

Modelação de Sistemas Físicos

4ª aula Prática

Sumário:

Movimento a 1 dimensão. Método de Euler.
Resolução dos problemas 2.3 e 2.7.

Bibliografia:

Método de Euler (método numérico de integração)

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{v_x(t+\delta t) - v_x(t)}{\delta t} = a_x(t)$$

aproximado por

$$\frac{v_x(t+\delta t) - v_x(t)}{\delta t} \approx a_x(t)$$

$$v_x(t + \delta t) \approx v_x(t) + a_x(t) \times \delta t$$

Considere-se $v_x(0) = v_{x0}$,

$$v_x(\delta t) \approx v_{x0} + a_x(0) \times \delta t$$

$$v_x(\delta t + \delta t) \approx v_x(\delta t) + a_x(\delta t) \times \delta t$$

$$v_x(2\delta t + \delta t) \approx v_x(2\delta t) + a_x(2\delta t) \times \delta t$$

...

$$v_x(N\delta t + \delta t) \approx v_x(N\delta t) + a_x(N\delta t) \times \delta t$$

Num ciclo

for i in range(n):

 t[i+1]=t[i]+dt

 aceler=g # queda livre

 vx[i+1]=vx[i]+aceler*dt

Método de Euler (método numérico de integração)

Programa completo:

```
import numpy as np
dt=0.001          # INPUT
tf=4.0
t0=0
n=np.int((tf-t0)/dt+0.1)
print('n = ',n)

t=np.zeros(n+1)
vy=np.zeros(n+1)
y=np.zeros(n+1)

g=9.80
v0y=0
y0=0
t[0]=t0
vy[0]=v0y
y[0]=y0

for i in range(n):      # Método de Euler
    t[i+1]=t[i]+dt
    ax=g
    vy[i+1]=vy[i]+ax*dt
    y[i+1]=y[i]+vy[i]*dt
```

Problema cap 2

3.

Um objeto pequeno é largado de uma altura elevada. Considere a queda livre, sem resistência do ar. Considere $g = 9.80 \text{ m/s}^2$

- a) Qual a relação entre a velocidade e a aceleração instantânea?
- b) Construa um programa que determine a velocidade do objeto, usando o método de Euler, no intervalo de tempo $[0, 4 \text{ s}]$. Qual a velocidade em 3s?
- c) Repita a alínea anterior, com um passo 10 vezes menor.
- d) Compare o resultado obtido em b) e c) com o resultado exato. Que conclui?
- e) Construa um programa que determine a posição do objeto, usando o método de Euler, no intervalo de tempo $[0, 3 \text{ s}]$. Qual a posição no instante 2 s, se o objeto partiu da posição 0 m?
- f) Repita a alínea anterior, com um passo 10 vezes menor.
- g) Compare o resultado obtido em e) e f) com o resultado exato. Que conclui?
- h) Calcule novamente a posição no instante 2 s, com o passo 10 vezes menor. Faça o gráfico do desvio do valor aproximado com o valor exato em função do passo. Como varia o erro com o passo?

Problema cap 2

7. Uma bola é lançada verticalmente para cima com a velocidade 10 m/s.

- a) Encontre analiticamente a lei do movimento $y = y(t)$, se não considerar a resistência do ar.
- b) Qual a altura máxima e o instante em que ocorre, no caso da alínea a)?
- c) Em que instante volta a passar pela posição inicial, no caso da alínea a)?
- d) Resolva as alíneas anteriores, considerando a resistência do ar. Resolva usando o método de Euler. A velocidade terminal da bola no ar é de 100 km/h.