

**Licenciatura em Engenharia Eletrotécnica**

## **Máquinas Elétricas II**

### **Exercícios e Problemas de Aplicação Industrial**



# **Exercícios e Problemas de Aplicação Industrial**

## **Máquinas Elétricas II**

**RECURSO EDUCACIONAL ABERTO (REA)  
OPEN EDUCATIONAL RESOURCE (OER)**

**Licença:** CC BY-SA 4.0 International  
<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

**Autor:** Ricardo Luís  
**Instituição:** ISEL  
**Ano:** 2025

**Repositório GitHub:** <https://github.com/Ricardo-Luis/me-2-oer/tree/main/exercises>

**Editor:** Typst (ficheiros fonte .typ disponíveis no repositório)

### **Como citar este documento:**

Ricardo Luís, "Exercícios e Problemas de Aplicação Industrial", Máquinas Elétricas II, recurso educacional aberto, ISEL, 2025. [Online].  
Disponível: <https://github.com/Ricardo-Luis/me-2-oer/tree/main/exercises>



# Prefácio

Esta coletânea de exercícios e problemas de aplicação industrial está organizada em 3 capítulos:

- Máquinas de corrente contínua
- Máquinas síncronas trifásicas
- Dinâmica de máquinas elétricas

O presente documento apresenta exercícios de carácter mais conceptual e problemas de aplicação industrial, permitindo uma progressão desde os conceitos fundamentais até situações práticas presentes na indústria. Cada exercício ou problema é numerado sequencialmente (Exercício 1, Exercício 2, ...), sendo o seu âmbito evidenciado pelo próprio contexto e enunciado.

Os exercícios ímpares estão completamente resolvidos, enquanto os exercícios pares constituem propostas de trabalho, apresentando apenas a indicação das soluções. Estes últimos destinam-se principalmente à resolução nas aulas teórico-práticas, adotando a Aprendizagem Baseada em Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem. Deste modo, promove-se a discussão e a análise crítica dos temas, estimulando o desenvolvimento do pensamento analítico e a capacidade de resolução de problemas.

Entre os exercícios resolvidos, alguns estão resolvidos analiticamente como introdução ou sistematização de conceitos, enquanto outros estão resolvidos recorrendo à linguagem de computação científica Julia), através da realização de documentos computacionais (*notebooks*), usando o ambiente de desenvolvimento integrado: Pluto.jl. A utilização de *notebooks* interativos permite que os estudantes aprofundem a sua compreensão dos conceitos teóricos fundamentais e desenvolvam competências essenciais para a prática profissional. Além disso, a prática exploratória possibilita a aplicação dos conhecimentos na resolução de exercícios de forma interativa, a representação e análise gráfica de resultados, e a prática com ferramentas de engenharia.

Lisboa, setembro de 2025

Ricardo Luís



*O verdadeiro processo educativo deve ser  
o processo de aprender a pensar através  
da aplicação de problemas reais.*

— **John Dewey** (1859-1952)





# Índice

<b>Prefácio .....</b>	<b>1</b>
<b>Máquinas de Corrente Contínua .....</b>	<b>1</b>
Exercício 1 .....	1
Exercício 2 .....	2
Exercício 3 .....	2
Exercício 4 .....	4
Exercício 5 .....	4
Exercício 6 .....	5
Exercício 7 .....	6
Exercício 8 .....	7
Exercício 9 .....	7
Exercício 10 .....	8
Exercício 11 .....	9
Exercício 12 .....	10
Exercício 13 .....	10
Exercício 14 .....	11
Exercício 15 .....	11
Exercício 16 .....	12
Bibliografia .....	13
<b>Máquinas Síncronas Trifásicas .....</b>	<b>15</b>
Exercício 1 .....	15
Exercício 2 .....	15
Exercício 3 .....	17
Exercício 4 .....	17
Exercício 5 .....	18
Exercício 6 .....	18
Exercício 7 .....	19
Exercício 8 .....	20
Exercício 9 .....	21
Exercício 10 .....	22
Exercício 11 .....	25

Exercício 12 .....	25
Bibliografia .....	26
<b>Dinâmica de Máquinas Elétricas .....</b>	<b>27</b>
Exercício 1 .....	27
Exercício 2 .....	28
Exercício 3 .....	29

## MÁQUINAS DE CORRENTE CONTÍNUA

## Exercício 1

Uma máquina de corrente contínua hexapolar tem 360 condutores em cavas do induzido. Cada polo magnético apresenta um arco polar de 20 cm, uma profundidade de 20 cm e uma indução magnética de 0,8 T. Com o rotor à velocidade de 1000 rpm, determine a força eletromotriz induzida,  $E_0$ , que se obtém se a máquina tiver:

- enrolamento induzido do tipo imbricado;
- enrolamento induzido do tipo ondulado.

**Resolução:**

Sejam:

- $2p = 6$  polos;  $z = 360$  condutores;
- $b = 20$  cm (arco polar);  $l = 20$  cm (profundidade)
- $B = 0,8$  T

Área da face do polo,  $A_p$ :  $A_p = b l = 0,2 \times 0,2 = 0,04 \text{ m}^2$

O fluxo magnético por polo,  $\phi_p$ , vem:

$$\phi_p = B A_p = 0,8 \times 0,04 = 0,032 \text{ Wb}$$

Com a velocidade em rpm, a constante do induzido,  $k$ , vem dada por:  $k = \frac{z p}{60 a}$

Assim, obtém-se a força eletromotriz induzida,  $E_0$ , no enrolamento do induzido:

**a)** Enrolamento imbricado,  $a = p$  (n.º de escovas igual ao n.º de polos):

$$E_0 = k \phi_p n = \frac{360 \times 3}{60 \times 3} \times 0,032 \times 1000 = 192 \text{ V}$$

**b)** Enrolamento ondulado,  $a = 1$  (apenas um par de escovas):

$$E_0 = k \phi_p n = \frac{360 \times 3}{60 \times 1} \times 0,032 \times 1000 = 576 \text{ V}$$

(Fonte: Modificado a partir do exercício 5.5 de [Guru & Hiziroğlu, 2003])

## Exercício 2

Considere um induzido de um gerador de corrente contínua tetrapolar com um enrolamento imbricado colocado em 28 cavas com 10 condutores em cada uma. O fluxo magnético por polo é 40 mWb e a velocidade do induzido (rotor) de 1200 rpm. O gerador alimenta uma carga e a corrente em cada condutor é 2 A. Quais são o binário e a potência desenvolvidos pelo gerador?

### Soluções:

$$T_d = 14,26 \text{ Nm} \quad ; \quad P_d = 1,79 \text{ kW}$$

(Fonte: Modificado a partir do exercício 5.8 de [Guru & Hiziroğlu, 2003])

## Exercício 3

Considere um gerador de corrente contínua com  $2p = 6$  polos, enrolamento induzido imbricado simples, ou seja,  $2a = 6$  circuitos derivados e  $z = 624$  condutores úteis distribuídos uniformemente na periferia do induzido.

Sabe-se que a secção de cada condutor do induzido é  $s = 8 \text{ mm}^2$  e é percorrido por uma densidade de corrente,  $J = 3 \text{ A.mm}^{-2}$ .

A máquina tem uma relação arco polar/passos polar,  $b/\tau = 2/3$ , e o induzido tem um diâmetro,  $D = 220 \text{ mm}$ .

- Determinar a força magnetomotriz (FMM) relativa à reação magnética do induzido,  $\mathcal{F}_i$ , na linha neutra geométrica;
- Supondo que a máquina terá apenas polos auxiliares, determinar o número de espiras a colocar em polos auxiliares;
- Suponha que se pretende a máquina com  $\mathcal{F}_i$  totalmente compensada:
  - Calcular o número de espiras a colocar num enrolamento de compensação, supondo que se abriam 6 cavas em cada polo principal. Calcular o número de condutores a inserir em cada cava;
  - Dimensionar o numero de espiras a colocar nos polos auxiliares, depois de montados os enrolamentos de compensação.

**Resolução:****a)**

$$I_a = J_s = 3 \times 8 = 24 \text{ A}$$

$$I = I_a 2a = 24 \times 2 \times 3 = 144 \text{ A}$$

$$\mathcal{F}_i = A \frac{\tau}{2} \text{ com: } A = \frac{z I}{4 a p} \frac{1}{\tau} \text{ ou } \mathcal{F}_i = \frac{z I}{8 a p}, \text{ usando esta última expressão:}$$

$$\mathcal{F}_i = \frac{z I}{8 a p} = \frac{624 \times 144}{8 \times 3 \times 3} = 1248 \text{ A.cond}$$

**b)** Para máquina com polos auxiliares:

$$\mathcal{F}_{PA} = \mathcal{F}_i \text{ como: } \mathcal{F}_{PA} = N_{PA} I, \text{ têm-se: } N_{PA} = \frac{\mathcal{F}_i}{I} = \frac{1248}{144} = 8,67 \text{ espiras}$$

Para facilitar a comutação considera-se o número inteiro acima, ou seja, 9 espiras.

Assim, obtém-se uma FMM corrigida para os polos auxiliares,  $\mathcal{F}'_{PA}$ :

$$\mathcal{F}'_{PA} = 9 \times 144 = 1296 \text{ A.cond}$$

**c-1)**

$$\mathcal{F}_{EC} = A \frac{b}{2} \text{ ou } \mathcal{F}_{EC} = \mathcal{F}_i \frac{b}{\tau}, \text{ usando esta última expressão conhecido o valor de } \frac{b}{\tau}:$$

$$\mathcal{F}_{EC} = \mathcal{F}_i \frac{b}{\tau} = 1248 \times \frac{2}{3} = 832 \text{ A.cond}$$

Por outro lado, como:  $\mathcal{F}_{EC} = N_{EC} I$ , o número de espiras do enrolamento de compensação obtém-se:

$$\text{Assim, } N_{EC} = \frac{\mathcal{F}_{EC}}{I} = \frac{832}{144} = 5,78 \text{ espiras}$$

Considerando 6 cavas por polo principal, onde as espiras de 3 cavas se ligam ao polo seguinte e as das outras 3 cavas ao polo anterior, obtém-se  $N'_{EC} = 6$  espiras, colocando 2 espiras em cada cava.

Assim, obtém-se uma FMM corrigida para os enrolamentos de compensação,  $\mathcal{F}'_{EC}$ :

$$\mathcal{F}'_{EC} = 6 \times 144 = 864 \text{ A.cond}$$

c-2)

$$\mathcal{F}_{PA} = \mathcal{F}_i - \mathcal{F}'_{EC} = 1248 - 864 = 384 \text{ A.cond}$$

$$\mathcal{F}_{PA} = \frac{\mathcal{F}_{PA}}{I} = \frac{384}{144} = 2,67 \text{ A.cond}$$

Para facilitar a comutação considera-se o número inteiro acima, ou seja, 3 espiras.

Assim, obtém-se uma FMM corrigida para os polos auxiliares,  $\mathcal{F}'_{PA}$ :

$$\mathcal{F}'_{PA} = 3 \times 144 = 432 \text{ A.cond}$$

**Conclusão:** após a montagem dos enrolamentos de compensação e dos polos auxiliares obtém-se uma FMM resultante,  $\mathcal{F}_R$ , nas Linhas Neutras Geométricas (posições das escovas):

$$\mathcal{F}_R = \mathcal{F}_i - \mathcal{F}'_{PEC} - \mathcal{F}'_{PA} = 1248 - 864 - 432 = -48 \text{ A.cond}$$

## Exercício 4

Um enrolamento induzido de um dínamo possui  $z = 640$  condutores, executado em imbricado simples para uma corrente nominal de 100A e 2 pares de polos.

- Dimensionar o número de espiras dos enrolamentos de compensação,  $N_{EC}$ , e dos polos auxiliares,  $N_{PA}$ , para uma compensação total da reação magnética do induzido. Considere que os polos de excitação da máquina preenchem 70% do perímetro total, visto do rotor;
- Redimensione  $N_{EC}$  e  $N_{PA}$  considerando um enrolamento induzido ondulado simples.

**Soluções:**

$$\text{a) } N_{EC} = 14 \text{ espiras; } N_{PA} = 6 \text{ espiras}$$

$$\text{b) } N_{EC} = 28 \text{ espiras; } N_{PA} = 12 \text{ espiras}$$

## Exercício 5

Um gerador de corrente contínua [220V, 12A, 1500rpm] com excitação independente foi ensaiado em vazio e em carga, à velocidade nominal, tendo-se obtido as seguintes características:

$E_0$ [V]	20	180	238	270	284	300	$U$ [V]	278	260	242	216	186
$i$ [A]	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	$I$ [A]	0	5	10	15	20

- Determine a queda de tensão interna total deste gerador;
- O que é a resistência crítica de um gerador com uma excitação derivação? Qual a sua importância? Como se determina (aproximadamente) na prática?
- Qual a resistência do enrolamento indutor, sabendo que como gerador derivação, à velocidade nominal, sem resistência de campo,  $U_0 = 294V$ ;
- Explicite qualitativamente qual a influência que a variação da resistência de campo tem, sobre a característica externa do gerador derivação. Justifique sucintamente;
- Nas condições de excitação da alínea c), como proceder para obter uma tensão de vazio de 336V?

O exercício 5 está resolvido na linguagem **julia**, através da ferramenta **Pluto.jl** para uma experiência mais interativa: [🔗 notebook](#)

## Exercício 6

Um gerador de excitação em derivação apresenta a seguinte característica de vazio, a 1500rpm:

$i[A]$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0	$R_i = 2,0\Omega$
$E[V]$	20	120	200	235	250	270	285	300	$R_d = 300\Omega$

Considere que o gerador tem incorporado polos auxiliares e enrolamentos de compensação.

- Com o gerador acionado a 1500rpm, determine o valor do reóstato de campo para obter o ponto de funcionamento (35A; 180V);
- Determine o valor da velocidade de acionamento do gerador, para que sem reóstato de excitação, a máquina funcione nas mesmas condições da alínea a);
- Nas condições da alínea a) (1500rpm e reóstato de campo), determine a razão de equivalência ( $N_s/N_d$ ), para se obter o ponto de funcionamento (35A; 200V). Considere que o enrolamento de excitação série tem uma resistência de 0,5Ω.

### Soluções:

- a)** 150Ω;     **b)** 1389rpm;     **c)** 0,39/35

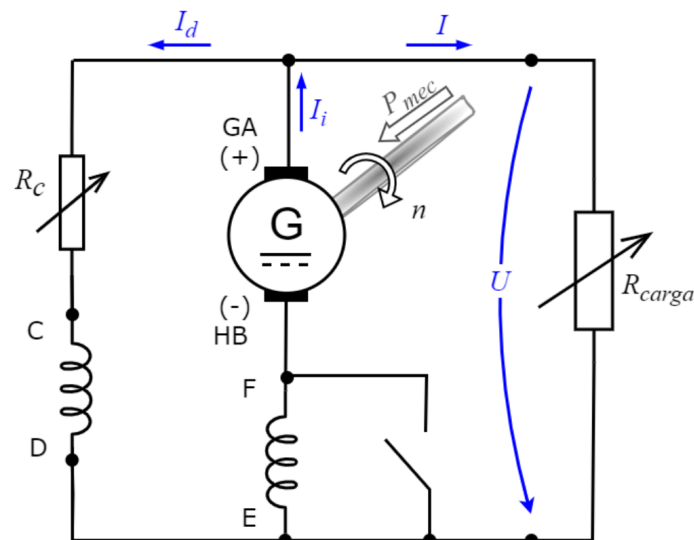
## Exercício 7

Um gerador de excitação composta ligado em longa derivação e fluxo de excitação série aditivo apresenta as seguintes características:

$$\begin{array}{llllll}
 P = 8,75\text{kW} & U = 250\text{V} & R_d = 223\Omega & R_i = 1,3\Omega & R_s = 0,1\Omega & \\
 n = 1500\text{rpm} & n_{\text{mag}} = 1500\text{rpm} & N_d = 2000 \text{ espiras} & N_s = 50 \text{ espiras} & E_0 = f(I_{\text{exc}}): & 
 \end{array}$$

$I_{\text{exc}}$ [A]	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1,0	1,1	1,3	1,5	1,7
$E_0$ [V]	15	100	170	220	250	260	270	280	290	300	310

Considere ainda um interruptor em paralelo com o enrolamento indutor série, de acordo com esquema seguinte:



- Calcule o valor da tensão em vazio sem reóstato de excitação. Explique se o estado do interruptor influencia o valor da tensão de vazio do gerador;
- Com o interruptor desligado, calcule o valor da queda de tensão devido à reação magnética do induzido, sabendo que nas condições nominais se obtém uma regulação plana;
- Com o interruptor ligado explicita qualitativamente a característica exterior do gerador. Qual a variação do ponto de funcionamento da característica externa para uma dada resistência de carga, nas seguintes situações:
  - aumento da velocidade de acionamento;
  - diminuição do reóstato de campo derivação.



O exercício 7 está resolvido na linguagem **julia** através da ferramenta **Pluto.jl** para uma experiência mais interativa: [🔗 notebook](#)

## Exercício 8

Considere um gerador série com 5 espiras/polo, com uma característica magnética que passa pelos seguintes pontos, a 1200rpm:

$\mathcal{F}$ [Ae]	0	200	600	1000
$E_0$ [V]	5	120	160	170

Sabe-se que as perdas rotacionais são de 1200W, a  $R_a = 0,2\Omega$  e que  $R_s = 0,05\Omega$ .

- Determine a queda de tensão de tensão devido à reação magnética do induzido, quando alimenta uma carga de  $1\Omega$ , com 120A;
- Considere que a reação magnética do induzido se traduz numa perda de fluxo de 5%. Será possível obter a tensão de 150V, para a mesma corrente? Justifique;
- Tentou-se colocar este dínamo série a funcionar sobre uma carga de  $3\Omega$ , mas tal não foi possível. Comente a situação;
- Determine o valor da corrente correspondente ao rendimento máximo.

### Soluções:

a) 10V ;      d) 69,3A

## Exercício 9


Conhecem-se as características externas de dois dínamos de excitação derivação, de 220V, 110 kW, ligados em paralelo:

$I$ [A]	0	200	400	500	700	900
$U_1$ [V]	229,5	226,5	222,5	220,0	213,0	205,5
$U_2$ [V]	224,0	223,0	221,0	220,0	217,5	214,0

- Como repartiriam as duas máquinas uma corrente de 1500A? Qual a tensão?
- O que se verifica para cargas reduzidas e próximas de zero?  $0 < I < 250A$

c) Complete:

“Em sobrecarga a máquina com \_\_\_\_\_ regulação, fornece \_\_\_\_\_ corrente”.

O exercício 9 está resolvido na linguagem  através da ferramenta **Pluto.jl**  para uma experiência mais interativa:  [notebook](#)

## Exercício 10

Um motor série com o induzido de  $0,8\Omega$  e o indutor de  $0,4\Omega$  foi posto a funcionar como dínamo. Excitado separadamente a 50A, deu 230V sobre os terminais em vazio e a 1500rpm, e com excitação série, debitando 50A e à mesma velocidade deu 150V. Sabendo que as perdas mecânicas e magnéticas,  $P_{(mec+Fe)}$ , são 400W, calcular:

- a) A velocidade quando absorve 50A como motor série de uma rede de 220V;
- b) O binário mecânico que transmite à carga nesta situação;
- c) Trace qualitativamente as características de binário e de velocidade deste motor. Explícite a influência da introdução de uma resistência de campo, sobre estas características.

### Soluções:

- a) 1174rpm ;      b) 61,8Nm

## Exercício 11

Considere um motor de corrente contínua, com a seguinte chapa de características: 17kW, 250 V, 1200rpm,  $\eta = 85\%$ .

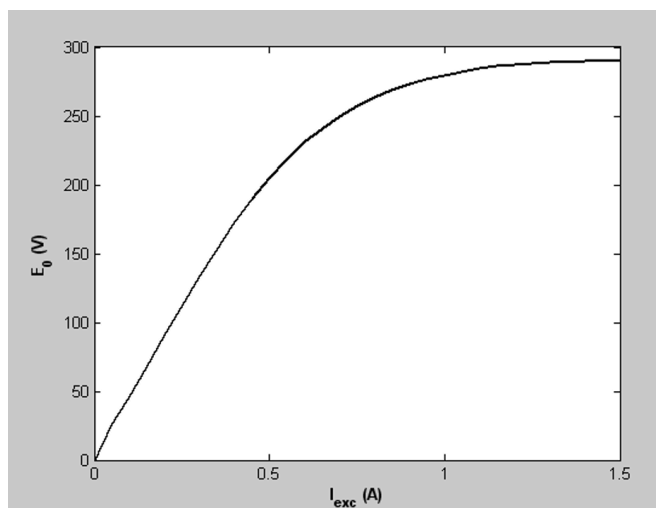
Conhecem-se ainda os seguintes parâmetros:

$$E_0 = f(I_{exc}) , \quad n = 1200\text{rpm}$$

$$R_i = 0,6\Omega$$

$$R_s = 0,1\Omega \quad , \quad 30 \text{ espiras}$$

$$R_d = 200\Omega \quad , \quad 3000 \text{ espiras}$$



- Com o motor em excitação derivação, determine o valor do reóstato de campo, nas condições nominais ( $U_n, I_n, n_n$ );
- Utilizando o reóstato de campo calculado na alínea anterior, determine as características de velocidade, binário e mecânica deste motor (excitação derivação);
- Idem, com excitação composta em longa derivação aditiva e subtrativa. Representar as características nos mesmos gráficos para comparação;
- Determinar as curvas características com o circuito de derivação desligado (motor série). Representar as características nos mesmos gráficos para comparação;
- Considere o motor com excitação separada,  $U_{exc} = 240\text{V}$ , com o reóstato de campo calculado na alínea a). Explicite a variação da característica de velocidade nas situações:
  - aumento de tensão do induzido;
  - diminuição do reóstato de campo;
  - aumento da resistência adicional.

O exercício 10 está resolvido na linguagem **julia** através da ferramenta **Pluto.jl** para uma experiência mais interativa: [notebook](#)

## Exercício 12

Um motor série de 12kW, 250V, 1400rpm, 80% de rendimento, velocidade máxima 2400rpm, tem a seguinte característica magnética obtida a 1500rpm:

$I_{exc}$ (A)	10	20	30	40	50	60	70	80
$E_o$ (V)	80	140	190	225	250	270	285	295

Sabendo que a resistência do induzido é  $0,35\Omega$  e a do indutor é  $0,1\Omega$ , calcular:

- As perdas mecânicas e no ferro,  $p_{(mec+Fe)}$ ;
- O valor mínimo da corrente que o motor pode absorver;
- A queda de tensão devida à reação magnética do induzido a plena carga;
- A potência do motor que corresponde ao rendimento máximo;
- Explicite qualitativamente a influência do reóstato de campo sobre a característica de velocidade do motor série;
- Explicite qualitativamente a influência do reóstato de campo sobre a característica de binário do motor série.

O exercício 11 está resolvido na linguagem **julia** através da ferramenta **Pluto.jl** para uma experiência mais interativa: [notebook](#)

## Exercício 13

Um motor série alimentado a 250V tem uma resistência de induzido de  $0,2\Omega$  e uma resistência de indutor de  $0,15\Omega$ . Este enrolamento indutor tem uma resistência de campo de  $0,1\Omega$  munida de interruptor.

- Suponha o interruptor aberto. Nestas condições, o motor fornece um binário útil de 25Nm, rodando a 800rpm e consumindo uma corrente de 10A.  
Calcule o rendimento,  $\eta$  (%), o binário eletromagnético,  $T_d$ , e as perdas mecânicas e magnéticas,  $p_{(mec+Fe)}$ ;
- Suponha o interruptor fechado. Quais os novos valores da corrente consumida e de velocidade, quando o binário eletromagnético duplica. Explicite as hipóteses efetuadas;

- c) Trace qualitativamente a característica de binário útil deste motor. Explícite o que acontece à mesma quando se varia a tensão da rede. Justifique.

### Soluções:

- a) 83,8% ; 29,4Nm ; 370,6W      b) 22,4A ; 888rpm

## Exercício 14

Um motor excitação derivação apresenta as seguintes características:

$$U_n = 220V \quad I_n = 42A \quad n_n = 1500\text{rpm} \quad R_a = 0,34\Omega$$

- a) No ensaio em vazio obtiveram-se os seguintes valores:

$$U = 220V \quad n = 1600\text{rpm} \quad I_a = 3A \quad I = 4,6A$$

Calcule o binário de perdas;

- b) Obtenha a equação da velocidade,  $n = f(I_a)$  ;

- c) Dimensione um reóstato de arranque por pontos para que:  $40A < I_{arr} < 65A$  .

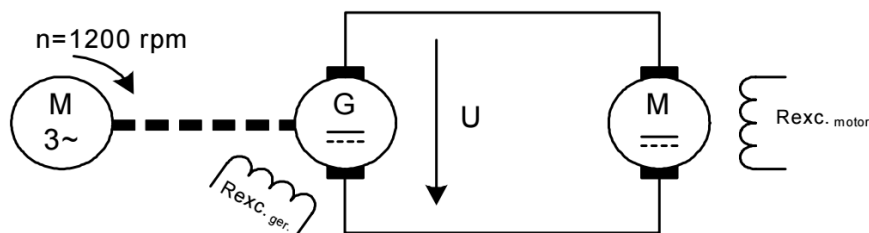
### Soluções:

a) 3,92Nm      b)  $n(\text{rpm}) = \frac{-100}{37,4}(I_a - 3) + 1600$

- c) Resistências entre os 6 contactos ( $\Omega$ ): 1,30; 0,80; 0,49; 0,30; 0,15. Reóstato: 3,04 $\Omega$  .

## Exercício 15

Um motor de corrente contínua de excitação separada, 10kW, 250V, 88% de rendimento, é alimentado a partir de um sistema Ward Leonard, apresentado no seguinte esquema de princípio de funcionamento:



Conhecem-se as características magnéticas obtidas a 1200rpm do gerador e do motor:

<b>Gerador:</b>	$i(A)$	0,0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	$R_i = 0,8\Omega$	$R_d = 120\Omega$
	$E(V)$	12	110	200	260	290	310	$U_{exc} = 240V$	$\Delta E = 0V$

<b>Motor:</b>	$i(A)$	0,0	0,4	0,8	1,2	1,6	$R_i = 1,6\Omega$	$R_d = 150\Omega$
	$E(V)$	10	105	190	240	265	$U_{exc} = 240V$	$\Delta E = 0V$

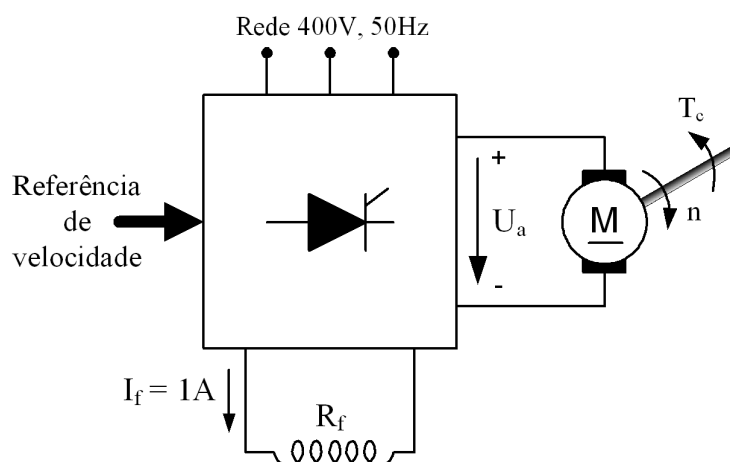
- a) Calcule a velocidade e o binário eletromagnético do motor a plena carga, com:  
 $R_c^{ger} = 180\Omega$  e  $R_c^{mot} = 50\Omega$  ;
- b) Regule através do sistema Ward Leonard a velocidade do motor para 1100rpm a meia carga. Calcule o valor do reóstato de campo para essa situação;
- c) Quando a corrente de excitação do gerador atingir o seu valor máximo, como poderá aumentar a velocidade do motor de corrente contínua? Justifique;
- d) Refira quais as vantagens na substituição do sistema Ward Leonard por um variador eletrónico de velocidade.

### Soluções:

- a) 455rpm ; 87Nm      b) 53 $\Omega$

## Exercício 16

Considere um motor de corrente contínua alimentado a partir de um sistema Ward-Leonard eletrónico, de acordo com a figura seguinte:



$$P_n = 5kW$$

$$T_n = 30Nm$$

$$I_n = 40A$$

$$R_i = 0,8\Omega$$

Conhece-se ainda a característica magnética da máquina obtida às 2000rpm:

$I_f$ (A)	0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50
$E_0$ (V)	20	160	210	235	250	260	265

- a) Determine qual o valor da tensão aplicada ao induzido do motor em condições nominais;
- b) Considere o motor a funcionar nas seguintes condições:  $U_a = 195\text{V}$ ;  $n = 1400\text{rpm}$ . Suponha agora que a partir do comando “Referência de velocidade” do variador eletrónico de velocidade, se altera subitamente a tensão do induzido para 155V. Calcule no instante imediato o valor da corrente da máquina. O que sucedeu? Justifique.

### Soluções:

- a) 231V      b) -25A

### Bibliografia

- [Guru & Hiziroğlu, 2003]: Bhag S. Guru, Hüseyin R. Hiziroğlu, Electric Machinery and Transformers, 3<sup>rd</sup> Ed., Oxford University Press, 2003.





## MÁQUINAS SÍNCRONAS TRIFÁSICAS

### Exercício 1

Um alternador síncrono trifásico, 390kVA, 1250V, 50Hz, 750rpm, ligado em triângulo, apresenta os seguintes resultados dos ensaios em vazio e curto-circuito:

$I_{exc}$ (A)	11,5	15,0	20,0	23,5	29,0	33,5
$E_0$ (V)	990	1235	1460	1560	1640	1660
$I_{cc}$ (A)	139	179	242	284	347	400

A resistência medida aos bornes do enrolamento do induzido é  $0,144\Omega$ . Determine:

- A resistência por fase do enrolamento induzido do alternador síncrono, considerando um coeficiente de correção do efeito pelicular da corrente de 1,2;
- A tensão de linha, para a corrente nominal e uma corrente de excitação de 33,5A, considerando um fator de potência da carga de 0,9 indutivo;
- A característica exterior do alternador síncrono trifásico, com uma corrente de excitação de 33,5A, para um fator de potência 0,9 indutivo, unitário e 0,9 capacitivo;
- A corrente de excitação do alternador, para este alimentar um motor assíncrono trifásico a uma tensão de 1kV, sabendo que o motor desenvolve uma potência de 150kW com um fator de potência de 0,832 e um rendimento de 90%.

(**Nota:** Admita que a impedância síncrona,  $\overline{Z}_s$ , é igual à obtida da alínea anterior)

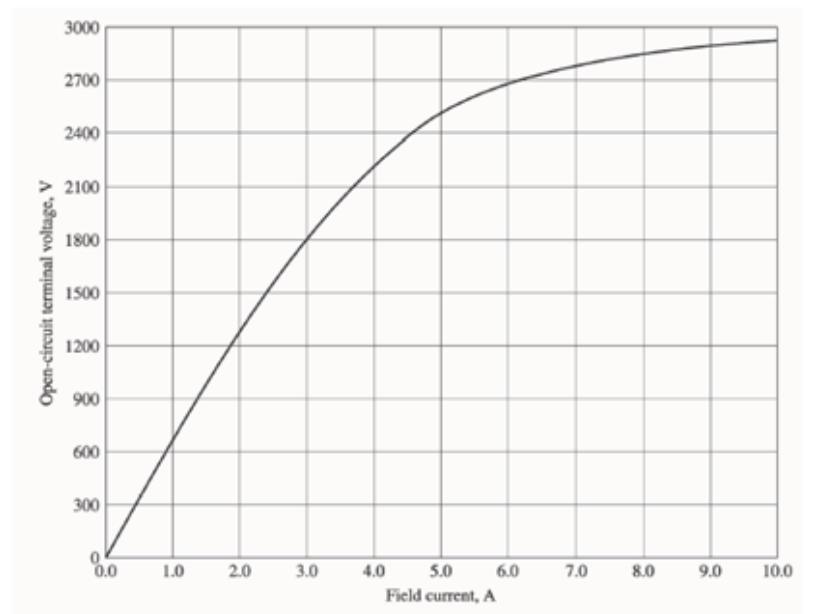
(Fonte: Modificado a partir do problema 9 de [Malea & Balaguer, 2004])

O exercício 1 está resolvido na linguagem  através da ferramenta **Pluto.jl**  para uma experiência mais interativa:  [notebook](#)

### Exercício 2

Um gerador síncrono, ligação Y, 2300V, 1000kVA, fator de potência 0,8 indutivo, 60Hz, 2 polos, tem uma reatância síncrona de  $1,1\Omega$  e uma resistência do induzido de  $0,15\Omega$ . A 60Hz, as perdas por atrito e ventilação são 24kW, e as perdas no ferro 18kW.

O enrolamento de campo é alimentado por uma tensão contínua de 200V, sendo o valor máximo de  $I_f$  de 10A. O ensaio em circuito aberto deste alternador é o apresentado na figura seguinte:



- Qual o valor da corrente de campo necessário para que a tensão composta do seja de 2300 V, quando o alternador funciona em vazio?
- Qual a força eletromotriz (FEM) gerada por esta máquina nas condições nominais?
- Qual o valor da corrente de campo necessário para obter a tensão nominal, quando o alternador se encontra nas condições nominais?
- Quais os valores de potência e binário necessários, para o acionamento deste alternador nas condições nominais?
- Obtenha o diagrama P-Q deste alternador;
- Considerando as condições nominais, obtenha a característica externa,  $U = f(I)$ , para:  
 $\cos \varphi = 0,8$  indutivo;  $\cos \varphi = 0,8$  capacitivo;  $\cos \varphi = 1$ .
- Para uma FEM de 2500V determine a característica externa,  $U = f(I)$ , para:  
 $\cos \varphi = 0,8$  indutivo;  $\cos \varphi = 0,8$  capacitivo;  $\cos \varphi = 1$ .

(Fonte: Adaptado do problema 5.2 de [Chapman, 2005])

O exercício 2 está resolvido na linguagem **julia** através da ferramenta **Pluto.jl** para uma experiência mais interativa: [notebook](#)

### Exercício 3

Uma máquina síncrona 3  $\sim$ , 5kVA, 208V, 4 polos, 60Hz, estator ligado em Y, apresenta um valor de resistência estatórica desprezável e uma reatância síncrona de  $8\Omega$ /fase.

A máquina é posta a funcionar como alternador ligado a uma rede elétrica 3  $\sim$ , 208V – 60Hz.

- Determine a FEM e o ângulo de carga quando a máquina entrega a potência nominal (kVA), com um fator de potência 0,8 indutivo. Trace o diagrama vetorial de tensões nessas condições;
- Calcule a corrente do estator, o fator de potência e a potência reativa fornecida pela máquina, se a corrente de excitação aumentar 20%. Trace o diagrama vetorial de tensões correspondente;
- Com a corrente de excitação da alínea a), a potência mecânica do motor de acionamento é gradualmente aumentada. Qual o limite de estabilidade em regime permanente?  
Quais são os valores correspondentes de corrente do estator, fator de potência e potência reativa, na condição de transferência máxima de potência? Trace o diagrama vetorial.

(Fonte: Exemplo 6.3 de [Sen, 1989])

#### Soluções:

- a)**  $206,8\angle 25,4^\circ \text{ V}$       **b)**  $17,8\angle -51,6^\circ \text{ A}$ ;     $0,62(i)$ ;     $5,0\text{kVAr}$   
**c)**  $29,9\angle 30,1^\circ \text{ A}$ ;     $0,87(c)$ ;     $5,4\text{kVAr}$

### Exercício 4

A máquina síncrona do **exercício 3** é agora utilizada como motor síncrono alimentado por uma rede elétrica 3  $\sim$ , 208V – 60Hz. A corrente de excitação é ajustada de modo a obter um fator de potência unitário quando a máquina absorve 3kW da rede.

- Determine a força contraeletromotriz (FCEM) e o ângulo de carga. Trace o diagrama vetorial de tensões nessas condições;
- Determine o binário máximo que o motor pode desenvolver, se a corrente de excitação se mantiver constante e a carga aplicada ao veio for aumentando gradualmente.

(Fonte: Exemplo 6.4 de [Sen, 1989])

**Soluções:**

- a)  $137,3 \angle -29,0^\circ \text{ V}$       b)  $32,8 \text{ Nm}$

**Exercício 5**

Uma máquina síncrona trifásica, 5MVA, 11kV, ligação dos enrolamentos do estator em Y, apresenta uma reatância síncrona de  $10\Omega/\text{fase}$  e uma resistência do induzido desprezável. A máquina é ligada a um barramento de 11kV—60Hz e funciona como compensador síncrono. Despreze as perdas mecânicas.

- Determine a corrente do estator para o ponto de excitação ótima. Desenhe o diagrama vetorial;
- Determine a corrente do estator e o fator de potência se a corrente de excitação aumentar 50%. Desenhe o diagrama vetorial;
- Idem, para uma diminuição de 50%. Desenhe o diagrama vetorial.

(Fonte: Exemplo 6.6 de [Sen, 1989])

**Soluções:**

- a)  $0 \text{ A}$ ;      b)  $317,5 \angle 90^\circ \text{ A}$ ;      c)  $317,5 \angle -90^\circ \text{ A}$

**Exercício 6**

Considere um alternador síncrono com  $X_s = 4\Omega$  e  $R \approx 0\Omega$ , a operar sob a rede de potência infinita:  $U = 200 \text{ V/fase}$  e  $f = 50 \text{ Hz}$ .

- Traçar os diagramas vetoriais correspondentes às combinações entre as seguintes potências ativas e reativas:

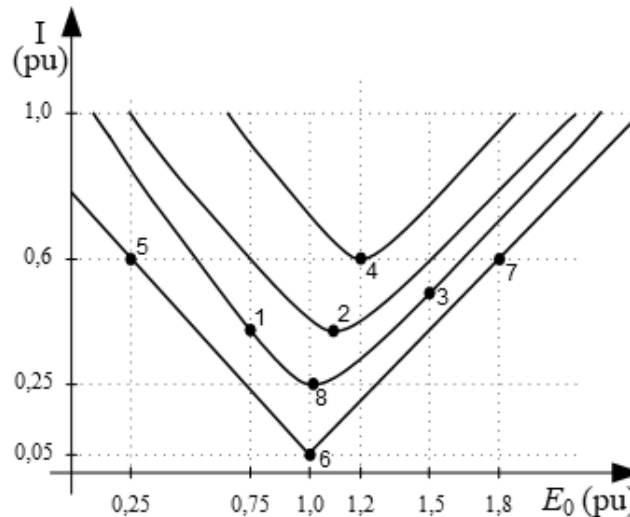
0      5      10      15      20      kW, kVAr

- Traçar as curvas em V, também designadas por curvas de Mordey, das potências requeridas.

O exercício 6 está resolvido na linguagem  através da ferramenta **Pluto.jl**  para uma experiência mais interativa: [notebook](#)

## Exercício 7

Considere uma máquina síncrona de rotor cilíndrico, 2 polos, 20MVA, 6kV–50Hz,  $\cos \varphi = 0,8$  (i), enrolamentos estatóricos em Y, de resistência desprezável e  $X_s = 1,1\text{pu}$ . A máquina síncrona é ligada a uma rede elétrica de 6kV–50Hz e apresenta o seu mapa de funcionamento, traduzido nas curvas V da figura seguinte:



Determine em valores por unidade (pu):

- as potências ativa e aparente do ponto 4 e o respetivo ângulo de carga;
- Que pontos formam uma linha de excitação ótima? Justifique;
- nos pontos 1 e 3, as potências ativa e reativa, ângulos de carga, como alternador. Apresente justapostos os diagramas vetoriais de tensões dos pontos 1 e 3 indicando as respetivas potências;
- as perdas rotacionais da máquina. Justifique.
- o binário mecânico correspondente ao ponto 8, em funcionamento como motor síncrono. Apresente o respetivo diagrama vetorial de tensões;
- Escolha justificadamente o ponto correspondente ao funcionamento como condensador síncrono e apresente o respetivo diagrama vetorial de tensões.

**Soluções:**

- a)  $Q_4 = 0\text{pu}$ ;  $P_4 = \pm 0,6\text{pu}$ ;  $\delta_4 = \pm 33,4^\circ$       b) excitação ótima: 6 – 8 – 2 – 4  
 c)  $P_1 = P_3 = 0,25\text{pu}$ ;  $\delta_1 = 21,5^\circ$ ;  $\delta_3 = 10,6^\circ$ ;  $Q_1 = 0,27\text{pu}$  (c);  $Q_3 = 0,43\text{pu}$   
 (i)  
 d)  $p_{\text{rot}} = 0,05\text{pu}$       e)  $T_{\text{mec}} = 0,2\text{pu}$       f) condensador síncrono: 7

**Exercício 8**

Considere um alternador síncrono trifásico, 20MVA, 11kV, com os enrolamentos do estator ligados em estrela, sendo a respetiva resistência desprezável. O alternador síncrono apresenta a seguinte característica magnética à velocidade nominal:

$I_{\text{exc}}$	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240
(A)										
$E_0$	7772	8827	9611	10214	10694	11085	11409	11683	11917	12119
(V)										

O alternador encontra-se ligado a uma rede elétrica de potência infinita de 11kV, fornecendo uma potência de 20MW com fator de potência unitário. Para uma corrente de excitação de 200A, determine:

- a) A reatância síncrona do alternador;

Considere um segundo alternador síncrono trifásico, de idênticas características nominais, ligado à rede de potência infinita de 11kV em paralelo com o anterior e à mesma corrente de excitação. Se o conjunto dos alternadores fornecer uma potência de 36MW, repartida de igual modo por ambos, com um fator de potência 0,9 indutivo, calcule:

- b) A FEM induzida em cada um dos alternadores síncronos trifásicos e a corrente total fornecida à rede elétrica;

Se reduzir a FEM por fase em 10% de um dos alternadores ligados em paralelo, mantendo constante o binário mecânico aplicado pela turbina a cada alternador, bem como o fator de potência global, determine:

- c) A FEM induzida no outro alternador síncrono trifásico para satisfazer as condições indicadas;  
 d) As correntes fornecidas à rede e o fator de potência de cada alternador.

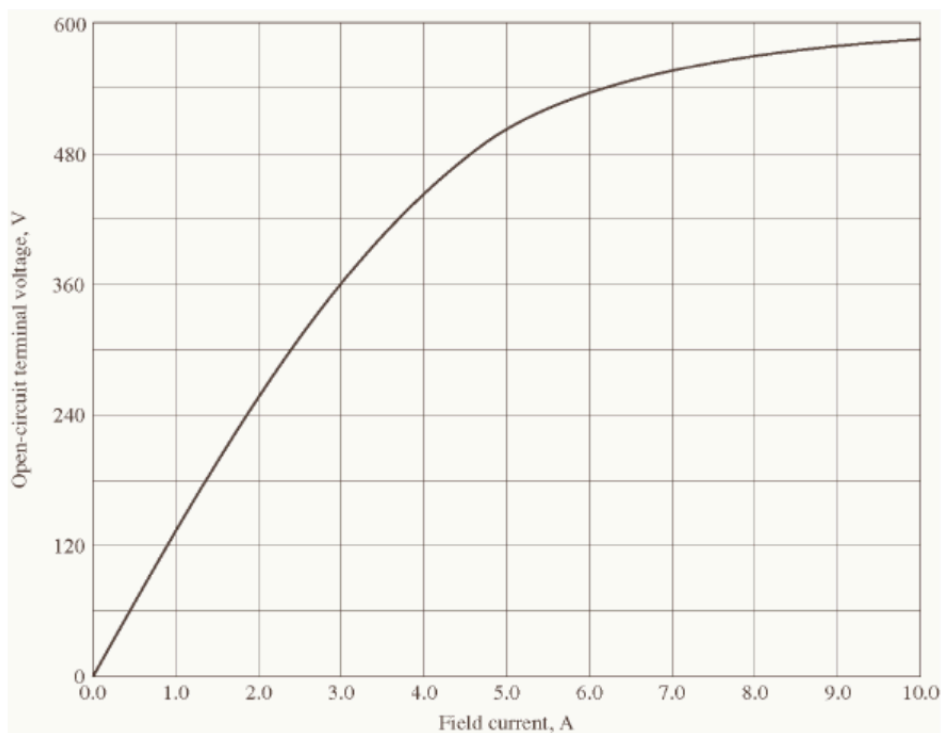
(Fonte: Modificado a partir do problema 10 de [Malea & Balaguer, 2004])

**Soluções:**

- a)  $2,16\Omega$ ;      b)  $7618\angle 15,5^\circ \text{ V}$ ;  $2099\angle -25,8^\circ \text{ A}$ ;      c)  $8385\angle 14,1^\circ \text{ V}$   
 d)  $949\text{A}$ ;  $0,996(i)$ ;  $1254\text{A}$ ;  $0,753(i)$

**Exercício 9**

Um gerador síncrono tetrapolar de polos salientes, 200kVA, 480V—60Hz, fator de potência 0,8 indutivo, ligação dos enrolamentos do estator em estrela, apresenta uma reatância segundo o eixo direto de  $0,25\Omega$ , uma reatância segundo o eixo de quadratura de  $0,18\Omega$  e uma resistência do induzido de  $0,03\Omega$ . As perdas por atrito, ventilação e suplementares assumem-se desprezáveis. O gerador síncrono apresenta a seguinte característica magnética à frequência nominal:



- Qual o valor da corrente de campo necessária para obter uma tensão de 480V quando o gerador síncrono se encontra a funcionar em vazio?
- Determine o valor da corrente de campo do gerador síncrono, quando este se encontra a funcionar nas condições nominais;

- c) Qual a percentagem da potência resultante do binário de relutância do rotor quando o gerador síncrono se encontra à plena carga, (desprezando  $R$ )?

(Fonte: Adaptado do problema C-1 de [Chapman, 2005])

**Soluções:**

- a) 4,55A;      b) 7,3A;      c) 25%

**Exercício 10**

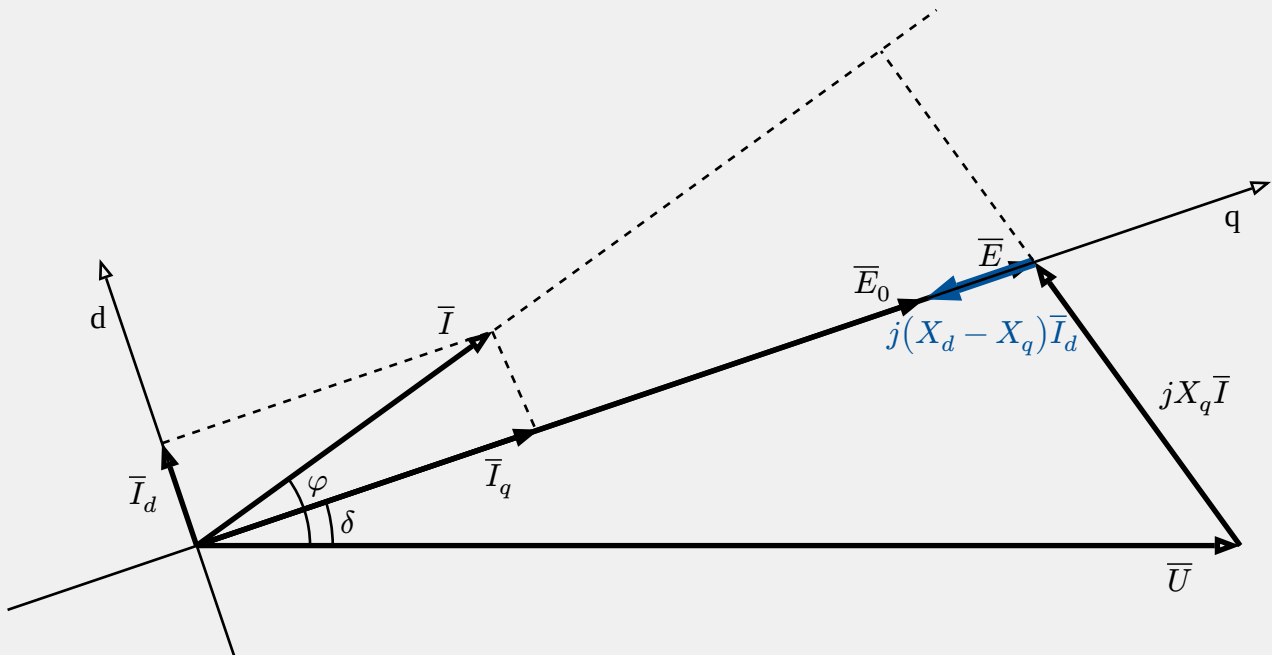
Um alternador síncrono de polos salientes, 12MVA, ligação em triângulo,  $\eta = 91\%$ , faz parte de um processo de cogeração de uma indústria de celulose e encontra-se ligado à rede elétrica de potência infinita de 13,8kV—50Hz. Sabe-se que:  $X_d = 34\Omega/\text{fase}$ ;  $X_q = 16\Omega/\text{fase}$  e  $R \approx 0\Omega$ .

- Trace qualitativamente o diagrama vetorial de tensões para uma situação de plena carga e  $\cos \varphi = 0,81(c)$ , evidenciando a determinação dos eixos direto e quadratura e das componentes da corrente nos mesmos;
- Determine o fasor da força eletromotriz nessa situação;
- Mantendo a corrente de excitação constante, determine o limite de estabilidade estática deste alternador e a potência desenvolvida correspondente;
- Qualitativamente:
  - Como proceder para colocar esta máquina síncrona a operar como um condensador síncrono nesta instalação, partindo do ponto de funcionamento descrito;
  - Apresente o diagrama vetorial do novo ponto de funcionamento da máquina síncrona.



**Resolução:**

a)

b) Fasores da tensão e corrente por fase (circuito equivalente),  $\bar{U}_f$  e  $\bar{I}_f$ :

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = \frac{12 \times 10^6}{\sqrt{3} \cdot 13,8 \times 10^3} = 502 \text{ A} \quad \text{fase: } \varphi = \arccos(0,81) = 35,9^\circ$$

$$\text{Estator em } \Delta: \quad U_f = U_n; \quad I_f = \frac{I_n}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Fasores: } \bar{U}_f = 13,8 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad \bar{I}_f = \frac{502}{\sqrt{3}} \angle 35,9^\circ \text{ A}$$

Fasor da FEM efetiva,  $\bar{E}$ :

$$\bar{E} = \bar{U}_f + jX_q \bar{I}_f = (13,8 \times 10^3 \angle 0^\circ) + j16 \left( \frac{502}{\sqrt{3}} \angle 35,9^\circ \right) = 11,7 \angle 18,7^\circ \text{ kV}$$

Fasor da corrente segundo o eixo direto,  $\bar{I}_d$ :

$$\bar{I}_d = I \sin(\varphi - \delta) \angle (\delta + 90^\circ) = \frac{502}{\sqrt{3}} \sin(35,9^\circ - 18,7^\circ) \angle (18,7^\circ + 90^\circ)$$

$$\bar{I}_d = 85,7 \angle 108,7^\circ \text{ A}$$

Fasor da FEM,  $\bar{E}_0$ :

$$\bar{E}_0 = \bar{E} + j(X_d - X_q) \bar{I}_d = (11,7 \times 10^3 \angle 18,7^\circ) + j(34 - 16)(85,7 \angle 108,7^\circ)$$

$$\bar{E}_0 = 10,16 \angle 18,7^\circ \text{ kV}$$

c)

Limite de estabilidade estática:  $\Rightarrow \frac{dP_d}{d\delta} = 0 \Leftrightarrow$

$$\frac{3UE_0}{X_d} \cos \delta_{\text{lim}} + \frac{3U^2(X_d - X_q)}{X_d X_q} \cos(2\delta_{\text{lim}}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{3 \cdot 13,8 \times 10^3 \cdot 10,16 \times 10^3}{34} \cos \delta_{\text{lim}} + \frac{3(13,8 \times 10^3)^2(34 - 16)}{34 \cdot 16} \cos(2\delta_{\text{lim}}) = 0 \Rightarrow$$

$$\delta_{\text{lim}} = 55,8^\circ$$

Com:  $I_{\text{exc}} = \text{constante} \Rightarrow E_0 = \text{constante}$

Substituindo em  $P_d(\delta)$  com  $\delta = \delta_{\text{lim}}$ :

$$\begin{aligned} P_d^{\text{max}} &= \frac{3UE_0}{X_d} \sin \delta_{\text{lim}} + \frac{3U^2(X_d - X_q)}{2X_d X_q} \sin(2\delta_{\text{lim}}) \\ &= \frac{3 \cdot 13,8 \times 10^3 \cdot 10,16 \times 10^3}{34} \sin(55,8^\circ) + \frac{3 \cdot (13,8 \times 10^3)^2(34 - 16)}{2 \cdot 34 \cdot 16} \sin(2 \cdot 55,8^\circ) \\ &\approx 19\text{MW} \end{aligned}$$

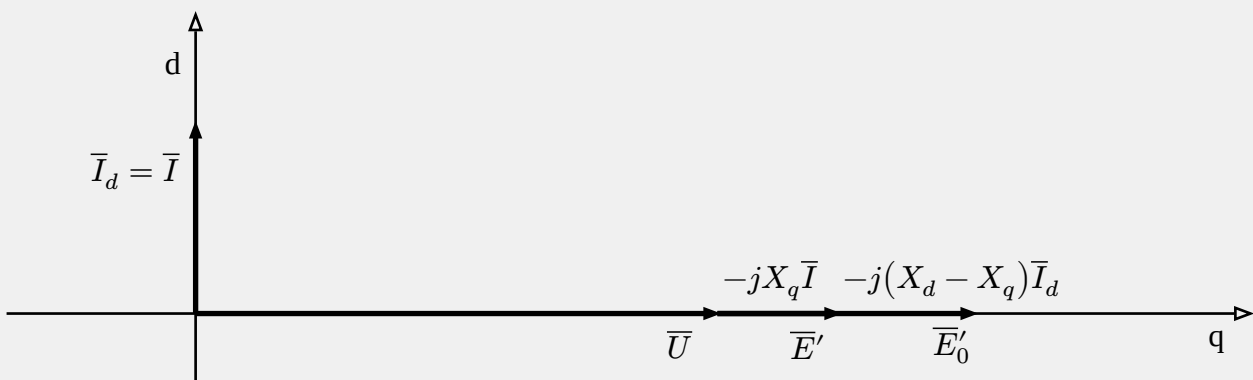
d) Procedimento para funcionar como condensador síncrono:

1º: ( $T_{\text{mec}} \searrow$  até  $\delta = 0$ ) e ( $I_{\text{exc}} \nearrow$  até  $\bar{E}_0 = \bar{U}$ )  $\Rightarrow$  máquina a “flutuar” na rede, ou seja, ( $Q = 0, P = 0$ )

2º: Desacoplar a turbina do alternador  $\Rightarrow$  motor síncrono em vazio

3º: ( $I_{\text{exc}} \nearrow$  até  $Q$  desejado), modo sobreexcitado  $\Rightarrow$  condensador síncrono

Diagrama vetorial de tensões do condensador síncrono de polos salientes:



## Exercício 11

Um motor síncrono trifásico com quatro polos salientes e o estator ligado em estrela, encontra-se a trabalhar sobre uma rede de potência infinita de 208V, com  $\cos \varphi = 0,8(i)$ , consumindo 40A.

Sabe-se que:  $f = 50\text{Hz}$ ;  $X_d = 2,7\Omega/\text{fase}$ ;  $X_q = 1,7\Omega/\text{fase}$ ;  $R = 0\Omega$ .

- Trace, qualitativamente, o diagrama vetorial de tensões correspondente, evidenciando a determinação dos eixos direto e de quadratura e das componentes da corrente nos mesmos;
- Determine o fasor da força contraeletromotriz,  $\overline{E}'_0$ , nas condições de funcionamento indicadas;
- Calcule o binário máximo desenvolvido por esta máquina;
- Trace qualitativamente a curva de binário desenvolvido deste motor.

### Soluções:

- b)  $94,5\angle -34,5^\circ \text{ V}$ ;      c)  $95,8\text{Nm}$

## Exercício 12

Uma máquina síncrona 3 ~ de polos salientes, 50MVA, 11kV—60Hz, enrolamentos do estator em Y, apresenta as reatâncias:  $X_d = 0,8\text{pu}$  e  $X_q = 0,4\text{pu}$ . Como motor síncrono é colocado à plena carga com fator de potência 0,8 indutivo. As perdas mecânicas representam são 0,15pu.

Despreze as perdas de Joule do induzido.

- Determine  $X_d$  e  $X_q$  em  $\Omega$ ;
- Determine a FEM em pu;
- Determine a potências desenvolvidas (em pu) devido à FEM de excitação e devido ao efeito de relutância do rotor;
- Se a corrente de excitação for reduzida a zero, a máquina continua em sincronismo? Justifique;
- Se a carga ao veio for retirada e a corrente de excitação reduzida a zero, determine o valor da corrente do estator (em pu) e o fator de potência. Desenhe o diagrama vetorial da máquina para esta situação.

O exercício 12 está resolvido na linguagem **julia** através da ferramenta **Pluto.jl** para uma experiência mais interativa: [🔗 \*notebook\*](#)

## Bibliografia

- [Chapman, 2005]: S.J. Chapman, Electric Machinery Fundamentals, 4<sup>th</sup> Ed., McGraw-Hill, USA, 2005.
- [Malea & Balaguer, 2004]: J.M. Malea, E.F. Balaguer, Problemas resueltos de máquinas eléctricas rotativas, Publicações da Universidade de Jaume I, Espanha, 2004.
- [Sen, 1989]: P.C. Sen, Principles of electric machines and power electronics, John Wiley & Sons, USA, 1989.

## DINÂMICA DE MÁQUINAS ELÉTRICAS

## Exercício 1

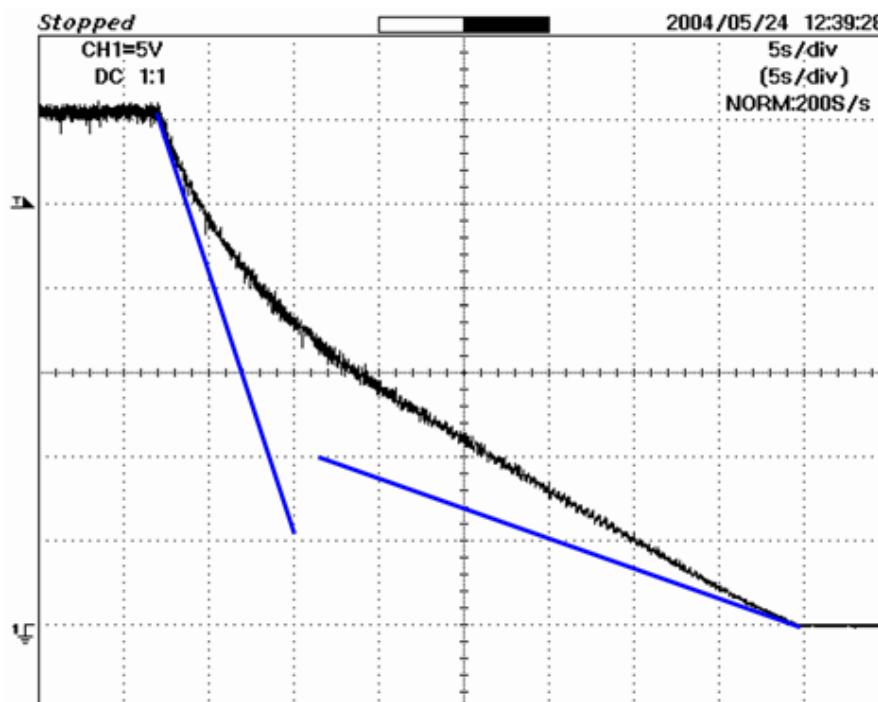
Considere um motor de corrente contínua de excitação em derivação, no qual se efetuaram dois ensaios:

- Ensaio em vazio para a separação das perdas mecânicas e magnéticas;
- Ensaio de desaceleração para determinação dos parâmetros mecânicos.

**Ensaio em vazio** (velocidade constante = 1500rpm)

$U$ (V)	220	210	190	172	150	125	100	80	60	40	32
$I_a$ (A)	0,70	0,70	0,70	0,70	0,76	0,86	1,00	1,25	1,60	2,45	3,00

**Ensaio de desaceleração** (ganho vertical = 250rpm/div):



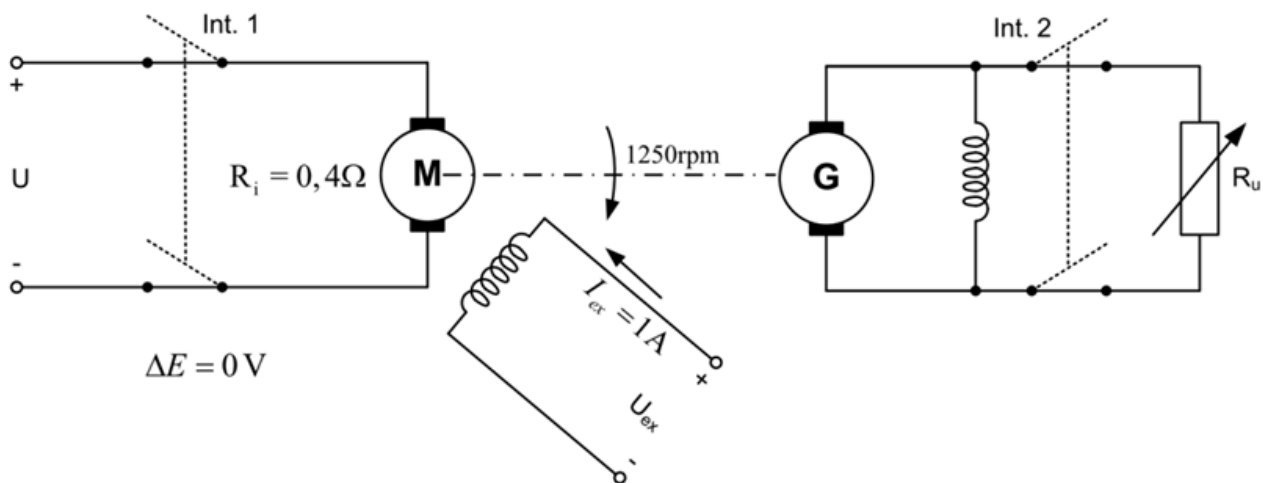
- Determine o valor das perdas mecânicas deste motor, sabendo que a resistência do induzido tem o valor:  $R_a = 1,1\Omega$ ;
- Determine os parâmetros mecânicos (momento de inércia, coeficientes de atrito viscoso e estático) deste motor.

**Soluções:**

a) 85W      b) 0,0344kgm<sup>2</sup>; 0,030Nms; 0,069Nm

**Exercício 2**

Considere duas máquinas de corrente contínua ligadas de acordo com o esquema da figura seguinte:



O gerador de excitação derivação, **G**, alimenta a resistência de utilização, **Ru**, e é acionado por um motor de excitação separada, **M**, que apresenta a seguinte característica magnética:

$i$ (A)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	$n_{\text{mag}} = 1200\text{rpm}$
$E$ (V)	15	75	130	170	200	220	235	250	

- Escreva as equações que modelizam o funcionamento do motor CC em regime dinâmico;
- Considere o motor alimentado à tensão de 295V e uma corrente de 50A. Atendendo que o fluxo é constante, calcule o binário de carga aplicado ao motor nessas condições, sabendo que o sistema (motor + carga) apresenta os seguintes parâmetros mecânicos:

$$J = 0,3\text{kgm}^2$$

$$K_d = 0,007\text{Nm/rad.s}^{-1}$$

$$K_e = 3,5\text{Nm}$$

- Suponha que o motor se encontra a funcionar nas seguintes condições:

$$T_i = 100\text{Nm}$$

$$T_c = 80\text{Nm}$$

$$n = 2250\text{rpm}$$

Determine o valor de  $\frac{d\omega}{dt}$  quando: Int. 1  $\rightarrow$  o interruptor 1 é aberto;  
Int. 2  $\rightarrow$  o interruptor 2 é aberto.

### Soluções:

b) 92,4Nm; c)  $-333\text{rads}^{-2}$ ;  $0267\text{rads}^{-2}$

## Exercício 3

Considere dois alternadores síncronos trifásicos de 5MVA, 6kV, 50Hz, ligação em Y,  $2p = 4$ , ligados em paralelo a uma rede de capacidade infinita (6kV–50Hz), fornecendo 1MW cada, com  $\cos \varphi = 1$ .

Sabe-se ainda que:

	Alternador 1	Alternador 2
Máquina síncrona:	polos lisos	polos salientes
Reatâncias/fase:	$X_s = 12,75\Omega$	$X_d = 12,75\Omega$ ; $X_q = \frac{X_d}{2}$
Resistência do estator:	$R \approx 0\Omega$	$R \approx 0\Omega$
FEM/fase:	$E_0 = 3,675\text{kV}$	$E_0 = 3,675\text{kV}$

Utilizando o critério de igualdade das áreas, determinar a máxima perturbação admissível de cada um dos alternadores, mantendo o funcionamento da máquina síncrona estável.

Análise as diferenças entre os alternadores.

O exercício 3 está resolvido na linguagem  através da ferramenta **Pluto.jl**  para uma experiência mais interativa:  [notebook](#)

