

SISTEMAS BIOLÓGICOS 2023

Trabajo práctico 2

1. Distribución binomial

Considere una población de individuos que no se reproducen, y que evolucionan en tiempo discreto. A cada paso de tiempo cada uno de ellos puede morir con probabilidad d . Calcule numéricamente la distribución de probabilidad de la población en función del tiempo (para algunos tiempos, y para un par de valores de d). Compare con la distribución binomial exacta.

2. Ecuaciones de Langevin

Considere una población continua $x(t)$, con una dinámica multiplicativa en tiempo discreto y un ruido aditivo:

$$x(t+1) = ax(t) + z(t), \quad (1)$$

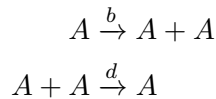
donde la variable estocástica $z(t)$ tiene distribución gaussiana con media cero y desviación estándar σ . Simule una docena de trayectorias del sistema, partiendo de $x(0) = 1$ y usando $a = 1.05$, $\sigma = 0.2$, hasta tiempo 50. Compare las trayectorias estocásticas con la correspondiente dinámica sin ruido, en un gráfico de x en función del tiempo. Simule un ensemble de trayectorias y calcule la distribución de probabilidad $P(x, t)$, y grafíquela (ya sea en 3D, o usando t como parámetro).

Haga lo mismo para una dinámica con ruido multiplicativo:

$$x(t+1) = ax(t) + z(t)x(t).$$

3. Simulación estocástica

Considere un sistema con reproducción y competencia intraespecífica, del tipo:



Simule la evolución de la población usando el algoritmo de Gillespie. Usando distintos valores de las tasas b y d , y distintas condiciones iniciales, observe los distintos comportamientos, tanto transitorios como asintóticos. Grafique algunos casos característicos, comparándolos con

la solución de la ecuación logística que da el comportamiento macroscópico.

Para una elección de b y d que permita un estado estacionario positivo (por ejemplo, $b = 0.1$, $d = 0.001$ da un valor medio estacionario $\langle x \rangle = 100$), use múltiples realizaciones para calcular la distribución estacionaria $P(x)$.

Para una elección de b y d que produzca extinciones por fluctuaciones ($b = 0.1$, $d = 0.02$, $n(0) = 10$), use múltiples realizaciones para calcular la distribución del tiempo de extinción.