

## Introdução à Probabilidade e Estatística

2ª Frequência/Exame de época normal — 11.06.2014

### TESTE B

Todas as folhas de teste entregues devem estar devidamente identificadas e numeradas (se entregar 3 folhas, devem estar numeradas 1/3, 2/3 e 3/3).

A resolução do teste deve ser entregue em folhas separadas: Folha 1: exercícios 1 a 4; Folha 2: exercícios 5 a 8.

Os alunos que vão a 2ª FREQUÊNCIA resolvem os exercícios 5 a 8.

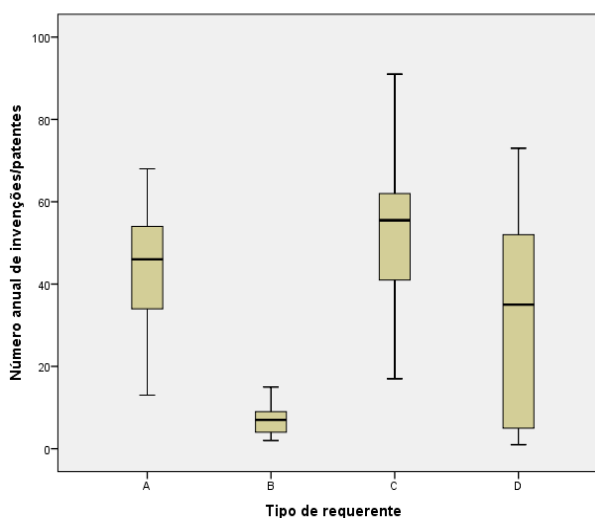
Os alunos que vão a EXAME resolvem os exercícios 1 a 7.

- Em [www.pordata.pt](http://www.pordata.pt) podemos encontrar dados acerca do número de invenções/patentes requeridas anualmente em Portugal, por tipo de requerente (Universidades, Empresas, Instituições de investigação e Inventores individuais). Os resultados apresentados abaixo referem-se ao período de 1998 a 2013.

Statistics			
Número anual de invenções/patentes			
	Universidades	Empresas	Inventores Individuais
Mean	33,44	43,00	52,75
Median	35,00	46,00	55,50
Std. Deviation	25,750	16,232	17,605
Skewness	,149	-,712	-,013
Std. Error of Skewness	,564	,564	,564
Kurtosis	-1,313	-,313	,751
Std. Error of Kurtosis	1,091	1,091	1,091
Percentiles	15	2,65	16,65
	25	5,00	33,00
	50	35,00	46,00
	75	55,00	63,00
	90	71,60	61,70

Número anual de invenções/patentes de Instituições de Investigação

	Frequency	Percent	Cumulative Percent
2	1	6,25	6,25
3			12,50
4	3	18,75	31,25
5	1	6,25	
6		12,50	50,00
8	2		62,50
9	3		
10	2	12,50	93,75
15	1	6,25	
Total	16	100,0	



Com base nesta informação responda às seguintes questões:

- (a) Classifique os dados quanto à sua natureza.
- (b) Complete a tabela de frequências do número de invenções/patentes requeridas anualmente em Portugal pelas Instituições de Investigação.
- (c) Calcule e interprete a média, a mediana e o desvio-padrão do número de invenções/patentes requeridas anualmente em Portugal pelas Instituições de Investigação.
- (d) Faça corresponder cada boxplot (**A**, **B**, **C** e **D**) ao tipo de requerente (Universidades, Empresas, Instituições de investigação e Inventores individuais).
- (e) Diga, justificando, se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa:
- "Em 25% dos anos observados verificou-se um número de invenções/patentes requeridas por inventores individuais superior ou igual a 63";*
  - A variância do número de invenções/patentes requeridas anualmente em Portugal pelas universidades é de 563;*
  - Em Portugal, são as empresas que requerem anualmente, em média, um maior número de invenções/patentes.*
- (f) Classifique a distribuição do número de invenções/patentes requeridas anualmente em Portugal pelas Instituições de Investigação, quanto ao tipo de assimetria e achamento. Justifique a sua resposta.
2. Na empresa Sojoga foi decidido que nos próximos meses será desenvolvida uma aplicação para Smartphones que permita decidir qual o melhor caminho para que um indivíduo se desloque de um qualquer ponto A para um outro qualquer ponto B, tendo em conta o tráfego em tempo real. Para tal, o primeiro passo foi fazer um inquérito de grande dimensão para perceber qual a receptividade da respectiva aplicação. Nesse inquérito, 72% das pessoas afirmaram que iriam comprar a aplicação, e destas 27% afirmaram registar-se no site da empresa (para ter acesso a informações sobre as futuras actualizações da aplicação). Tendo em conta os resultados, e admitindo que 37% das pessoas se iriam registar no site, diga qual a probabilidade de uma pessoa, seleccionada ao acaso,
- não comprar a aplicação?
  - comprar a aplicação e registar-se no site?
  - registar-se no site, sabendo que não comprou a aplicação?
3. Uma determinada empresa produz peças electrónicas do tipo 425, com 5 cm de comprimento e 3 cm de diâmetro. Estas peças são produzidas por 3 máquinas e podem apresentar no máximo 2 defeitos. A distribuição conjunta da máquina que produz a peça e do número de defeitos da peça é dada por

$X \backslash Y$	0	1	2
1	0,05	0,10	<b>B</b>
2	<b>A</b>	0,08	0,14
3	0,07	0,09	<b>C</b>

- (a) Sabendo que  $f_X(3) = 0,39$  e  $F_Y(1) = 0,4$ , calcule **A**, **B** e **C**.

*Caso não consiga obter estes valores, use as letras para as alíneas seguintes.*

- (b) Indique a função de probabilidade de  $X$ .
- (c) Determine a função distribuição do número de defeitos por peça.
- (d) Calcule o valor médio e a variância do número de defeitos por peça.
- (e) Calcule a probabilidade da peça apresentar 1 defeito, sabendo que foi produzida pela máquina 3.
- (f) Sabendo que uma peça foi produzida pela máquina 2, qual o número esperado de defeitos da peça.

4. A empresa de construção ConstroiFuturo, Lda. foi contratada para construir um novo bairro habitacional de luxo em Évora. Sabe-se que a área total dos apartamentos segue uma distribuição normal de média  $100 \text{ m}^2$  e a probabilidade de um apartamento escolhido ao acaso exceder os  $109,2 \text{ m}^2$  é de 0,409.

- (a) Determine a variância da área total dos apartamentos.

*Caso não tenha conseguido determinar este valor, considere para as alíneas seguintes  $\sigma = 40 \text{ m}^2$*

- (b) Qual a probabilidade de um qualquer apartamento, seleccionado ao acaso, apresentar uma área total superior a  $190 \text{ m}^2$ ?
- (c) Qual a probabilidade de um qualquer apartamento, seleccionado ao acaso, apresentar uma área total superior entre 85 e  $150 \text{ m}^2$ ?
- (d) Sabe-se que vão ser construídos numa primeira fase 20 apartamentos e numa segunda fase mais 35 apartamentos. A construção da segunda fase está garantida, não dependendo da construção da primeira fase. Um grupo de investidores estrangeiros pretende adquirir apartamentos com áreas superiores a  $150 \text{ m}^2$ . Qual a probabilidade do grupo de investidores encontrar
- na primeira fase entre 5 e 7 apartamentos com áreas superiores a  $150 \text{ m}^2$ ?
  - no final (1ª e 2ª fase) mais de 12 apartamentos com áreas superiores a  $150 \text{ m}^2$ ?

5. Uma cadeia de supermercados está a preparar uma campanha em que anuncia que um determinado tipo de pilhas da sua marca (A) é superior ao mesmo tipo de pilhas de uma marca conhecida (B). Para tal, realizou testes a um conjunto de pilhas de cada marca e registou o tempo de vida, em horas, de cada uma delas. As tabelas seguintes apresentam os resultados obtidos:

Descriptives			
	Marca	Statistic	Std. Error
Tempo	A	Mean	4,839
		Variance	0,253
	B	Mean	3,754
		Std. Deviation	0,707

Tests of Normality							
	Marca	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Tempo	A	,131	21	,200 <sup>*</sup>	,952	21	,367
	B	,111	25	,200 <sup>*</sup>	,945	25	,190

\*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

One-Sample Test			
		Test Value = 4,5	
	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference
Tempo de vida das pilhas da marca A	20	,006	0,339

Independent Samples Test							
		t-test for Equality of Means					
		t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	99% Confidence Interval of the Difference
							Lower Upper
Tempo	Equal variances assumed	5,886	44	,000	1,085	,1844	,5887 1,5814
	Equal variances not assumed	6,061	42,9	,000	1,085	,1790	,6025 1,5676

- (a) Verifique, ao nível de significância de 5%, se existe evidência suficiente nos resultados para afirmar que, em média, o tempo de vida das pilhas da marca A é superior a 4,5 horas.
- (b) Calcule e interprete o *p-value* associado ao teste da alínea anterior.
- (c) Determine o intervalo a 90% de confiança para a comparação das variâncias do tempo de vidas das pilhas das duas marcas. O que pode concluir?
- (d) Diga, ao nível de significância de 10% se existem diferenças significativas no tempo médio de vida das pilhas da marca A e da marca B.
- (e) A cadeia de supermercados pode admitir que de facto é verdade que as pilhas da sua marca são superiores ao mesmo tipo de pilhas da marca conhecida (B)?
6. Numa determinada universidade, a experiência de anos anteriores revela que para um determinado grupo de disciplinas o número de alunos que chegam, por hora, para tirar dúvidas duas semanas antes de uma prova segue uma distribuição de Poisson com desvio-padrão igual a 2. Observou-se o número de alunos que chegaram, por hora, num total de 50 horas para as primeiras prova das disciplinas. Realizou-se um teste de hipóteses de forma a averiguar se de facto podemos admitir a distribuição de probabilidade indicada para o número de alunos que chegam, por hora, para tirar dúvidas duas semanas antes de uma prova. Os resultados obtidos foram os seguintes:

Número de alunos

	Observed N	Expected N	Residual
≤ 2	9	11,9	A
3	B	9,8	-4,8
4	15	C	D
5	12	E	F
6 ≥	9	G	-1,7
Total	50		

Test Statistics

	Número de alunos
Chi-Square	8,360
df	4
Asymp. Sig.	,079

- (a) Indique qual foi o teste realizado e quais as hipóteses em teste.
- (b) Determine os valores de **A** a **G**.
- (c) Interprete de forma detalhada os resultados apresentados. O que pode concluir?
7. Para ilustrar a aplicação do modelo de regressão linear simples, foram utilizados os dados da percentagem de energia consumida em aquecimento/arrefecimento proveniente de fontes de energias renováveis na zona euro (28 países) de 2004 a 2012. Alguns dos resultados obtidos com o auxílio do software SPSS são apresentados nas tabelas seguintes:

Model Summary

Model	R Square
1	,982

a. Predictors: (Constant), Ano

Descriptive Statistics

	Mean	Variance
Ano	2008,00	7,500
% de energia consumida em aquecimento/arrefecimento proveniente de fontes renováveis	12,5889	4,336

Coefficients<sup>a</sup>

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95,0% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)		78,275	,991	-19,164		-1685,196	-1315,012
	Ano		,039		19,325	,000		

a. Dependent Variable: % de energia consumida em aquecimento/arrefecimento proveniente de fontes renováveis

- (a) Indique a recta de regressão dos mínimos quadrados e interprete os seus coeficientes.
- (b) Determine e interprete os coeficientes de correlação e de determinação.
- (c) Ao nível de significância de 1% pode concluir que a recta de regressão não passa pela origem?
- (d) Para um nível de significância de 10%, teste a hipótese de o declive da recta de regressão ser nulo.

- (e) De acordo com o modelo qual a previsão para 2013 da percentagem de energia consumida em aquecimento/arrefecimento proveniente de fontes de energias renováveis na zona euro?
8. É comum ouvir-se dizer que o estado do tempo influencia o estado de espírito de um indivíduo. Realizou-se um estudo para averiguar se esta ideia é de facto verdadeira. O estudo envolveu 100 indivíduos em que foi classificado o seu estado de espírito em **1** - radiante; **2** - assim-assim ou **3** - macambúzio. O estado do tempo correspondente foi classificado de **1** - Dia chuvoso com vento; **2** - Dia ameno de Outono; **3**- Dia de Primavera e **3**- Dia radioso de Verão. Com base nos resultados seguintes, será que podemos afirmar que o estado de espírito depende significativamente do estado do tempo? Realiza um teste de hipóteses adequado, considerando um nível de significância de 1%.

Estado de espírito \* Estado do tempo Crosstabulation

			Estado do tempo				Total
			Dia chuvoso de inverno	Dia ameno de outono	Dia de primavera	Dia radioso de verão	
Estado de espírito	radiante	Count	3	2	6	7	18
		Expected Count	3,8	3,8	6,7	3,8	18,0
	Assim-assim	Count	6	11	10	7	34
		Expected Count	7,1	7,1	12,6	7,1	34,0
	Macambúzio	Count	12	8	21	7	48
		Expected Count	10,1	10,1	17,8	10,1	48,0
	Total	Count	21	21	37	21	100
		Expected Count	21,0	21,0	37,0	21,0	100,0

Bom Trabalho!