

Geometria Computacional

Fecho Convexo – Graham Scan



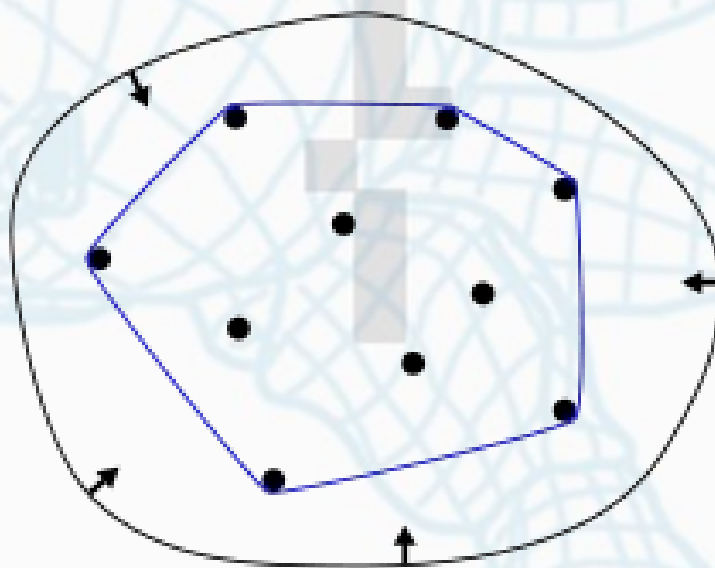
Fecho Convexo

- **O Que é**
- **Algoritmo (Graham Scan)**
- **Casos Patológicos**
- **Conclusão**



Fecho Convexo

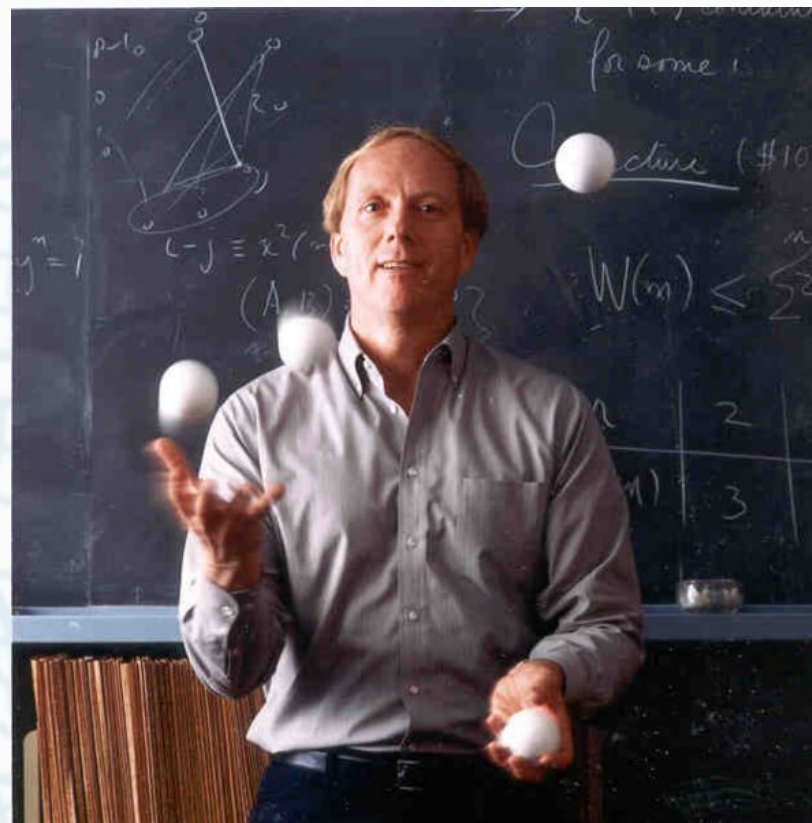
- Conjunto de pontos contidos na borda da menor região convexa que contém todos os pontos de um conjunto finito no plano



- No caso 2D podemos fazer uma analogia a um elástico envolvendo todos os pontos.

Graham Scan

- Ronald Lewis Graham
- 1972
- Pontos ordenados do fecho
- Complexidade: $O(n \log n)$
 - Determinado pela ordenação



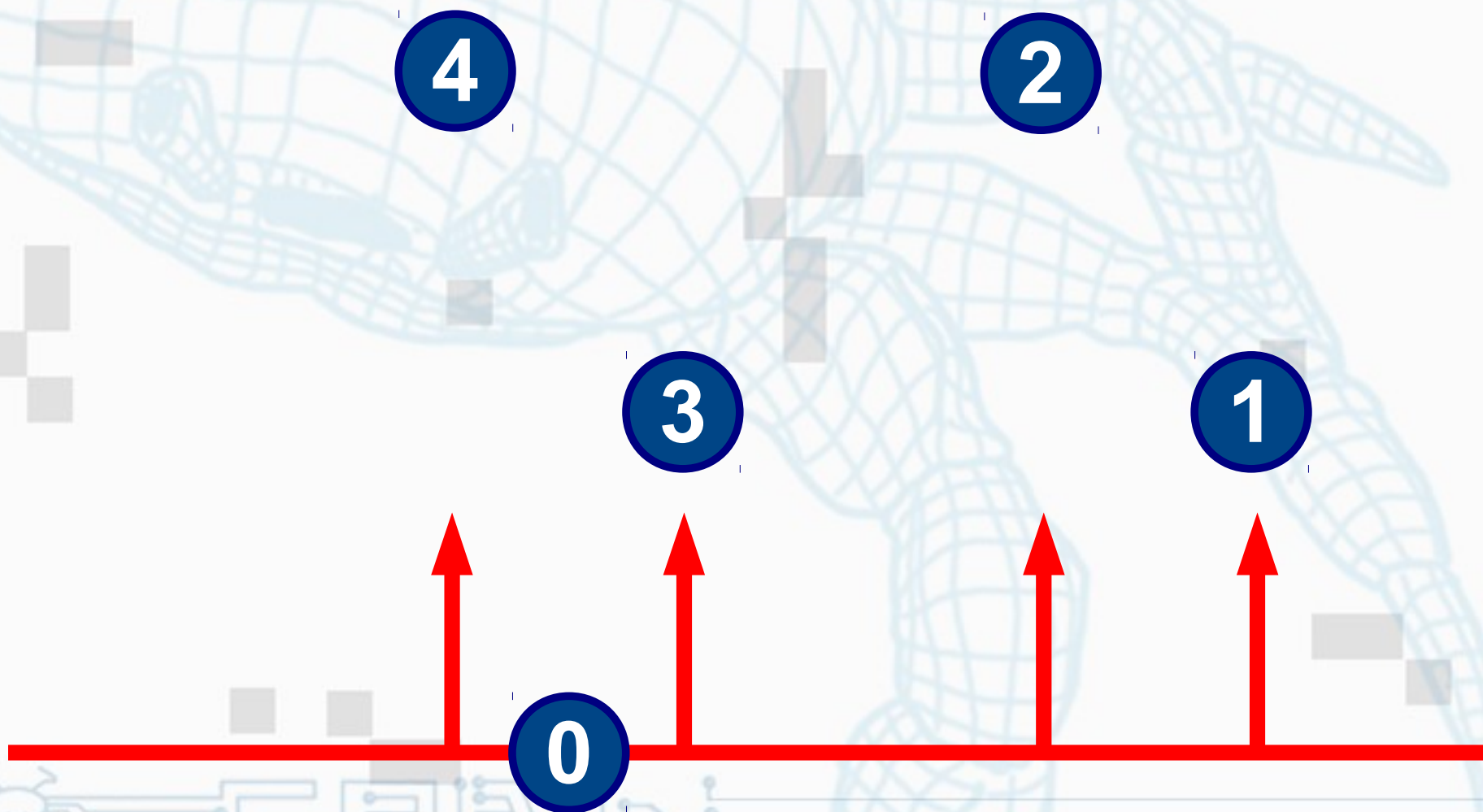


Graham Scan

- Algoritmo para N pontos
 - Primeiro ponto do fecho $p[0]$
 - Menor coordenada x ou y por exemplo
 - Ordena $p[i]$ por ângulo com $p[0]$
 - Adiciona pontos $p[0]$ e $p[1]$ no fecho $f[m]$
 - Para os outros pontos $p[i]$, em ordem, checar a área (ccw) do triângulo formado $f[m-1]$, $f[m]$, $p[i]$
 - Enquanto a área for negativa, remover últimos adicionados ao fecho
 - Adicionar ponto $p[i]$ ao fecho f

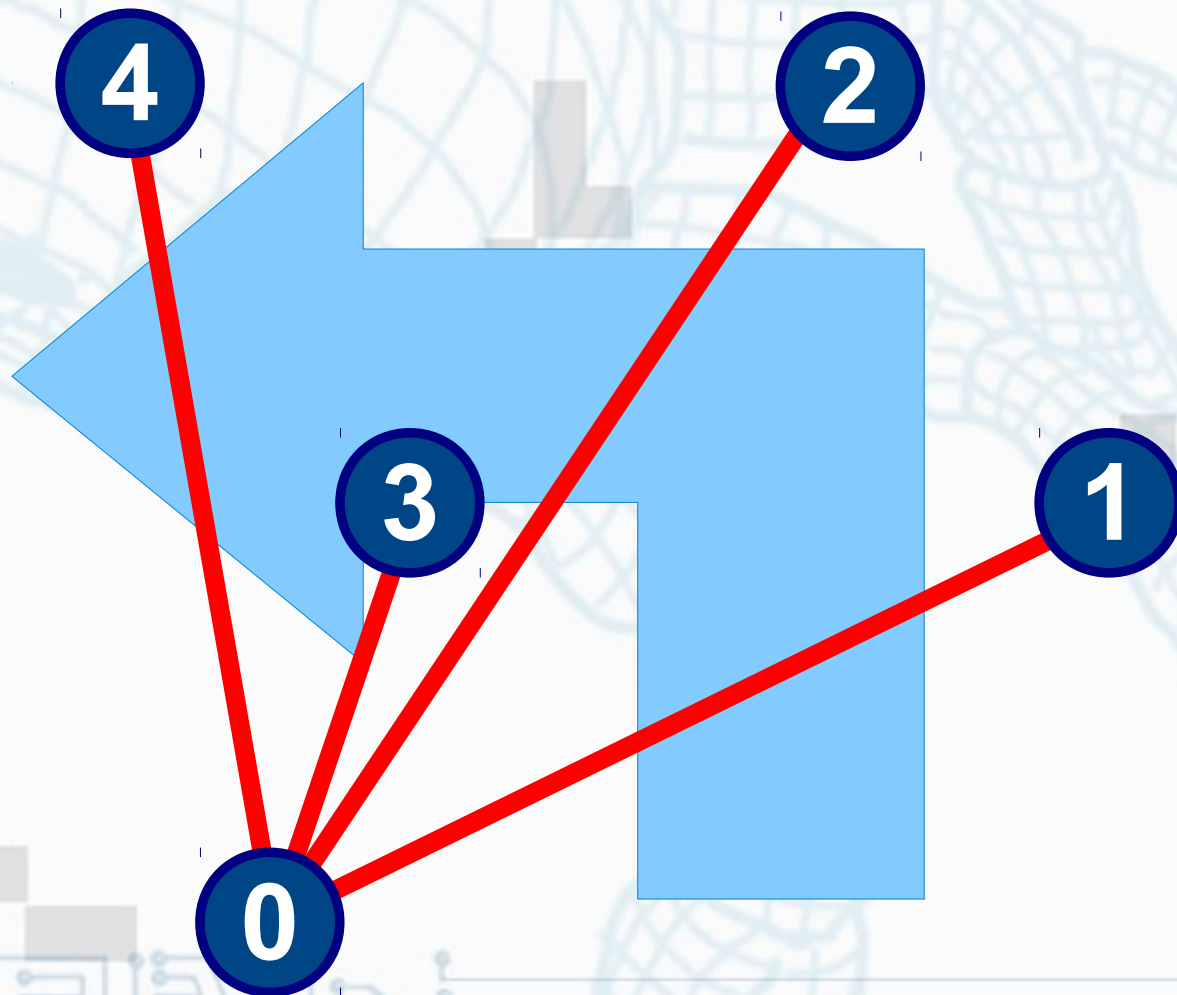
Graham Scan

Primeiro ponto, $p[0]$ que pertence ao fecho. Ex: Menor y



Graham Scan

Ordena $p[i]$ por ângulo com $p[0]$



Graham Scan

Adiciona pontos $p[0]$ e $p[1]$ no fecho $f[m]$

4

2

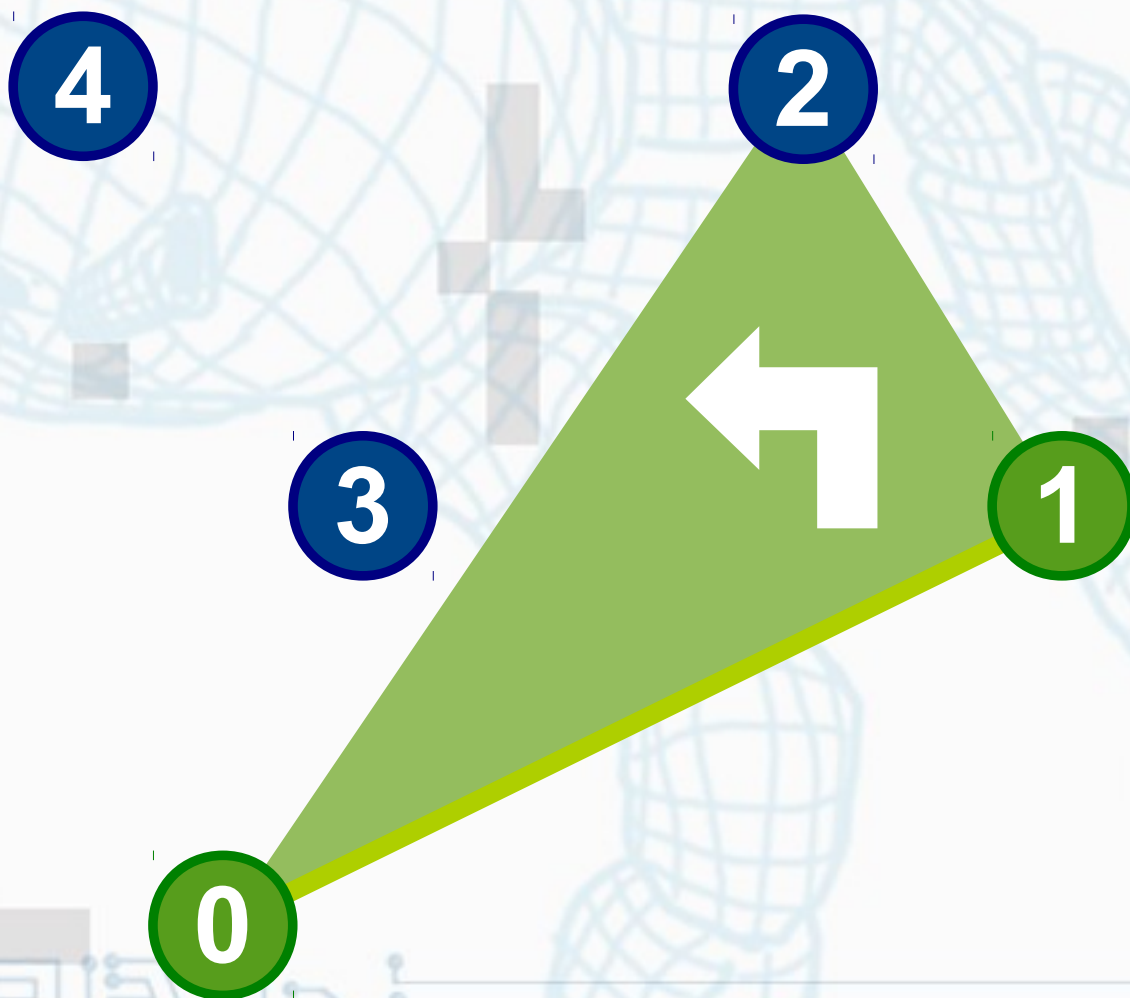
3

1

0

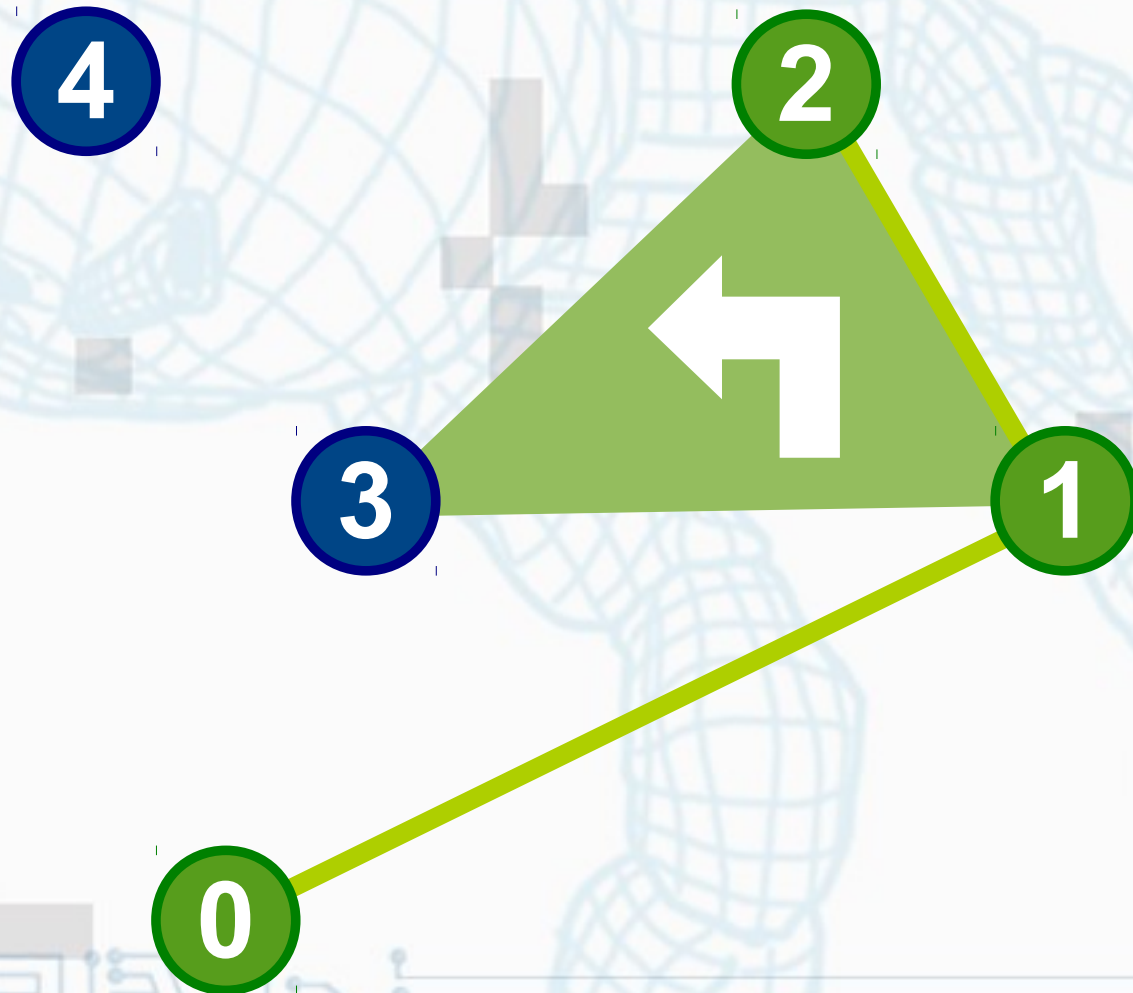
Graham Scan

Para os outros pontos $p[i]$, em ordem, checar a área (ccw) do triângulo formado $f[m-1]$, $f[m]$, $p[i]$ e incluir $p[i]$ em f



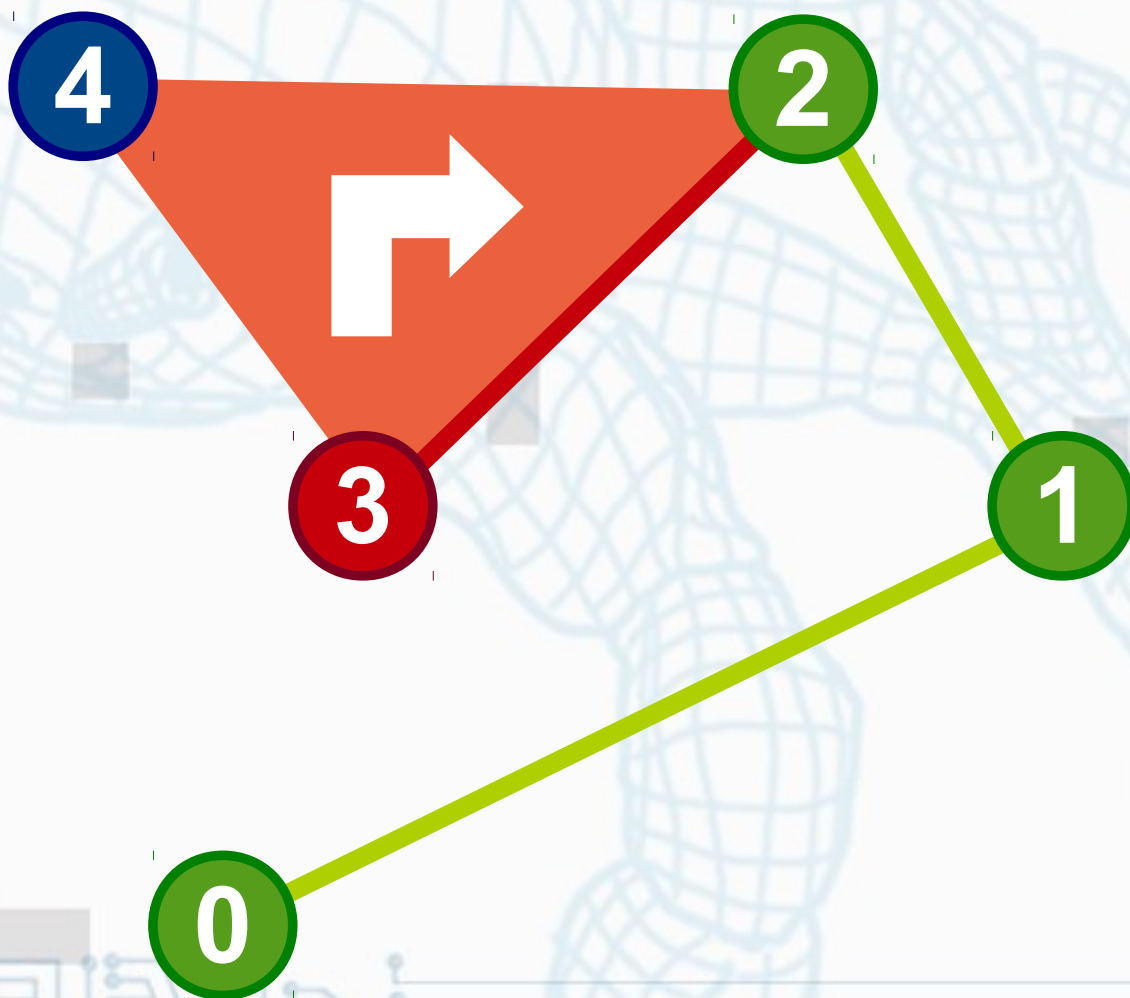
Graham Scan

Para os outros pontos $p[i]$, em ordem, checar a área (ccw) do triângulo formado $f[m-1]$, $f[m]$, $p[i]$ e incluir $p[i]$ em f



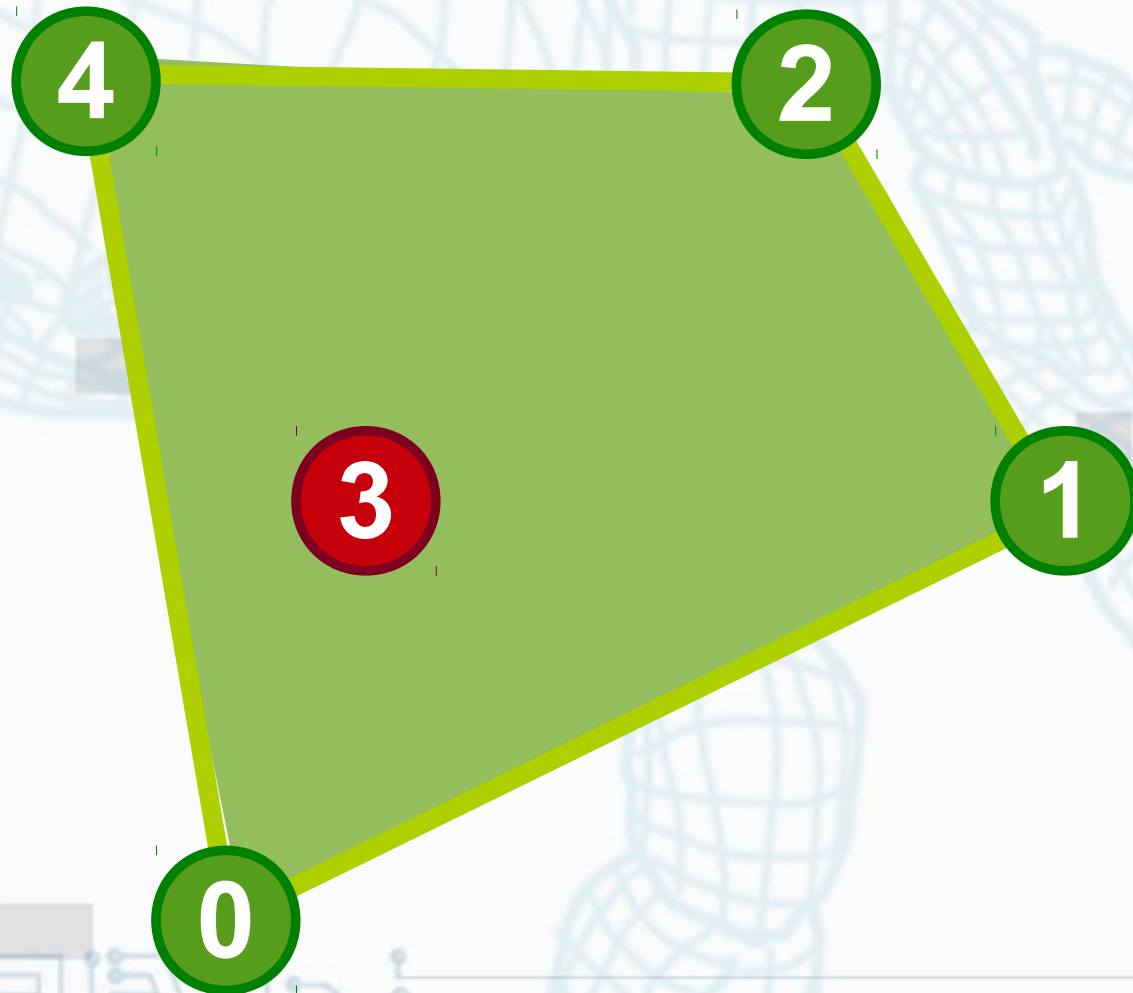
Graham Scan

Enquanto a área for negativa, remover últimos pontos adicionados ao fecho



Graham Scan

Ao termino teremos um conjunto $f[m]$ contendo os pontos do fecho convexo



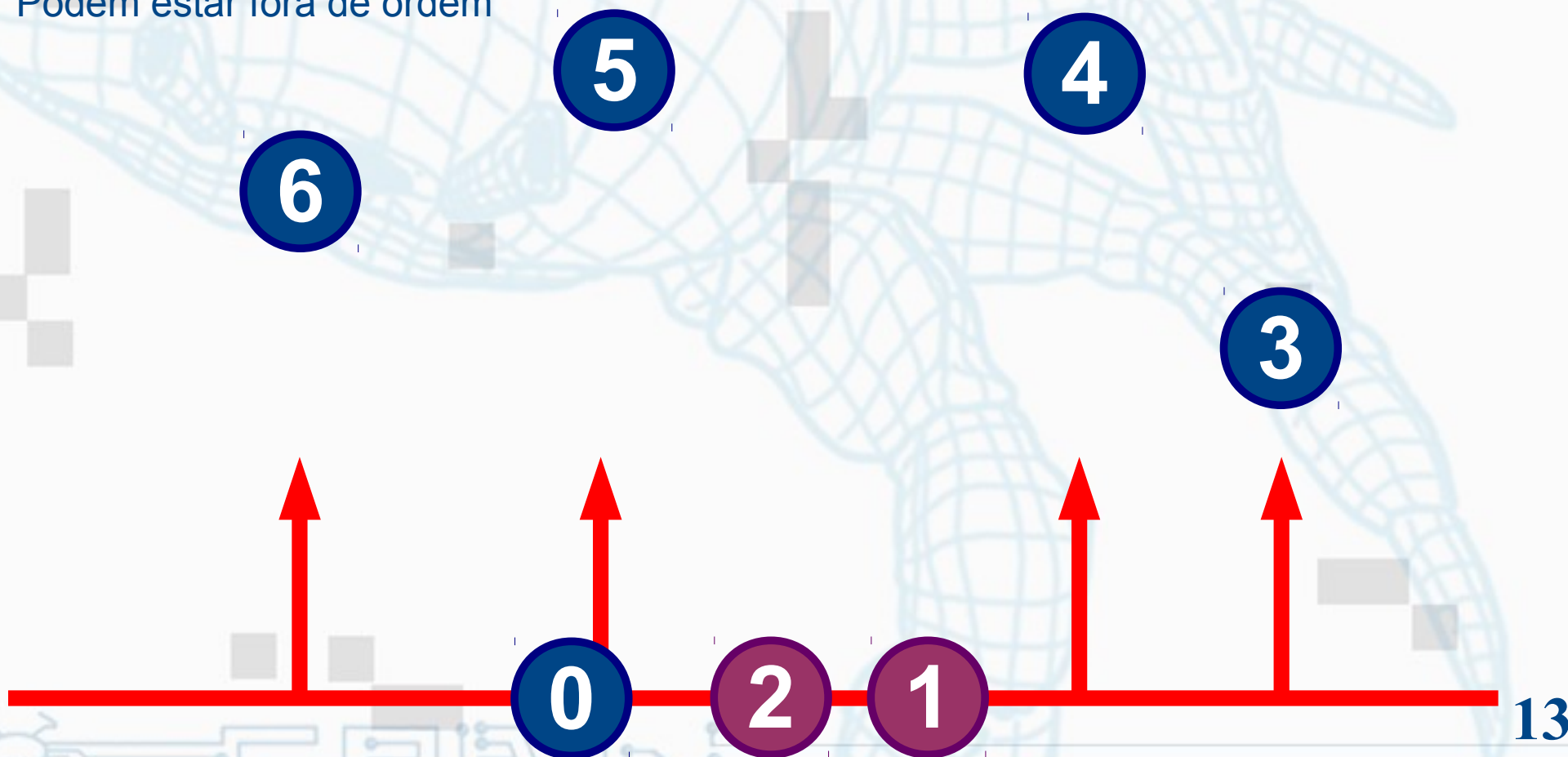


Casos Patológicos

Pontos Colineares

Nem sempre se quer pontos nas arestas do fecho

Podem estar fora de ordem

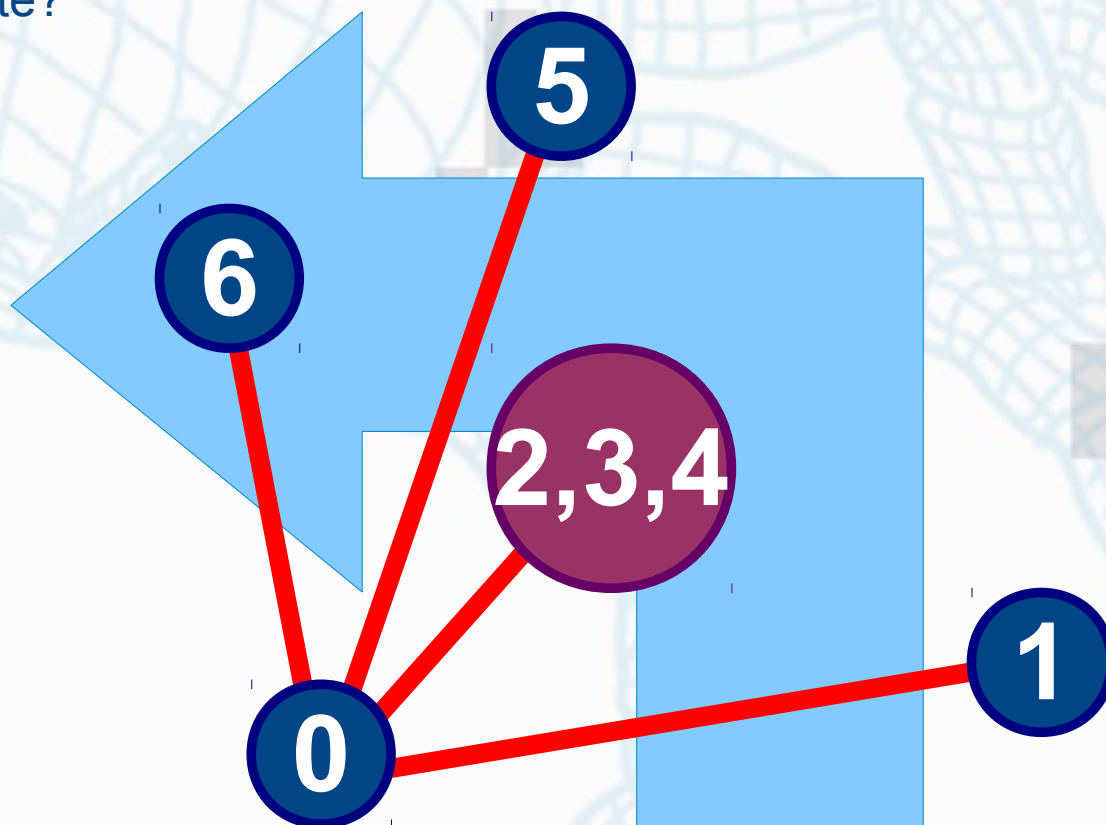




Casos Patológicos

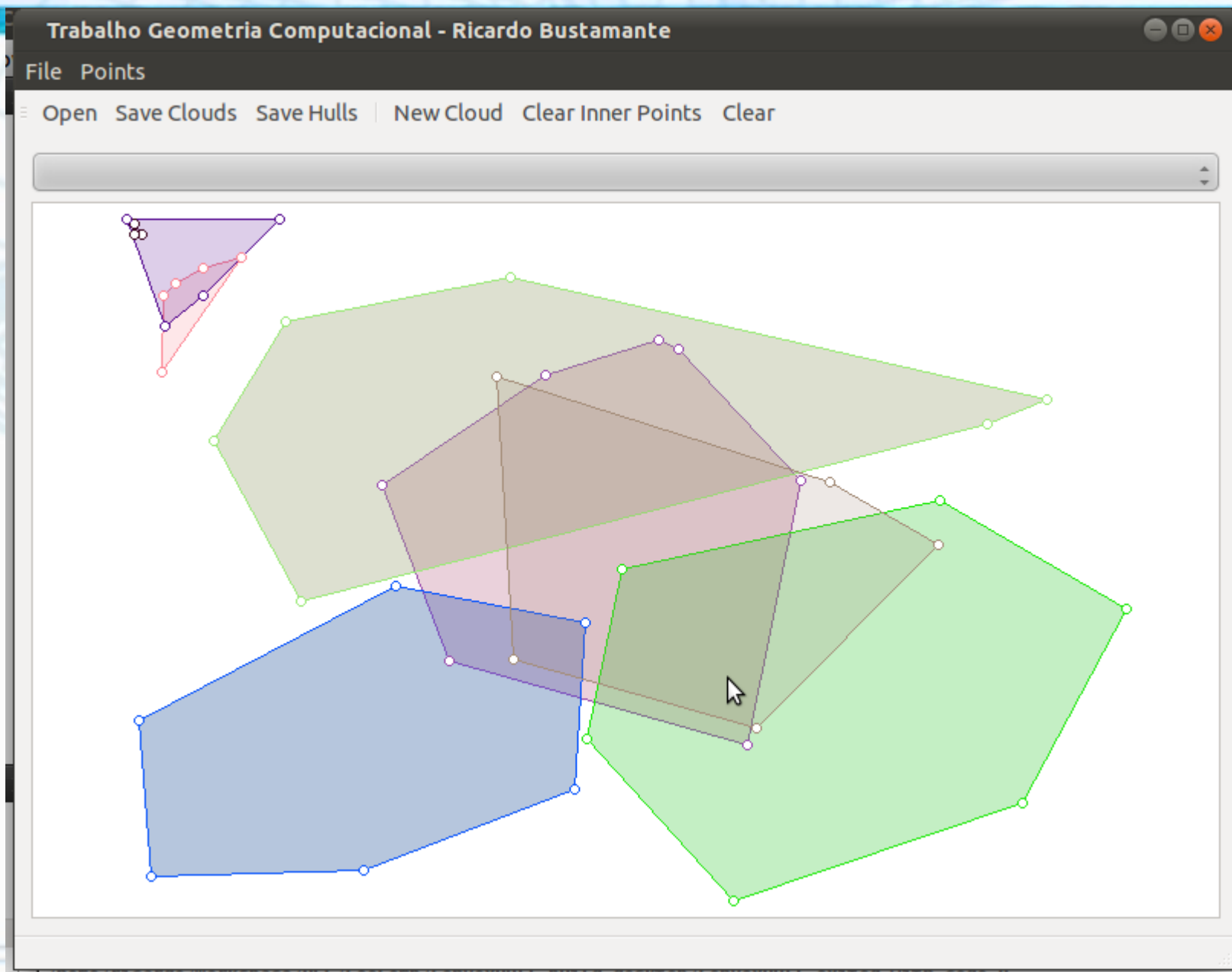
Pontos Iguais

Pode confundir o algoritmo fazendo achar que está no fecho mesmo quando não está
Informação redundante?





Programa





Conclusão

- Algoritmo de fácil implementação
- Diversas aplicações em todas as áreas da computação