Universidad de las Fuerzas Armadas
Métodos Numéricos Actividad 1

Apellidos: Jaramillo Salgado
Nombres: Ricardo Alejandro
NRC: 3657

Fecha límite de entrega: 04/06/2021

1. Cree un repositorio en GitHub para los proyectos que se desarrollarán en el semestre. El repositorio debe estar asociado a su correo institucional. Los ejercicios de la actividad deben estar en el repositorio.

GitHub

------> https://github.com/RicardoJ990/METODOS-NUMERICOS-3657

--

OverLeaf

------> https://es.overleaf.com/read/grppyfmhgvqm

2. Desarrolle en Python un programa para calcular la inversa de matrices de dimensión 2×2. No olvide colocar comentarios en su programa. No busque el programa en internet.

In [ ]:

```
## Invocamos las librerías a utilizar en nuestro ejercicio
import numpy as np
from random import randint
## Para hacer mas dinámica mi matriz 2x2, se generarán números enteros automáticamen
matriz=np.array([[randint(0,9),randint(0,9)],[randint(0,9),randint(0,9)]])
print("\x1b[1;34m"+"LA MATRIZ 2x2 GENERADA ES LA SIGUIENTE: ")
## Se imprime la matriz generada con numpy
print(matriz)
print("-----------------------------")
## Gracias a la función linalg será posible calcular la inversa de nuestra matriz ge
```

```
print("\x1b[1;34m"+"SU INVERSA ES LA SIGUIENTE: ")
## Se imprime su inversa
print(np.linalg.inv(matriz))
```

Salida en consola

```
LA MATRIZ 2x2 GENERADA ES LA SIGUIENTE:
[[0 1]
 [5 0]]
------------------------------
SU INVERSA ES LA SIGUIENTE:
[[0.  0.2]
 [1.  0. ]]

Process finished with exit code 0
```

3. Grafique en Python las siguientes funciones:

$$f(x) = x^2 - x + 1, g(x) = \frac{2}{x-1}$$

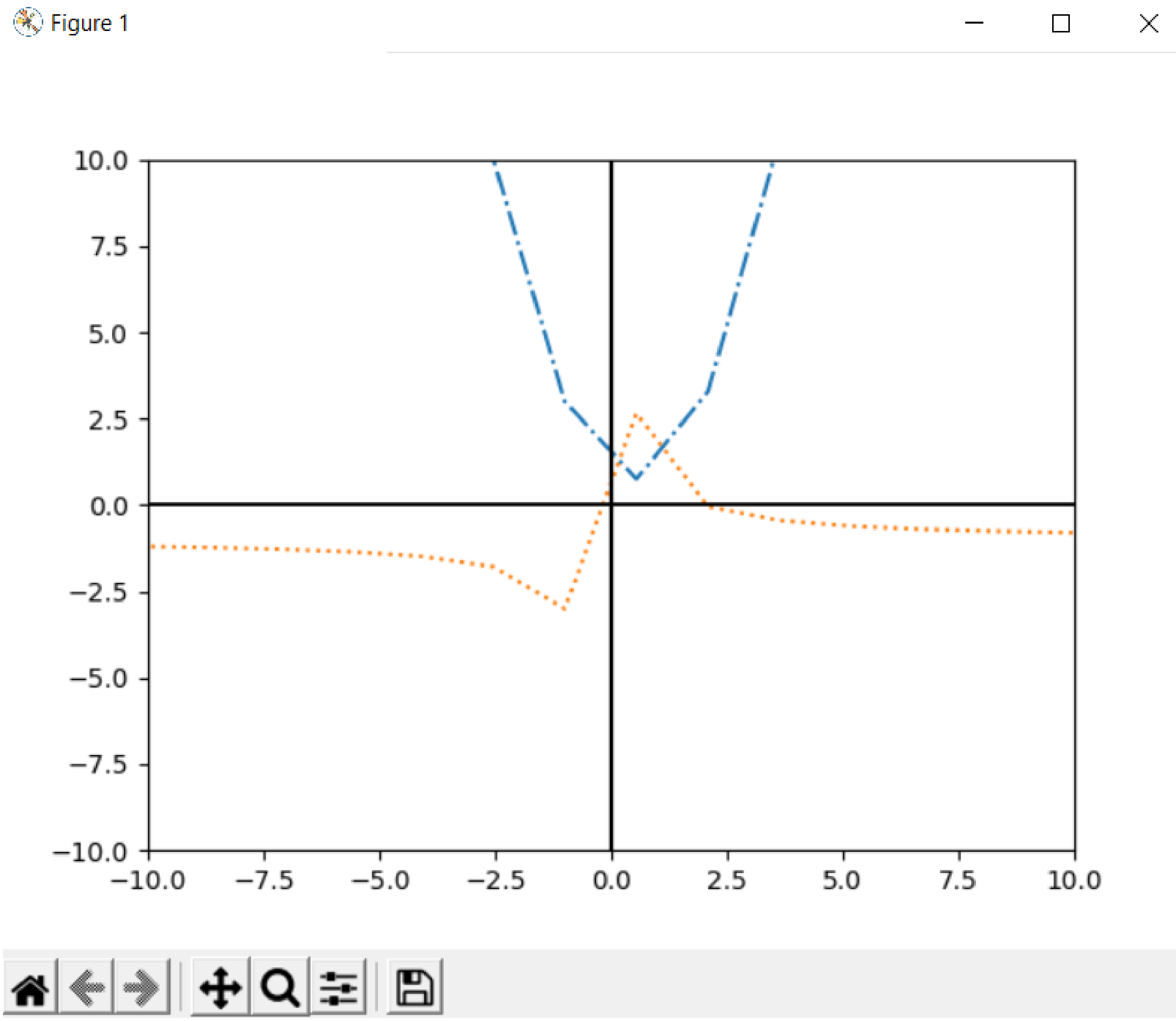
Grafique ambas funciones en el mismo gráfico.

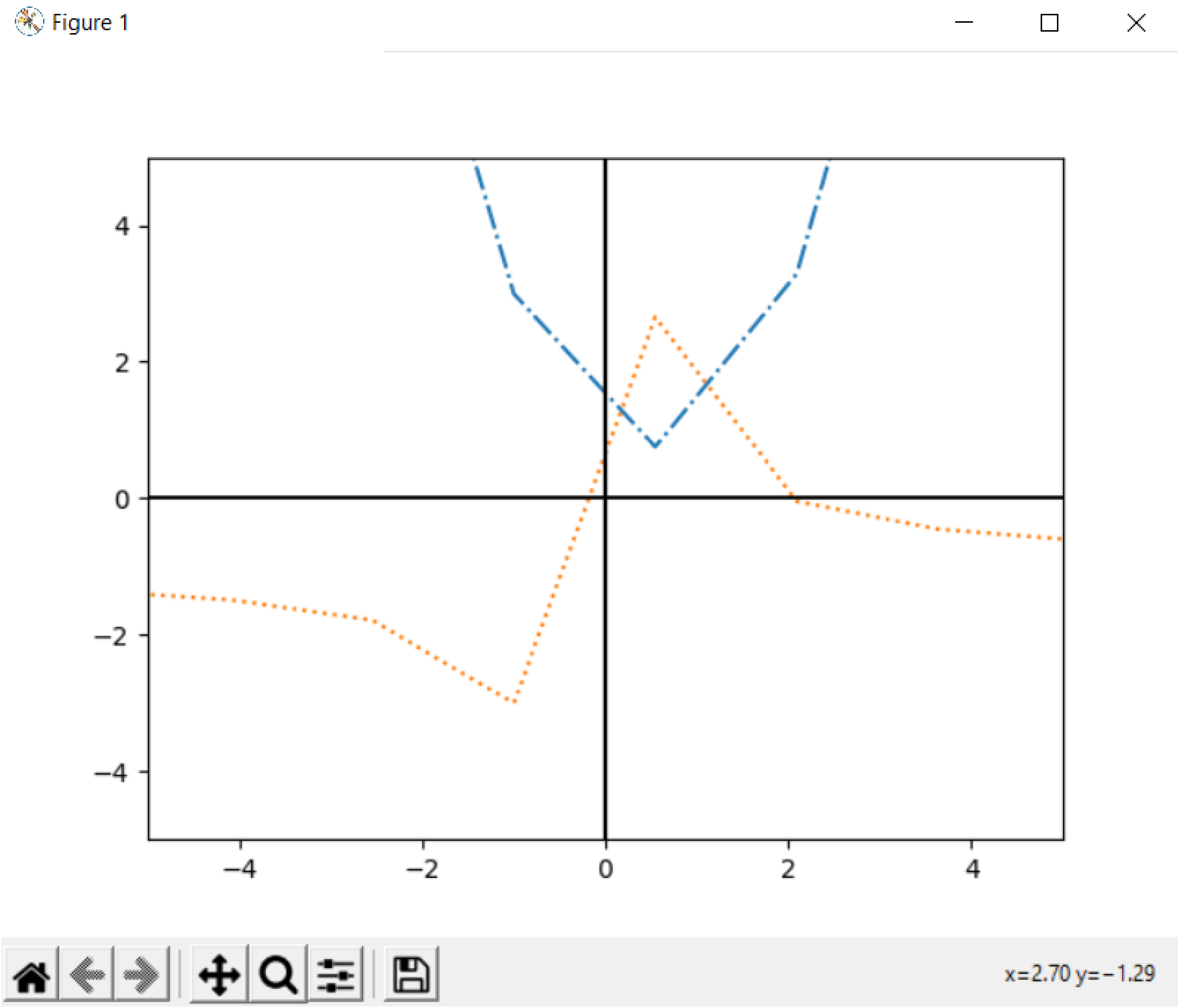
In [ ]:

```
## Invocamos los paquetes y librerías necesarias para realizar el ejercicio
import math as m
import numpy as np
from matplotlib import pyplot
from fractions import Fraction
## Escribimos la ecuación cuadrática.
def f(x):
    return x**2 - x + 1
## De igual manera con g(x)
def g(x):
    return (2/x-1)
## Aquí digitamos los valores del eje X que toma el gráfico
x = np.linspace(-100,50+np.pi,100)
## Métodos para graficar las ecuaciones
pyplot.plot(x, [f(i) for i in x], linestyle = "dashdot")
pyplot.plot(x, [g(i) for i in x], linestyle = "dotted")
## Método para establecer el color de los ejes coordenados
pyplot.axhline(0, color="black")
pyplot.axvline(0, color="black")
## Así mismo con "lim" limitaremos los valores de los ejes coordenados
pyplot.xlim(-10, 10)
pyplot.ylim(-10, 10)
## Esto es opcional, su función es guardar la gráfica en formato jpg
pyplot.savefig("grafico-metodos-numericos.jpg")
## Aquí mostramos el resultado de la gráfica en pantalla.
pyplot.show()
```

Corrida de Escritorio

(La línea azul corresponde a $f(x)$ mientras que la naranja corrresponde a $g(x)$)





4. Sea la función:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$$

calcule f(2.045) con un error de 0.00005 (utilice una serie deTaylor).

Sea nuestra función $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$

la derivamos aplicando regla de la potencia y la cadena

$= \frac{1}{2}\left(x^2+2x+1\right)^{\frac{1}{2}-1} \cdot \left(x^2+2x+1\right)\ \frac{d}{dx} => \frac{x^2\frac{d}{dx}+2\cdot\ (x)\ \frac{d}{dx}\ +1\ \frac{d}{dx}}{2\sqrt{x^2+2x+1}} => \frac{2x+2+0}{2\sqrt{x^2+2x+1}}$

por lo tanto

$= \frac{2x+2}{2\sqrt{x^2+2x+1}}$

Simplificando, nuestra primera derivada es:

$=> \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+1}}$

Derivando una segunda vez, aplicando regla del cociente

$$=> \frac{(x+1)\ \frac{d}{dx}\cdot\ \sqrt{x^2+2x+1}-(x+1)\ \frac{d}{dx}\ \left(\sqrt{x^2+2x+1}\right)}{\left(\sqrt{x^2+2x+1}\right)^2}$$

$$=> \frac{(x\ +1)\ \frac{d}{dx}\cdot\ \sqrt{x^2+2x+1}-(x+1)\ \cdot\frac{1}{2}\ \left(x^2+2x+1\right)^{\frac{1}{2}-1}\cdot\left(x^2+2x+1\right)}{(x^2+2x+1)}$$

$$=> \frac{(1+0)\sqrt{x^2+2x+1}-(x+1)\frac{\left(\left(x^2\right)\ \frac{d}{dx}+2\ \frac{d}{dx}\ x\ +1\right)}{2\sqrt{x^2+2x+1}}}{x^2+2x+1} => \frac{\sqrt{x^2+2x+1}-\frac{(x+1)(2x+2+0)}{2\sqrt{x^2+2x+1}}}{x^2+2x+1}$$

Simplificando la expresion $\frac{\sqrt{x^2+2x+1}-\frac{(x+1)(2x+2+0)}{2\sqrt{x^2+2x+1}}}{x^2+2x+1}$

Obtenemos nuestra segunda derivada:

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+1}} - \frac{(x+1)(2x+2)}{2(x^2+2x+1)^{\frac{3}{2}}}$$

Derivamos una 3ra vez

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+1}} - \frac{(x+1)^2}{(x^2+2x+1)^{\frac{3}{2}}}$$

M.C.M

$$=> \sqrt{x^2+2x+1}\,,\ \left(x^2+2x+1\right)^{\frac{3}{2}}$$

Para $\left(x^2+2x+1\right)^{\frac{3}{2}}$

$$= \frac{x^2+2x+1-(x+1)^2}{(x^2+2x+1)^{\frac{3}{2}}} =\ x^2+2x+1-\left(x^2+2x+1\right)\ =\ x^2+2x+1-x^2-2x-1$$
$$= x^2-x^2+2x-2x+1-1 = 2x-2x+1-1 => 1-1=0$$

Por lo tanto:

$$x^2+2x+1-\left(x^2+2x+1\right)\ =\ x^2+2x+1-x^2-2x-1$$

La cuarta derivada también será cero

Reemplazando f en nuestra función

$$x\ =\ 2,045\ x = \sqrt{(2.045)^2+2\,(2.045)+1}\ x =\ 3,045$$

Reemplazando en las derivadas:

$$(1) \; -> \; \frac{3{,}045+1}{\sqrt{(3{,}045)^2+2(3{,}045)+1}} = f'(0) = 1$$

$$(2) \; -> \; \frac{1}{\sqrt{(3{,}045)^2+2(3{,}045)+1}} - \frac{(3{,}045+1)(2(3{,}045+2))}{2\left((3{,}045)^2+2(3{,}045)+1\right)^{\frac{3}{2}}} = f''(0) = 0$$

$$(3) \; -> \; f'''(0) = 0$$

$$(4) \; -> \; f''''(0) = 0$$

Aplicando la fórmula

$$f(0) + f'(0)\,x + f''(0)\;\frac{x^2}{2!} + f'''(0)\;\frac{x^3}{3!} + f''''(0)\;\frac{x^4}{4!}$$
$$= 1 + 1\,(2,045) + 0\frac{(2{,}045)^2}{2} + 0\frac{(2{,}045)^3}{3!} + 0\;\frac{(2{,}045)^4}{4!}$$

Entonces

R./ 3,045 = 3,045

5. Calcule el error relativo, error absoluto, el error porcentual y las cifras significativas para los siguientes casos:

- $x = 0.005429,\ \tilde{x} = 0.00543$

$$eabs = |0,005429 - 0,00543| = |-0,000001| => \mathbf{0,000001}$$

$$erel = \frac{|0{,}005429-0{,}00543|}{|0{,}005429|} = |-0,00018419598| => \mathbf{0,00018419598}$$

$$epor = erel * 100\% = 0,018419598\% => \mathbf{0,0184\%}$$

Cifras significativas:

0,000001 = 1 cifra significativa

0,00018419598 = 8 cifras significativas

0,0184 = 3 cifras significativas

- $x = 189.3478,\ \tilde{x} = 18.93478$

$$eabs = |189.3478 - 18,9378| = |170,41302| => \mathbf{170,41302}$$

$$erel = \frac{|189.3478 - 18{,}9378|}{|189{,}3478|} = |0,9| => \mathbf{0,9}$$

$$epor = erel * 100\% = 0,9\% => \mathbf{90\%}$$

Cifras significativas:

170,41302 = 8 cifras significativas

0,9 = 1 cifra significativa

90 = 1 cifra significativa

- $x_0 = 4.367,\ x_1 = 4.3689$

$$eabs = |4,367 - 4,3689| = |-0,0019| => \mathbf{0,0019}$$

$$erel = \frac{|4{,}367 - 4{,}3689|}{|4{,}367|} = |-0,00043508129| => \mathbf{0,00043508129}$$

$$epor = erel * 100\% = 0,043508129\% => \mathbf{0,0435\%}$$

Cifras significativas:

0,0019 = 2 cifras significativas

0,00043508129 = 8 cifras significativas

0,0435 = 3 cifras significativas

---

6. Diseñe un código que encuentre el $sen\left(\frac{\pi}{3}\right)$ a través del desarrollo de Taylor, truncar cuando $n = 50$

In [ ]:

```
## Invocamos las librerías a utilizar en nuestro ejercicio
import numpy as np
## Declaramos las variables a utilizar
num=np.pi/3
```

```
truncar=49
poli=0
print("\x1b[1;31m"+"DE ACUERDO A LA SERIE DE TAYLOR EL VALOR DEL SEN(π/3) ES IGUAL A
## Mediante un bucle for iniciamos una iteración desde 1 y truncamos cuando n = 50
for n in range(0,truncar+1):
## Nuestro valor del polinomio se regirá bajo esta sintaxis
    poli=poli+(-1)**n*num**(2*n+1)/(np.math.factorial(2*n+1))
## Imprimimos los resultados en pantalla
    print("\x1b[1;34m",n+1,"----->",poli)

"""
LEEME/README:
Para entender de mejor manera la implementación del código se realizará una corta ex
Tuve que recurrir a encontrar un patron en la serie partiendo de la expresion:
f(x)= F^n(a)/n! * (x-a)^n
En donde al descomponer en polinomio se obtuvo:
Si a = 0
F(x)= f(0) + f'(a)/1!*x + f"(0)/2!+x^2 + f'''(0)/3!+x^3 + ..... + f^i(0)/i!+x^i
por lo tanto mi función al ser sen(π/3) si se evalúa en cero se obtiene:
f(x)= x/1! - x^3/3! + x^5/5! - x^7/7! + x^9/9! + ....
De aquí pude notar una especie de patrón en donde lo representé en el código de arri
E desde 1 hasta n * (-1)^n+1 * x^(2n-1)/(2n-1)!
Muchas Gracias.
"""
```

Salida en Consola