

Ejercicios sobre Notación Asintótica

- Supongamos que tenemos dos algoritmos para resolver un problema particular. El algoritmo A toma un tiempo $T(n) = n$ segundos, mientras que el algoritmo B toma un tiempo $T(n) = 3 \log n + 5$ segundos. ¿Cuándo se debería elegir A y cuándo B?
- Sea $f(n) = \lg(n)$ y consideremos un algoritmo que tiene un tiempo de ejecución de $f(n)$ microsegundos. Determine el problema más grande que puede resolver el algoritmo en: (a) 1 segundo, (b) 1 hora, (c) 1 mes, (d) 1 siglo.
- Se toma el tiempo de ejecución de dos algoritmos A y B. Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

Algoritmos	$n = 100$	$n = 200$	$n = 300$	$n = 400$	$n = 500$
A	0.003s	0.024s	0.081s	0.192s	0.375s
B	0.040s	0.160s	0.360s	0.640s	1.000s

Cual de los dos algoritmos es más eficiente.

- Verificar que

- $4n^2 + n = \Theta(n^2)$
- $\ln(n^2 + 1) = \Theta(\ln n)$
- $10n^2 = O(n^2)$
- $10n^2 = O(n^3)$
- $2^n = O(n^n)$
- $2^n = O(n!)$
- $3^n = O(n!)$
- $2^{2n} = O(n!)$
- $n! = O(n^n)$
- $\sum_{k=0}^n k = O(n^2)$
- $\sum_{k=0}^n k^2 = O(n^3)$

- Analizar si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa, argumentando apropiadamente las respuestas dadas.

a) $2^{n+1} = O(2^n)$

b) $2^{2n} = O(2^n)$

6. Probar que

$$\sum_{k=0}^n a^k = O(1)$$

siendo $0 \leq a < 1$ y $n \geq 0$.

7. Para cada uno de los siguientes pares de funciones $f(n)$ y $g(n)$, encuentre una constante $c \in R^+$ tal que $f(n) \leq c \cdot g(n)$, para todo $n \geq 1$.

a) $f(n) = n^2 + n$ $g(n) = n^2$

b) $f(n) = 2\sqrt{n} + 1$ $g(n) = n + n^2$

c) $f(n) = n^2 + n + 1$ $g(n) = 2n^3$

d) $f(n) = n\sqrt{n} + n^2$ $g(n) = n^2$