UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
CIRCUITOS ELÉTRICOS

TRABALHO 3:
Análise do regime permanente senoidal

Antonio Gabriel Sousa Borralho
Antonio José Portela de Jesus Santos
Arthur Monteiro Costa Silva
Bruno Leal da Silva
Lucas Costa Soares

São Luís, MA - Brasil
10 de julho de 2018

Antonio Gabriel Sousa Borralho
Antonio José Portela de Jesus Santos
Arthur Monteiro Costa Silva
Bruno Leal da Silva
Lucas Costa Soares

TRABALHO 3:
Análise do regime permanente senoidal

Trabalho referente à resolução das questões da terceira lista de exercícios, para obtenção parcial da terceira nota da disciplina Circuitos Elétricos no período de 2018.1.

Prof. Luciano Buonocore.

São Luís, MA - Brasil
10 de julho de 2018

Sumário

1 Conceitos Básicos

Circuitos com **resistores, capacitores e indutores** denominados RLC, que apesar de sua simplicidade, têm inúmeras aplicações em eletrônica, comunicação e sistemas de controle (SADIKU, 2013). Assim como outros, esses componentes são mais fáceis de descrever em termos de variáveis de circuito do que de variáveis eletromagnéticas. No entanto, antes de nos concentrarmos na descrições desses elementos do ponto de vista de circuitos, é recomendável realizarmos uma breve revisão dos conceitos de campo a eles subjacentes.

Um indutor é um componente elétrico que se opõe a qualquer mudança na corrente elétrica. É composto por uma bobina de fio enrolado em torno de um núcleo de suporte cujo material pode ser magnético ou não magnético. O comportamento dos indutores é baseado em fenômenos associado a campos magnéticos. Um campo magnético que varia com o tempo induz uma tensão em qualquer condutor imerso ao campo. O parâmetro **indutância** relaciona a tensão induzida com a corrente. Um capacitor é um componente elétrico que consiste em dois condutores separados por um isolante ou material dielétrico. O capacitor é o único dispositivo, além da bateria, que pode armazenar carga elétrica. O comportamento dos capacitores é baseado em fenômenos associados a campos elétricos. Um campo elétrico que varia com o tempo produz uma corrente de deslocamento no espaço ocupado pelo campo. O parâmetro **capacitância** relaciona a corrente de deslocamento à tensão, onde a corrente de deslocamento é igual à corrente de condução nos terminais do capacitor.

Neste trabalho temos interesse em resolver problemas em que a fonte de tensão ou corrente varie senoidalmente. Fontes senoidais e seus efeitos sobre o comportamento do circuito são uma importante área de estudo por várias razões. Em primeiro lugar, geração, transmissão, distribuição e consumo de energia elétrica ocorrem sob condições de **regime permanente** essencialmente senoidais. A segunda razão é que o entendimento do regime senoidal torna possível a previsão do comportamento de circuitos com fontes não senoidais. A terceira é que o comportamento de regime permanente senoidal costuma simplificar o projeto de sistemas elétricos. Assim, um projetista que formula claramente suas especificações em termos de uma resposta de regime permanente senoidal desejável e projetar o circuito ou sistema para satisfazer essas características. Se o dispositivo atende às especificações, o projetista sabe que o circuito responderá satisfatoriamente a entradas não senoidais. (NILSSON; RIEDEL, 2015)

2 Questões

Questão 3.2

No circuito 3.2, as fontes operam em ω=1 rad/s. Se $\mathbf{I}_C = 2\ \underline{/28^\circ}\ A$ e $\mathbf{I}_L = 3\ \underline{/53^\circ}\ A$. Determine: a)$\mathbf{I}_S$; b)$\mathbf{V}_S$; c) i_{R_1}(t)

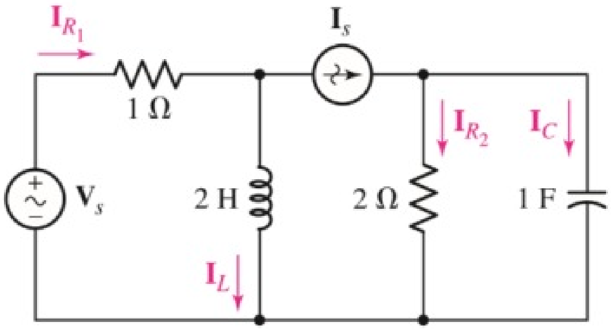


Figura 1 – Circuito 3.2

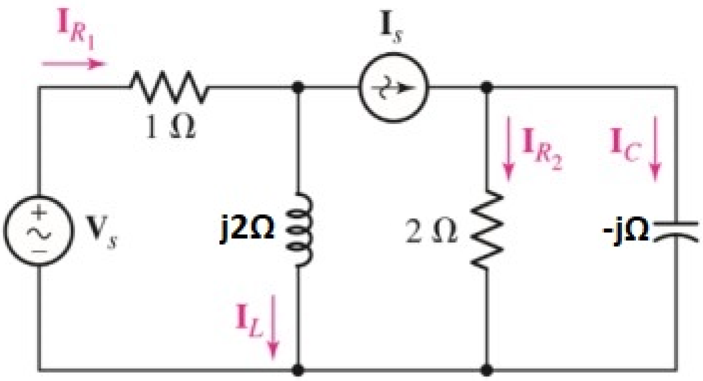


Figura 2 – Circuito no domínio da frequência

a) Para saber $\mathbf{I}_S$, devemos saber a tensão no capacitor $\mathbf{V}_C$ para assim calcular a corrente $\mathbf{I}_{R_2}$ e por LCK calcular $\mathbf{I}_S$:

Primeiramente, calculando a impedância capacitiva $\mathbf{Z}_C$, temos:

$$\mathbf{Z}_C = -\mathbf{j} \cdot (\frac{1}{\omega \cdot C}) = -\mathbf{j} \cdot (\frac{1}{1 \cdot 1}) = -\mathbf{j}\ \Omega \longrightarrow \boxed{\mathbf{Z}_C = 1\ \underline{/-90^\circ}\ \Omega} \tag{2.1}$$

Tendo o valor de $\mathbf{Z}_C$, podemos calcular $\mathbf{V}_C$:

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{Z}_C \cdot \mathbf{I}_C = 1 \underline{/-90^\circ} \cdot 2 \underline{/28^\circ} \longrightarrow \boxed{\mathbf{V}_C = 2 \ \underline{/-62^\circ} \text{ V}} \tag{2.2}$$

Calculando a corrente $\mathbf{I}_{R_2}$:

$$\mathbf{I}_{R_2} = \frac{\mathbf{V}_C}{R_2} = \frac{2 \underline{/-62^\circ}}{2 \underline{/0^\circ}} \longrightarrow \boxed{\mathbf{I}_{R_2}{=}1 \ \underline{/-62^\circ} \text{ A}} \tag{2.3}$$

Por LCK, temos que:

$$\mathbf{I}_S = \mathbf{I}_{R_2} + \mathbf{I}_C = 1 \underline{/-62^\circ} + 2 \underline{/28^\circ} \longrightarrow \boxed{\mathbf{I}_S = 2.263 \ \underline{/1.435^\circ} \text{ A}} \tag{2.4}$$

b) Para encontrar $\mathbf{V}_S$, devemos saber a corrente $\mathbf{I}_{R_1}$, a tensão no indutor $\mathbf{V}_L$ e a tensão em $\mathbf{V}_{R_1}$, e por LTK achar $\mathbf{V}_S$:

Primeiramente calculando $\mathbf{I}_{R_1}$, temos, por LCK, que:

$$\mathbf{I}_{R_1} = \mathbf{I}_L + \mathbf{I}_S = 3 \underline{/53^\circ} + 2.236 \underline{/1.435^\circ} \longrightarrow \boxed{\mathbf{I}_{R_1} = 4.726 \ \underline{/31.248^\circ} \text{ A}} \tag{2.5}$$

Encontrando a tensão no indutor $\mathbf{V}_L$:

Primeiramente, calculando a impedância indutiva $\mathbf{Z}_L$, temos:

$$\mathbf{Z}_L = \mathbf{j} \cdot \omega \cdot L = \mathbf{j} \cdot 1 \cdot 2 = \mathbf{j} \cdot 2\Omega \longrightarrow \boxed{\mathbf{Z}_L = 2 \ \underline{/90^\circ} \ \Omega} \tag{2.6}$$

Tendo o valor de $\mathbf{Z}_L$, podemos calcular $\mathbf{V}_L$:

$$\mathbf{V}_L = \mathbf{Z}_L \cdot \mathbf{I}_L = 2 \underline{/90^\circ} \cdot 3 \underline{/53^\circ} \longrightarrow \boxed{\mathbf{V}_L = 6 \underline{/143^\circ} \text{ V}} \tag{2.7}$$

Calculando $\mathbf{V}_{R_1}$:

$$\mathbf{V}_{R_1} = \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{I}_{R_1} = 1 \underline{/0^\circ} \cdot 4.726 \underline{/31.248^\circ} \longrightarrow \boxed{\mathbf{V}_{R_1} = 4.726 \underline{/31.248^\circ} \text{ V}} \tag{2.8}$$

Por LTK, temos:

$$\mathbf{V}_S = \mathbf{V}_{R_1} + \mathbf{V}_L = 4.726 \underline{/31.248^\circ} + 6 \underline{/143^\circ} \longrightarrow \boxed{\mathbf{V}_S = 6.108 \ \underline{/97.065^\circ} \text{ V}} \tag{2.9}$$

c) $\mathbf{I}_{R_1} = 4.726 \ \underline{/31.248^\circ}$ A

Escrevendo a corrente em R_1 em função do tempo, temos:

$$i_{R1(t)} = I_{max} \cdot cos(\omega t + \theta) \ A \longrightarrow \boxed{i_{R_1}(\text{t}){=}\ 4.726{\cdot}cos(1 \cdot t + 31.248) \ A} \tag{2.10}$$

□

Questão 3.6

Considere o Circuito 3.6 e determine a impedância equivalente vista a partir dos terminais abertos, se:

(a) $\omega = 1\ rad/s$;

(b) $\omega = 10\ rad/s$;

(c) $\omega = 10\ rad/s$;

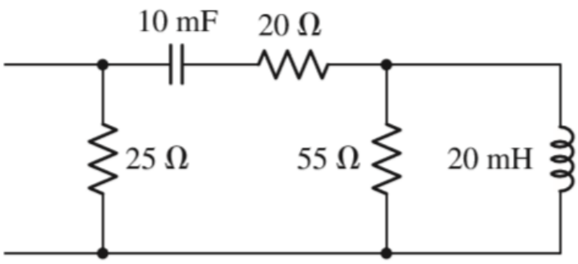


Figura 3 – Circuito 3.6

Inicialmente transformamos o circuito para o domínio da frequência, com base nas seguintes equações:

$$Z_L = j\omega L\ \Omega$$

$$Z_C = -j\frac{1}{\omega C}\ \Omega$$

$a)$ Para $\omega = 1\ rad/s$:

Neste caso, $Z_L = j \cdot 1 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = j \cdot 0,02\ \Omega$ e $Z_C = -j\frac{1}{1 \cdot 10 \times 10^{-3}} = -j100\ \Omega$.

Em seguida encontramos a impedância entre o resistor de 55 Ω em paralelo com o indutor de 20 mH, assim:

$$Z_L = j0,02\Omega \quad Z_C = -j100\ \Omega$$

$$Z_{eq_1} = \frac{55 \cdot j0,02}{55 + j0,02} = \frac{1,1\angle 90^\circ}{55\angle 0,02^\circ} = \frac{1,1}{55}\angle 90^\circ - 0,02^\circ = 0,02\angle 89,98^\circ\Omega$$

$$\boxed{Z_{eq_1} = 7 \times 10^{-6} + j20 \times 10^{-3}\ \Omega} \tag{2.11}$$

O circuito ficará assim:

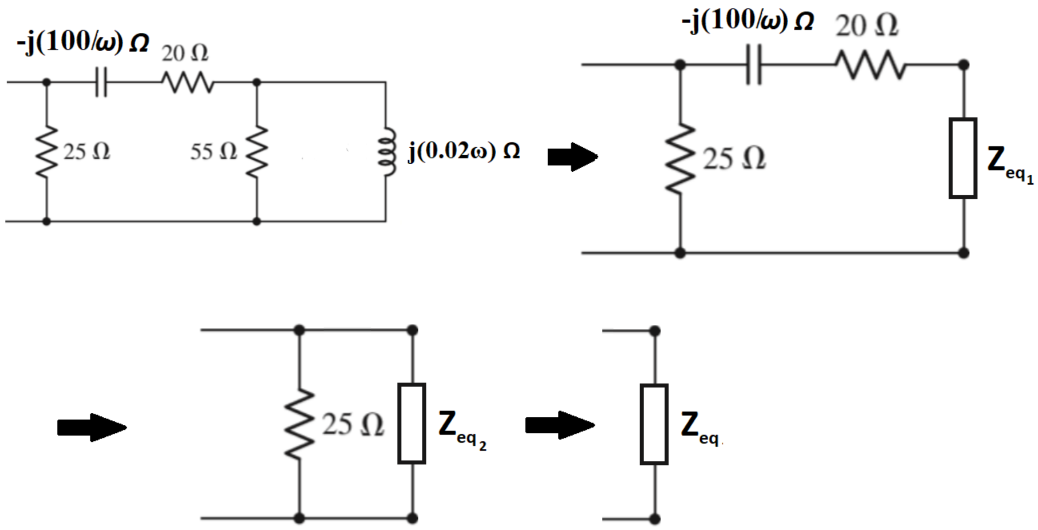


Figura 4 – Equivalencias realizadas no Circuito 3.6

Em seguida encontramos a impedância equivalente em série entre o capacitor, o resistor e a impedância Z_{eq_1}:

$$Z_{eq_2} = -j100 + 20 + 7 \times 10^{-6} + j20 \times 10^{-3}\ \Omega$$

$$Z_{eq_2} = 20,000007 - j99,98\Omega \Longrightarrow Z_{eq_2} = 101,961\angle{-78,687^\circ}\Omega$$

Assim a resistência vista pelos terminais abertos para $\omega = 1\ rad/s$ é:

$$Z_{eq} = \frac{25\angle{0^\circ} \cdot 101,961\angle{-78,687^\circ}}{25\angle{0^\circ} + 101,961\angle{-78,687^\circ}} = \frac{2549,03\angle{-78,687^\circ}}{109,64\angle{-65,768^\circ}}$$

$$Z_{eq} = \frac{2549,03}{109,64}\angle{-78,687^\circ - (-65,768^\circ)} = 23,2491\angle{-12,919^\circ}\Omega$$

$$\boxed{Z_{eq} = 22,6517 - j5,1958\ \Omega} \tag{2.12}$$

Da mesma forma resolvemos para as outras frequências pedidas:

b) Para $\omega = 10\ rad/s$:

Neste caso, $Z_L = j10 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = j0,2\ \Omega$ e $Z_C = -j\frac{100}{10} = -j10\ \Omega$. Assim:

$$\boxed{Z_{eq} = 11,74 - j2,88\ \Omega} \tag{2.13}$$

c) Para $\omega = 100\ rad/s$:

Neste caso, $Z_L = j100 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = j2\ \Omega$ e $Z_C = -j\frac{100}{100} = -j\ \Omega$. Assim:

$$\boxed{Z_{eq} = 11,13 + j0,307\ \Omega} \tag{2.14}$$

$\square$

Questão 3.8

Determine $i(t)$:

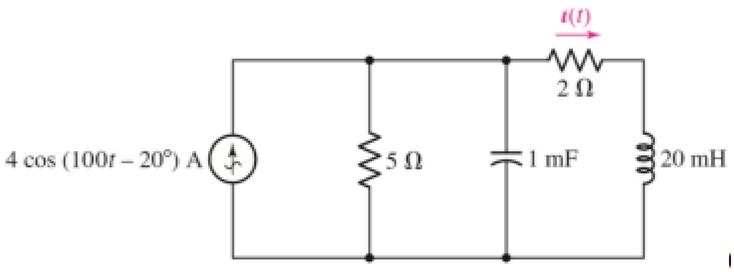


Figura 5 – Circuito 3.8

Para a análise no regime permanentemente senoidal, resistores, indutores e capacitores são vistos como impedâncias no circuito. Calculando as impedâncias, tem-se, para o capacitor:

$$Z_C = -j\frac{1}{\omega C}$$
$$Z_C = -j\frac{1}{100 \cdot 1 \cdot 10^{-3}} = -j10\Omega$$

Para o indutor:

$$Z_L = j\omega L$$
$$Z_L = j \cdot 100 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = j2\Omega$$

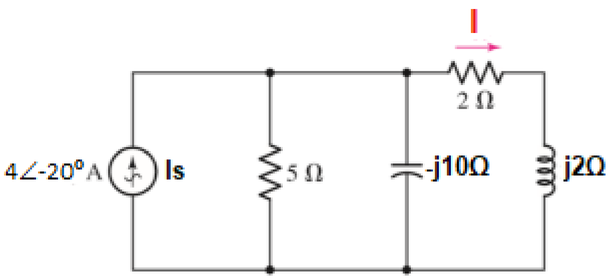


Figura 6 – Circuito no domínio da frequência

Logo, calculando a indutância equivalente entre o resistor de 5Ω e o capacitor de $1\mu F$ em paralelo, tem-se:

$$Z_{eq1} = \frac{Z_R \cdot Z_C}{Z_R + Z_C}$$
$$Z_{eq1} = \frac{5 \cdot (-j10)}{5 - j10}$$

Fazendo transformação para polar:

$$Z_{eq1} = \frac{5\angle 0° \cdot 10\angle -90°}{11,1803\angle -63,4349°}$$
$$Z_{eq1} = 4,472\angle -26,565°\ \Omega$$

Para saber a impedância equivalente entre o resistor de 2Ω e o indutor de $20mH$, basta somar os valores:

$$Z_{eq2} = Z_R + Z_L$$
$$Z_{eq2} = 2 + j2\Omega$$

Como o circuito já está no domínio da frequencia, a fonte de corrente **Is** tem valor $4\angle -20° A$, em paralelo com as impedâncias encontradas, Z_{eq1} e Z_{eq2}. Logo, para saber a corrente **I**, aplica-se divisor de corrente:

$$\mathbf{I} = \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + Z_{eq2}} \cdot \mathbf{Is}$$
$$\mathbf{I} = \frac{4,472\angle -26,565°}{4,472\angle -26,565° + 2 + j2} \cdot 4\angle -20°$$
$$\mathbf{I} = \frac{4,472\angle -26,565°}{4 - j2 + 2 + j2} \cdot 4\angle -20°$$
$$\mathbf{I} = \frac{17,888\angle -46,565°}{6\angle 0°}$$
$$\mathbf{I} = 2,981\angle -46,565°\ A$$

Fazendo transformada inversa fasorial para obter $i(t)$:

E a corrente máxima é:

$$\boxed{i(t) = 2,981 \cdot cos(100t - 46,565°)\ A} \tag{2.15}$$

□

Questão 3.10

Para o circuito 3.10, empregue as técnicas de análise com base em fasores para determinar as duas tensões nodais.

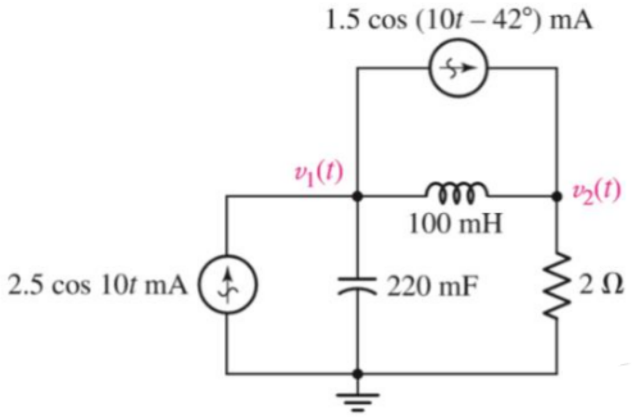


Figura 7 – Circuito 3.10

Inicialmente encontraremos os valores das impedâncias capacitivas e indutivas.

$$Z_C = -j\frac{1}{w \cdot C} \Longrightarrow Z_C = -j0,4545\Omega$$

$$Z_L = j(w \cdot L) \Longrightarrow Z_L = j\Omega$$

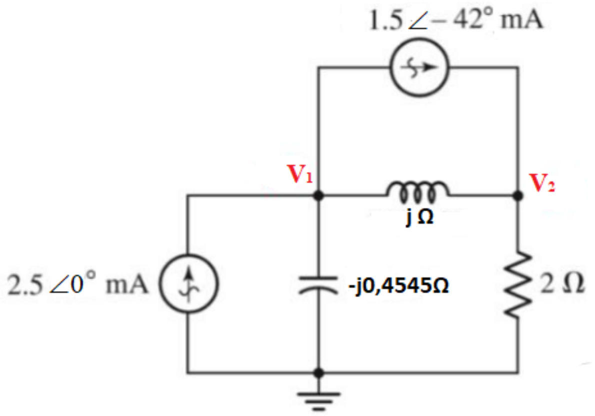


Figura 8 – Circuito no domínio da frequência

Aplicando Análise Nodal nos pontos indicados $\hat{V}_1$ e $\hat{V}_2$, encontramos:

$Nó_1$

$$-2,5 \cdot 10^{-3}\measuredangle 0^o + \frac{\hat{V}_1}{0,4545\measuredangle -90^o} + \frac{\hat{V}_1 - \hat{V}_2}{1\measuredangle 90^o} + 1,5 \cdot 10^{-3}\measuredangle -42^o = 0$$

$$\cdots$$

$$\boxed{1,2j\hat{V}_1 + j\hat{V}_2 = 1,389 \cdot 10^{-3} + j1,004 \cdot 10^{-3}} \tag{2.16}$$

$Nó_2$

$$\frac{\hat{V}_2}{2} + \frac{(\hat{V}_2 - \hat{V}_1)}{1\measuredangle 90^o} - 1,5 \cdot 10^{-3}\measuredangle -42^o = 0$$
$$\cdots$$

$$\boxed{j\hat{V}_1 + (0,5 - j)\hat{V}_2 = 1,115 \cdot 10^{-3} - j1,004 \cdot 10^{-3}} \tag{2.17}$$

Assim temos o seguinte sistema linear que pode ser escrito da seguinte forma :

$$\begin{bmatrix} 1,2j & j \\ j & (0,5-j) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,389 \cdot 10^{-3} + j1,004 \\ 1,115 \cdot 10^{-3} - j1,004 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

O qual aplicando o método de Cramer para resolução de sistemas lineares temos:

$$\hat{\Delta} = \begin{bmatrix} 1,2j & j \\ j & (0,5-j) \end{bmatrix}$$

$$\hat{N}_1 = \begin{bmatrix} 1,389 \cdot 10^{-3} + j1,004 & j \\ 1,115 \cdot 10^{-3} - j1,004 \cdot 10^{-3} & (0,5-j) \end{bmatrix}$$

$$\hat{N}_2 = \begin{bmatrix} 1,2j & 1,389 \cdot 10^{-3} + j1,004 \\ j & 1,115 \cdot 10^{-3} - j1,004 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}$$

O qual podemos encontrar $\hat{V}_1$ e $\hat{V}_2$ aplicando :

$$\hat{V}_i = \frac{det(\hat{N}_i)}{det(\hat{\Delta})}$$

Encontrando os determinantes das Matrizes conhecidas, temos:

$$det(\hat{\Delta}) = 2,2 + j0,6 = 2,28 \underline{/15,25^\circ}$$
$$det(\hat{N}_1) = 0,693 \cdot 10^{-3} - j1,998 \cdot 10^{-3} = 2,115 \cdot 10^{-3} \underline{/-70,87^\circ}$$
$$det(\hat{N}_2) = 2,209 \cdot 10^{-3} - j47 \cdot 10^{-6} = 2,209 \cdot 10^{-3} \underline{/-1,22^\circ}$$

Portanto, ao substituir os valores das determinantes, temos que :

$$\hat{V}_1 = 928 \cdot 10^{-6}\measuredangle -86,14^oV \Longrightarrow \boxed{v_1(t) = 928cos(10t - 86,14^o)\mu V} \tag{2.19}$$

$$\hat{V}_2 = 969 \cdot 10^{-6}\measuredangle -16,47^oV \Longrightarrow \boxed{v_2(t) = 969cos(10t - 16,47^o)\mu V} \tag{2.20}$$

□

Questão 3.16

Obtenha o equivalente de Thévenin visto pela impedância $(2-j)$ do circuito 3.16 e utilize-o para determinar a corrente I_1

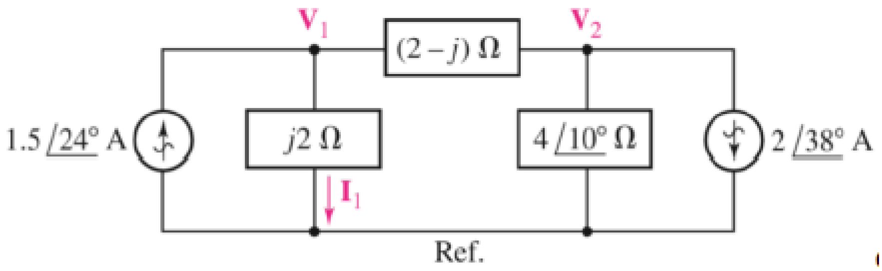


Figura 9 – Circuito 3.16

Calculando o equivalente de thevenin entre os terminais impedância $(2-j)\ \Omega$

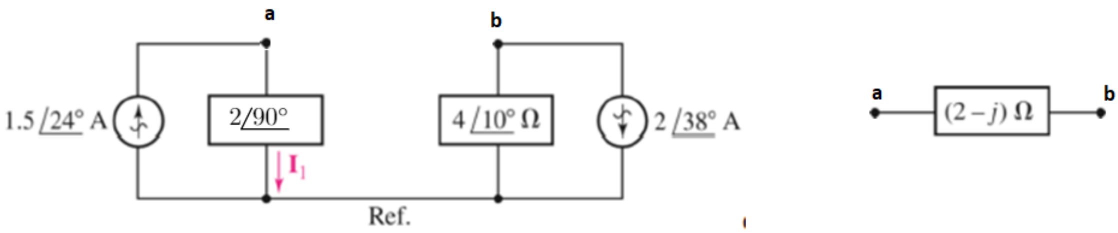


Figura 10 – Circuito 3.16(a)

Transformando as fontes:

$$\hat{V_{t_1}} = 1.5\underline{/24^\circ} \cdot 2\underline{/90^\circ} = 3\underline{/114^\circ}\ V$$

$$\hat{V_{t_2}} = -2\underline{/38^\circ} \cdot 4\underline{/10^\circ} = -8\underline{/48^\circ}\ V$$

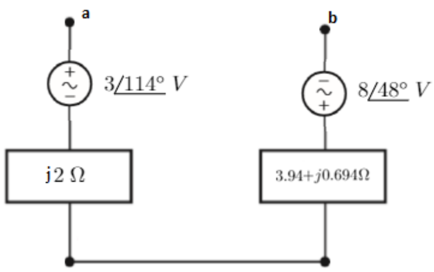


Figura 11 – Circuito 3.16(b)

$$\hat{V_{Th}} = 3\underline{/114^\circ} + 8\underline{/48^\circ} = (-1.22 + j2.74) + (5.35 + j5.9)\ V$$

$$\hat{V_{Th}} = 4.13 + j8.68 = 9.61\underline{/64.55^\circ}\ V$$

$$Z_{Th} = 3.94 + j0.694 + j2 = 3.94 + j2.694\ \Omega$$

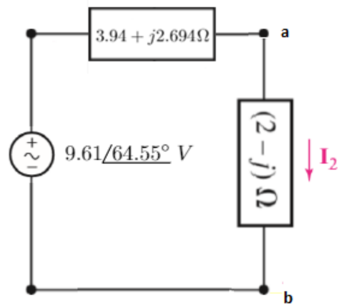


Figura 12 – Circuito 3.16(c)

$$\hat{I_2} = \frac{\hat{V_{th}}}{Z_{Th} + Z_{(2-j)\ \Omega}}$$

$$\hat{I_2} = \frac{9.61\underline{/64.55^\circ}}{3.94 + j2.694 + 2 - j} = \frac{9.61\underline{/64.55^\circ}}{5.94 + j1.694} = \frac{9.61\underline{/64.55^\circ}}{6.176\underline{/15.92^\circ}} = 1.556\underline{/48.63^\circ}\ A$$

$$\hat{I_2} = 1.556\underline{/48.63^\circ}\ A$$

$$\boxed{\hat{I_2} = 1.556\underline{/48.63^\circ}\ A} \tag{2.21}$$

No circuito original, temos por LCK:

$$\hat{I_{f1.5\ A}} + \hat{I_1} + \hat{I_2} = 0$$

$$\hat{I_1} = \hat{I_{f1.5\ A}} - \hat{I_2}$$

$$\hat{I_1} = 1.5\underline{/24^\circ} - 1.556\underline{/48.63^\circ}$$

$$\hat{I_1} = 1.37 + j0.6401 - (1.028 + j1.1677)$$

$$\hat{I_1} = 0.342 - j0.5576$$

$$\hat{I_1} = 654.127\underline{/-58.47^\circ}\ mA$$

$$\boxed{\hat{I_1} = 654.127\underline{/-58.47^\circ}\ mA} \tag{2.22}$$

□

Questão 3.21

Para o circuito RLC série do circuito 3.21 calcule a tensão em cada elemento e compare-a à corrente do circuito

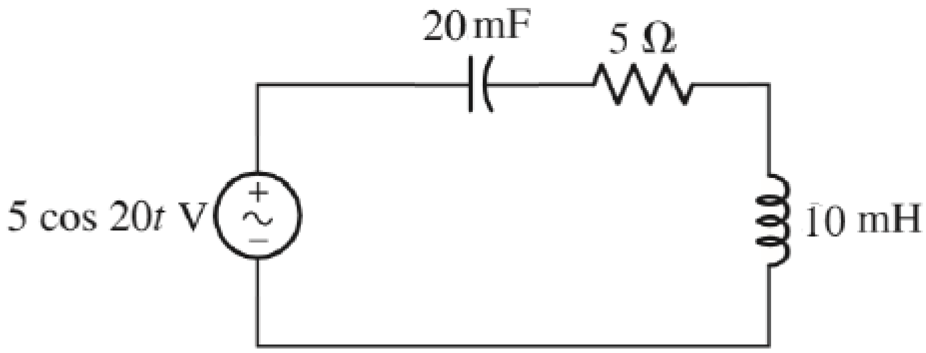


Figura 13 – Circuito 3.21

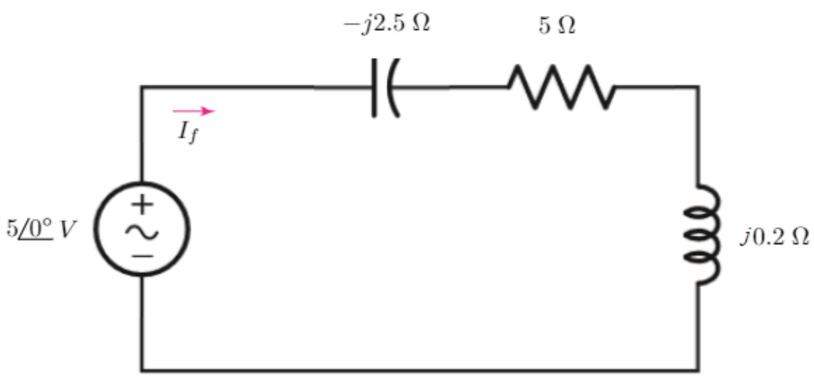


Figura 14 – Circuito 3.21(a)

$$Z_c = -j\frac{1}{\omega \cdot C} = -j\frac{1}{20 \cdot 20 \times 10^{-3}} = -j2.5\ \Omega$$

$$Z_L = j\omega \cdot L = j20 \cdot 20 \times 10^{-3} = j0.2\ \Omega$$

$$\hat{I}_f = \frac{\hat{V}_f}{Z_{ec}}$$

$$\hat{I}_f = \frac{5\underline{/0^\circ}}{-12.5 + 5 + j0.2} = \frac{5\underline{/0^\circ}}{5 - j2.3} = \frac{5\underline{/0^\circ}}{5.503\underline{/-24.70^\circ}}$$

$$\boxed{\hat{I}_f = 908.595\underline{/24.70^\circ}\ mA} \tag{2.23}$$

$$\hat{V}_c = Z_c \cdot \hat{I}_f$$

$$\hat{V}_c = 2.5\underline{/-90^\circ} \cdot 908.595 \times 10^{-3}\underline{/-24.70^\circ} = 2.27\underline{/-65.3^\circ}\ V$$

$$\boxed{\hat{V}_c = 2.27\underline{/-65.3^\circ}\ V} \tag{2.24}$$

A corrente no capacitor está adiantada 90° em relação a tensão.

$$\hat{V}_L = Z_L \cdot \hat{I}_f$$

$$\hat{V}_L = 0.2\underline{/90^\circ} \cdot 908.595 \times 10^{-3}\underline{/24.70^\circ} = 181.719\underline{/114.70^\circ}\ mV$$

$$\boxed{\hat{V}_L = 181.719\underline{/114.70^\circ}\ mV} \tag{2.25}$$

A corrente no indutor está atrasada 90° em relação a tensão.

$$\hat{V}_R = R \cdot \hat{I}_f$$

$$\hat{V}_R = 5 \cdot 908.595 \times 10^{-3}\underline{/24.70^\circ} = 4.54\underline{/24.70^\circ}\ V$$

$$\boxed{\hat{V}_R = 4.54\underline{/24.70^\circ}\ V} \tag{2.26}$$

A corrente está em fase com a tensão nos terminais do resistor.

□

Questão 3.23

Com base no Circuito 3.23, dê o valor (em Henrys ou Farads) do elemento que deve ser colocado em série com a fonte de tensão para que a corrente fornecida não esteja defasada da tensão aplicada.

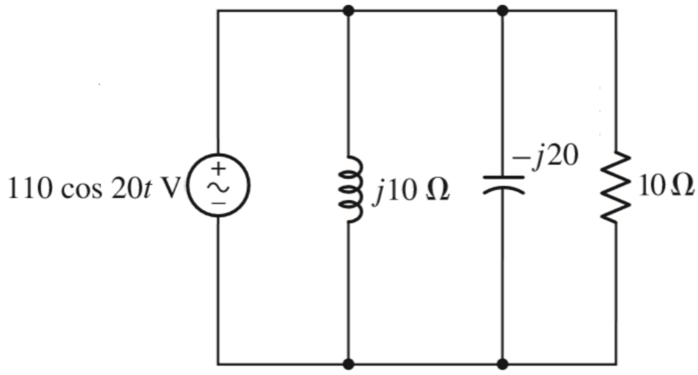


Figura 15 – Circuito 3.23

Primeiramente deveremos encontrar a Impedância equivalente Z_{eq}

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{10\measuredangle 90^o} + \frac{1}{20\measuredangle -90^o} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{Z_{eq}} = 0,1\measuredangle -90^o + 0,05\measuredangle 90^o + 0,1 \Longrightarrow \frac{1}{Z_{eq}} = -j0,1 + j0,05 + 0,1$$

$$Z_{eq} = 8 + j4\Omega; \tag{2.27}$$

Sabemos que a para eliminar a componente imaginária de Z_{eq}, devemos inserir uma reatância de mesmo módulo, com sentido oposto e em série com fonte do circuito, portanto $X = -4$. Como $X < 0$ então a reatância é capacitiva, assim temos :

$$X = \frac{-1}{w \cdot C}$$

$$-4 = \frac{-1}{20 \cdot C} \longrightarrow C = \frac{1}{80}$$

$$\boxed{C = 12,5mF} \tag{2.28}$$

Assim, deve-se adicionar um capacitor de $12,5mF$ em série com a fonte de tensão, para que corrente e tensão na fonte tenham a mesma fase.

□

Questão 3.25

Determine a corrente **I**:

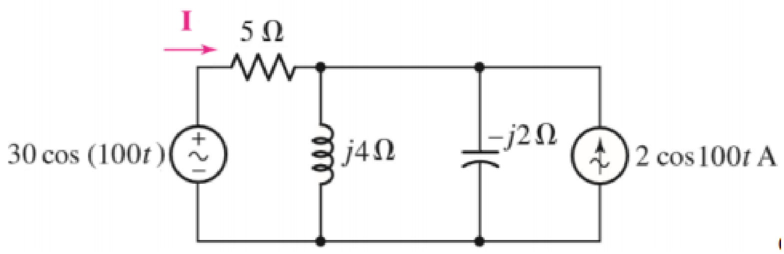
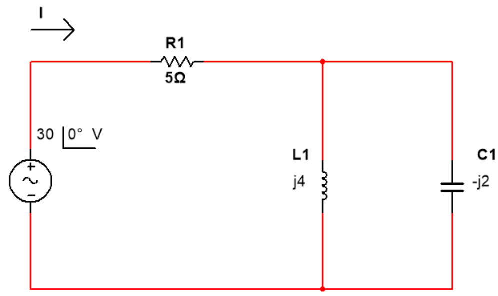


Figura 16 – Circuito 3.25

Calculando a contribuição da fonte de tensão para a corrente **I**:



$$Z_{eq1} = \frac{Z_L \cdot Z_C}{Z_L + Z_C}$$

$$Z_{eq1} = \frac{4\angle 90^\circ \cdot 2\angle -90^\circ}{j4 - j2}$$

$$Z_{eq1} = \frac{8\angle 0^\circ}{2\angle 90^\circ}$$

$$Z_{eq1} = 4\angle -90^\circ \ \Omega$$

$$Z_{eq1} = -j4 \ \Omega$$

Calculando a impedância equivalente em série:

$$Z_{eq} = Z_R + Z_{eq1}$$

$$Z_{eq} = 5 - j4 \ \Omega$$

A contribuição pela fonte de tensão de $30\angle 0^\circ \ V$ será:

$$\mathbf{I'} = \frac{\mathbf{V'}}{Z_{eq}}$$

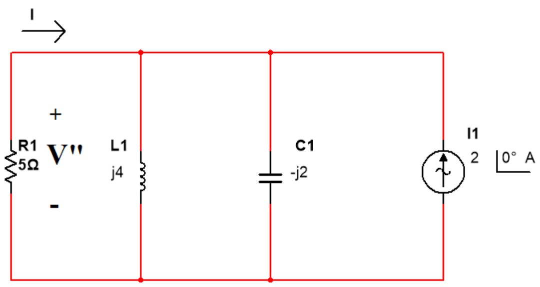
$$\mathbf{I'} = \frac{30\angle 0^\circ}{5 - j4}$$

$$\mathbf{I'} = \frac{30\underline{/0^\circ}}{6,403\underline{/-38,657^\circ}}$$

$$\mathbf{I'} = 4,6853\underline{/38,659^\circ}\ A$$

$$\mathbf{I'} = 3,6586 + j2,9268\ A$$

Calculando a contribuição da fonte de corrente de $2\underline{/0^\circ}\ A$:



A impedância equivalente em paralelo será dada por:

$$\frac{1}{Z_{eq2}} = \frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}$$

$$\frac{1}{Z_{eq2}} = 0,2 - j0,25 + j0,5$$

$$Z_{eq2} = 3,123\underline{/-51,34^\circ}\ \Omega$$

Calculando a tensão no paralelo,temos:

$$\mathbf{V''} = Z_{eq2} \cdot \mathbf{I}_f$$

$$\mathbf{V''} = 3,123\underline{/-51,34^\circ} \cdot 2\underline{/0^\circ}$$

$$\mathbf{V''} = 6,246\underline{/-51,34^\circ}\ V$$

Pela lei de ohm, temos que a corrente no resistor de 5Ω é:

$$\mathbf{V''} = -Z_R \cdot \mathbf{I''}$$

$$\mathbf{I''} = -\frac{\mathbf{V''}}{Z_R}$$

$$\mathbf{I''} = \frac{-6,246\underline{/-51,34^\circ}}{5}\ A$$

$$\mathbf{I''} = -1,249\underline{/-51,34^\circ}\ A$$

$$\mathbf{I''} = -780,247 \cdot 10^{-3} + j975,303 \cdot 10^{-3}\ A$$

Por LCK:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I'} + \mathbf{I''}$$

Logo:

$$\mathbf{I} = 3,6586 + j2,9268 - 780,247 \cdot 10^{-3} + j975,303 \cdot 10^{-3}$$

$$\mathbf{I} = 2,8784 + j3,9021 \ A$$

$$\mathbf{I} = 4,8489\underline{/\ 53,58^\circ} \ A$$

$\square$

Questão 3.35

Para o Circuito 3.35, obtenha os equivalentes de Thévenin e Norton nos terminais $a - b$.

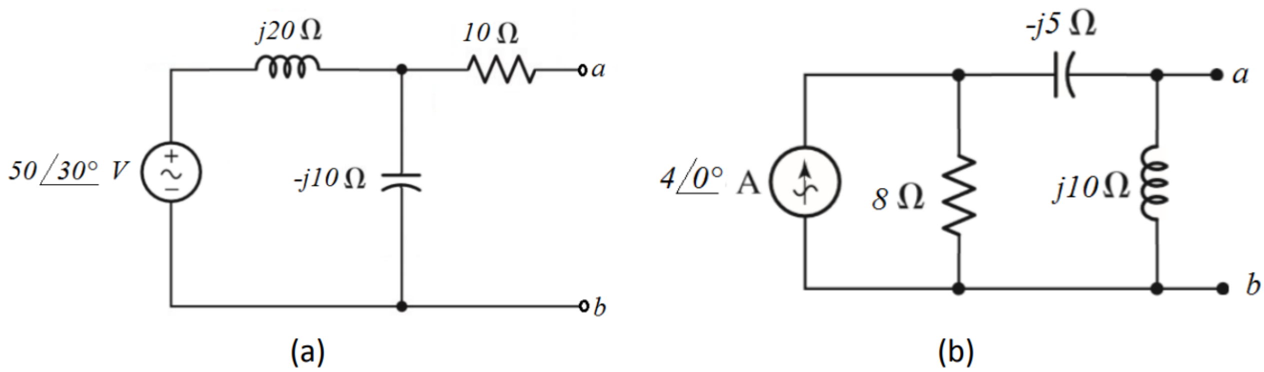


Figura 17 – Circuitos 3.35 (a) e (b)

a) Para o Circuito 3.35(a):

Pelo método das tensões de nó:

$$\frac{\hat{V_{TH}}}{10\angle -90^\circ} + \frac{(\hat{V_{TH}} - 50\angle 30^\circ)}{20\angle 90^\circ} = 0$$

$$j0,1 \cdot \hat{V_{TH}} + (\hat{V_{TH}} - 50\angle 30^\circ) \cdot 0,05\angle -90^\circ = 0$$

$$j0,1 \cdot \hat{V_{TH}} + (-j0,05\hat{V_{TH}} - 2,5\angle -90^\circ) = 0$$

$$\hat{V_{TH}} \cdot 0,05\angle 90^\circ = 2,5\angle 60^\circ$$

$$\hat{V_{TH}} = \frac{2,5\angle -60^\circ}{0,05\angle 90^\circ} = 50\angle -150^\circ\ V$$

Calculando Z_{TH}:

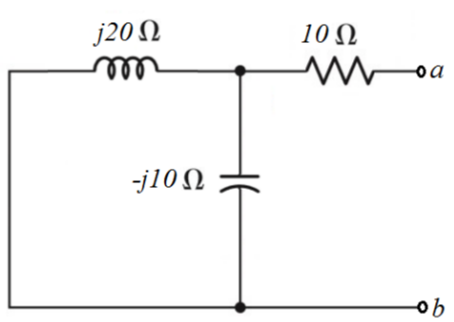


Figura 18 – Impedância equivalente

$$Z_{ab} = \frac{20\angle 90^\circ \cdot 10\angle -90^\circ}{j20 - j10} + 10\ \Omega$$

$$Z_{ab} = \frac{20\angle 0^\circ}{10\angle 90^\circ} + 10 = 20\angle -90^\circ + 10\Omega$$

$$Z_{ab} = 10 - j20\Omega = 22,36\angle -63,43^\circ\ \Omega$$

Tendo obtida a impedância vistas pelos terminais a-b Z_{ab} e a tensão de Thévenin $\hat{V_{TH}}$, obtemos a corrente de Nórton $\hat{I_N}$:

$$\hat{I_N} = \frac{\hat{V_{TH}}}{Z_{ab}} = \frac{50\angle{-150^\circ}\ V}{22,36\angle{-63,43^\circ}\ \Omega} = 2,236\angle{-86,57^\circ}\ \Omega$$

Assim obtemos os circuitos equivalente para o Circuito 3.35(a) :

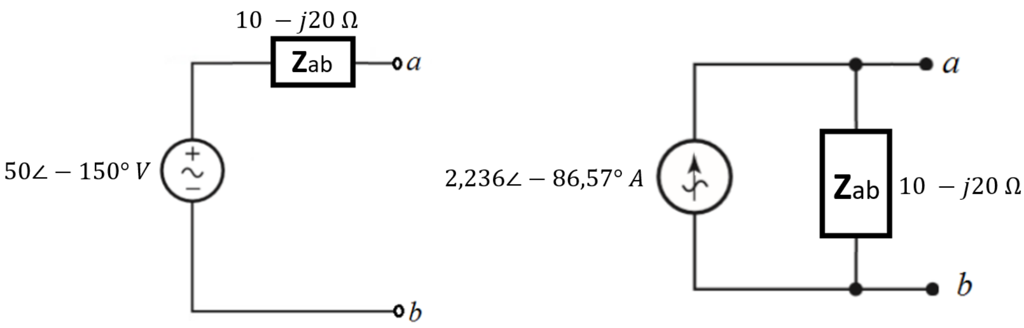
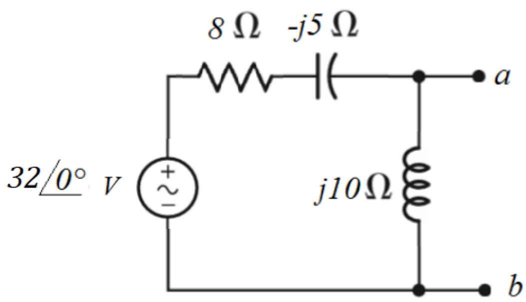


Figura 19 – Circuitos Equivalentes Thévenin e Nórton

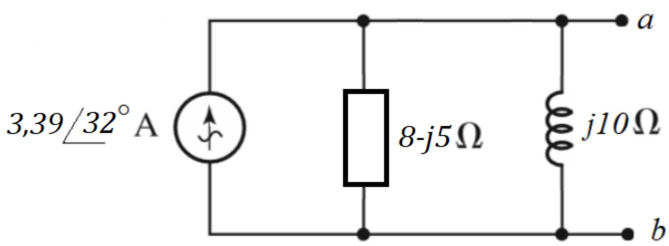
b) Para o Circuito 3.35(b), inicialmente utilizamos transformação de fonte de corrente para de tensão:

$$\hat{V_{TH}} = 4\angle{0^\circ} \cdot 8 = 32\angle{0^\circ} V$$



Utilizando transformação de fonte de tensão para de corrente, temos:

$$\hat{I_N} = \frac{32\angle{0^\circ}}{9,433\angle{-32^\circ}} = 3,39\angle{32^\circ} A$$



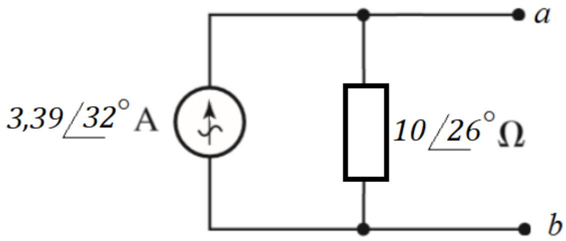
Calculando Z_N que é obtida através da associação em paralelo das impedâncias vista no circuito anterior, temos:

$$Z_N = \frac{9,433\underline{/-32^\circ} \cdot 10\underline{/90^\circ}}{8 - j5 + j10}$$

$$Z_N = \frac{94,33\underline{/58^\circ}}{9,43\underline{/32^\circ}} = 10\underline{/26^\circ}$$

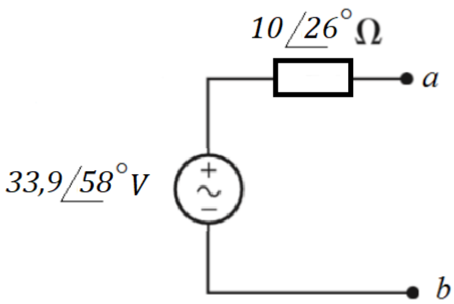
$$Z_N = 8,987 + j4,383\Omega$$

Assim obtemos o equivalente de Norton:



Por fim obtemos o equivalente de Thévenin da seguinte maneira:

$$\hat{V_{TH}} = 3,39\underline{/32^\circ} \cdot 10\underline{/26^\circ} = 33,9\underline{/58^\circ}V$$



$\square$

Questão 3.39

Um circuito RL série operando em regime permanente é alimentado por uma fonte de tensão CA. Se a frequência da fonte aumentar, mas sua amplitude permanecer constante, pode-se afirmar que:

(a) a amplitude da corrente não se altera;

(b) a amplitude da corrente aumenta;

(c) a frequência da corrente diminui;

(d) o ângulo de atraso da corrente em relação à tensão aumenta.

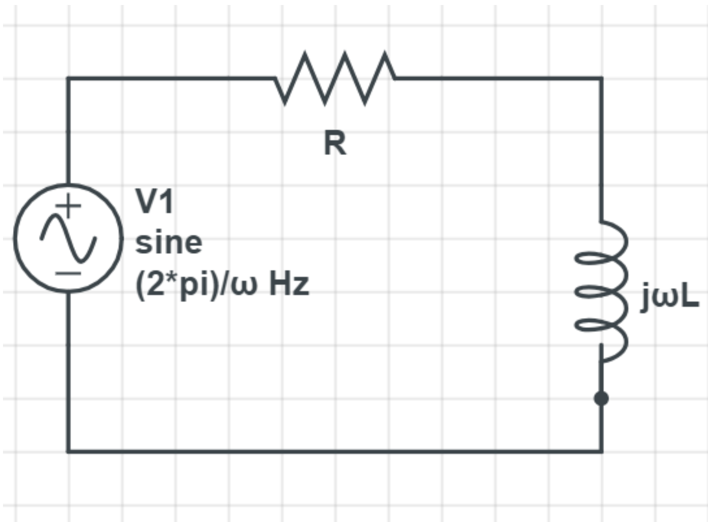


Figura 20 – Circuito RL

a) Falso, pois Z_L depende de ω, logo se ocorrer um aumento de freqência, ocorre variação da impedância equivalente do circuito e isso causa uma variação na amplitude de corrente.

b) Falso, ela diminui pois houve um aumento da frequência, portanto a impedância equivalente do circuito aumentou.

c) Falso, pois se a frequência na fonte aumentou, a frequência em todo o circuito aumentou igualmente, logo a frequência da corrente aumenta.

d) Verdadeiro, pois como a parte imaginária da impedância equivalente aumenta, há um aumento da influência da parcela indutiva no circuito, aumentando o atraso da corrente em relação a tensão.

□

Referências

NILSSON, J.; RIEDEL, S. *Circuitos Elétricos*. 10. ed. Iowa: Pearson, 2015. Citado na página 4.

SADIKU, M. N. O. *Fundamentos de Circuitos Elétricos*. 5. ed. New York: Mc Graw Hill, 2013. Citado na página 4.