

Universidade Federal de Juiz de Fora
Faculdade de Engenharia
Engenharia Elétrica - Sistemas Eletrônicos

João Pedro Fernandes barreto

**A utilização da técnica de decomposição polifásica para implementação de banco de
filtros digitais**

Juiz de Fora
2025

João Pedro Fernandes barreto

A utilização da técnica de decomposição polifásica para implementação de banco de filtros digitais

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao colegiado do curso Engenharia Elétrica - Sistemas Eletrônicos da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a conclusão do curso de graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora.

Orientador: Prof. Dr. Leandro Rodrigues Manso

Juiz de Fora

2025

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Barreto, João Pedro F. .

A utilização da técnica de decomposição polifásica para implementação
de banco de filtros digitais / João Pedro Fernandes barreto. – 2025.
40 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. Leandro Rodrigues Manso

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal de Juiz de Fora,
Faculdade de Engenharia. Engenharia Elétrica - Sistemas Eletrônicos, 2025.

João Pedro Fernandes barreto

A utilização da técnica de decomposição polifásica para implementação de banco de filtros digitais

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao colegiado do curso Engenharia Elétrica - Sistemas Eletrônicos da Universidade Federal de Juiz de Fora, como requisito parcial para a conclusão do curso de graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora.

Aprovada em 21-03-2025:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Leandro Rodrigues Manso - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Eder Barboza Kapisch
Universidade Federal de Juiz de Fora

Victor Valadares de Moraes
Universidade Federal de Juiz de Fora

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha sincera gratidão a todas as pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho e para a minha formação acadêmica. Este momento é o resultado de um esforço coletivo, e sou imensamente grato por cada contribuição.

Em primeiro lugar, agradeço à minha família, que sempre foi minha base. Aos meus pais, Alexandra e Maury Junior, aos meus avós, Enir e Maury, aos meus padrinhos, Carla e Américo, e aos meus primos, Lara e Jonas, obrigado por todo o apoio, incentivo e confiança em mim depositada. Vocês me encorajaram a superar desafios e sempre estiveram ao meu lado, tornando essa jornada possível.

À minha namorada, Júlia, minha parceira de vida, quero agradecer por estar comigo em todos os momentos, por acreditar no meu potencial e por me mostrar que sou capaz de vencer qualquer obstáculo. Sua presença trouxe força, alegria e equilíbrio nos últimos anos, e sou muito grato por isso.

Aos meus grandes amigos, Giordano Cristofaro, Dante Martins, Felipe Caiafa, Giovanni Tomasco, Camilla Schettino e Leonardo Müller, obrigado por tornarem a jornada mais leve e por me apoiarem nos momentos mais desafiadores. Um agradecimento especial ao Liviston Gonçalves, amigo esse que me acompanhou desde o ensino médio no IF Sudeste MG até a graduação em Engenharia Elétrica. Sua amizade foi fundamental para que eu chegasse até aqui. Também quero destacar Miguel Olimpio, que me motivou e incentivou durante a reta final da faculdade.

Aos professores que fizeram parte da minha trajetória, meu profundo agradecimento pelo conhecimento compartilhado e pelo incentivo constante. Em especial, ao professor Danilo Pereira, que me ensinou tanto durante minha participação no PET Elétrica, e ao professor Leandro Manso, meu orientador neste trabalho. Sua dedicação, paciência e orientação foram essenciais para a conclusão deste projeto.

Por fim, agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho e para a minha formação. Este momento é o resultado de um esforço coletivo, e sou imensamente grato por cada contribuição, pois sei que não ando só.

RESUMO

Este trabalho analisa a eficiência computacional da implementação de filtros digitais utilizando a técnica de decomposição polifásica, comparando-a com a abordagem convencional. Inicialmente, é apresentada uma revisão bibliográfica sobre filtros digitais e bancos de filtros, abordando suas classificações, características e aplicações. Em seguida, discute-se a técnica de decomposição polifásica e sua capacidade de reduzir a complexidade computacional. Para validar a eficácia da técnica, foram realizados testes práticos que comparam o tempo de processamento e a precisão do sinal filtrado. Os resultados demonstram um ganho significativo no tempo de processamento, além de manter a eficiência e a precisão do sinal, validando a decomposição polifásica como uma abordagem vantajosa para aplicações que demandam alto desempenho computacional.

Palavras-chave: Decomposição polifásica; Filtros digitais; Eficiência computacional; Banco de filtros; Python.

ABSTRACT

This work analyzes the computational efficiency of implementing digital filters using the polyphase decomposition technique, comparing it with the conventional approach. Initially, a literature review on digital filters and filter banks is presented, addressing their classifications, characteristics, and applications. Next, the polyphase decomposition technique and its ability to reduce computational complexity are discussed. To validate the effectiveness of the technique, practical tests were conducted to compare processing time and the accuracy of the filtered signal. The results demonstrate a significant improvement in processing time while maintaining signal efficiency and precision, validating polyphase decomposition as a advantageous approach for applications requiring high computational performance.

Key-words: Polyphase decomposition; Digital filters; Computational efficiency; Filter banks; Python.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Filtros elétricos	15
Figura 2 – Implementação polifásica de um banco de filtros DFT uniforme	23
Figura 3 – Estrutura com entrada decimada por um fator M	24
Figura 4 – Sinal gerado para teste	26
Figura 5 – Resposta em magnitude do Filtro	27
Figura 6 – Banco de filtros - 1 Nppc	28
Figura 7 – Banco de filtros - 12 Nppc	28
Figura 8 – Magnitude dos fasores - SNR = 45dB, 1Nppc	29
Figura 9 – Fases dos fasores - SNR = 45dB, 1Nppc	30
Figura 10 – Magnitude dos fasores - SNR = 1000dB, 12Nppc	30
Figura 11 – Fases dos fasores - SNR = 1000dB, 12Nppc	31
Figura 12 – Erro magnitude - SNR 45	32
Figura 13 – Erro fase - SNR 45	32
Figura 14 – TVE - SNR 45	33
Figura 15 – Erro magnitude - SNR 1000	34
Figura 16 – Erro fase - SNR 1000	34
Figura 17 – TVE - SNR 1000	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparação entre Filtros IIR e FIR	14
Tabela 2 – Vantagens e desvantagens dos Bancos de Filtros Digitais	17
Tabela 3 – Vantagens e desvantagens dos bancos de filtros uniformes	19
Tabela 4 – Vantagens e Desvantagens da Decomposição Polifásica	24
Tabela 5 – Tempos de execução para diferentes valores de N_{ppc}	36

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FIR	Finite Impulse Response
IIR	Infinite Impulse Response
FFT	Fast Fourier Transform
SDR	Software-Defined Radio
FPGA	Field-Programmable Gate Arrays
DSP	Digital Signal Processing
DFT	Transformada Discreta de Fourier
DWT	Transformada Discreta de Wavelet
IDFT	Transformada Inversa Discreta de Fourier
TVE	Total Vector Error

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	Considerações Iniciais	10
1.2	OBJETIVOS	11
1.3	ESTRUTURAÇÃO	11
2	CONCEITOS PRINCIPAIS	12
2.1	Filtros digitais	12
2.1.1	Quanto à Resposta ao Impulso	12
2.1.2	Quanto à Função de Transferência	14
2.1.3	Considerações	15
2.2	Banco de filtros	16
2.2.1	Classificação dos Bancos de Filtros	16
2.3	Decomposição polifásica	19
3	Resultados	25
4	Conclusão	37
4.1	Trabalhos futuros	37
	REFERÊNCIAS	39

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

Nos últimos anos, o processamento digital tem ganhado cada vez mais relevância devido à sua ampla aplicação em sistemas, podendo desempenhar um papel fundamental em diversas áreas da engenharia elétrica. Esse campo inclui aplicações em telecomunicações, como modulação e demodulação digital em sistemas de telefonia móvel para redes 4G e 5G, além do cancelamento de eco em chamadas de voz. No controle de sistemas, destaca-se sua utilização no controle de motores elétricos por meio da análise de sinais de vibração e corrente, bem como na aplicação de filtros digitais para a remoção de ruído em sensores industriais. No processamento de áudio, é empregado na redução de ruído em gravações e chamadas telefônicas, enquanto no processamento de imagens pode ser aplicado em tarefas como detecção facial e reconhecimento biométrico, amplamente utilizados em sistemas de segurança digital (VEGA, 2021).

Dentro desse contexto, destaca-se a importância da implementação eficiente de filtros digitais para garantir um desempenho adequado, especialmente em aplicações que exigem processamento em tempo real. No âmbito do processamento de sinais, os filtros desempenham um papel essencial ao possibilitar a manipulação e a melhoria de sinais discretos em diversas aplicações da engenharia (SILVA BELLINI, 2019). Esses filtros são amplamente empregados para a remoção de ruídos indesejados, a extração de informações específicas de um sinal e a modificação de características espectrais para atender a requisitos específicos do sistema. Dessa forma, a implementação eficiente desses filtros torna-se crucial, principalmente em aplicações que demandam respostas rápidas para assegurar o funcionamento adequado do sistema. A aplicação de filtros digitais com alta eficiência computacional pode, assim, impactar significativamente o desempenho global (CONCEIÇÃO, 2020).

Pode-se concluir que a eficiência na implementação de filtros digitais está diretamente associada à quantidade de operações matemáticas envolvidas no processamento do sinal. Em aplicações de tempo real, como comunicações sem fio, sensores industriais e sistemas embarcados, a escolha do algoritmo de filtragem pode influenciar significativamente o desempenho do sistema. Dessa forma, torna-se essencial a busca por métodos que otimizem o processamento dos filtros e reduzam a carga computacional, promovendo maior eficiência.

Dentre as diversas técnicas voltadas para a otimização de filtros digitais, a decomposição polifásica destaca-se por sua capacidade de reduzir a complexidade computacional sem comprometer a qualidade do sinal filtrado. Essa abordagem permite a reestruturação de filtros de modo a minimizar o número de operações envolvidas, sendo particularmente relevante em sistemas embarcados e aplicações de alto desempenho, onde os recursos

computacionais são frequentemente limitados. A técnica é amplamente utilizada para otimizar a implementação de filtros digitais, reduzindo o número de operações realizadas sem comprometer o processamento do sinal. Com isso, quando associada ao conceito de banco de filtros, essa abordagem possibilita ganhos significativos em termos de desempenho, tornando-a uma escolha atrativa para aplicações em tempo real.

1.2 OBJETIVOS

Este trabalho tem como principal objetivo analisar e comparar a implementação de filtros digitais utilizando a técnica de decomposição polifásica em relação à abordagem convencional, na qual essa metodologia não é aplicada. Para tal, será realizada uma análise detalhada da decomposição polifásica na implementação de filtros digitais, destacando os ganhos computacionais obtidos. O estudo envolve o desenvolvimento e a avaliação de algoritmos que implementam ambas as metodologias, empregando a linguagem Python para a realização prática dos experimentos. O aspecto examinado será o tempo de processamento em torno do desempenho computacional.

Por meio dessa análise comparativa, busca-se demonstrar que a decomposição polifásica reduz a complexidade computacional, viabilizando uma implementação mais eficiente, especialmente em aplicações mais elaboradas que exigem processamento em tempo real e preciso. Os experimentos serão conduzidos por meio de simulações e testes em ambiente digital, permitindo a validação dos resultados obtidos. Dessa forma, pretende-se evidenciar que a adoção dessa técnica pode representar uma vantagem significativa na implementação de filtros digitais, tanto em termos de redução do consumo computacional quanto na preservação das características espectrais do sinal filtrado.

1.3 ESTRUTURAÇÃO

A estrutura do trabalho será organizada estruturado em quatro capítulos, cujos conteúdos são descritos a seguir. O Capítulo 1 apresenta a introdução, abordando a contextualização do tema, a motivação para o estudo e seus principais objetivos. No Capítulo 2, é realizada a revisão bibliográfica, na qual são discutidos os fundamentos teóricos relacionados ao tema central da pesquisa, incluindo uma revisão sobre filtros digitais, bancos de filtros digitais e a técnica de decomposição polifásica.

O Capítulo 3 apresenta e analisa os resultados obtidos a partir dos testes realizados, comparando as abordagens estudadas em termos de tempo de processamento. Por fim, o Capítulo 4 expõe as conclusões do estudo, além de sugestões para melhorias e direções para pesquisas futuras.

2 CONCEITOS PRINCIPAIS

2.1 Filtros digitais

No contexto do processamento digital de sinais, os filtros digitais desempenham um papel fundamental na manipulação de sinais discretos. Sua relevância é evidenciada por sua ampla aplicação em tarefas como remoção de ruídos, separação de bandas de frequência de interesse e modificação das características espectrais dos sinais. Esses filtros são indispensáveis em diversas áreas, incluindo telecomunicações, sistemas embarcados, processamento de imagens e sistemas de controle.

Os filtros digitais podem ser classificados de diferentes maneiras, dependendo dos critérios adotados. A seguir, serão apresentadas duas das principais classificações amplamente discutidas na literatura.

2.1.1 Quanto à Resposta ao Impulso

1. Filtros de Resposta ao Impulso Finita (FIR - Finite Impulse Response)

Os filtros dessa classe são denominados filtros de resposta ao impulso finita (FIR), pois sua principal característica é apresentar uma resposta ao impulso limitada no tempo, ou seja, sua saída torna-se zero após um número finito de amostras. Além disso, possuem uma relação linear entre fase e frequência, o que é desejável para preservar a integridade do sinal. Como esses processadores de sinais não apresentam realimentação, a saída depende exclusivamente das entradas passadas, garantindo a estabilidade do sistema. No entanto, para atingir a mesma seletividade de um filtro de resposta ao impulso infinita (IIR), um filtro FIR geralmente requer um número maior de coeficientes, o que pode resultar em um maior custo computacional, bem como um maior atraso de grupo, o que pode comprometer a implementação para aplicações em tempo real.

A saída de um filtro FIR é determinada por meio de uma soma ponderada das entradas presentes (quando $k = 0$) e passadas (quando $k > 0$), conforme expresso na seguinte equação, que é a definição de convolução em tempo discreto entre a resposta ao impulso $h[n]$ e a entrada do sistemas $x[n]$:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} h[k] \cdot x[n - k] \quad (2.1)$$

Onde:

- a) $y[n]$ é a saída do filtro na amostra n ;
- b) $h[k]$ são coeficientes do filtro (resposta ao impulso);

- c) $x[n - k]$ são amostras de entrada deslocadas no tempo;
- d) N é a ordem do filtro.

O projeto de filtros FIR pode ser realizado por diferentes abordagens. Uma das mais utilizadas é o método da janela, no qual uma função janela é aplicada sobre a resposta ao impulso ideal do filtro. Dentre as janelas mais comuns, destaca-se a janela retangular, que apresenta uma boa resposta na banda passante, porém com oscilações significativas na banda de rejeição. Já a janela de Hamming reduz essas oscilações, enquanto a janela de Blackman proporciona uma atenuação mais eficiente fora da banda de passagem.

Outra abordagem amplamente empregada é baseada na transformada de Fourier, que consiste em projetar o filtro diretamente no domínio da frequência e, em seguida, convertê-lo para o domínio do tempo. Essa técnica é uma das mais intuitivas e diretas para o projeto de filtros FIR. O princípio fundamental dessa abordagem é definir a função de transferência $H(e^{j\omega})$ no domínio da frequência e, posteriormente, calcular a resposta ao impulso $h[n]$ por meio da aplicação da transformada inversa de Fourier, conforme expresso na equação a seguir:

$$h[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \quad (2.2)$$

A integral obtida define a resposta ao impulso infinita do filtro ideal. No entanto, como o objetivo é projetar um filtro com um número finito de coeficientes, torna-se necessário truncar essa resposta, o que pode introduzir efeitos indesejáveis, como oscilações na banda de transição. Para atenuar esses efeitos e aprimorar a resposta em frequência do filtro, é possível utilizar as funções janelas mencionadas anteriormente.

2. Filtros de Resposta ao Impulso Infinito (IIR - Infinite Impulse Response)

Os filtros de resposta ao impulso infinita (IIR) são caracterizados pela presença de realimentação em sua estrutura, o que implica que sua resposta ao impulso nunca se torna exatamente zero, diferindo dos filtros FIR. Esses filtros são computacionalmente mais eficientes, pois requerem um número menor de coeficientes para atingir uma determinada seletividade. No entanto, essa característica pode introduzir distorção de fase.

Outro aspecto relevante é que a realimentação pode comprometer a estabilidade do sistema caso os coeficientes não sejam adequadamente escolhidos. A equação a seguir demonstra que, nos filtros IIR, a saída $y[n]$ depende não apenas da entrada atual e das entradas passadas, mas também das saídas passadas:

$$y[n] = \sum_{k=0}^M b_k x[n - k] - \sum_{j=1}^N a_j y[n - j] \quad (2.3)$$

Onde:

- a) $y[n]$ é a saída do filtro na amostra n ;
- b) $x[n]$ é a entrada do filtro na amostra n ;
- c) b_k coeficientes da parte não recursiva;
- d) a_j coeficientes da parte recursiva;
- e) M é a ordem da parte não recursiva;
- f) N é a ordem da parte reecursiva.

O projeto de filtros IIR é frequentemente baseado na aproximação de filtros analógicos, cujas funções de transferência são convertidas para o domínio digital por meio de técnicas como a transformação bilinear. Dentre as principais aproximações utilizadas, destaca-se o filtro Butterworth, que apresenta uma resposta maximamente plana na banda passante, sem ondulações, garantindo uma boa resposta em frequência, embora com uma transição mais suave entre as bandas.

Outra alternativa é o filtro Chebyshev de Tipo I, que exibe ondulações na banda passante, mas proporciona uma atenuação mais rápida na banda de rejeição. Já o filtro Chebyshev de Tipo II não apresenta ondulações na banda passante, porém possui ondulações na banda de rejeição. Além desses, o filtro elíptico (Cauer) se destaca por apresentar ondulações em ambas as bandas, mas oferecer a transição mais abrupta entre a banda passante e a banda de rejeição, sendo a opção mais eficiente em termos de seletividade.

Tabela 1 – Comparação entre Filtros IIR e FIR

Característica	IIR	FIR
Resposta ao impulso	Infinita	Finita
Estabilidade	Pode ser instável	Sempre estável
Distorção de fase	Pode ter distorção	Pode ser linear
Eficiência computacional	Mais eficiente (menos coeficientes)	Requer mais coeficientes
Aplicações	Telecomunicações, controle	Áudio, processamento de imagem

Fonte: Elaborada pelo autor

2.1.2 Quanto à Função de Transferência

Os filtros podem ser classificados de acordo com a região do espectro em que atuam:

1. Filtros Passa-Baixa

Esses filtros permitem a passagem de frequências baixas enquanto atenuam frequências mais elevadas. São frequentemente utilizados para a remoção de ruído de alta

frequência em sinais de áudio ou para a suavização de imagens em processamento digital (FREITAS, 2017).

2. Filtros Passa-Alta

Esse tipo de filtro atenua as frequências baixas e permite a passagem de sinais de alta frequência. Um exemplo de aplicação é a remoção de interferências de baixa frequência, como o ruído de fundo em gravações de voz (SILVA, 2017).

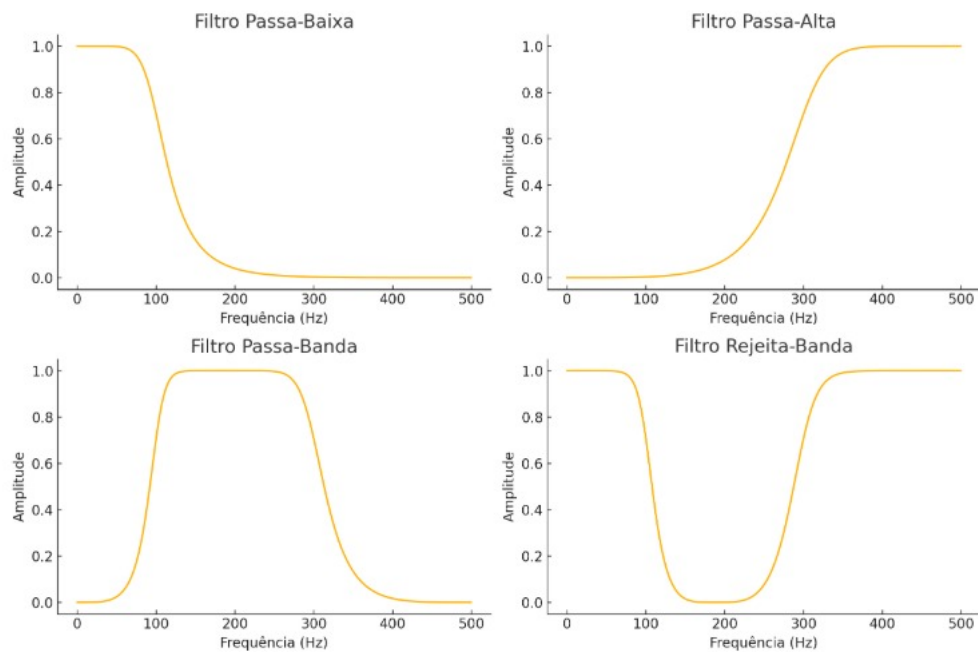
3. Filtros Passa-Banda

Esses filtros possibilitam a passagem de uma faixa específica de frequências, atenuando as demais. São amplamente utilizados em sistemas de telecomunicações para isolar canais específicos na transmissão de dados (PEREIRA et al., 2020).

4. Filtros Rejeita-Banda

Caracterizam-se pela atenuação de uma faixa específica de frequências, enquanto permitem a passagem das demais. São empregados, por exemplo, na eliminação de interferências em sistemas eletrônicos, como a filtragem do ruído de 60 Hz proveniente da rede elétrica em sinais de áudio (BERGMANN, 2018).

Figura 1 – Filtros elétricos



Fonte: Elaborado pelo autor

2.1.3 Considerações

A implementação computacional de filtros digitais pode ser realizada em diversas plataformas, como MATLAB, Python (por meio de bibliotecas como SciPy e NumPy),

além de sistemas embarcados, como processadores de sinais digitais (DSP) e matrizes de portas programáveis em campo (FPGA). A filtragem digital desempenha um papel fundamental no processamento digital de sinais, fornecendo soluções eficientes para a manipulação de dados em uma variedade de contextos. Com o avanço da tecnologia, abordagens inovadoras, como a decomposição polifásica e os bancos de filtros, têm sido cada vez mais exploradas para otimizar a eficiência computacional. O presente estudo visa aprofundar a compreensão dessas técnicas e investigar sua aplicabilidade em contextos modernos.

2.2 Banco de filtros

Os bancos de filtros são estruturas compostas por múltiplos filtros digitais, projetadas para segmentar um sinal em diversas bandas de frequência ou para recombinar bandas previamente filtradas, viabilizando a reconstrução do sinal original. Essas configurações desempenham um papel essencial em diversas aplicações, incluindo compressão de áudio e imagem, modulação e demodulação em sistemas de comunicação, além de técnicas avançadas de processamento de sinais.

A implementação dos bancos de filtros envolve o uso de filtros com diferentes características de frequência, permitindo a separação de componentes espectrais específicos. Além disso, sua utilização pode reduzir significativamente a complexidade computacional, especialmente quando associada a técnicas como a decomposição polifásica.

2.2.1 Classificação dos Bancos de Filtros

1. Bancos de filtros digitais

Os bancos de filtros digitais são estruturas compostas por múltiplos filtros projetados para segmentar um sinal de entrada em diversas bandas de frequência ou para sintetizar um sinal a partir de seus componentes filtrados. Esses sistemas desempenham um papel essencial em diversas aplicações, como processamento de áudio, telecomunicações, compressão de dados, reconhecimento de padrões e análise biomédica. Uma das principais vantagens dos bancos de filtros digitais em relação aos analógicos é a maior flexibilidade e precisão na manipulação dos sinais. Além disso, técnicas computacionais avançadas, como a decomposição polifásica, podem ser empregadas para reduzir a carga computacional e otimizar a implementação desses sistemas.

Os bancos de filtros digitais podem ser classificados com base em diferentes critérios. Quanto à uniformidade da divisão espectral, os bancos de filtros uniformes segmentam o espectro do sinal em bandas de frequência de igual largura, sendo amplamente utilizados em aplicações como compressão de áudio e imagem, exemplificados pelos

formatos MP3 e JPEG. Por outro lado, os bancos de filtros não uniformes possuem bandas de frequência com larguras variáveis, ajustadas às características do sinal analisado, como no reconhecimento de voz e na compressão de sinais biomédicos.

Além disso, os bancos de filtros podem ser categorizados em separadores e combinadores. Os separadores têm a função de dividir um sinal de entrada em múltiplas bandas de frequência, enquanto os combinadores recompõem um sinal a partir dos componentes previamente filtrados.

A implementação dos bancos de filtros digitais pode ser realizada utilizando filtros FIR ou IIR. Os filtros FIR são preferidos quando há necessidade de preservação rigorosa da fase do sinal, enquanto os filtros IIR oferecem maior eficiência computacional devido à sua estrutura recursiva.

Por fim, existem os bancos de filtros polifásicos, nos quais a decomposição polifásica reduz a complexidade computacional ao dividir a filtragem em sub-bandas antes da decimação. Essa abordagem é essencial em aplicações que demandam alta eficiência, como rádios definidos por software (SDR) e transmissão de dados por multiplexação por divisão de frequência.

Tabela 2 – Vantagens e desvantagens dos Bancos de Filtros Digitais

Vantagens	Desvantagens
Alta precisão devido à implementação em software ou hardware digital, sem variação de componentes físicos.	Requer maior capacidade de processamento computacional, podendo ser inviável em sistemas com recursos limitados.
Flexibilidade para ajuste dinâmico dos coeficientes, permitindo reconfiguração em tempo real.	Pode introduzir atraso no processamento do sinal devido ao tempo de computação, impactando aplicações em tempo real.
Possibilidade de implementação eficiente via FFT e decomposição polifásica, reduzindo a complexidade computacional.	Consome mais energia em dispositivos embarcados quando comparado a soluções puramente analógicas.
Melhor desempenho na filtragem seletiva e na rejeição de interferências indesejadas.	Pode apresentar problemas de quantização e erros numéricos devido à representação digital dos coeficientes.
Fácil implementação em software e compatibilidade com técnicas avançadas de processamento de sinais.	Implementação em hardware pode ser mais complexa e exigir DSPs ou FPGAs dedicados.

Fonte: Elaborada pelo autor

Os bancos de filtros uniformes são sistemas constituídos por múltiplos filtros digitais

ou analógicos, projetados para segmentar um sinal de entrada em sub-bandas de frequência de largura igual. Esses bancos desempenham um papel fundamental em diversas aplicações de processamento de sinais, incluindo compressão de dados, transmissão de informação, análise espectral e processamento de áudio e imagem. A principal característica dos bancos de filtros uniformes é que todas as sub-bandas apresentam o mesmo espaçamento em frequência. Essa abordagem difere dos bancos de filtros não uniformes, nos quais as larguras das bandas são ajustadas de acordo com a distribuição espectral do sinal, permitindo uma alocação mais eficiente dos recursos espectrais conforme a aplicação específica.

Um banco de filtros uniforme pode ser entendido como um conjunto de filtros projetados para segmentar um sinal $x(n)$ em M sub-bandas de frequência de largura igual. A saída de cada filtro $H_k(z)$ contém informações espectrais correspondentes a uma faixa específica do espectro do sinal. A estrutura básica de um banco de filtros uniforme é composta por um banco de filtros analisador, que é responsável por decompor o sinal de entrada nas sub-bandas desejadas; um banco de filtros sintetizador, que recompõe o sinal original a partir das componentes filtradas; e por um processamento intermediário que é opcional, para que cada sub-banda possa ser manipulada separadamente antes da reconstrução do sinal. Matematicamente a expressão da saída $Y_k(z)$ de cada filtro pode ser representada como:

$$Y_k(z) = X(z)H_k(z) \quad (2.4)$$

Onde $H_k(z)$ representa a resposta em frequência do filtro k .

Uma abordagem amplamente utilizada para a implementação de bancos de filtros uniformes é o uso da transformada discreta de Fourier (DFT). Nesse contexto, o banco de filtros pode ser representado como um conjunto de sub-bandas obtidas por meio da aplicação segmentada da DFT. A versão polifásica desse banco de filtros permite uma implementação mais eficiente, reduzindo significativamente a quantidade de operações necessárias. A convolução direta do sinal de entrada com os filtros pode ser representada como:

$$y_k[n] = x[n] * h_k[n] \quad (2.5)$$

Onde $h_k[n]$ é a resposta ao impulso do filtro correspondente.

Tabela 3 – Vantagens e desvantagens dos bancos de filtros uniformes

Vantagens	Desvantagens
Processamento eficiente do espectro do sinal	Possível sobreposição espectral entre os filtros
Implementação otimizada utilizando a DFT	Requer sincronização precisa para reconstrução exata
Redução da complexidade computacional com decomposição polifásica	O projeto dos filtros deve ser ajustado para evitar distorção de fase
Uso em diversas aplicações, como compressão de áudio e análise espectral	Pode apresentar alto custo computacional dependendo da implementação

Fonte: Elaborada pelo autor

2.3 Decomposição polifásica

A decomposição polifásica é uma técnica essencial no processamento digital de sinais, empregada para otimizar a implementação de filtros digitais e reduzir a complexidade computacional de algoritmos de filtragem. Essa abordagem é amplamente utilizada em aplicações que demandam alta eficiência computacional, como sistemas embarcados, compressão de dados, processamento de áudio e telecomunicações.

A técnica é baseada na reestruturação dos filtros digitais, de modo a minimizar o número de operações necessárias para o processamento do sinal. Isso é feito por meio da segmentação de um filtro de alta ordem em subfiltros de ordem menor, permitindo a divisão da carga computacional. Dessa forma, o filtro pode operar diretamente sobre subamostras do sinal, explorando a redundância da convolução no tempo. A decomposição polifásica pode ser representada pela expressão:

$$H(z) = \sum_{l=0}^{M-1} z^{-l} E_l(z^M) \quad (2.6)$$

onde:

- $H(z)$ é a função de transferência do filtro original;
- $E_l(z)$ são os subfiltros polifásicos;
- M é o fator de decomposição escolhido.

Para se obter essa expressão pode-se considerar o filtro a seguir:

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]z^{-n} \quad (2.7)$$

Esse filtro, caso seja separado os coeficientes em pares e ímpares, pode ter a expressão reformulada em:

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[2n]z^{-2n} + z^{-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[2n+1]z^{-2n} \quad (2.8)$$

Ao considerar $E_0(z)$ e $E_1(z)$ como:

$$E_0(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(2n)z^{-n}, \quad E_1(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(2n+1)z^{-n} \quad (2.9)$$

Obtém-se a reestrutura de $H(z)$ em função de $E_0(z)$ e $E_1(z)$:

$$H(z) = E_0(z^2) + z^{-1}E_1(z^2) \quad (2.10)$$

Como essa estrutura é válida para qualquer que seja o filtro FIR ou IIR independente da sua causalidade, o conceito é correto para qualquer valor M inteiro, sendo assim, tem-se a equação que representa a decomposição polifásica citada acima.

O princípio da decomposição polifásica baseia-se na reestruturação dos filtros digitais, de modo a minimizar o número de operações necessárias para o processamento do sinal. Essa técnica explora a redundância da convolução no tempo, permitindo uma implementação mais eficiente ao dividir o filtro em fases menores e operar diretamente sobre subamostras do sinal. Além disso, a decomposição pode ser usada em processos de decimação e interpolação, o que garante a eficiência na implementação de filtros FIR e IIR. Essa característica é importante para redução da carga computacional do sistema de estimação de fasores harmônicos.

A decimação por um fator M , onde M é um número inteiro, consiste na redução da taxa de amostragem de um sinal $x[n]$ por meio da seleção de apenas algumas de suas amostras. O sinal de saída $y_D(n)$ é obtido conforme a relação $y_D(n) = x(Mn)$. Ou seja, apenas as amostras cujos índices são múltiplos de M são mantidas, enquanto as demais são descartadas. Como consequência, a taxa de amostragem do sinal é reduzida, uma vez que apenas uma fração das amostras originais é preservada. Entretanto, a redução da taxa de amostragem pode introduzir um problema conhecido como aliasing, caso o sinal original não seja previamente filtrado. Esse fenômeno ocorre porque a diminuição da taxa de amostragem resulta na replicação espectral mais próxima no domínio da frequência, podendo causar sobreposição de componentes espectrais indesejadas. Para evitar esse efeito, é necessário o uso de um filtro antialiasing antes da decimação, garantindo que apenas as frequências dentro da nova faixa de Nyquist sejam preservadas, logo apenas as frequências abaixo de $\frac{f_s}{2M}$ são preservadas.

A interpolação tem como objetivo aumentar a taxa de amostragem de um sinal, inserindo novas amostras entre as já existentes. Para um fator de interpolação L , o processo consiste na inserção de $L - 1$ zeros entre cada amostra do sinal original, seguida da aplicação de um filtro passa-baixa, que suaviza as transições e evita a geração de componentes espectrais indesejadas. Matematicamente, seja $x(n)$ o sinal original, o sinal interpolado $y(n)$ é definido como:

$$y(n) = \begin{cases} x(n/L), & \text{se } n \text{ é múltiplo de } L \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Assim como na decimação, a interpolação pode introduzir distorções no espectro do sinal. O processo de inserção de zeros resulta na replicação espectral, criando réplicas indesejadas que podem comprometer a integridade do sinal. Para mitigar esse efeito, um filtro passa-baixa interpolador é aplicado, eliminando as componentes espectrais indesejadas e garantindo uma reconstrução mais fiel do sinal original com a nova taxa de amostragem.

Como dito anteriormente, a decomposição ao ser utilizada em processos de decimação e interpolação garante a eficiência na implementação de filtros FIR e IIR.

Matematicamente, a convolução de um sinal discreto com um filtro FIR pode ser expressa como:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} h[k] \cdot x[n - k] \quad (2.11)$$

onde:

- $y[n]$ é o sinal de saída filtrado;
- $x[n]$ é o sinal de entrada;
- $h[k]$ representa os coeficientes do filtro FIR;
- N é a ordem do filtro.

Ao reformular a expressão na forma polifásica, é possível reduzir o número de multiplicações necessárias, tornando o processamento mais eficiente. A decomposição polifásica consiste em reescrever a convolução do filtro FIR de modo que a computação seja distribuída em subfiltros, cada um operando sobre versões dizimadas do sinal. Dessa forma, o filtro FIR é expresso em termos de M subfiltros $h_m[k]$, onde cada fase processa uma versão subamostrada do sinal de entrada:

$$y[n] = \sum_{m=0}^{M-1} h_m[k] * x_M[n - m] \quad (2.12)$$

Nessa abordagem, $x_M[n]$ representa a versão dizimada do sinal original, permitindo a redução da quantidade de cálculos. Isso ocorre porque os coeficientes do filtro podem ser processados de forma mais eficiente, especialmente quando combinados com técnicas como a transformada rápida de Fourier (FFT) e bancos de filtros polifásicos.

Além disso, desempenha um papel fundamental em algoritmos de compressão de dados, sendo utilizada em métodos baseados na transformada wavelet discreta (DWT). No processamento de áudio e imagem, essa técnica contribui para a diminuição da complexidade na filtragem de sinais. Por fim, essa técnica é aplicada em bancos de filtros, como abordado neste trabalho, visando tornar mais eficiente a decomposição espectral dos sinais. A expressão de um filtro FIR pode ser decomposta em M fases polifásicas, onde $h_m[k]$ representa as subsequências do filtro original, e $\delta(n)$ corresponde à função delta de Dirac.

$$h[n] = \sum_{m=0}^{M-1} h_m[k] \cdot \delta(n - Mk) \quad (2.13)$$

A decomposição polifásica destaca-se principalmente por sua capacidade de reduzir a complexidade computacional em implementações de bancos de filtros. Sem essa técnica, a implementação direta de um banco de filtros composto por M filtros de ordem N requer $M \times N$ multiplicações por amostra. No entanto, ao aplicar a decomposição polifásica, essa complexidade pode ser significativamente reduzida, especialmente quando combinada com técnicas de decimação e interpolação.

Estudos demonstram que essa abordagem pode diminuir substancialmente o número de operações necessárias, tornando-a essencial em aplicações que exigem eficiência computacional (ISHII, 2010). Em sistemas de comunicação multibanda, por exemplo, a utilização de bancos de filtros com decomposição polifásica possibilita uma implementação mais eficiente de moduladores e demoduladores, resultando em menor consumo de energia e maior velocidade de processamento.

A decomposição polifásica é uma técnica amplamente utilizada no projeto de bancos de filtros, permitindo implementações mais eficientes e escaláveis. Ao reduzir a complexidade computacional, essa abordagem viabiliza aplicações em tempo real, sendo especialmente vantajosa para dispositivos com recursos limitados, como sistemas embarcados e dispositivos móveis. No entanto, sua implementação requer um conhecimento aprofundado das propriedades dos sinais e dos filtros envolvidos, a fim de garantir a integridade e a qualidade do processamento do sinal.

Para implementar a decomposição polifásica em um banco de filtros DFT uniforme, é necessário considerar a equação 2.6, na qual o filtro base é representado por $H_0(z)$ e expresso em sua M -ésima forma polifásica. Além disso, $E_l(z)$ representa o l -ésimo componente de $H_0(z)$. A implementação envolve a substituição de z por zW_M^k , correspondente aos valores

da matriz DFT MxM, resultando na seguinte formulação:

$$H_k(z) = \sum_{l=0}^{M-1} z^{-l} W_M^{-kl} E_l(z^M W_M^{kM}) = \sum_{l=0}^{M-1} z^{-l} W_M^{-kl} E_l(z^M), \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad (2.14)$$

Ao considerar a identidade $W_M^k = 1$ é possível reestruturar a equação 2.14 para forma de matriz.

$$H_k(z) = \begin{bmatrix} 1 & W_M^{-k} & W_M^{-2k} & \dots & W_M^{-(M-1)k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_0(z^M) \\ z^{-1} E_1(z^M) \\ z^{-2} E_2(z^M) \\ \vdots \\ z^{-(M-1)} E_{M-1}(z^M) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

De forma análoga, os filtros podem ser expressos por:

$$\begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \\ H_2(z) \\ \vdots \\ H_{M-1}(z) \end{bmatrix} = M \cdot D^{-1} \cdot \begin{bmatrix} E_0(z^M) \\ z^{-1} E_1(z^M) \\ z^{-2} E_2(z^M) \\ \vdots \\ z^{-(M-1)} E_{M-1}(z^M) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Na matriz, D representa a matriz DFT. Com essa implementação, é possível obter um banco de filtros mais eficiente, reduzindo a complexidade computacional em comparação com uma implementação sem o uso da decomposição polifásica.

Para aumentar ainda mais o ganho computacional, é possível decimar a saída do banco por um fator M, o que reduz o número de multiplicações e somas em M vezes, tornando a implementação ainda mais otimizada.

Figura 2 – Implementação polifásica de um banco de filtros DFT uniforme

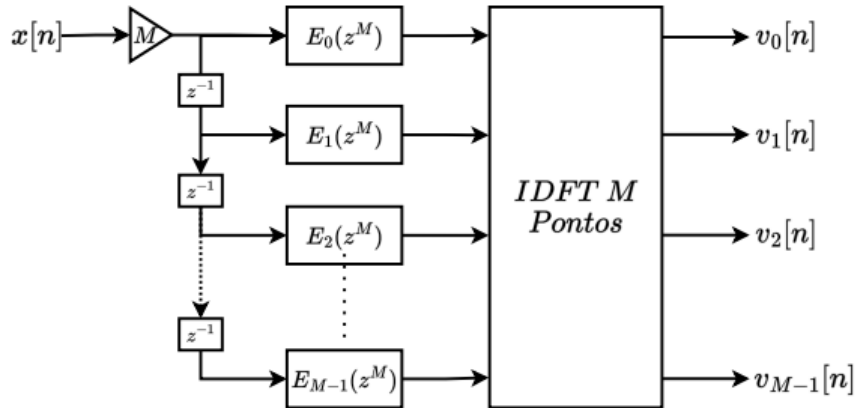
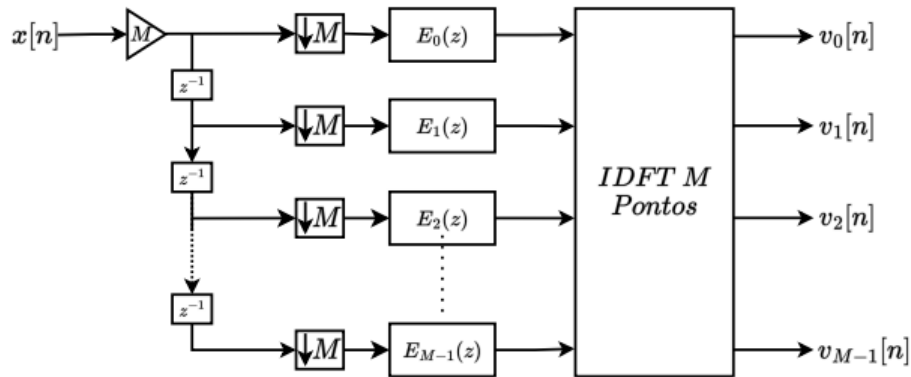


Figura 3 – Estrutura com entrada decimada por um fator M



Fonte: (LUIZ, 2024)

A seguir, são apresentadas as principais vantagens e desvantagens da decomposição polifásica:

Tabela 4 – Vantagens e Desvantagens da Decomposição Polifásica

Vantagens	Desvantagens
Redução significativa do número de operações matemáticas, otimizando o desempenho computacional.	Implementação mais complexa, exigindo reestruturação dos filtros e ajustes matemáticos.
Menor consumo de energia em sistemas embarcados devido à redução da carga computacional.	Possíveis perdas numéricas devido a arredondamentos e imprecisões computacionais.
Eficiência computacional aprimorada, permitindo filtragem em tempo real em aplicações críticas.	Maior dificuldade na depuração e análise do desempenho do sistema, especialmente em implementações de hardware.
Aplicável a diversas áreas, como compressão de sinais, telecomunicações e processamento de áudio.	Em certos casos, pode não ser ideal para sinais altamente variáveis devido à estrutura fixa do banco de filtros.

Fonte: Elaborada pelo autor

3 Resultados

Este estudo tem como objetivo comparar a eficiência de um banco de filtros implementado com e sem o uso da decomposição polifásica, analisando o desempenho em termos de tempo de execução e precisão dos resultados. Ambas as abordagens serão implementadas no desenvolvimento do código.

Na implementação com decomposição polifásica, para comparar a precisão dos métodos, foram analisados os erros de magnitude, fase e o Total Vector Error (TVE).

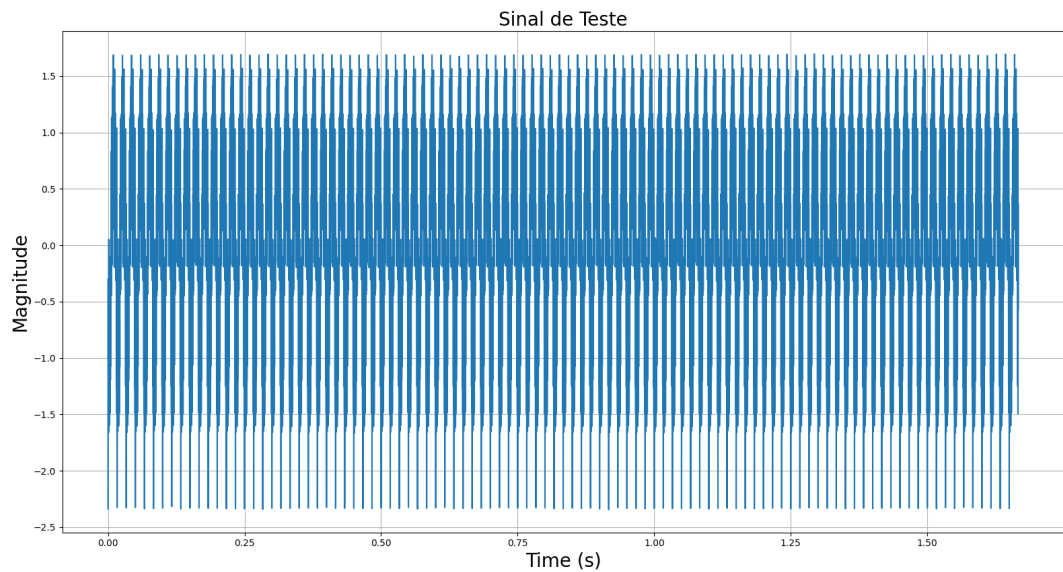
Todo o trabalho foi desenvolvido com auxílio da linguagem Python. Para facilitar a implementação, foram utilizadas as bibliotecas numPy, scipy, matplotlib, time e mplcursors. Para o primeiro teste, foram considerados os seguintes parâmetros:

- f_0 (Frequência nominal): 60Hz
- N_{ppc} (Número de pontos por ciclo): 128
- Fs (Frequência de amostragem): $f_0 \cdot N_{ppc}$
- N_c (Número de ciclos do sinal): 100
- f_1 (Frequência do sinal): 60Hz
- h_{max} (Número máximo de harmônicos): 50
- h_{mag} (Magnitude dos harmônicos): 0.1
- SNR (Relação sinal-ruído): 45 dB

O valor reduzido da relação sinal-ruído (SNR) implica a introdução de ruído no sinal analisado. Posteriormente, serão apresentadas simulações com um valor de SNR significativamente maior (1000 dB), permitindo a observação das diferenças nos valores de erro obtidos. Essa comparação evidenciará o impacto do ruído na precisão dos resultados, contribuindo para uma melhor compreensão da influência desse parâmetro no desempenho do sistema estudado.

Com isso, foi possível obter um sinal com um componente fundamental de 60 Hz e harmônicos até a quinquagésima ordem, com magnitude de 10% da fundamental, como podemos ver na Figura 4. A presença de harmônicos simula distorções comuns em sistemas reais, enquanto o ruído adicionado ao sinal representa imperfeições de medição ou interferências.

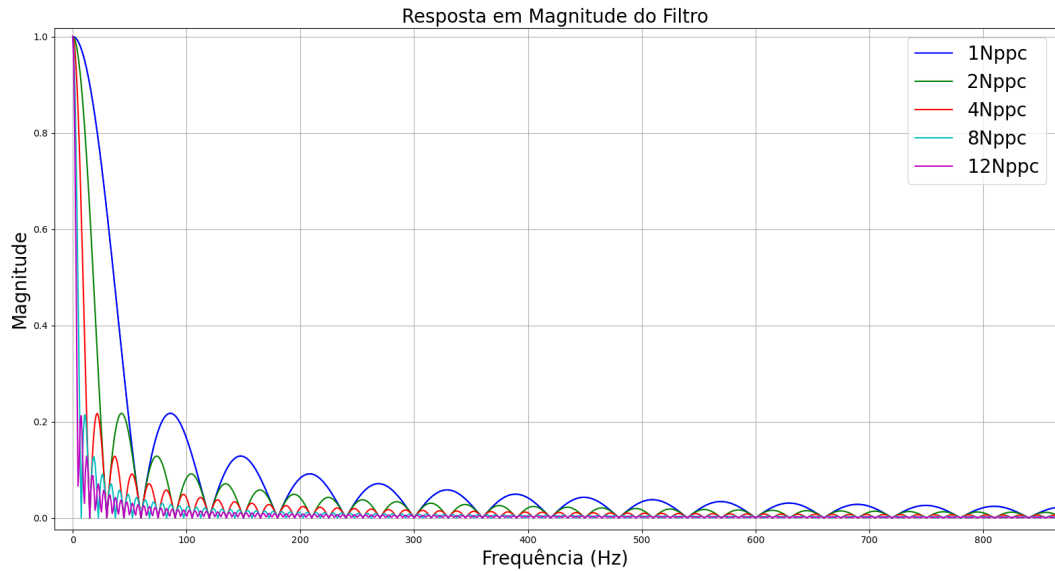
Figura 4 – Sinal gerado para teste



Fonte: Elaborado pelo autor

O próximo passo consiste na elaboração do protótipo do filtro, que, nesse caso, será um filtro média móvel passa-baixa simples com coeficientes iguais a $\frac{1}{N}$. Esse filtro atenua frequências acima da fundamental (60 Hz) e preserva a componente de interesse. A decomposição polifásica dividirá esse filtro em subfiltros, os quais serão aplicados separadamente ao sinal.

Figura 5 – Resposta em magnitude do Filtro



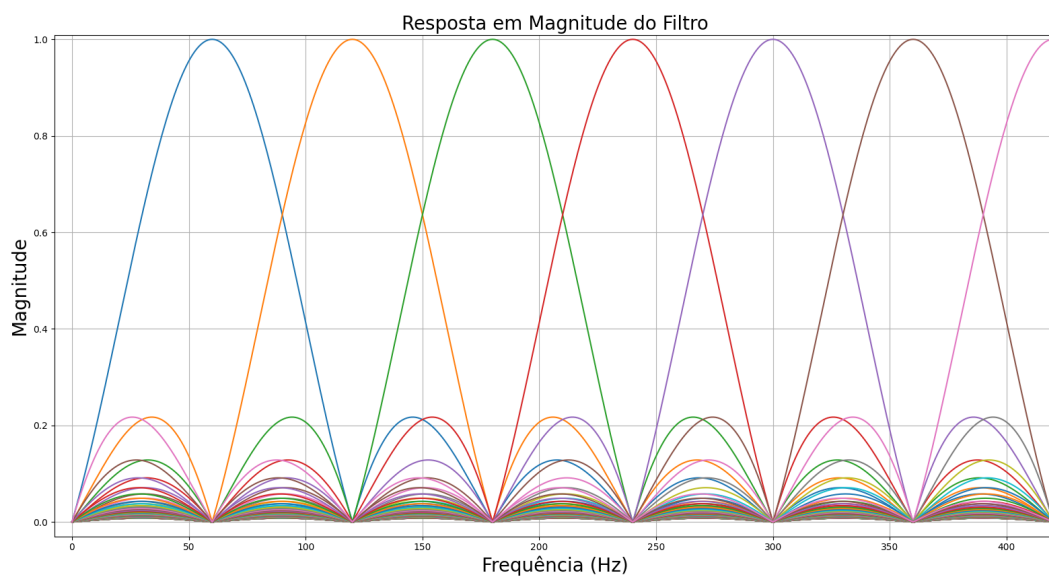
Fonte: Elaborado pelo autor

Para fins de comparação, diferentes tamanhos de janela foram plotados na Figura 5, variando-se o fator multiplicativo aplicado ao Nppc (número de pontos por ciclo). Observa-se que, à medida que a frequência aumenta, ocorre uma redução na magnitude do sinal, sendo essa redução mais pronunciada para o maior tamanho de janela analisado, neste caso, 12Nppc. Essa análise evidencia a influência do tamanho da janela na resposta em frequência do sistema estudado.

Na decomposição polifásica, um filtro é dividido em M filtros polifásicos (E), onde M corresponde ao número de fases, dado por $M = N_{ppc}$. Cada um desses filtros polifásicos consiste em uma subamostragem do filtro protótipo original. Essa abordagem permite uma análise mais detalhada e modular do comportamento do filtro.

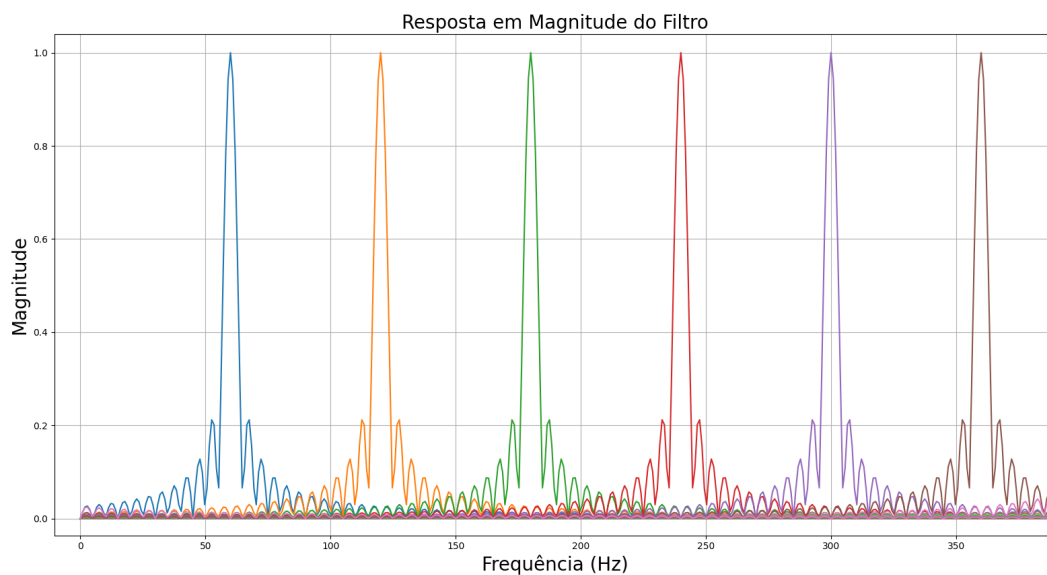
Uma das vantagens dessa técnica é a possibilidade de avaliar individualmente a resposta em frequência de cada filtro polifásico. Isso é particularmente útil para garantir que cada componente cubra adequadamente a banda de interesse desejada. A combinação dos resultados obtidos de cada filtro polifásico é realizada por meio da transformada discreta de Fourier Inversa (IDFT), que permite a reconstrução do sinal processado de forma eficiente e precisa.

Figura 6 – Banco de filtros - 1 Nppc



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 7 – Banco de filtros - 12 Nppc



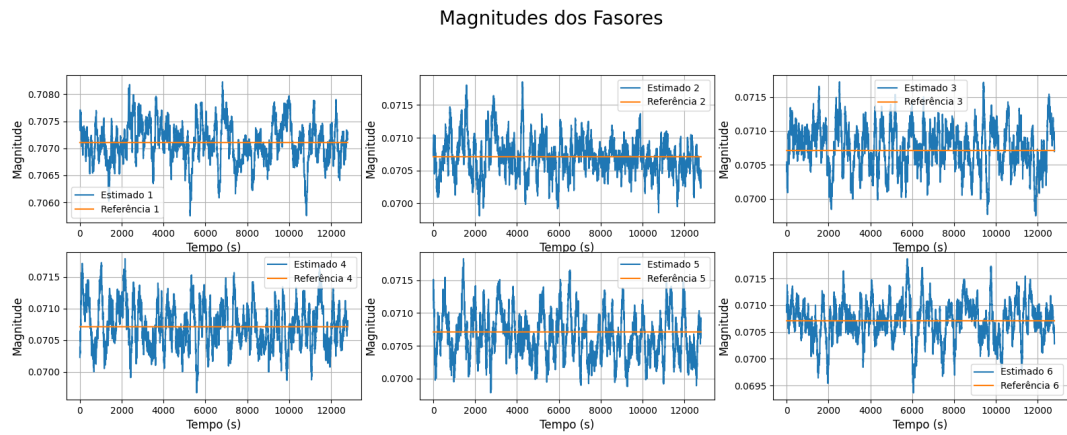
Fonte: Elaborado pelo autor

Ao comparar as Figuras 6 e 7, observa-se um estreitamento nos bancos de filtros na figura 7. Esse efeito está diretamente relacionado ao tamanho da janela utilizada, uma

vez que, na primeira figura, o fator multiplicativo aplicado ao Nppc é 1, enquanto na segunda figura esse fator é 12. Essa diferença no tamanho da janela influencia diretamente a resolução em frequência dos filtros, resultando no comportamento observado.

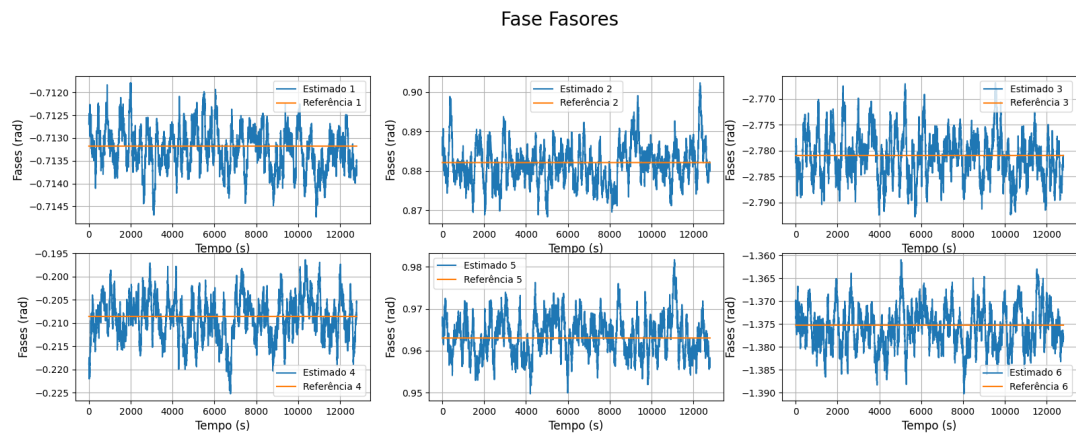
Na etapa seguinte, a saída de cada filtro polifásico (E_{out}) é um sinal filtrado correspondente a uma sub-banda, o qual será utilizado para reconstruir os fasores. A qualidade da filtragem pode ser avaliada comparando a saída dos filtros com o sinal original. Com isso, a IDFT é aplicada às saídas dos filtros polifásicos para obter os fasores estimados. Esses fasores representam as componentes de frequência do sinal. Podemos observar a magnitude dos fasores e a fase dos fasores nas respectivas Figuras 10 e 11.

Figura 8 – Magnitude dos fasores - SNR = 45dB, 1Nppc



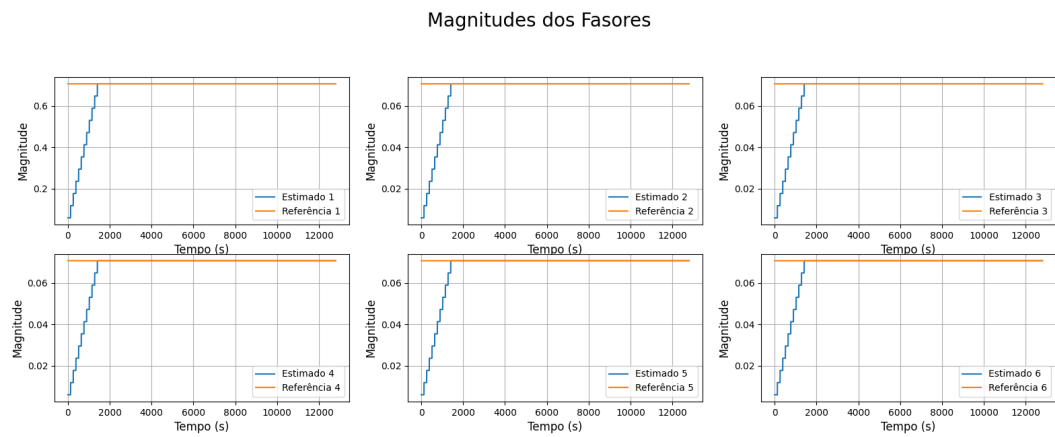
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 9 – Fases dos fasores - SNR = 45dB, 1Nppc



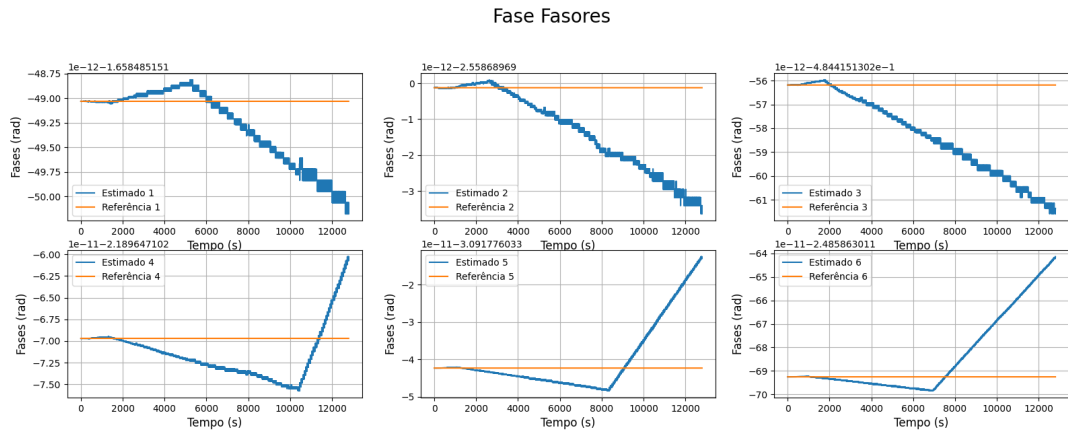
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 10 – Magnitude dos fasores - SNR = 1000dB, 12Nppc



Fonte: Elaborado pelo autor

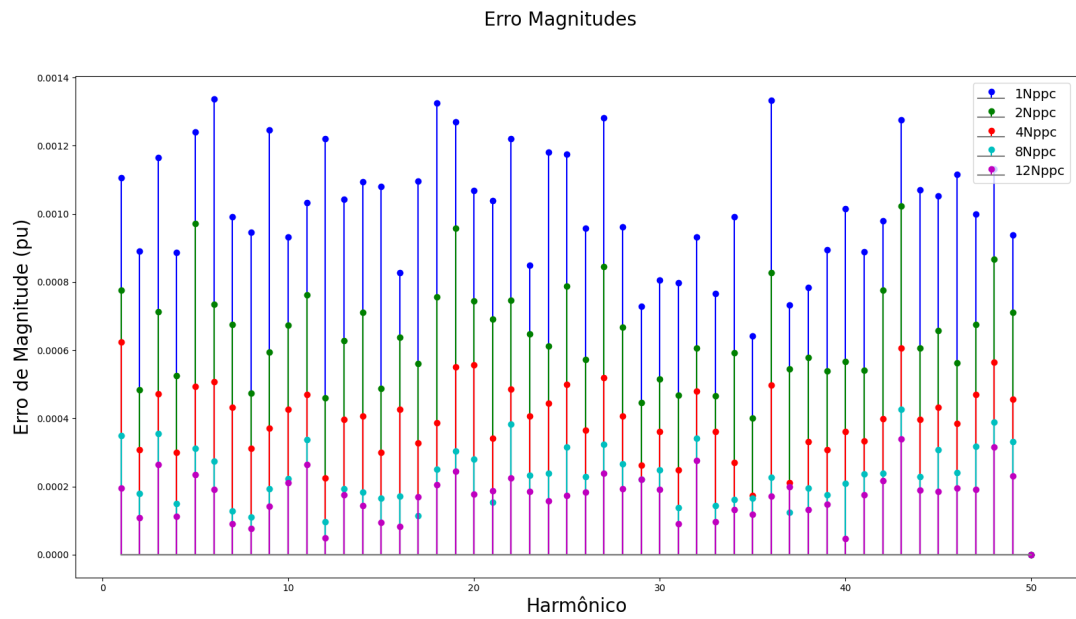
Figura 11 – Fases dos fasores - SNR = 1000dB, 12Nppc



Fonte: Elaborado pelo autor

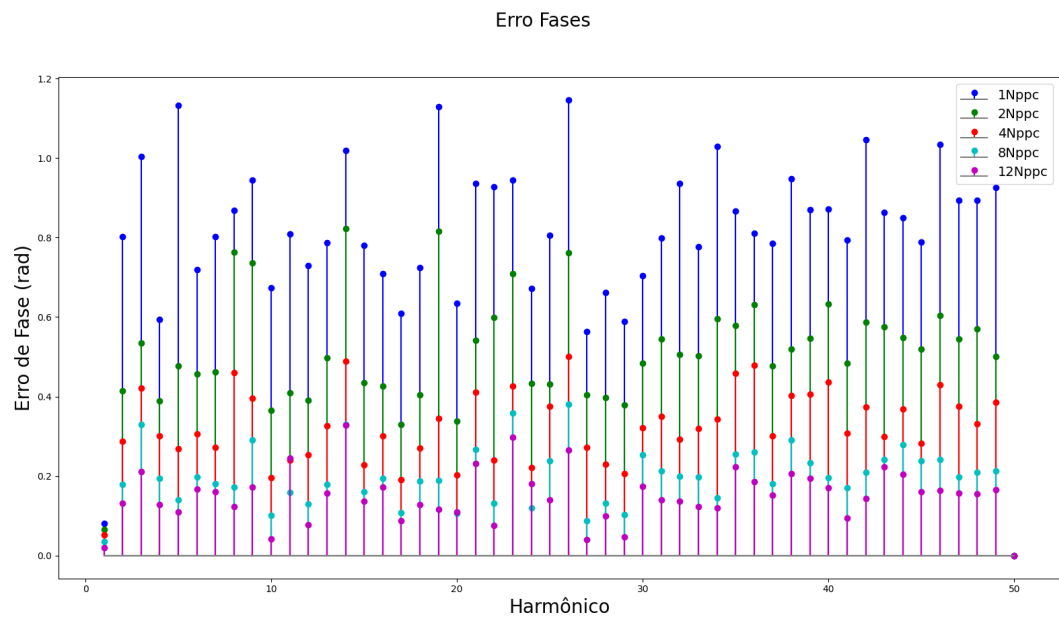
Além disso, foram calculados os erros, suas magnitudes, fases e o TVE, como podemos observar nas Figuras 12, 13 e 14. A simulação foi realizada para diferentes tamanhos de janela, e observa-se que, quanto maior o tamanho da janela, melhores são os resultados, uma vez que há uma redução tanto no erro quanto no TVE. Conforme ilustrado na figura 14, o TVE para 1Nppc ultrapassa 2%, enquanto para 12Nppc esse valor é inferior a 0,5%. Ressalta-se que os resultados apresentados inicialmente referem-se a uma SNR de 45 dB, condição na qual se observa um valor de erro ligeiramente mais elevado. Essa análise demonstra a influência do tamanho da janela e da relação sinal-ruído na precisão das medições.

Figura 12 – Erro magnitude - SNR 45



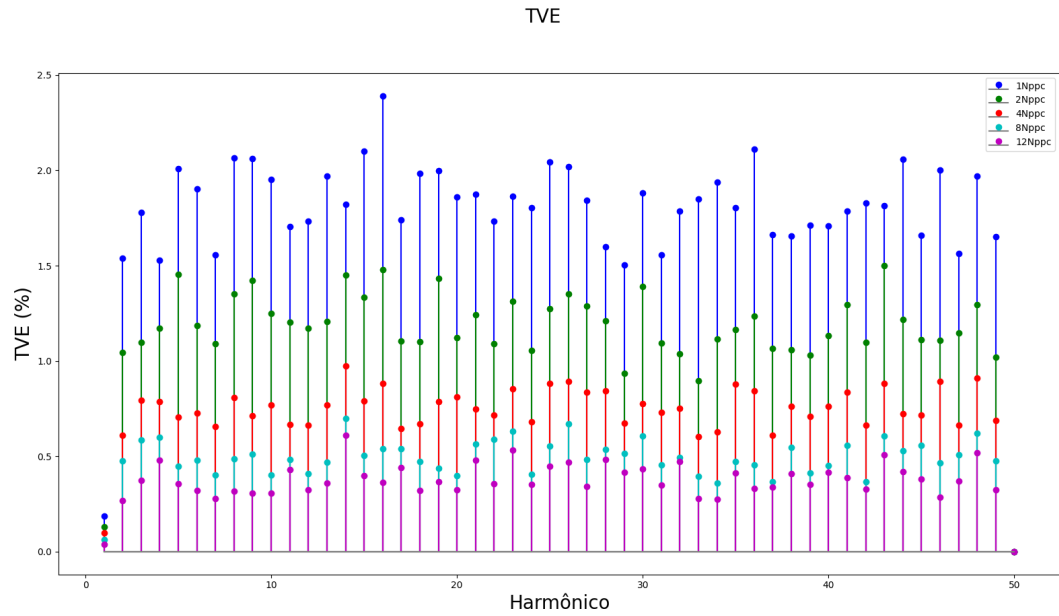
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 13 – Erro fase - SNR 45



Fonte: Elaborado pelo autor

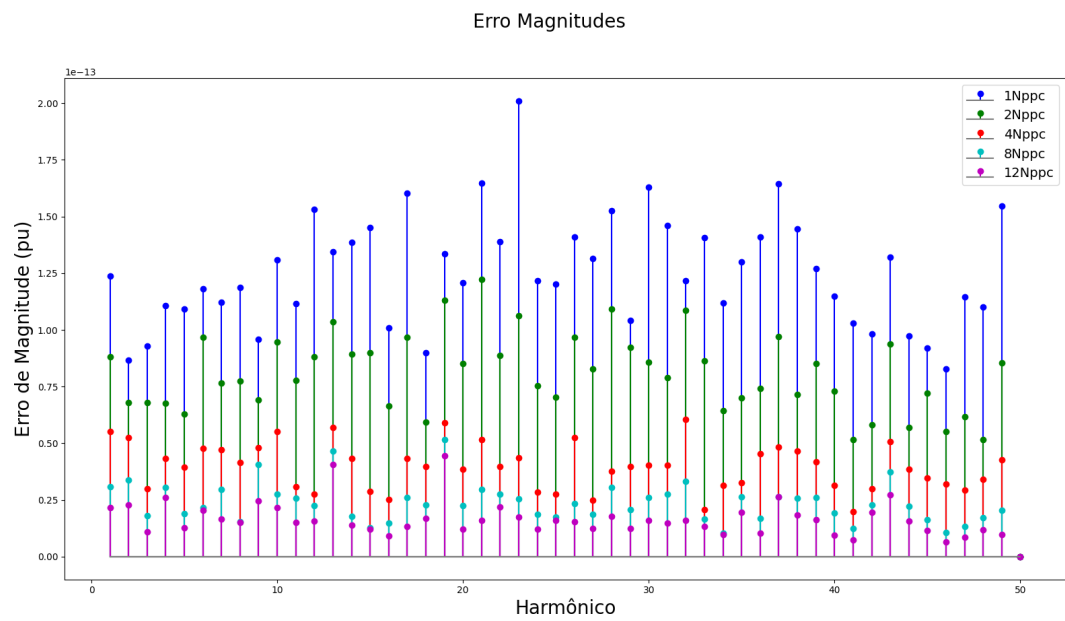
Figura 14 – TVE - SNR 45



Fonte: Elaborado pelo autor

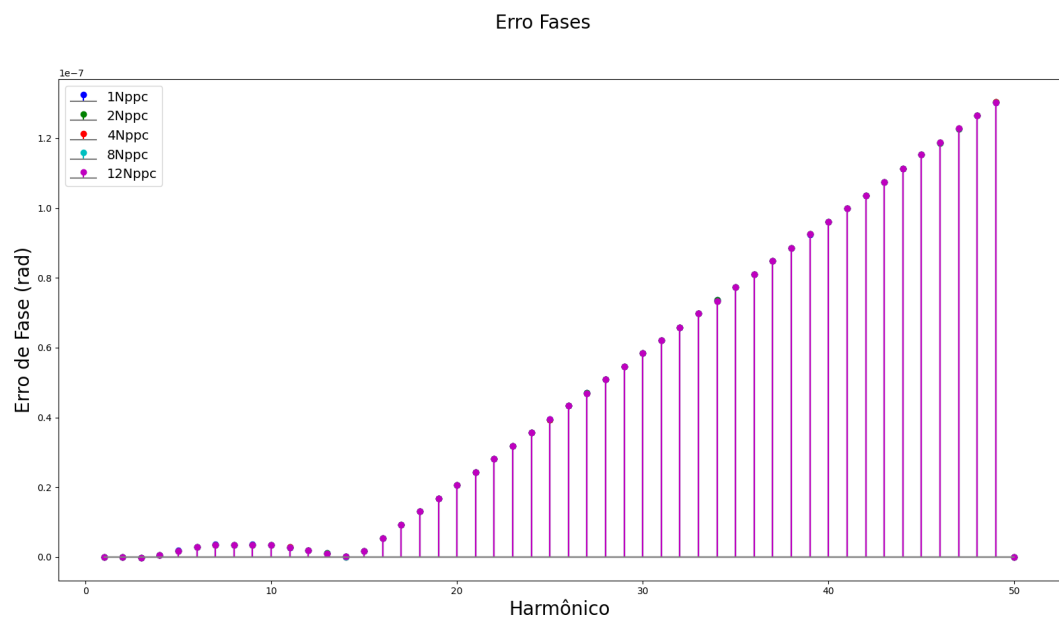
A seguir, serão apresentados os resultados para uma SNR de 1000 dB. Nesse cenário, pode-se observar que o erro é extremamente reduzido, o que se deve à praticamente ausência de ruído no sinal. Essa condição permite uma análise mais precisa do comportamento do sistema, evidenciando a influência significativa do ruído nos resultados obtidos anteriormente.

Figura 15 – Erro magnitude - SNR 1000



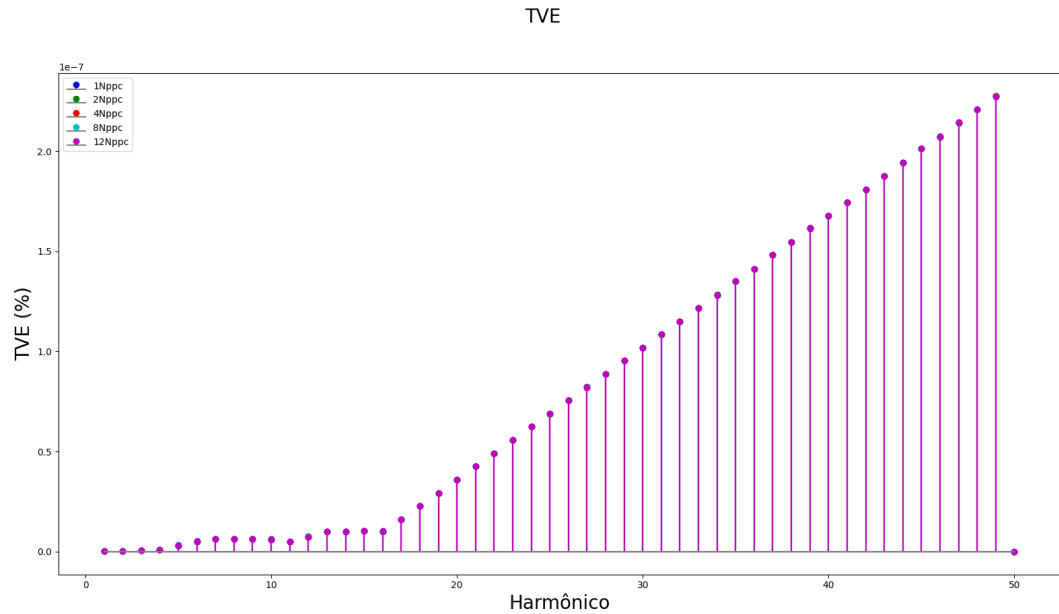
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 16 – Erro fase - SNR 1000



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 17 – TVE - SNR 1000



Fonte: Elaborado pelo autor

Por fim, realizou-se uma comparação do tempo de execução para a filtragem e aplicação da IDFT, variando-se os valores de Nppc. Foram calculados os tempos de processamento com e sem a utilização da decomposição polifásica, além de se avaliar a eficiência da decomposição polifásica combinada com a técnica de decimação. O tempo foi medido através da função `time`, dentro da biblioteca `time`. Os resultados obtidos são apresentados na tabela a seguir.

Observa-se que, à medida que o valor de Nppc aumenta, a diferença de tempo entre os métodos torna-se mais significativa. A técnica de decimação apresentou um tempo de execução praticamente constante, em torno de 0,013 segundos, independentemente do valor de Nppc. Por outro lado, a decomposição polifásica sem decimação demonstrou tempos de execução variando entre 0,25 e 0,61 segundos. Em contraste, a abordagem manual, sem a utilização de decomposição polifásica, apresentou um tempo inicial de aproximadamente 2,73 segundos para 1 Nppc, atingindo 26,55 segundos para 12 Nppc, um valor consideravelmente mais elevado.

Esses resultados evidenciam a eficiência da decomposição polifásica, especialmente quando combinada com a técnica de decimação, em reduzir o tempo de processamento, destacando sua vantagem em cenários com um maior número de pontos por ciclo. A abordagem convencional, embora simples, mostrou-se significativamente menos eficiente em termos de tempo de execução, especialmente para valores elevados de Nppc.

Tabela 5 – Tempos de execução para diferentes valores de Nppc.

Nppc	Tempo (Decimação)[s]	Tempo (Decomp. Polifásica)[s]	Tempo (Convencional)[s]
1	0.013996	0.267659	2.731492
2	0.012138	0.259770	5.286903
4	0.016796	0.350551	9.083306
8	0.011952	0.467019	16.882135
12	0.014930	0.612799	26.559886

4 Conclusão

Este trabalho teve como objetivo principal analisar e comparar a eficiência computacional da implementação de filtros digitais utilizando a técnica de decomposição polifásica em relação à abordagem convencional. Por meio de simulações e testes práticos, foi possível demonstrar que a decomposição polifásica proporciona ganhos significativos em termos de tempo de processamento, especialmente em cenários de maior complexidade, onde a carga computacional é mais elevada. A técnica mostrou-se eficaz na redução do tempo de execução, chegando a ser até oito vezes mais rápida em comparação com a implementação sem decomposição polifásica, conforme evidenciado pelos resultados apresentados.

Além disso, a análise dos erros de magnitude, fase e do TVE demonstrou que a técnica mantém a precisão na estimação dos fasores, mesmo com a redução da complexidade computacional. Isso reforça a viabilidade da decomposição polifásica em aplicações que demandam processamento em tempo real, como sistemas de telecomunicações, processamento de áudio e controle de sistemas embarcados.

A consistência dos resultados obtidos, tanto em termos de tempo de execução quanto de precisão, valida a eficácia da decomposição polifásica como uma técnica robusta para a otimização de filtros digitais. A abordagem mostrou-se particularmente vantajosa em cenários onde os recursos computacionais são limitados, como em sistemas embarcados e dispositivos móveis, nos quais a eficiência energética e a velocidade de processamento são críticas.

4.1 Trabalhos futuros

Embora este estudo tenha focado principalmente no tempo de execução e na precisão dos resultados, futuros trabalhos podem expandir a análise para outros aspectos relevantes, como o gasto de memória computacional e o número de operações realizadas durante o processamento. A medição do consumo de memória pode fornecer indícios adicionais sobre a eficiência da técnica, especialmente em sistemas com recursos limitados, como microcontroladores e FPGAs. Além disso, a contagem do número de operações matemáticas (multiplicações e somas) pode ajudar a quantificar de forma mais precisa os ganhos computacionais obtidos com a decomposição polifásica.

Outra possível direção para pesquisas futuras é a aplicação da técnica em cenários mais complexos, como sistemas de comunicação multibanda ou processamento de sinais em tempo real com taxas de amostragem mais elevadas. A integração da decomposição polifásica com outras técnicas de otimização, como a Transformada Rápida de Fourier (FFT) ou algoritmos de compressão de dados, também pode ser explorada para alcançar ganhos ainda maiores em eficiência computacional.

Por fim, a implementação da técnica em hardware, utilizando dispositivos como FPGAs ou DSPs, pode ser investigada para avaliar o desempenho em ambientes reais, onde restrições de energia e latência são críticas. Esses estudos podem contribuir para o desenvolvimento de sistemas mais eficientes e escaláveis, capazes de atender às demandas crescentes de aplicações modernas de processamento de sinais.

REFERÊNCIAS

- BERGMANN, M. **Aplicação de técnicas de cancelamento adaptativo de ruídos em equipamento de proteção auricular**. 2018. Tese de Doutorado – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS). Disponível em: <<https://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/15251/1/000495291-Texto%2BCompleto-0.pdf>>. Citado na p. 15.
- CONCEIÇÃO, Felipe Cirne. **Equalização de sistemas sonoros baseada em filtros inversos: metodologia de projeto e implementação em tempo real em plataforma DSP**. 2020. Dissertação de Mestrado – Universidade de São Paulo (USP). Disponível em: <<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3140/tde-20032020-101305/en.php>>. Citado na p. 10.
- FREITAS, Diogo R. R. Plataforma para análise do sinal de EEG aplicado ao ERD/ERS no reconhecimento em tempo real da imaginação do movimento. **ResearchGate**, 2017. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Diogo-Freitas-11/publication/334067723_Plataforma_para_Analise_do_Sinal_de_EEG_Aplicado_ao_ERDERS_no_Reconhecimento_em_Tempo_Real_da_Imaginacao_do_Movimento/links/5d15258fa6fdcc2462ab44a0/Plataforma-para-Analise-do-Sinal-de-EEG-Aplicado-ao-ERD-ERS-no-Reconhecimento-em-Tempo-Real-da-Imaginacao-do-Movimento.pdf>. Citado na p. 15.
- ISHII, Renato Porfirio. **Otimização de operações de entrada e saída visando reduzir o tempo de resposta de aplicações distribuídas que manipulam grandes volumes de dados**. 2010. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil. Disponível em: <<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-23092010-170110/pt-br.php>>. Citado na p. 22.
- LUIZ, Max Mateus. **Aplicação da Técnica de Decomposição Polifásica para Redução de Esforço Computacional de Filtros Empregados na Estimação de Fasores Harmônicos**. 2024. Qualificação de Doutorado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, Brasil. Citado nas pp. 23, 24.
- PEREIRA, V. M. et al. Projeto de um Transceptor para Integração em Nanossatélites. **Biblioteca Digital da Sociedade Brasileira de Telecomunicações (SBrT)**, 2020. Disponível em: <<https://biblioteca.sbrt.org.br/articlefile/2775.pdf>>. Citado na p. 15.
- SILVA, Y. C. Comparação dos Filtros Passa-Alta Butterworth, Hof e ICA para a remoção da Contaminação do ECG no Sinal EMG. **Universidade Federal de Uberlândia (UFU)**, 2017. Disponível em: <<http://repositorio.ufu.br/handle/123456789/21841>>. Citado na p. 15.

SILVA BELLINI, Danilo Jesus da. **AudioLazy: Processamento digital de sinais expressivo e em tempo real**. 2019. Tese de Doutorado – Universidade de São Paulo (USP).

Disponível em: <<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45134/tde-20230727-113204/publico/BelliniDaniloJesusDaSilva.pdf>>. Citado na p. 10.

VEGA, A. S. de la. **Processamento Digital de Sinais**. [S.l.: s.n.], 2021. Disponível em:

<http://www.telecom.uff.br/~delavega/public/DSP/apostila_teo_dsp.pdf>.

Citado na p. 10.