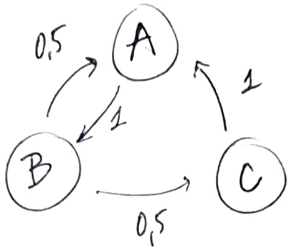
TPC 1

(a)



$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0{,}5 & 0 & 0{,}5 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

states → $\mathcal{X}: \{A, B, C\}$

(b)

T_{AA} – Caminhos Possíveis:

- A – B – C – A ($t=3$)
- A – B – A ($t=2$)

, ambos com $p = 0{,}5$ logo $T_{AA} = 5/2$

T_{BB} – Caminhos Possíveis:

- B – A – B ($t=2$)
- B – C – A – B ($t=3$)

, mesma situação logo $T_{BB} = 5/2$

T_{CC} – Caminhos possíveis.

- C – A – B – C ($t=3$)
- C – $\underline{A – B – A – B}$ – C ($t=5$)
- C – A – B – .... – C

$$T_{CC} = \lim_{N \to +\infty} \sum_{n=1}^{N} (2n+1) \cdot \frac{1}{2^n} = 5$$

(c) Uma vez que é possível mover entre qualquer par de estados num número finito de passos, esta Markov chain é irredutível.
Relativamente à aperiodicidade da Markov chain, sabemos que a chain é aperiódica visto que todos os caminhos possuem gcd igual a 1 (ex.: caminho AA – $\gcd\{2,3\} = 1$)

Como a cadeia é irredutível e aperiódica, existe uma distribuição estacionária.

$$(\mu_A, \mu_B, \mu_C) = (0{,}4\,;\, 0{,}4\,;\, 0{,}2)$$

↓

$\hookrightarrow$ $\mu \cdot P = \mu^* \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \mu_A & \mu_B & \mu_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0{,}5 & 0 & 0{,}5 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_A^* & \mu_B^* & \mu_C^* \end{bmatrix} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0{,}5\mu_B + \mu_C = \mu_A \\ \mu_A = \mu_B \\ 0{,}5\mu_B = \mu_C \\ \mu_A + \mu_B + \mu_C = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\mu_C = \mu_A \\ \mu_A = \mu_B \\ \mu_C = 0{,}5\mu_B \\ \mu_A + \mu_A + 0{,}5\mu_A = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mu_C^* = 1/5 \\ \mu_B^* = 2/5 \\ \mu_A^* = 2/5 \end{cases}$$

$\mu^* = \begin{bmatrix} 2/5 & 2/5 & 1/5 \end{bmatrix}$, $T = \frac{1}{\mu^*} = \begin{bmatrix} 5/2 & 5/2 & 5 \end{bmatrix}$