

1. Evaluación de las raíces de un Polinomio

Evaluar las raíces de un polinomio implica varios desafíos, aún para el software profesional. Como se requiere poder evaluar las posibles raíces del polinomio, es necesario dedicarle un momento a los detalles como, las derivadas evaluadas en valores x_0 .

Problema: Sea $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$ un polinomio entonces, implementar en R y/o Python una modificación del método de Horner que evalúe de manera eficiente $f'(x_0)$ y $f''(x_0)$ la primera y segunda derivada en cualquier punto

1. Nota1: tenga en cuenta la precisión de la computadora o unidad de redondeo.
2. Nota2: Tenga en cuenta que un polinomio puede tener como vector de coeficientes con números complejos y más aun las raíces pueden ser de la forma $\alpha + \beta i$

Problema Utilizar los resultados anteriores y el algoritmo de Laguerre para obtener un método de, Newton-Horner, de convergencia cuadrática en el que el algoritmo de Newton reemplaza al de Laguerre.

- I Aplicar para el polinomio $x^4 - 9x^2 - 5x^3 + 155x - 250$ el algoritmo creado
- II Compara con el algoritmo de Laguerre

2. Algoritmo Brent

Este algoritmo de Brent, utiliza en cada punto lo más conveniente de las estrategias del de la bisección y del de la secante (o Muller). En su acepción moderna fue formulado en 1973 por Richard Peirce Brent, Australia, 1946. El método de Brent, también conocido como zeroin, ha sido el método más popular para encontrar ceros de funciones desde que se desarrolló en 1972. Este método suele converger muy rápidamente a cero; para las funciones difíciles ocasionales que se encuentran en la práctica.

Problema: Aplicar el algoritmo de Brent para encontrar las raíces del polinomio: $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x/3 - 8/27$.

3. Optima Aproximación Polinómica

La implementación de punto flotante de una función en un intervalo a menudo se reduce a una aproximación polinómica, siendo el polinomio típicamente proporcionado por el algoritmo Remez. Sin embargo, la evaluación de coma flotante de un polinomio de Remez a veces conduce a cancelaciones catastróficas.

El algoritmo Remez es una metodología para localizar la aproximación racional minimax a una función. La cancelaciones que también hay que considerar en el caso de del método de Horner, suceden cuando algunos de los coeficientes polinómicos son de magnitud muy pequeña con respecto a otros. En este caso, es mejor forzar estos coeficientes a cero, lo que también reduce el recuento de operaciones. Esta técnica, usada clásicamente

para funciones pares o impares, puede generalizarse a una clase de funciones mucho más grande.

Problema: Aplicar esta técnica de aproximación polinómica, para $f(x) = e^{\sin x - \cos x^2}$ en el intervalo $[-2^{-8}; 2^{-8}]$ con una precisión deseada doble- doble y un error menor de 2^{-90} y comparar con la aproximación de Taylor

Referencia

Burden y Faires [2011], Dennis y Schnabel [1996], Hager [1988], Heath [2002], Nocedal y Wright [2006], Quarteroni, Sacco y Saleri [2000] y Sauer [2012]; Lauter y Dinechin [2013]