

1. Dados los $n + 1$ puntos distintos (x_i, y_i) el polinomio interpolante que incluye a todos los puntos es único
2. Construya un polinomio de grado tres que pase por:
 $(0, 10), (1, 15), (2, 5)$ y que la tangente sea igual a 1 en x_0
3. Construya un polinomio del menor grado que interpole una función $f(x)$ en los siguientes datos:
 $f(1) = 2; f(2) = 6; f'(1) = 3; f'(2) = 7; f''(2) = 8$
4. Con la función $f(x) = \ln x$ construya la interpolación de diferencias divididas en $x_0 = 1; x_1 = 2$ y estime el error en $[1, 2]$
6. Sea $f(x) = \tan x$ utilice la partición de la forma $x_i = \delta k$ para implementar una interpolación para $n=10$ puntos y encuentre el valor δ que minimice el error
7. Sea $f(x) = e^x$ en el intervalo de $[0, 1]$ utilice el método de Lagrange y determine el tamaño del paso que me produzca un error por debajo de 10^{-5} . Es posible utilizar el polinomio de Taylor para interpolar en este caso? Verifique su respuesta

8. Sea $f(x) = \frac{1}{2}(\cos x + \sin x)$. Considere el conjunto de puntos $\{(x_i, f(x_i))\}_{i=0,1,2,3}$ con $x_i = i \cdot \pi/2$. Estime el error *general* cometido al aproximar $f(3\pi/4)$ con $P_3(3\pi/4)$.

9. Sea $f(x) = \frac{x^6}{84} - \frac{3 \cos(2x)}{8}$. Considere el conjunto de puntos $\{(x_i, f(x_i))\}_{i=0,1,2,3}$ con $x_i = i \cdot 0.2$. Estime el error *general* cometido al aproximar $f(0.65)$ con $P_3(0.65)$.

10. Consideremos la siguiente tabla de datos,

x	$f(x)$
0.2	1.2
0.3	5.3
0.4	9.4
0.5	10.5

Calcule la forma modificada y la forma baricéntrica de Lagrange e interpole $f(0.35)$. **Ayuda:** Estas fórmulas permiten reutilizar los cálculos!

Todos:

- a. Ejercicio 1
- b. Considere la siguiente función de x , construya una tabla de la forma $x, f(x)$ utilizando interpolación, cuál es el error cometido en $x=2.5$?

$$f(x) = \int_5^{\infty} \frac{e^{-t}}{t-x} dt, \text{ con } -1 \leq x \leq 1$$

c.

Evaluar el error general, cuando se realiza interpolación cuadrática para la función $\sin x$ en:
 $x_0 = 0, x_1 = 0.01, x_2 = 0.02, \dots$

d.

Escala de gravamen del Impuesto a la renta

Base imponible	Cuota íntegra	Tipo
4.410.000	1.165.978	38,86%
4.830.000	1.329.190	41,02%
5.250.000	1.501.474	43,18%
5.670.000	1.682.830	

La cuota íntegra del Impuesto sobre la Renta se determina aplicando una fórmula basada en la interpolación lineal. Un contribuyente tiene una base imponible de 5 millones. Para calcular lo que tiene que pagar a Hacienda efectúa las siguientes operaciones, consultando la escala de gravamen anterior:

Base	5.000.000	Cuota
Hasta	4.830.000	1.329.190
Resto....	170.000	al 41,02% 69.734
	SUMA	1.398.924

El tipo marginal del 41,02% que aparece en la escala de gravamen es precisamente el cociente de las diferencias entre las cuotas íntegras y las bases imponibles más próximas en la escala a los 5 millones.

$$\frac{1.501.474 - 1.329.190}{5.250.000 - 4.830.000} = 0.4102$$

La fórmula aplicada es, en definitiva,

$$\text{Cuota} = 1.329.190 + 0,4102(\text{Base} - 4.830.000)$$

Para las bases comprendidas en el intervalo $[4.830.000, 5.250.000]$.

En particular, para una base imponible de 5.250.000 es indiferente aplicar la fórmula anterior o tomar directamente el valor de la tabla. En términos matemáticos esto equivale a decir que la Cuota es una función continua de la Base imponible.

El Impuesto sobre la Renta es progresivo, es decir, que el tipo de la imposición aumenta con la base imponible, como se comprueba observando la escala de gravamen. Así, el tipo medio correspondiente a 4.830.000 es el 27,52% y el de 5.250.000 es el 28,60%.

El contribuyente se siente perjudicado por el hecho de que al Resto de su Base imponible (170.000) se le aplica el mismo tipo marginal (41,02%) que, a otro contribuyente con una Base de 5.250.000, alegando que debe aplicársele el correspondiente a la base más próxima en la escala (4.830.000) que es del 38,86. Hacienda, por su parte, rechaza estos argumentos y efectúa la liquidación según sus normas. El sujeto del impuesto interpone recurso (tutela) ante el Tribunal competente, que considera en parte sus alegaciones. El fallo establece que en todo caso se debería aplicar un tipo marginal intermedio.

Como experto en temas fiscales debes elaborar un informe para que Hacienda conozca las diferencias entre el actual sistema impositivo y los posibles métodos de determinar la imposición correspondiente a la base de 5 millones por interpolación de segundo y tercer grado en la escala de gravamen.

¿En cada grado debe añadirse la base más próxima a 5 millones?