Estimação de Localização com Triangulação de Sinais Baseado na Potência da Fonte Emissora

Ricardo Henrique Brunetto[1]

[1]Departamento de Informática – Universidade Estadual de Maringá (UEM)
Maringá – PR – Brasil

ra94182@uem.br

Resumo. *Este artigo faz uso de métodos algébricos e numéricos para apresentar uma solução computacional no problema da triangulação de sinais, usando como fator de cálculo a potência da fonte emissora, com uma precisão específica no menor tempo computacional possível. Além disso, são discutidos, neste artigo, fatores que podem levar à imprecisão das estimativas.*

1. Introdução

Embora existam diversas formas de analisar as características dos dados de sinais para o cômputo da estimativa (natureza do sinal, intervalos de tempo entre envio e recebimento, ângulo do sinal, etc), será utilizada a potência do sinal. Isso porque existem modelos matemáticos mais bem estruturados e precisos, que são capazes de embasar com maior fidelidade a estimativa.

2. Metodologia

No modelo adotado para experimentação, elaborado por [Hwu and Kirk 2009], a fonte emissora é disposta em um sistema de coordenadas de três dimensões onde m receptores são arranjados em posições (x_k, y_k, z_k), onde cada coordenada indica a distância (em metros) do receptor k até a origem seguindo o respectivo eixo. Isso implica que as coordenadas são dadas em metros, o que servirá de apoio para desenvolvimento dos cálculos. Os casos experimentais de [Hwu and Kirk 2009] utilizam 5 receptores e serão abordados posteriormente.

3. Fundamentação Teórica

Estimativa da Distância em Função da Potência do Sinal: A potência do sinal (em dBm) da fonte emissora serve como parâmetro para a estimativa da distância. Tal estimativa é baseada na **potência de referência** (p_0^k), medida entre o emissor e o receptor k a 1 metro de distância, **fator de atenuação** do sinal do emissor até o receptor k ($\mathcal{L}^k$). Assim, pode-se aferir, com certa precisão, a **distância** da fonte emissora em relação ao receptor k (d_k) baseada na **potência do sinal** registrado pelo receptor k (p_k) através da seguinte equação:

$$d_k = 10^{\frac{p_0^k - p^k}{10\mathcal{L}^k}} \tag{1}$$

Método de Newton-Raphson:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \tag{2}$$

4. Desenvolvimento

Esta seção será particionada em duas outras seções: **Desenvolvimento Matemático**, onde se deseja construir a solução matemática para o problema da estimativa da triangulação de sinais; **Desenvolvimento Computacional**, onde se deseja implementar os princípios e a lógica da solução desenvolvidos matemáticamente para a construção de uma solução computacional que seja o mais rápida possível para determinada precisão, levando em conta demais aspectos e limitações computacionais.

4.1. Desenvolvimento Matemático

Supõe-se, portanto, m receptores dispostos em um sistema de coordenadas tridimensional, conforme exposto na Seção 2. Para cada sinal que a fonte emissora disparar, os m receptores o receberão e, com base em sua potência, calcularão, individualmente, a distância estimada que cada qual está do emissor (d_k, conforme a equação 1).

Conforme já mencionado, cada receptor k é capaz de cobrir uma região esférica. Assim, cada receptor k contribuirá com uma equação da forma

$$f_k(x,y,z) = (x-x_k)^2 + (y-y_k)^2 + (z-z_k)^2 = d_k \tag{3}$$

onde

- x_k, y_k, z_k são as coordenadas do receptor k (conhecidas);
- x, y, z são as coordenadas da fonte emissora (descconhecidas);
- d_k é a distância estimada do receptor à fonte (conhecida).

Serão, portanto, m equações não-lineares da forma acima. Logo, ter-se-á:

$$F(x,y,z) = \begin{cases} (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2 = d_1 \\ (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2 = d_2 \\ \vdots \\ (x-x_m)^2 + (y-y_m)^2 + (z-z_m)^2 = d_m \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$F(x,y,z) = \begin{cases} x^2 - 2x_1x + x_1^2 + y^2 - 2y_1y + y_1^2 + z^2 - 2z_1z + z_1^2 = d_1 \\ x^2 - 2x_2x + x_2^2 + y^2 - 2y_2y + y_2^2 + z^2 - 2z_2z + z_2^2 = d_2 \\ \vdots \\ x^2 - 2x_mx + x_m^2 + y^2 - 2y_my + y_m^2 + z^2 - 2z_mz + z_m^2 = d_m \end{cases}$$

Deseja-se, portanto, obter as raízes de F, pois $F(x,y,z) = 0$ implica que a posição da fonte emissora, de acordo com todos os m receptores é melhor estimada em (x,y,z). Para a obtenção das raízes sistemas de equações polinomais não lineares, utilizar-se-á o **Método de Newton-Raphson**.

Conforme exposto na Seção 3, o Método de Newton-Raphson permite encontrar raízes em um sistema de equações conforme F descreve. Para tanto, o processo envolve a manipulação de matrizes que representarão o sistema de equações. Assim, a partir de **??**, tem-se

$$F(x,y,z) = \begin{bmatrix} f_1(x,y,z) \\ f_2(x,y,z) \\ \vdots \\ f_m(x,y,z) \end{bmatrix}_{m \times 1}$$

Confome a equação 2, a $(i+1)$-ésima estimativa da raiz de F pode ser feita através de:

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \\ z_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} - \frac{F(x_i, y_i, z_i)}{F'(x_i, y_i, z_i)} \tag{4}$$

Percebe-se, contudo, que $F'(x,y,z)$ na verdade será descrita por uma matriz de derivadas parciais, uma vez que será necessário calcular a derivada primeira para cada um dos argumentos de F. Para tanto, faz-se uso da chamada **Matriz Jacobiana** (abordada na Seção 3), dada por:

$$F'(x,y,z) = J(F(x,y,z)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x} & \frac{\partial f_m}{\partial y} & \frac{\partial f_m}{\partial z} \end{bmatrix}_{m \times 3}$$

Nota-se, que a divisão exposta em 4 pode ser expressa como (omitindo os parâmetros, por comodidade):

$$\frac{F}{F'} \iff \frac{F_{m\times 1}}{J_{m\times 3}} \iff F_{m\times 1} \times J^{-1}_{m\times 3} \iff F^T_{1\times m} \times J^{-1}_{m\times 3}$$

onde a notação -1 indica *matriz inversa* e a notação T indica *matriz transposta*. Percebe-se, contudo, que, se $m \neq 3$, J não é inversível, uma vez que uma matriz deve ser quadrada para ser detentora de tal proporiedade.

Dessa forma, é necessário normalizar o sistema de equações exposto em F, de modo que se obtenha n equações para as n variáveis de F. Ou seja, deve-se ter um sistema com 3 equações apenas. Para tanto, utilizar-se-á o **Método dos Mínimos Quadrados**.

Conforme explanado na Seção 3, o Método dos Mínimos Quadrados pode ser aplicado para normalizar sistemas de equações, removendo ambiguidades sem descartar equações.

4.2. Desenvolvimento Computacional

Esta seção será particionada nos três pontos necessários para a construção da desejada solução computacional: **Implementação**, onde a solução matemática exposta em 4.1 será codificada, bem como as estruturas de dados necessárias, a fim de garantir uma determinada precisão; **Otimização**, onde serão abordados aspectos referentes ao tempo computacional e formas de minimizá-lo; **Limitações**, onde serão expostas as limitações da solução e suas possíveis falhas.

4.2.1. Implementação

4.2.2. Otimização

4.2.3. Limitações

5. Discussão

6. Conclusão

References

Hwu, W.-m. and Kirk, D. (2009). Programming massively parallel processors. *Special Edition*, 92.