Universidad Central de Venezuela
Escuela de Ingeniería Eléctrica
Dpto. de Electrónica, Computación y Control
Caracas, 5 de febrero de 2024
Cálculo Numérico **Semestre 23-3**

Práctica # 6

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

section*Instrucciones

- Este Laboratorio se divide en dos secciones; Teoría, en esta sección se debe responder a una serie de preguntas y planteamientos. Esta primera sección requiere el conocimiento de álgebra lineal. Práctica, en esta sección se deben resolver problemas planteados, y requiere el conocimiento y uso de: Python, Jupyter Notebook, y CoLab.
- Los participantes deberán crear varios notebook si lo considera necesario y generar los documentos, a entregar para su calificación, en formato PDF conforme a las pautas establecidas para la elaboración del mismo.
- Los documentos elaborados por el participante se deben enviar a la dirección de correo,

  una.universidad.ucv@gmail.com,

  siguiendo los lineamientos establecidos para tal fin. Recordar enviar también el link para el trabajo en la nube.
- Este trabajo se debe entregar el día 04 de marzo 2024.

Teoría

1. Establecer la definición Condición de Lipschitz.
2. Verificar el siguiente teorema:

   Teorema 1 *Supongamos que $f(t, y)$ está definida en un conjunto convexo $D \subset \mathbb{R}^2$. Si existe una constante $L > 0$*

   $$\left|\frac{\partial f}{\partial y}(t, y)\right| \leq L, \text{ para todo } (t, y) \in D,$$

   entonces f satisface una condición de Lipschitz en D en la variable y con la constate L de Lipschitz.
3. Establecer la definición de problema bien planteado, en el contexto de EDO.
4. Verificar el siguiente teorema:

   Teorema 2 *Suponga que $D = \{(t, y) | a \leq t \leq b, -\infty < y < \infty\}$. Si f es continua y satisface la condición de Lipschitz en la variable y en el conjunto D, entonces el problema de valor inicial*

   $$\frac{dy}{dt} = f(t, y), \; a \leq t \leq b, \; y(a) = \alpha$$

   es bien planteado.

Práctica

En esta práctica se requiere aplicar los distintos métodos para aproximar soluciones a problemas de EDO con condiciones de frontera.

1. Elaborar un programa en Python que permita aproximar la solución a un problema de EDO con condiciones de frontera aplicando el método de Euler.
2. Elaborar un programa en Python que permita aproximar la solución a un problema de EDO con condiciones de frontera aplicando el método de Runge-Kutta de cuarto de orden.
3. Elaborar un programa en Python que permita aproximar la solución a un problema de EDO con condiciones de frontera aplicando el método de Runge-Kutta para sistema de ecuaciones diferenciales.
4. Aproximar la solución a $y' = (t + 2t^3)y^3 - ty,\ 0 \leq t \leq 2,\ y(0) = 1/3,\ h = 0{,}05$. Aplicar los métodos de Euler y Runge-Kutta de cuarto de orden.
5. Aproximar la solución al sistema,

$$\begin{array}{lll} u_1' = u_2, & 0 \leq t \leq 2, & u_1(0) = 1; \\ u_2' = -u_1 - 2e^t + 1, & 0 \leq t \leq 2, & u_2(0) = 0; \\ u_3' = -u_1 - e^t + 1, & 0 \leq t \leq 2, & u_3(0) = 1; \\ h = 0{,}05. & & \end{array}$$

6. Aproximar la solución a la ecuación,

$$t^3 y''' - t^2 y'' + 3ty' - 4y = 5t^3 \ln(t) + 9t^3,\ 1 \leq t \leq 2,\ y(1) = 0,\ y'(1) = 1,\ y''(1) = 3,\ h = 0{,}01.$$