;
- Considere o motor com excitação separada,  $U_{\text{exc}} = 240 \text{ V}$ , com o reóstato de campo calculado na alínea a). Explícite a variação da característica de velocidade nas situações:
  - aumento de tensão do induzido;
  - diminuição do reóstato de campo;
  - aumento da resistência adicional.

O exercício 13 está resolvido na linguagem **julia** através da ferramenta **Pluto.jl** para uma experiência mais interativa: [notebook](#)

## Exercício 14

Um motor excitação derivação apresenta as seguintes características:

$$U_n = 220 \text{ V} \quad I_n = 42 \text{ A} \quad n_n = 1500 \text{ rpm} \quad R_a = 0,34 \, \Omega$$

a) No ensaio em vazio obtiveram-se os seguintes valores:

$$U = 220 \text{ V} \quad n = 1600 \text{ rpm} \quad I_a = 3 \text{ A} \quad I = 4,6 \text{ A}$$

Calcule o binário de perdas;

b) Obtenha a equação da velocidade,  $n = f(I_a)$ ;

c) Dimensione um reóstato de arranque por pontos para que:  $40 \text{ A} < I_{\text{arr}} < 65 \text{ A}$ .

### Soluções:

$$\text{a) } 3,92 \text{ Nm} \quad \text{b) } n(\text{rpm}) = \frac{-100}{37,4}(I_a - 3) + 1600$$

c) Resistências entre os 6 contactos ( $\Omega$ ): 1,30; 0,80; 0,49; 0,30; 0,15. Reóstato: 3,04  $\Omega$ .

## Exercício 15

Um motor série de 12 kW, 250 V, 1400 rpm, 80 % de rendimento, velocidade máxima 2400 rpm, tem a seguinte característica magnética obtida a 1500 rpm:

$I_{\text{exc}}$ (A)	10	20	30	40	50	60	70	80
$E_0$ (V)	80	140	190	225	250	270	285	295

Sabendo que a resistência do induzido é 0,35  $\Omega$  e a do indutor é 0,1  $\Omega$ , calcular:

- As perdas mecânicas e no ferro,  $p_{(\text{mec}+\text{Fe})}$ ;
- O valor mínimo da corrente que o motor pode absorver;
- A queda de tensão devida à reação magnética do induzido a plena carga;
- A potência do motor que corresponde ao rendimento máximo;
- Explicite qualitativamente a influência do reóstato de campo sobre a característica de velocidade do motor série;
- Explicite qualitativamente a influência do reóstato de campo sobre a característica de binário do motor série.



O exercício 15 está resolvido na linguagem **julia** através da ferramenta **Pluto.jl** para uma experiência mais interativa: [🔗 notebook](#)

## Exercício 16

Um motor série alimentado a 250 V tem uma resistência de induzido de  $0,2 \, \Omega$  e uma resistência de indutor de  $0,15 \, \Omega$ . Este enrolamento indutor tem uma resistência de campo de  $0,1 \, \Omega$  munida de interruptor.

- Suponha o interruptor aberto. Nestas condições, o motor fornece um binário útil de 25 Nm, rodando a 800 rpm e consumindo uma corrente de 10 A.  
Calcule o rendimento,  $\eta$  (%), o binário eletromagnético,  $T_d$ , e as perdas mecânicas e magnéticas,  $p_{(\text{mec}+\text{Fe})}$ ;
- Suponha o interruptor fechado. Quais os novos valores da corrente consumida e de velocidade, quando o binário eletromagnético duplica. Explícite as hipóteses efetuadas;
- Trace qualitativamente a característica de binário útil deste motor. Explícite o que acontece à mesma quando se varia a tensão da rede. Justifique.

### Soluções:

**a)** 83,8 % ; 29,4 Nm ; 370,6 W      **b)** 22,4 A ; 888 rpm

## Exercício 17

Um motor *shunt* com a chapa de características: 45 kW, 500 V, 100 A, 1600 rpm, apresenta uma resistência do induzido de  $0,33 \, \Omega$  e utilizará uma travagem por contracorrente, a partir da situação de funcionamento nominal.

Sabendo que a corrente inicial de travagem deve estar limitada a 150 A, calcule:

- O binário útil,  $T_u$ , e a força contraeletromotriz,  $E'$ , à plena carga;
- O valor da resistência de travagem;
- Analise qualitativamente o binário desenvolvido no instante de paragem do motor. O que sucede a partir desse instante?

- d) Considere uma travagem reostática. Calcule a corrente de travagem inicial se utilizar a resistência de travagem anterior, partindo da situação nominal.

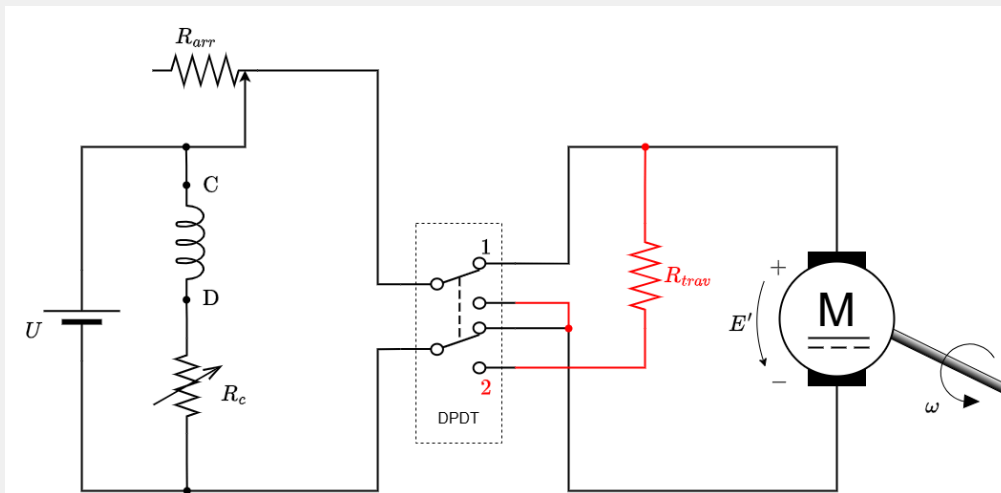
### Resolução:

- a) Da chapa de características obtém-se o binário útil:

$$T_u = \frac{P_u}{\frac{2\pi n_n}{60}} = \frac{45\,000}{\frac{2\pi 1600}{60}} = 268,6 \text{ Nm}$$

Cálculo de  $E'$ :  $E' = U - R_i I_n = 500 - 0,33 \times 100 = 467 \text{ V}$

- b) A figura seguinte apresenta o esquema correspondente ao motor *shunt* equipado com interruptor DPDT (*Double Pole, Double Throw* – Dois Polos, Duas Posições) para a manobra de **travagem por contracorrente**:



Quando o DPDT comuta para realizar travagem por contracorrente (posição 2), o terminal negativo do induzido do motor passa a estar ligado ao terminal positivo da fonte de alimentação CC, enquanto o terminal positivo do motor fica ligado ao terminal negativo da fonte através de uma resistência de travagem,  $R_{trav}$ .

Assim, circulando na malha de potência, tem-se a seguinte equação:

$$-U - E' + (R_i + R_{trav}) I_{trav} = 0 \Rightarrow I_{trav} = \frac{U + E'}{R_i + R_{trav}}$$

Note-se que a corrente de travagem,  $I_{trav}$ , circula no sentido contrário ao da corrente do motor com o DPDT na posição 1. Assim, o binário desenvolvido durante a travagem é contrário ao movimento do rotor, forçando a diminuição da velocidade,  $\omega$ .

Com a diminuição da velocidade,  $\omega$ , diminui a força contraeletromotriz,  $E'$ , e por conseguinte, a corrente e o binário durante a manobra de travagem do motor CC.

Manipulando a expressão anterior para obter a resistência de travagem,  $R_{trav}$ , vem:

$$R_{trav} = \frac{U + E'}{I_{trav}} - R_i = \frac{500 + 467}{150} - 0,33 = 6,12 \, \Omega$$

c) Relacionando o binário desenvolvido,  $T_d$ , com a velocidade,  $\omega$ , vem consecutivamente:

$$T_d = K \phi I_i$$

Particularizando para o binário desenvolvido durante a travagem,  $T_{d_{trav}}$ , considerando  $I_{trav}$ :

$$T_{d_{trav}} = K \phi \left( \frac{U + E'}{R_i + R_{trav}} \right) \quad \text{como:} \quad E' = K \phi \omega$$

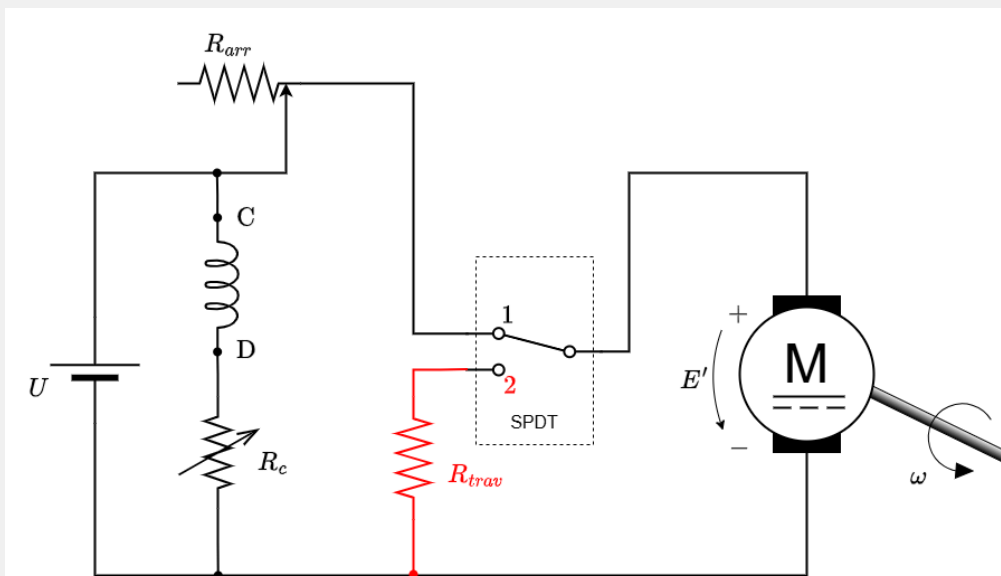
$$T_{d_{trav}} = \frac{K \phi U}{R_i + R_{trav}} + \frac{(K \phi)^2 \omega}{R_i + R_{trav}}, \quad \text{quando:} \quad \omega = 0 \Rightarrow T_{d_{trav}} = \frac{K \phi U}{R_i + R_{trav}}$$

Analisando a expressão anterior, verifica-se que a 2ª parcela diminui durante a manobra de travagem até se anular no momento em que:  $\omega = 0$ .

No entanto, a 1ª parcela permanece sempre no mesmo valor, pelo que, no instante seguinte àquele em que a velocidade se anula, se nada for feito, o motor arranca com esse valor de binário (da 1ª parcela) no sentido contrário. Conclui-se que é necessário prever um automatismo que desligue o motor da fonte de alimentação CC, assim que a velocidade se anule.

d) A **travagem reostática** consiste em desligar o circuito do induzido do motor da fonte de alimentação CC e ligá-lo sobre uma resistência de travagem. A máquina CC irá agora funcionar como um gerador de excitação separada (fluxo constante) alimentando a resistência de travagem. Como não existe acionamento do “gerador” (força motriz), a velocidade diminui acentuadamente em poucos instantes.

O esquema elétrico da figura seguinte utiliza um interruptor SPDT (*Single Pole, Double Throw* – Um Polo, Duas Posições) para a manobra de travagem reostática:

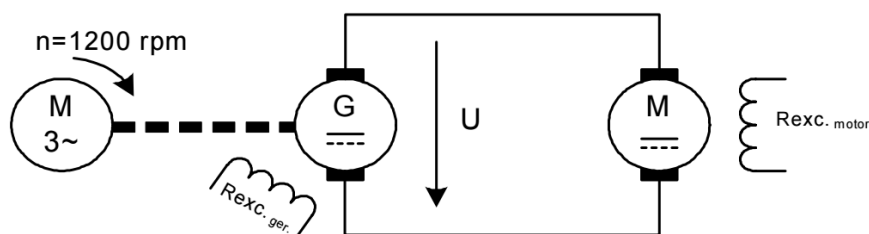


Analisando a circulação da corrente de travagem (interruptor SPDT na posição 2), no momento inicial desta manobra, tem-se:

$$I_{\text{trav}} = \frac{E'}{R_i + R_{\text{trav}}} = \frac{467}{0,33 + 6,12} = 72,4 \text{ A}$$

## Exercício 18

Um motor de corrente contínua de excitação separada, 10 kW, 250 V, 88 % de rendimento, é alimentado a partir de um sistema Ward Leonard, apresentado no seguinte esquema de princípio de funcionamento:



Conhecem-se as características magnéticas obtidas a 1200 rpm do gerador e do motor:

<b>Gerador:</b>	$i$ (A)	0,0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	$R_i = 0,8 \Omega$	$R_d = 120 \Omega$
	$E$ (V)	12	110	200	260	290	310	$U_{\text{exc}} = 240 \text{ V}$	$\Delta E = 0 \text{ V}$

<b>Motor:</b>	$i$ (A)	0,0	0,4	0,8	1,2	1,6	$R_i = 1,6 \Omega$	$R_d = 150 \Omega$
	$E$ (V)	10	105	190	240	265	$U_{\text{exc}} = 240 \text{ V}$	$\Delta E = 0 \text{ V}$

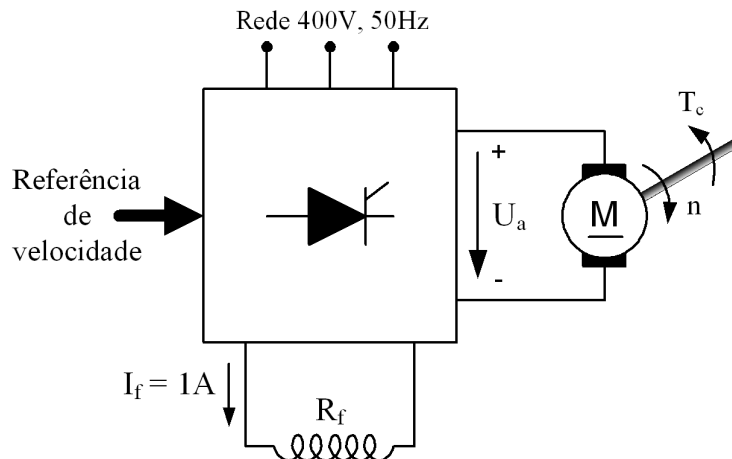
- Calcule a velocidade e o binário eletromagnético do motor a plena carga, com:  
 $R_c^{\text{ger}} = 180 \Omega$  e  $R_c^{\text{mot}} = 50 \Omega$ ;
- Regule através do sistema Ward Leonard a velocidade do motor para 1100 rpm a meia carga. Calcule o valor do reóstato de campo para essa situação;
- Quando a corrente de excitação do gerador atingir o seu valor máximo, como poderá aumentar a velocidade do motor de corrente contínua? Justifique;
- Refira quais as vantagens na substituição do sistema Ward Leonard por um variador eletrónico de velocidade.

### Soluções:

- a)** 455 rpm ; 87 Nm      **b)** 53  $\Omega$

## Exercício 19

Considere um motor de corrente contínua alimentado a partir de um sistema Ward-Leonard eletrónico, de acordo com a figura seguinte:



$$P_n = 5 \text{ kW}$$

$$T_n = 30 \text{ Nm}$$

$$I_n = 40 \text{ A}$$

$$R_a = 0,8 \Omega$$

Conhece-se ainda a característica magnética da máquina obtida às 2000 rpm:

$I_f$ (A)	0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50
$E_0$ (V)	20	160	210	235	250	260	265

- Determine qual o valor da tensão aplicada ao induzido do motor em condições nominais;
- Considere o motor a funcionar nas seguintes condições:  $U_a = 195 \text{ V}$ ;  $n = 1400 \text{ rpm}$ . Suponha agora que a partir do comando “Referência de velocidade” do variador eletrónico de velocidade, se altera subitamente a tensão do induzido para 155 V. Calcule no instante imediato o valor da corrente da máquina. O que sucedeu? Justifique.

### Resolução:

- a) Utilizando os valores nominais fornecidos, a velocidade nominal é obtida por:

$$\omega = \frac{P_n}{T_n} \quad \text{combinando com:} \quad \omega = \frac{2\pi n}{60} \quad , \text{ tem-se:}$$

$$n = \frac{P_n}{T_n} \frac{60}{2\pi} = \frac{5000}{30} \frac{60}{2\pi} = 1592 \text{ rpm}$$

Por outro lado, para  $I_f = 1 \text{ A} \Rightarrow K\phi = \frac{250}{2000} \text{ V/rpm}$

Utilizando a equação para a velocidade:  $n = \frac{U_a - R_a I_n}{K\phi}$  , com:  $\Delta E = 0$  , obtém-se:

$$1592 = \frac{U_a - 0,8 \times 40}{250/2000} \Rightarrow U_a = 231 \text{ V}$$

b) Para as condições indicadas:  $U_a = 195 \text{ V}$ ;  $n = 1400 \text{ rpm}$ , verifica-se uma corrente de funcionamento do motor,  $I$ :

$$n = \frac{U_a - R_a I}{K \phi} \Leftrightarrow 1400 = \frac{195 - 0,8 I}{250/2000} \Rightarrow I = 25 \text{ A}$$

Quando a tensão de alimentação altera subitamente, ( $U_a = 195 \text{ V} \rightarrow 155 \text{ V}$ ), a velocidade ainda permanece a mesma (dinâmica lenta de um sistema mecânico vs. um sistema elétrico), verifica-se que a corrente altera para um novo valor, dado por,  $I'$ :

$$n = \frac{U_a - R_a I'}{K \phi} \Leftrightarrow 1400 = \frac{155 - 0,8 I'}{250/2000} \Rightarrow I' = -25 \text{ A}$$

Verifica-se com a alteração súbita da tensão,  $U_a$ , que força contra eletromotriz se torna:  $E' > U_a$ , invertendo o sentido da corrente. Visto de outro modo, iniciou-se um processo de travagem, em que a corrente,  $I'$ , acompanhará a evolução de  $E'$ , sendo restabelecida no valor anterior, ( $I = 25 \text{ A}$ ), assim que a velocidade estabilizar.

Se o variador eletrónico de velocidade for bidirecional em corrente, então ocorre uma **travagem regenerativa**, sendo esta corrente devolvida à rede elétrica, durante o processo de travagem, enquanto se verificar  $E' > U_a$ .

## Bibliografia

- [Guru & Hiziroğlu, 2003]: Bhag S. Guru, Hüseyin R. Hiziroğlu, Electric Machinery and Transformers, 3<sup>rd</sup> Ed., Oxford University Press, 2003.

## MÁQUINAS SÍNCRONAS TRIFÁSICAS

### Exercício 1

Um alternador síncrono trifásico, 390kVA, 1250V, 50Hz, 750rpm, ligado em triângulo, apresenta os seguintes resultados dos ensaios em vazio e curto-circuito:

$I_{exc}$ (A)	11,5	15,0	20,0	23,5	29,0	33,5
$E_0$ (V)	990	1235	1460	1560	1640	1660
$I_{cc}$ (A)	139	179	242	284	347	400

A resistência medida aos bornes do enrolamento do induzido é  $0,144\Omega$ . Determine:

- A resistência por fase do enrolamento induzido do alternador síncrono, considerando um coeficiente de correção do efeito pelicular da corrente de 1,2;
- A tensão de linha, para a corrente nominal e uma corrente de excitação de 33,5A, considerando um fator de potência da carga de 0,9 indutivo;
- A característica exterior do alternador síncrono trifásico, com uma corrente de excitação de 33,5A, para um fator de potência 0,9 indutivo, unitário e 0,9 capacitivo;
- A corrente de excitação do alternador, para este alimentar um motor assíncrono trifásico a uma tensão de 1kV, sabendo que o motor desenvolve uma potência de 150kW com um fator de potência de 0,832 e um rendimento de 90%.

(**Nota:** Admita que a impedância síncrona,  $\overline{Z}_s$ , é igual à obtida da alínea anterior)

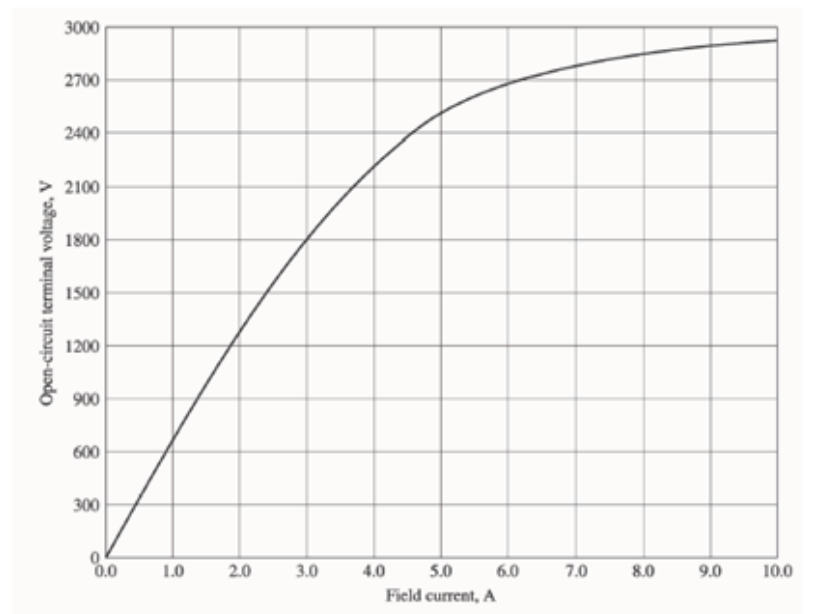
(Fonte: Modificado a partir do problema 9 de [Malea & Balaguer, 2004])

O exercício 1 está resolvido na linguagem  através da ferramenta **Pluto.jl**  para uma experiência mais interativa:  [notebook](#)

### Exercício 2

Um gerador síncrono, ligação Y, 2300V, 1000kVA, fator de potência 0,8 indutivo, 60Hz, 2 polos, tem uma reatância síncrona de  $1,1\Omega$  e uma resistência do induzido de  $0,15\Omega$ . A 60Hz, as perdas por atrito e ventilação são 24kW, e as perdas no ferro 18kW.

O enrolamento de campo é alimentado por uma tensão contínua de 200V, sendo o valor máximo de  $I_f$  de 10A. O ensaio em circuito aberto deste alternador é o apresentado na figura seguinte:



- Qual o valor da corrente de campo necessário para que a tensão composta do seja de 2300 V, quando o alternador funciona em vazio?
- Qual a força eletromotriz (FEM) gerada por esta máquina nas condições nominais?
- Qual o valor da corrente de campo necessário para obter a tensão nominal, quando o alternador se encontra nas condições nominais?
- Quais os valores de potência e binário necessários, para o acionamento deste alternador nas condições nominais?
- Obtenha o diagrama P-Q deste alternador;
- Considerando as condições nominais, obtenha a característica externa,  $U = f(I)$ , para:  
 $\cos \varphi = 0,8$  indutivo;  $\cos \varphi = 0,8$  capacitivo;  $\cos \varphi = 1$ .
- Para uma FEM de 2500V determine a característica externa,  $U = f(I)$ , para:  
 $\cos \varphi = 0,8$  indutivo;  $\cos \varphi = 0,8$  capacitivo;  $\cos \varphi = 1$ .

(Fonte: Adaptado do problema 5.2 de [Chapman, 2005])

O exercício 2 está resolvido na linguagem **julia** através da ferramenta **Pluto.jl** para uma experiência mais interativa: [notebook](#)



### Exercício 3

Uma máquina síncrona 3  $\sim$ , 5kVA, 208V, 4 polos, 60Hz, estator ligado em Y, apresenta um valor de resistência estatórica desprezável e uma reatância síncrona de  $8\Omega$ /fase.

A máquina é posta a funcionar como alternador ligado a uma rede elétrica 3  $\sim$ , 208V – 60Hz.

- Determine a FEM e o ângulo de carga quando a máquina entrega a potência nominal (kVA), com um fator de potência 0,8 indutivo. Trace o diagrama vetorial de tensões nessas condições;
- Calcule a corrente do estator, o fator de potência e a potência reativa fornecida pela máquina, se a corrente de excitação aumentar 20%. Trace o diagrama vetorial de tensões correspondente;
- Com a corrente de excitação da alínea a), a potência mecânica do motor de acionamento é gradualmente aumentada. Qual o limite de estabilidade em regime permanente?  
Quais são os valores correspondentes de corrente do estator, fator de potência e potência reativa, na condição de transferência máxima de potência? Trace o diagrama vetorial.

(Fonte: Exemplo 6.3 de [Sen, 1989])

#### Soluções:

- a)**  $206,8\angle 25,4^\circ \text{ V}$       **b)**  $17,8\angle -51,6^\circ \text{ A}$ ;     $0,62(i)$ ;     $5,0\text{kVAr}$   
**c)**  $29,9\angle 30,1^\circ \text{ A}$ ;     $0,87(c)$ ;     $5,4\text{kVAr}$

### Exercício 4

A máquina síncrona do **exercício 3** é agora utilizada como motor síncrono alimentado por uma rede elétrica 3  $\sim$ , 208V – 60Hz. A corrente de excitação é ajustada de modo a obter um fator de potência unitário quando a máquina absorve 3kW da rede.

- Determine a força contraeletromotriz (FCEM) e o ângulo de carga. Trace o diagrama vetorial de tensões nessas condições;
- Determine o binário máximo que o motor pode desenvolver, se a corrente de excitação se mantiver constante e a carga aplicada ao veio for aumentando gradualmente.

(Fonte: Exemplo 6.4 de [Sen, 1989])

**Soluções:**

- a)  $137,3 \angle -29,0^\circ \text{ V}$       b)  $32,8 \text{ Nm}$

**Exercício 5**

Uma máquina síncrona trifásica, 5MVA, 11kV, ligação dos enrolamentos do estator em Y, apresenta uma reatância síncrona de  $10\Omega/\text{fase}$  e uma resistência do induzido desprezável. A máquina é ligada a um barramento de 11kV—60Hz e funciona como compensador síncrono. Despreze as perdas mecânicas.

- Determine a corrente do estator para o ponto de excitação ótima. Desenhe o diagrama vetorial;
- Determine a corrente do estator e o fator de potência se a corrente de excitação aumentar 50%. Desenhe o diagrama vetorial;
- Idem, para uma diminuição de 50%. Desenhe o diagrama vetorial.

(Fonte: Exemplo 6.6 de [Sen, 1989])

**Soluções:**

- a)  $0 \text{ A}$ ;      b)  $317,5 \angle 90^\circ \text{ A}$ ;      c)  $317,5 \angle -90^\circ \text{ A}$

**Exercício 6**

Considere um alternador síncrono com  $X_s = 4\Omega$  e  $R \approx 0\Omega$ , a operar sob a rede de potência infinita:  $U = 200 \text{ V/fase}$  e  $f = 50 \text{ Hz}$ .

- Traçar os diagramas vetoriais correspondentes às combinações entre as seguintes potências ativas e reativas:

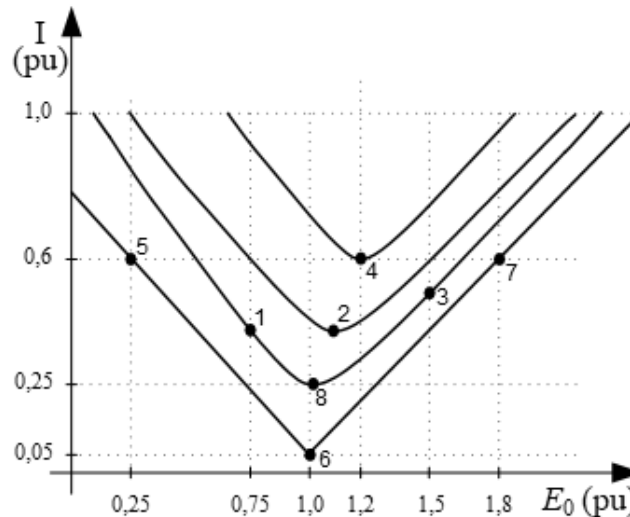
0      5      10      15      20      kW, kVAr

- Traçar as curvas em V, também designadas por curvas de Mordey, das potências requeridas.

O exercício 6 está resolvido na linguagem **julia** através da ferramenta **Pluto.jl** para uma experiência mais interativa: [notebook](#)

## Exercício 7

Considere uma máquina síncrona de rotor cilíndrico, 2 polos, 20MVA, 6kV–50Hz,  $\cos \varphi = 0,8$  (i), enrolamentos estatóricos em Y, de resistência desprezável e  $X_s = 1,1\text{pu}$ . A máquina síncrona é ligada a uma rede elétrica de 6kV–50Hz e apresenta o seu mapa de funcionamento, traduzido nas curvas V da figura seguinte:



Determine em valores por unidade (pu):

- as potências ativa e aparente do ponto 4 e o respetivo ângulo de carga;
- Que pontos formam uma linha de excitação ótima? Justifique;
- nos pontos 1 e 3, as potências ativa e reativa, ângulos de carga, como alternador. Apresente justapostos os diagramas vetoriais de tensões dos pontos 1 e 3 indicando as respetivas potências;
- as perdas rotacionais da máquina. Justifique.
- o binário mecânico correspondente ao ponto 8, em funcionamento como motor síncrono. Apresente o respetivo diagrama vetorial de tensões;
- Escolha justificadamente o ponto correspondente ao funcionamento como condensador síncrono e apresente o respetivo diagrama vetorial de tensões.

**Soluções:**

- a)  $Q_4 = 0\text{pu}$ ;  $P_4 = \pm 0,6\text{pu}$ ;  $\delta_4 = \pm 33,4^\circ$       b) excitação ótima: 6 – 8 – 2 – 4  
 c)  $P_1 = P_3 = 0,25\text{pu}$ ;  $\delta_1 = 21,5^\circ$ ;  $\delta_3 = 10,6^\circ$ ;  $Q_1 = 0,27\text{pu}$  (c);  $Q_3 = 0,43\text{pu}$   
 (i)  
 d)  $p_{\text{rot}} = 0,05\text{pu}$       e)  $T_{\text{mec}} = 0,2\text{pu}$       f) condensador síncrono: 7

**Exercício 8**

Considere um alternador síncrono trifásico, 20MVA, 11kV, com os enrolamentos do estator ligados em estrela, sendo a respetiva resistência desprezável. O alternador síncrono apresenta a seguinte característica magnética à velocidade nominal:

$I_{\text{exc}}$	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240
(A)										
$E_0$	7772	8827	9611	10214	10694	11085	11409	11683	11917	12119
(V)										

O alternador encontra-se ligado a uma rede elétrica de potência infinita de 11kV, fornecendo uma potência de 20MW com fator de potência unitário. Para uma corrente de excitação de 200A, determine:

- a) A reatância síncrona do alternador;

Considere um segundo alternador síncrono trifásico, de idênticas características nominais, ligado à rede de potência infinita de 11kV em paralelo com o anterior e à mesma corrente de excitação. Se o conjunto dos alternadores fornecer uma potência de 36MW, repartida de igual modo por ambos, com um fator de potência 0,9 indutivo, calcule:

- b) A FEM induzida em cada um dos alternadores síncronos trifásicos e a corrente total fornecida à rede elétrica;

Se reduzir a FEM por fase em 10% de um dos alternadores ligados em paralelo, mantendo constante o binário mecânico aplicado pela turbina a cada alternador, bem como o fator de potência global, determine:

- c) A FEM induzida no outro alternador síncrono trifásico para satisfazer as condições indicadas;  
 d) As correntes fornecidas à rede e o fator de potência de cada alternador.

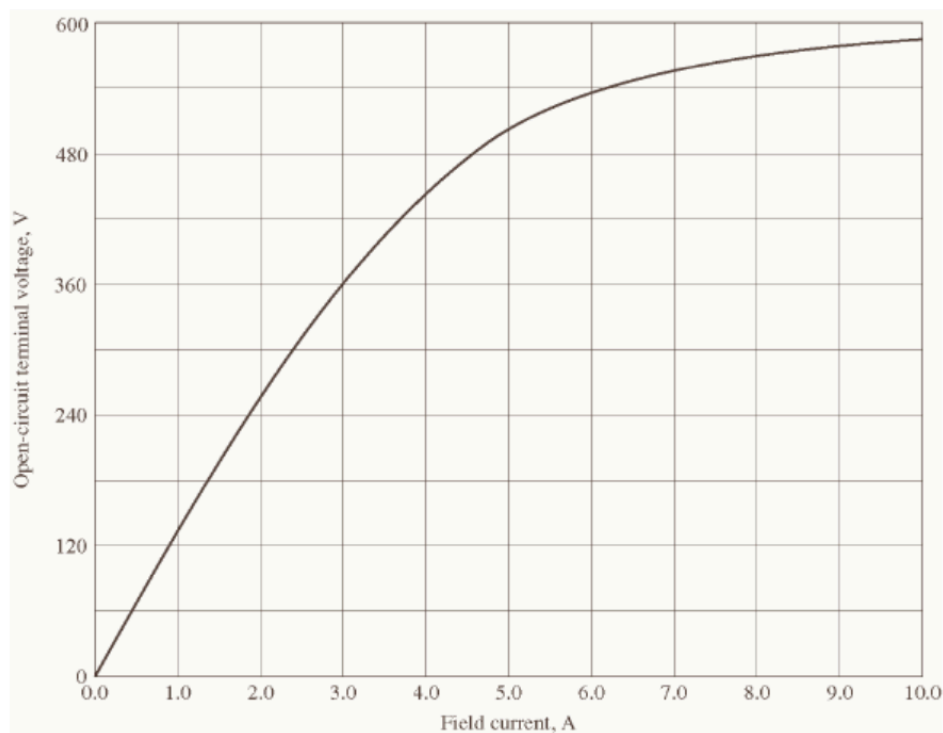
(Fonte: Modificado a partir do problema 10 de [Malea & Balaguer, 2004])

**Soluções:**

- a)  $2,16\Omega$ ;    b)  $7618\angle 15,5^\circ \text{ V}$ ;  $2099\angle -25,8^\circ \text{ A}$ ;    c)  $8385\angle 14,1^\circ \text{ V}$   
 d)  $949\text{A}$ ;  $0,996(i)$ ;  $1254\text{A}$ ;  $0,753(i)$

**Exercício 9**

Um gerador síncrono tetrapolar de polos salientes, 200kVA, 480V—60Hz, fator de potência 0,8 indutivo, ligação dos enrolamentos do estator em estrela, apresenta uma reatância segundo o eixo direto de  $0,25\Omega$ , uma reatância segundo o eixo de quadratura de  $0,18\Omega$  e uma resistência do induzido de  $0,03\Omega$ . As perdas por atrito, ventilação e suplementares assumem-se desprezáveis. O gerador síncrono apresenta a seguinte característica magnética à frequência nominal:



- Qual o valor da corrente de campo necessária para obter uma tensão de 480V quando o gerador síncrono se encontra a funcionar em vazio?
- Determine o valor da corrente de campo do gerador síncrono, quando este se encontra a funcionar nas condições nominais;

- c) Qual a percentagem da potência resultante do binário de relutância do rotor quando o gerador síncrono se encontra à plena carga, (desprezando  $R$ )?

(Fonte: Adaptado do problema C-1 de [Chapman, 2005])

**Soluções:**

- a) 4,55A;      b) 7,3A;      c) 25%

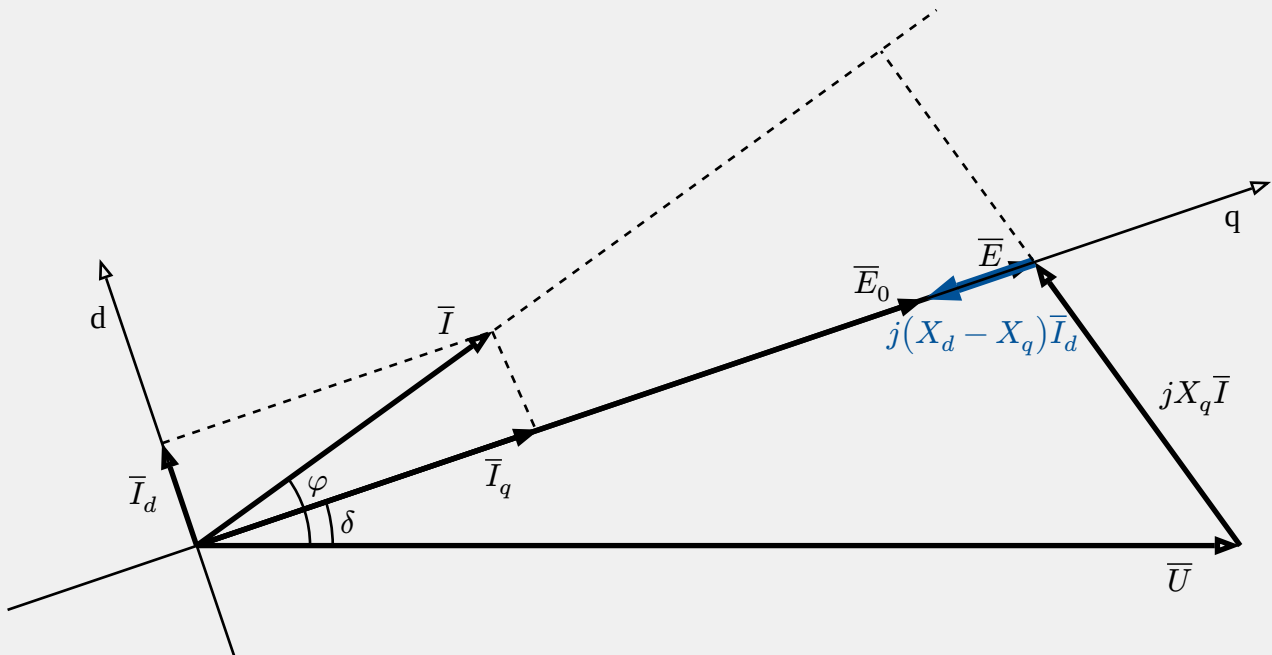
**Exercício 10**

Um alternador síncrono de polos salientes, 12MVA, ligação em triângulo,  $\eta = 91\%$ , faz parte de um processo de cogeração de uma indústria de celulose e encontra-se ligado à rede elétrica de potência infinita de 13,8kV–50Hz. Sabe-se que:  $X_d = 34\Omega/\text{fase}$ ;  $X_q = 16\Omega/\text{fase}$  e  $R \approx 0\Omega$ .

- Trace qualitativamente o diagrama vetorial de tensões para uma situação de plena carga e  $\cos \varphi = 0,81(c)$ , evidenciando a determinação dos eixos direto e quadratura e das componentes da corrente nos mesmos;
- Determine o fasor da força eletromotriz nessa situação;
- Mantendo a corrente de excitação constante, determine o limite de estabilidade estática deste alternador e a potência desenvolvida correspondente;
- Qualitativamente:
  - Como proceder para colocar esta máquina síncrona a operar como um condensador síncrono nesta instalação, partindo do ponto de funcionamento descrito;
  - Apresente o diagrama vetorial do novo ponto de funcionamento da máquina síncrona.

**Resolução:**

a)

b) Fasores da tensão e corrente por fase (circuito equivalente),  $\bar{U}_f$  e  $\bar{I}_f$ :

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = \frac{12 \times 10^6}{\sqrt{3} \cdot 13,8 \times 10^3} = 502 \text{ A} \quad \text{fase: } \varphi = \arccos(0,81) = 35,9^\circ$$

$$\text{Estator em } \Delta: \quad U_f = U_n; \quad I_f = \frac{I_n}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Fasores: } \bar{U}_f = 13,8 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad \bar{I}_f = \frac{502}{\sqrt{3}} \angle 35,9^\circ \text{ A}$$

Fasor da FEM efetiva,  $\bar{E}$ :

$$\bar{E} = \bar{U}_f + jX_q \bar{I}_f = (13,8 \times 10^3 \angle 0^\circ) + j16 \left( \frac{502}{\sqrt{3}} \angle 35,9^\circ \right) = 11,7 \angle 18,7^\circ \text{ kV}$$

Fasor da corrente segundo o eixo direto,  $\bar{I}_d$ :

$$\bar{I}_d = I \sin(\varphi - \delta) \angle (\delta + 90^\circ) = \frac{502}{\sqrt{3}} \sin(35,9^\circ - 18,7^\circ) \angle (18,7^\circ + 90^\circ)$$

$$\bar{I}_d = 85,7 \angle 108,7^\circ \text{ A}$$

Fasor da FEM,  $\bar{E}_0$ :

$$\bar{E}_0 = \bar{E} + j(X_d - X_q) \bar{I}_d = (11,7 \times 10^3 \angle 18,7^\circ) + j(34 - 16)(85,7 \angle 108,7^\circ)$$

$$\bar{E}_0 = 10,16 \angle 18,7^\circ \text{ kV}$$

c)

Limite de estabilidade estática:  $\Rightarrow \frac{dP_d}{d\delta} = 0 \Leftrightarrow$

$$\frac{3UE_0}{X_d} \cos \delta_{\text{lim}} + \frac{3U^2(X_d - X_q)}{X_d X_q} \cos(2\delta_{\text{lim}}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{3 \cdot 13,8 \times 10^3 \cdot 10,16 \times 10^3}{34} \cos \delta_{\text{lim}} + \frac{3(13,8 \times 10^3)^2(34 - 16)}{34 \cdot 16} \cos(2\delta_{\text{lim}}) = 0 \Rightarrow$$

$$\delta_{\text{lim}} = 55,8^\circ$$

Com:  $I_{\text{exc}} = \text{constante} \Rightarrow E_0 = \text{constante}$

Substituindo em  $P_d(\delta)$  com  $\delta = \delta_{\text{lim}}$ :

$$\begin{aligned} P_d^{\text{max}} &= \frac{3UE_0}{X_d} \sin \delta_{\text{lim}} + \frac{3U^2(X_d - X_q)}{2X_d X_q} \sin(2\delta_{\text{lim}}) \\ &= \frac{3 \cdot 13,8 \times 10^3 \cdot 10,16 \times 10^3}{34} \sin(55,8^\circ) + \frac{3 \cdot (13,8 \times 10^3)^2(34 - 16)}{2 \cdot 34 \cdot 16} \sin(2 \cdot 55,8^\circ) \\ &\approx 19\text{MW} \end{aligned}$$

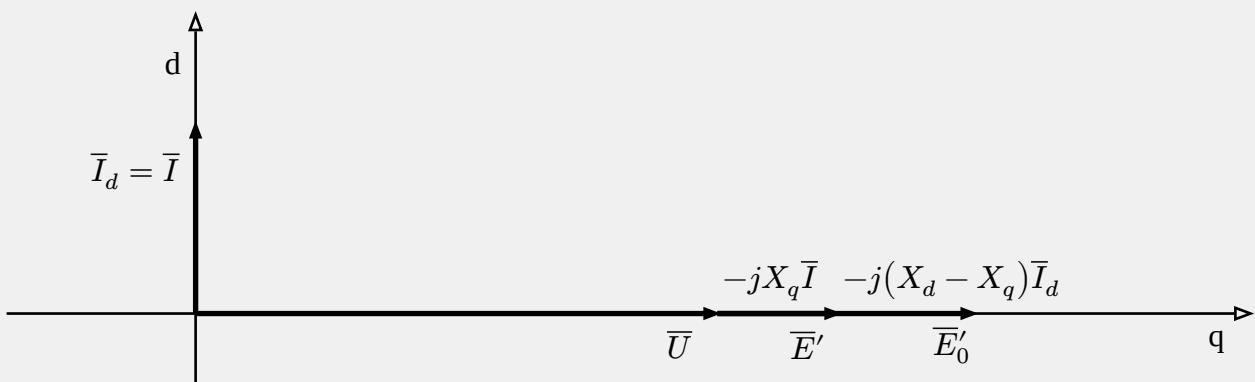
d) Procedimento para funcionar como condensador síncrono:

1º: ( $T_{\text{mec}} \searrow$  até  $\delta = 0$ ) e ( $I_{\text{exc}} \nearrow$  até  $\bar{E}_0 = \bar{U}$ )  $\Rightarrow$  máquina a “flutuar” na rede, ou seja, ( $Q = 0, P = 0$ )

2º: Desacoplar a turbina do alternador  $\Rightarrow$  motor síncrono em vazio

3º: ( $I_{\text{exc}} \nearrow$  até  $Q$  desejado), modo sobreexcitado  $\Rightarrow$  condensador síncrono

Diagrama vetorial de tensões do condensador síncrono de polos salientes:





## Exercício 11

Um motor síncrono trifásico com quatro polos salientes e o estator ligado em estrela, encontra-se a trabalhar sobre uma rede de potência infinita de 208V, com  $\cos \varphi = 0,8(i)$ , consumindo 40A.

Sabe-se que:  $f = 50\text{Hz}$ ;  $X_d = 2,7\Omega/\text{fase}$ ;  $X_q = 1,7\Omega/\text{fase}$ ;  $R = 0\Omega$ .

- Trace, qualitativamente, o diagrama vetorial de tensões correspondente, evidenciando a determinação dos eixos direto e de quadratura e das componentes da corrente nos mesmos;
- Determine o fasor da força contraeletromotriz,  $\overline{E}'_0$ , nas condições de funcionamento indicadas;
- Calcule o binário máximo desenvolvido por esta máquina;
- Trace qualitativamente a curva de binário desenvolvido deste motor.

### Soluções:

- b)  $94,5\angle -34,5^\circ \text{ V}$ ;      c)  $95,8\text{Nm}$

## Exercício 12

Uma máquina síncrona 3 ~ de polos salientes, 50MVA, 11kV—60Hz, enrolamentos do estator em Y, apresenta as reatâncias:  $X_d = 0,8\text{pu}$  e  $X_q = 0,4\text{pu}$ . Como motor síncrono é colocado à plena carga com fator de potência 0,8 indutivo. As perdas mecânicas representam são 0,15pu.

Despreze as perdas de Joule do induzido.

- Determine  $X_d$  e  $X_q$  em  $\Omega$ ;
- Determine a FEM em pu;
- Determine a potências desenvolvidas (em pu) devido à FEM de excitação e devido ao efeito de relutância do rotor;
- Se a corrente de excitação for reduzida a zero, a máquina continua em sincronismo? Justifique;
- Se a carga ao veio for retirada e a corrente de excitação reduzida a zero, determine o valor da corrente do estator (em pu) e o fator de potência. Desenhe o diagrama vetorial da máquina para esta situação.

O exercício 12 está resolvido na linguagem **julia** através da ferramenta **Pluto.jl** para uma experiência mais interativa: [🔗 notebook](#)

## Bibliografia

- [Chapman, 2005]: S.J. Chapman, Electric Machinery Fundamentals, 4<sup>th</sup> Ed., McGraw-Hill, USA, 2005.
- [Malea & Balaguer, 2004]: J.M. Malea, E.F. Balaguer, Problemas resueltos de máquinas eléctricas rotativas, Publicações da Universidade de Jaume I, Espanha, 2004.
- [Sen, 1989]: P.C. Sen, Principles of electric machines and power electronics, John Wiley & Sons, USA, 1989.

## DINÂMICA DE MÁQUINAS ELÉTRICAS

## Exercício 1

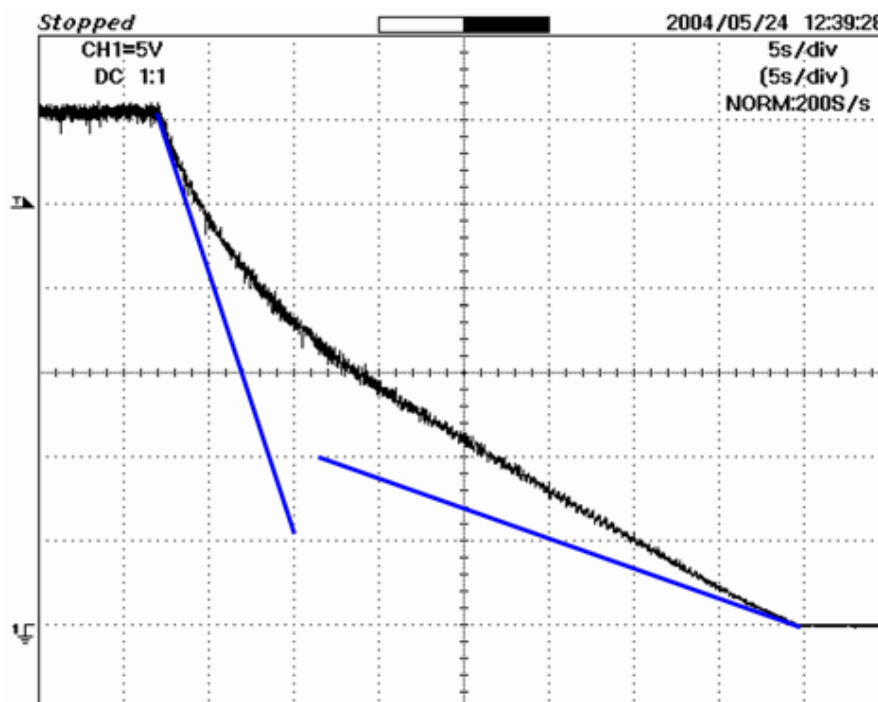
Considere um motor de corrente contínua de excitação em derivação, no qual se efetuaram dois ensaios:

- Ensaio em vazio para a separação das perdas mecânicas e magnéticas;
- Ensaio de desaceleração para determinação dos parâmetros mecânicos.

**Ensaio em vazio** (velocidade constante = 1500rpm)

$U$ (V)	220	210	190	172	150	125	100	80	60	40	32
$I_a$ (A)	0,70	0,70	0,70	0,70	0,76	0,86	1,00	1,25	1,60	2,45	3,00

**Ensaio de desaceleração** (ganho vertical = 250rpm/div):



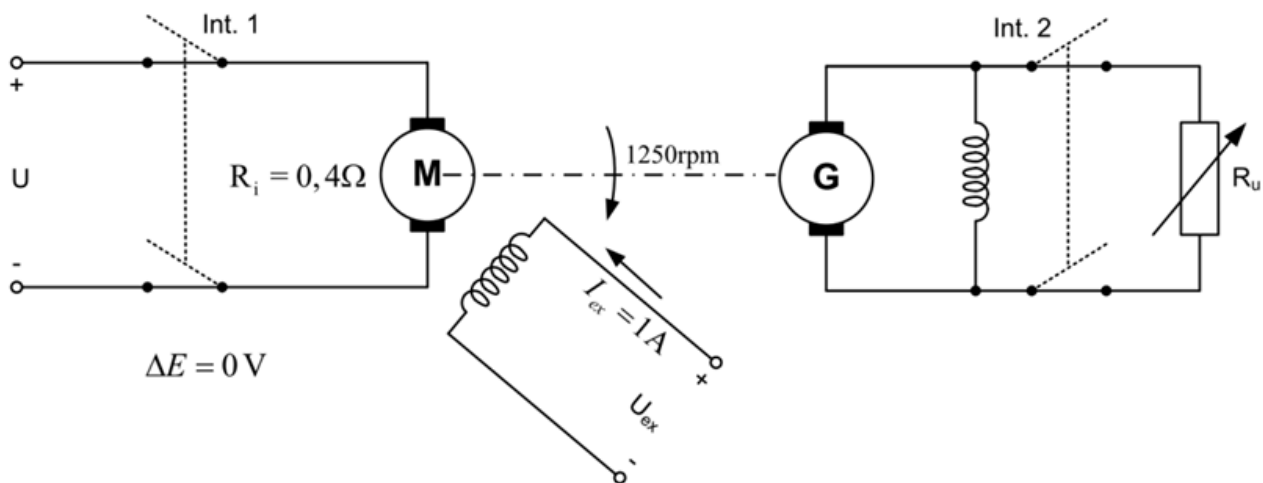
- Determine o valor das perdas mecânicas deste motor, sabendo que a resistência do induzido tem o valor:  $R_a = 1,1\Omega$ ;
- Determine os parâmetros mecânicos (momento de inércia, coeficientes de atrito viscoso e estático) deste motor.

**Soluções:**

a) 85W      b) 0,0344kgm<sup>2</sup>; 0,030Nms; 0,069Nm

**Exercício 2**

Considere duas máquinas de corrente contínua ligadas de acordo com o esquema da figura seguinte:



O gerador de excitação derivação, **G**, alimenta a resistência de utilização, **Ru**, e é acionado por um motor de excitação separada, **M**, que apresenta a seguinte característica magnética:

$i$ (A)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	$n_{\text{mag}} = 1200\text{rpm}$
$E$ (V)	15	75	130	170	200	220	235	250	

- Escreva as equações que modelizam o funcionamento do motor CC em regime dinâmico;
- Considere o motor alimentado à tensão de 295V e uma corrente de 50A. Atendendo que o fluxo é constante, calcule o binário de carga aplicado ao motor nessas condições, sabendo que o sistema (motor + carga) apresenta os seguintes parâmetros mecânicos:

$$J = 0,3\text{kgm}^2$$

$$K_d = 0,007\text{Nm/rad.s}^{-1}$$

$$K_e = 3,5\text{Nm}$$

- Suponha que o motor se encontra a funcionar nas seguintes condições:

$$T_i = 100\text{Nm}$$

$$T_c = 80\text{Nm}$$

$$n = 2250\text{rpm}$$

Determine o valor de  $\frac{d\omega}{dt}$  quando: Int. 1  $\rightarrow$  o interruptor 1 é aberto;  
Int. 2  $\rightarrow$  o interruptor 2 é aberto.

### Soluções:

b) 92,4Nm; c)  $-333\text{rads}^{-2}$ ;  $0267\text{rads}^{-2}$

## Exercício 3

Considere dois alternadores síncronos trifásicos de 5MVA, 6kV, 50Hz, ligação em Y,  $2p = 4$ , ligados em paralelo a uma rede de capacidade infinita (6kV–50Hz), fornecendo 1MW cada, com  $\cos \varphi = 1$ .

Sabe-se ainda que:

	Alternador 1	Alternador 2
Máquina síncrona:	polos lisos	polos salientes
Reatâncias/fase:	$X_s = 12,75\Omega$	$X_d = 12,75\Omega$ ; $X_q = \frac{X_d}{2}$
Resistência do estator:	$R \approx 0\Omega$	$R \approx 0\Omega$
FEM/fase:	$E_0 = 3,675\text{kV}$	$E_0 = 3,675\text{kV}$

Utilizando o critério de igualdade das áreas, determinar a máxima perturbação admissível de cada um dos alternadores, mantendo o funcionamento da máquina síncrona estável.

Analise as diferenças entre os alternadores.

O exercício 3 está resolvido na linguagem  através da ferramenta **Pluto.jl**  para uma experiência mais interativa:  [notebook](#)

