UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA, COMPUTACIÓN Y CONTROL

CÁLCULO NUMÉRICO

INFORME #3

Cero de Funciones y Sistemas de Ecuaciones No Lineales

Br. Mendoza Q., Romina A. C.I.: 22.438.480

Caracas, 29 de enero de 2024

Índice

[Resumen 2](#_Toc157025819)

[Introducción 2](#_Toc157025820)

[Objetivos 3](#_Toc157025821)

[Objetivo General 3](#_Toc157025822)

[Objetivos Específicos 3](#_Toc157025823)

[Solución de Ecuaciones 3](#_Toc157025824)

[Método de Bisección 3](#_Toc157025825)

[Error 4](#_Toc157025826)

[Iteración de Punto Fijo 5](#_Toc157025827)

[Método de Newton 6](#_Toc157025828)

[Método de la Secante 6](#_Toc157025829)

[Solución de Sistemas de Ecuaciones No Lineales 7](#_Toc157025830)

[Método de Newton 7](#_Toc157025831)

[Método de cuasi-Newton 8](#_Toc157025832)

[Presentación de Resultados 8](#_Toc157025833)

[Test 8](#_Toc157025834)

[Sistema de Ecuaciones Lineales 8](#_Toc157025835)

[Sistema de Ecuaciones No Lineales 9](#_Toc157025836)

[Conclusiones y Recomendaciones 9](#_Toc157025837)

[Referencias 9](#_Toc157025838)

[Anexos 9](#_Toc157025839)

# Resumen

Este informe se hablará de algunos métodos numéricos para hallar la solución aproximada a un sistema de ecuaciones lineales y no lineales, tales como el método de bisección, Newton, secante, punto fijo; Newton y cuasi-Newton, de las condiciones que se necesitan para aplicar cada método y de sus pseudocódigos. Asimismo, se mostrará el resultado de códigos basados en los métodos en estudio.

# Introducción

Los **métodos numéricos** son técnicas utilizadas para encontrar soluciones aproximadas a problemas matemáticos complejos que no pueden ser resueltos exactamente de manera analítica. Dos áreas importantes de aplicación de estos métodos son la búsqueda de **ceros de funciones** y la resolución de **sistemas de ecuaciones no lineales.**

El problema de encontrar el **cero de una función** consiste en determinar los valores de la variable independiente para los cuales la función se anula. Este es un problema común en muchas disciplinas científicas y de ingeniería. Existen varios métodos numéricos para abordar este problema, como el método de bisección, el método de la secante y el método de Newton-Raphson. Cada uno de estos métodos tiene sus propias ventajas y desventajas en términos de eficiencia, precisión y facilidad de implementación.

Por otro lado, un **sistema de ecuaciones no lineales** es un conjunto de ecuaciones en las que al menos una de las ecuaciones no es lineal. Estos sistemas son más complejos y pueden tener múltiples soluciones, una única solución o ninguna solución. Algunos de los métodos numéricos utilizados para resolver estos sistemas incluyen el método de Newton para sistemas de ecuaciones y el método de Broyden.

# Objetivos

## Objetivo General

Analizar distintos métodos para hallar la solución aproximada a un sistema de ecuaciones lineales y no lineales.

## Objetivos Específicos

Desarrollar y aplicar códigos para obtener soluciones aproximadas en un sistema de ecuaciones lineales utilizando los métodos bisección, punto fijo, Newton y secante.

Desarrollar y aplicar códigos para obtener soluciones aproximadas en un sistema de ecuaciones no lineales utilizando los métodos Newton y Cuasi-Newton.

Analizar y discutir las limitaciones de cada uno de los métodos estudiados, y proporcionar recomendaciones para su uso en función de las características de los datos.

# Solución de Ecuaciones

## Método de Bisección

En este método, basado en el teorema de valor intermedio, se considera uno de los problemas básicos de la aproximación numérica, el problema de la búsqueda de la raíz. Este proceso implica encontrar una raíz, o solución, para una ecuación de la forma , para una función dada. Una raíz de esta ecuación también recibe el nombre de cero de la función .

Suponga que es una función continúa definida dentro del intervalo con y de signos opuestos. El teorema de valor intermedio implica que existe un número en con . A pesar de que el procedimiento operará cuando haya más de una raíz en el intervalo , para simplicidad, nosotros asumimos que la raíz en este intervalo es única.

El método realiza repetidamente una reducción a la mitad (o bisección) de los subintervalos y, en cada paso, localizar la mitad que contiene .

Para comenzar, sea y y sea es el punto medio de , es decir,

Si , entonces y se termina el proceso.

Si entonces tiene el mismo signo que o :

* Si y tienen el mismo signo, es decir,

entonces . Quedando y .

* Si y tienen signos opuestos, es decir,

entonces . Quedando y .

Se vuelve a aplicar el proceso a cada nuevo intervalo generado hasta que se le aplique algún procedimiento de parada, lo más recomendable será establecer un límite superior y elegir el intervalo inicial tan pequeño como sea posible para reducir el número de iteraciones.

### Error

Para determinar su error absoluto después de k-iteraciones con decimales exactos:

Para determinar su error relativo después de k-iteraciones con decimales significativos:

***Teorema 1***

Suponga que y . El método de bisección genera una sucesión que se aproxima a cero de con

## Iteración de Punto Fijo

Un punto fijo para una función es un número en el que el valor de la función no cambia cuando se aplica la función. En este método se considera el problema de encontrar tal que

Donde . Un punto que satisface la ecuación anterior se denomina punto fijo de g.

***Proposición 1***

Sea tal que para todo . Entonces, tiene al menos un punto fijo en .

***Teorema 2***

Sea tal que para todo . Suponga que existe y que existe una constate con

, para todas

Entonces, tiene un único punto fijo y la sucesión definida por

, para ,

Con dado, converge al punto fijo .

***Corolario 1***

Si satisface el teorema 2, entonces las cotas del error relacionado con el uso de para aproximar , están dadas por

y

, para toda .

## Método de Newton

En este caso se obtiene una sucesión de aproximaciones partiendo de un valor inicial , que debe ser dado o elegido convenientemente. Una vez conocida una aproximación, digamos , la siguiente, se obtiene hallando un punto de corte de la correspondiente recta tangente a la curva en el punto con el eje de las abscisas. El método de Newton genera una sucesión de puntos obtenidos por

***Teorema 3***

Sean y un cero simple de . Existen y una constante positiva tal que si , entonces la sucesión generada por el método de Newton converge a , además satisface, para :

Y

## Método de la Secante

Este método constituye una alternativa al de Newton cuando el obtener la derivada asociada se convierte en un proceso engorroso, en estos casos lo mejor es aproximar la derivada dando entrada al método de secante cuyos iterados se obtienen a partir de

***Teorema 4***

Sean y un cero simple de . Entonces la sucesión generada por el método de la Secante converge a y satisface, para :

Donde

# Solución de Sistemas de Ecuaciones No Lineales

## Método de Newton

Para aproximar la solución del sistema no lineal , dada una aproximación inicial :

Entrada: número de ecuaciones y valores desconocidos; aproximación inicial , tolerancia ; número máximo de iteraciones .

Salida: Solución aproximada o un mensaje que indique que se excedió el número de iteraciones.

Paso 1. Determinar, .

Paso 2. Mientras hacer los pasos 3-7.

Paso 3. Calcular y , donde para , .

Paso 4. Resolver el sistema lineal , .

Paso 5. Determinar, .

Paso 6. Si entonces SALIDA (x); PARE.

Paso 7. Determinar, .

Paso 8. Salida (‘Número máximo de iteraciones excedido.’); PARE.

## Método de Cuasi-Newton

Para aproximar la solución del sistema no lineal , dada una aproximación inicial :

Entrada: número de ecuaciones y valores desconocidos; aproximación inicial , tolerancia ; número máximo de iteraciones .

Salida: Solución aproximada o un mensaje que indique que se excedió el número de iteraciones.

Paso 1. Determinar, , donde para , ; .

Paso 2. Determinar, .

Paso 3. Determinar, ; ; .

Paso 4. Mientras hacer los pasos 5-13.

Paso 5. Determinar, ; ; .

Paso 6. Determinar, .

Paso 7. Determinar, .

Paso 8. Determinar, .

Paso 9. Determinar, .

Paso 10. Determinar, .

Paso 11. Determinar, .

Paso 12. Si entonces SALIDA (x); PARE.

Paso 13. Determinar, .

Paso 14. Salida (‘Número máximo de iteraciones excedido.’); PARE.

# Presentación de Resultados

## Test

## Sistema de Ecuaciones Lineales

Dada las siguientes ecuaciones:

1. ,

Se obtuvieron los siguientes resultados:

Para el método de bisección:

Para el método de punto fijo:

Para el método de Newton:

Para el método de la secante:

## Sistema de Ecuaciones No Lineales

De la figura 1, determinar los valores de las fuentes y , sabiendo que la potencia asociada cada una es y , con

Se obtuvieron los siguientes resultados:

# Conclusiones y Recomendaciones

# Referencias

Burden, R., Faires, D., & Burden, A. (2017). *Análisis Numérico.* México: Cengage Learning.

Noguera, G. (2023). *Interpolacón y Ajuste a Curvas.* Caracas.

# Anexos

Link de códigos: