

# 《计算机图形学》九月报告

学号：181860077 姓名：余帅杰，3121416933@qq.com

2020 年 12 月 23 日

## 1 综述

### 1.1 九月综述

1. 阅读框架代码，初步对代码结构有所了解，同时对 PyQt5 也有一定的了解
2. 实现直线绘制算法 DDA, Bresenham, 同时加上功能调用使得 GUI 和 Cli 能够正常的使用直线绘制算法
3. 实现了利用中点圆绘制算法绘制椭圆和多边形，并在 Cli 中功能调用，正常使用
4. 添加算法正确性检查框架，使用多种方法对绘图正确性进行检查
5. 基于 GUI 框架实现鼠标选中图元

### 1.2 十月综述

1. 实现 Bezier 曲线绘制算法
2. 实现 B-Spline 曲线绘制算法
3. 在 CLI 做对应的处理，加入曲线绘制算法的对应功能
4. 实现对图元的平移，旋转，缩放以及裁剪的操作，至此已经实现了所有算法模块里的内容
5. 对 CLI 中添加对图元操作的相关支持

### 1.3 十一月综述

1. 着手阅读 GUI 的框架代码
2. 着手阅读 pyQT 相关的模块和接口
3. 着手实现 GUI 相关的功能
4. 修改遇到的算法模块的 BUG

目前已经实现的 GUI 部分

1. 绘制直线，椭圆，多边形。
2. 利用鼠标选中图元
3. 平移，旋转
4. 保存和清空画布
5. 选择画笔颜色

## 1.4 十二月综述

1. 实现了复制和粘贴功能
2. 实现了删除功能
3. 实现了日志系统
4. 实现了多数功能的快捷键添加
5. 实现了自由绘制功能
6. 修改大量的关于 GUI 和算法模块的 BUG

## 2 绘图算法介绍

### 2.1 框架代码分析

在实现之前自然要对拿到手的框架代码进行阅读和分析，可以显然的看到代码主要都分布在三个文件中，分别进行阅读和分析

#### 2.1.1 cg\_algorithm.py

这个文件主要就是实现绘图代码的算法，每一个函数基本都代表这一个需要实现的功能或者是算法，每一个函数接受绘图所必须的点，一般都是以列表的形式给出，其他的参数一般就是一些可选参数（如：想要实现的后台算法种类）这一块结构比较简单，也是实现的核心和重点

#### 2.1.2 cg\_cli.py

cli 文件主要是负责解析命令行文件，并做出回应。基本的功能就是按行读取文件然后利用 split 分解命令行，并根据预设的指令的格式进行匹配并执行

整体的主要代码逻辑如下

1. 收到的是绘图的指令，那就使用特定的格式，把绘图的要求以及颜色等信息都保存在字典里，等待后续的使用。

2. 收到的是 saveCanvas 指令，就会遍历先前提到的字典，对每一项进行解析，利用存储的信息调用对应的绘图算法得到像素点的坐标列表，根据坐标点的位置信息在画布数组上填入颜色信息（坐标信息实际上就是画布数组的下标信息）
3. 收到的是 resetCanvas 指令，相对就会比较简单，就只需要重新设置画布的规格（高，宽）然后清空刚才提到的对象列表

### 2.1.3 cg\_GUI.py

本模块就是对于之前的一些功能的集成，并对外提供图形化的界面进行使用。基本的模块由三块构成

1. MyItem 继承于 QGraphicsItem，本质上就是用来描述图元的类，保存了图元相关的信息，可以类比到 Cli 文件里的那个字典里的元素，只不过这里使用了一个专门的类来描述，同时由于有了图形化界面，所以对图元的描述又多了一个选中的标志位。以及图元的共性操作：上色显示。还有的就是一些不同图元的特色操作，如：选中框显示。
2. MyCanvas 继承于 QGraphicsView，类比起来就是电视机的显示屏幕，负责图元的管理和显示，简单的可以类比做 CLi 里的那个字典保管着若干图元。但是对于 GUI 而言还有鼠标等事件的 Handle，所以对应的这个模块负责了鼠标在画布上的操作的处理，以及对应的对图元进行处理，如绘制，选中等等。刚好前文说到，他保管着所有图元的信息字典。
3. MainWindow 继承于 QMainWindow，负责的区域是除了画布以外的窗口区域，也就是菜单等所以他负责构造整个菜单的结构以及按钮，还有就是绑定菜单信号和对应处理信号的槽函数，但是他是负责菜单，不直接的对画布和图元操作，因此二者时间的通信实际上是通过设置 State 来做到的。对应的 MyCanvas 在处理鼠标事件的时候也会根据状态的不同做出改变。（比如说，菜单选中了”选择图元”，则 MainWindow 把状态设置为”Selecting”，这个时候再用鼠标点击画布等操作，MyCanvas 就会根据 Selecting 这个状态对对应的鼠标事件进行处理。）

## 2.2 直线绘制算法

### 2.2.1 Naive

**算法原理** Naive 算法相对简单，算法的基本思路如下：

- (1) 首先排除可能的特殊情况，即横坐标为 0 斜率不存在情况，然后直接计算对应的 (x,y) 坐标组合
- (2) 没有触发特殊情况则计算斜率，斜率即 X 轴方向增大的时候 Y 对应的增量
- (3) 然后就横坐标移动，纵坐标做对应的变化

## 算法评估 对 Naive 算法性质简单评估

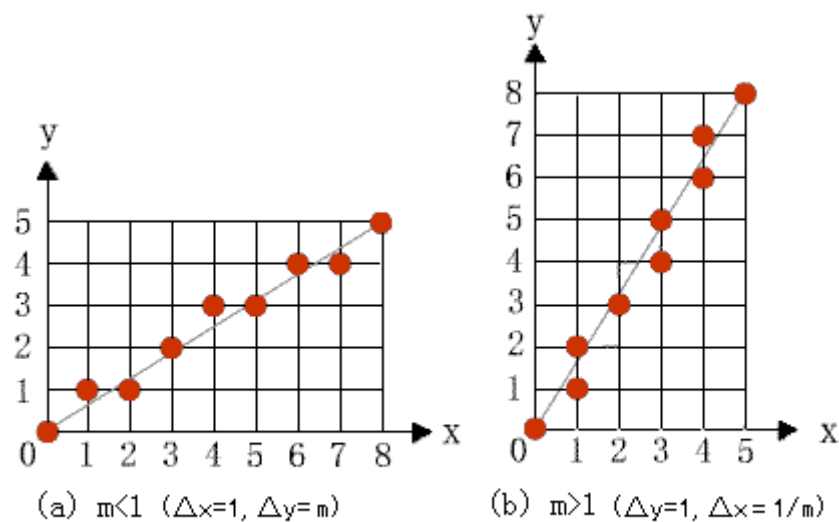
1. 优点：简单易懂便于理解，符合数学公式
2. 缺点：算法每生成一个点都需要做一次乘法和若干次的加法和减法，复杂度较高

### 2.2.2 DDA

#### 算法原理 DDA 算法

DDA 算法，也就是数字差分分析方法，利用计算两个坐标方向的差分来确定线段显示的屏幕像素位置的线段扫描转化算法，也就是说对一个坐标轴上以单位时间间隔对线段采样 ( $\Delta x = 1$  或  $\Delta y = 1$ )，计算  $\Delta y$  或  $\Delta x$  决定另一个坐标轴上最靠近线段的路径的对应整数值 [1]

DDA 算法实际上也可以看作是在沿着某一条坐标轴做扫描，只不过基于斜率的不同导致了扫描的坐标轴不同原因：如果都是按照 Naive 那样沿着 X 轴进行扫描进而得到所谓的 Y 轴的位置，那么对于斜率大的直线而言，由于斜率大导致 Y 轴步长远大于 X 轴的步长，进而导致了线上的点非常的稀疏，所以 DDA 采用的是根据斜率的值来动态的选择沿着哪一条轴扫描。需要注意的是，由于沿着 Y 轴扫描的时候，X 轴上的增量就不再是斜率，而是斜率的倒数



#### 亮度均匀的考虑

图 1: DDA 算法示意图

如图1, 有如下公式

$$\begin{cases} y_{k+1} = y_k + m & m \leq 1 \\ x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m} & m > 1 \end{cases}$$

算法的测试如下：在 GUI 中沿着各种方向画线并观察

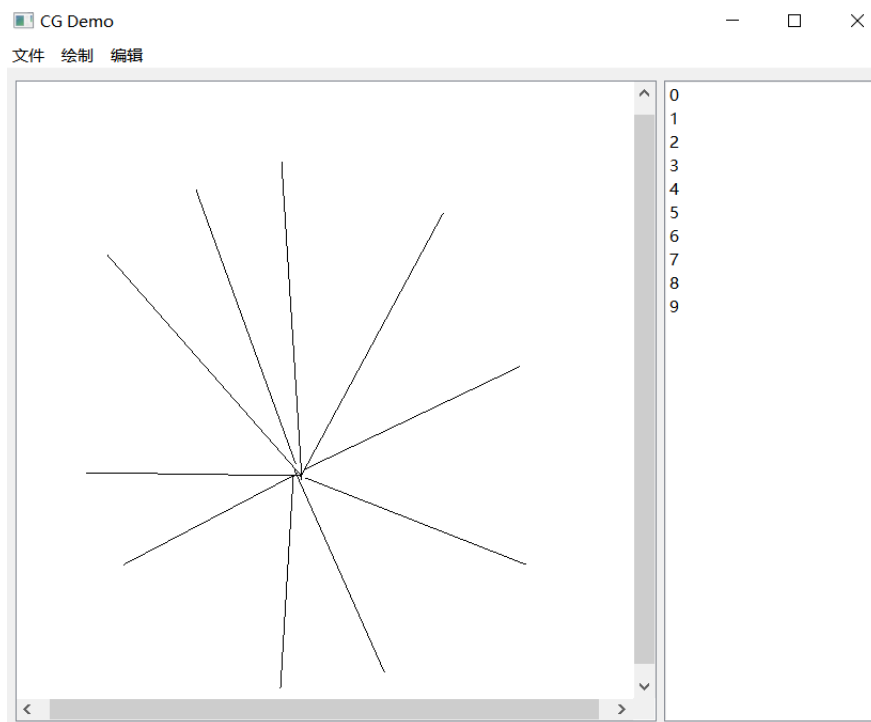


图 2: DDA\_GUI 测试示意图

**算法评估** 基于上述的原理对 DDA 算法性质简单评估

1. 优点: DDA 算法的计算是增量计算 (充分的利用了光栅的特性), 每一次计算都是充分的利用了上一次的计算结果, 所以 DDA 算法的复杂度小于之前的 Naive 算法 (基于直线方程的)
2. 缺点: 浮点数操作会导致误差的积累, 使得结果偏离路线
3. 缺点: 取整和浮点数操作仍然耗时, 可以分解增量  $\frac{1}{m}$  和  $m$  为整数和小数, 使得计算为整数间的计算而提高效率

### 2.2.3 Bresenham

**算法原理** Bresenham 算法

Bresenham 算法是一种精准而有高效的光栅线段生成算法, 他可用于圆和其他曲线显示的整数增量运算, 简单的说就是仍然是选定了一个扫描的方向, 然后沿着方向进行扫描, 但是在扫描的过程中对另一个坐标的像素进行选择

为了简化像素的选择, Bresenham 算法通过引入整形变量去衡量候选像素和实际像素的偏移并利用对整形变量符号的检测来决定最接近真实路径的像素。

真实位置  $y = mx_{k+1} + b = m(x_k + 1) + b$

候选像素也就是  $y_{k+1}$  和  $y_k$

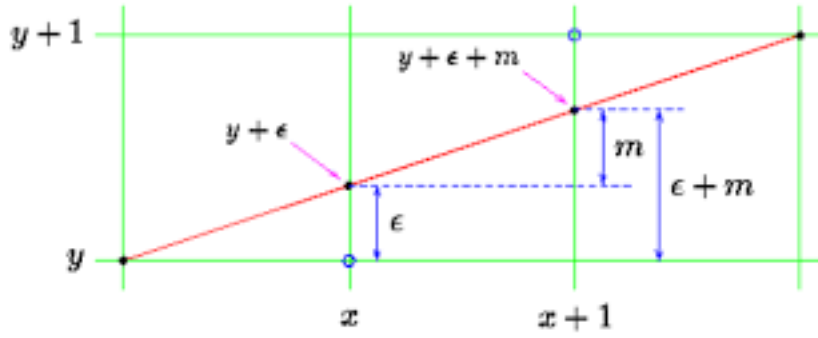


图 3: Bresenham 算法示意图

那么就计算二者的误差（距离差）得到如下的公式

$$\begin{cases} d1 = y - y_k = m(x_k + 1) + b - y_k \\ d2 = y_{k+1} - y = y_{k+1} - m(x_k + 1) + b \end{cases}$$

由于需要比较二者的大小，于是很自然的对二者进行做差即如下公式

$$d1 - d2 = 2m(x_k + 1) - 2y_k + 2b - 1$$

基于上述的公式得到本算法的核心：决策变量

$$p_k = \Delta x(d1 - d2) = 2\Delta y x_k - 2\Delta x y_k + c$$

本公式的核心还是在于两个候选像素的误差大小比较（作差）。前面乘上的  $\Delta x$  主要还是为了优化计算为整数之间的计算而提高效率。同时  $c = 2\Delta y + \Delta x(2b - 1)$  是一个常量，并会在增量计算中被忽略很显然在绘图的时候应该选择误差小的，也就是  $p_k$  的正负性可以很清楚的作为像素决策的依据

目前问题就被转化为如何去计算每一步的  $p_k$  作选择的依据

$$p_{k+1} - p_k = 2\Delta y x_{k+1}(x_{k+1} - x_k) - 2\Delta x(y_{k+1} - y_k)$$

经过化简之后就可以得到

$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y - 2\Delta x(y_{k+1} - y_k)$$

$$\begin{cases} y_{k+1} - y_k = 1 & p_k > 0 \\ y_{k+1} - y_k = 0 & p_k < 0 \end{cases}$$

个人的理解就是如3中所示，就是误差的积累当误差达到一定的大小的时候就只能够去选择下一步的  $y_k$ ，也就是在选择之后需要重新计算误差，类似于加法加到一定大小之后取模的操作

经过上述的分析之后，很容易就可以得到此算法的工作流程

- (1) 计算常量值  $\Delta x, \Delta y, 2\Delta y, 2\Delta y - 2\Delta x$
- (2) 循环扫描，对  $p_k$  的值进行判断

(3) 若  $p_k$  的值为正，则  $y$  加 1，同时  $p_k = 2\Delta y - 2\Delta x$

(3) 反之若  $p_k$  的值为负，则  $y$  不变，同时  $p_k = 2\Delta y$

在 GUI 中测试：

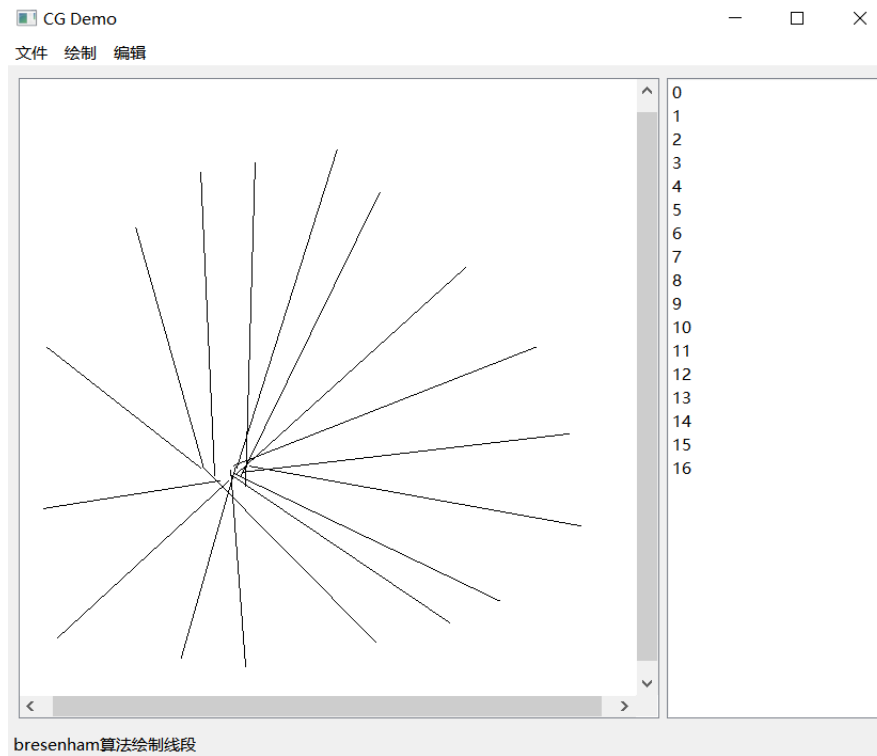


图 4: Bre\_GUI 测试示意图

**算法评估** 基于上述的原理对 Bresenham 算法性质简单评估

1. 优点：计算量进一步的减小，每一次的计算都只发生的整数之间，并且都是复杂度相对较低的加减法计算，同时只需要判断决策参数的符号，算法效率得到提高
2. 优点：可以利用并行计算加快图像生成速度
3. 缺点：稍微复杂，直接看公式可能不能很好的理解

上述的算法大多都经过了在 GUI 环境下的测试，于是选择在命令行环境下进行统一测试，分析结果。整合测试：对上述的三个直线生成代码进行测试，为了方便直接在 cli 中使用文件测试：

测试语句如下

```
resetCanvas 600 500  
setColor 0 0 255
```

```

drawLine line1 195 363 316 50 Naive
setColor 0 255 0
drawLine line3 190 343 311 30 DDA
setColor 255 0 0
drawLine line2 185 323 305 10 bresenham
saveCanvas 3

```

测试结果如下

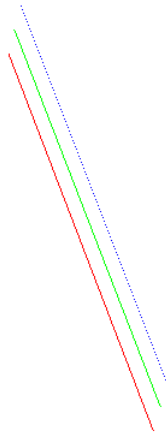


图 5: 直线绘制算法测试示意图

## 2.3 多边形绘制算法

对于多边形的绘制，本质上就是绘制多条直线，所需要做的就是顶点之间绘制直线，进而形成图形的边界。所以本身并不涉及过多的算法实现，只需要在命令行和 GUI 功能中加上代码，链接上对应的功能实现就可以分别对 Cli 和 GUI 文件进行更改

测试输入：

```

resetCanvas 600 500
setColor 0 0 255
drawPolygon line5 215 353 365 353 365 453 215 453 bresenham
drawPolygon line6 235 373 385 373 385 473 235 473 DDA
saveCanvas 3

```



测试结果如下

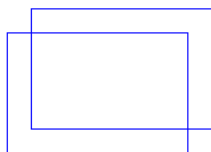


图 6: 多边形绘制算法测试示意图

## 2.4 中点圆绘制算法

**算法原理** 中点圆算法

首先，椭圆（或者说圆）有若干的性质：

- 高度的对称性，也就是只需要生成一部分就可以得到整体
- 斜率不断的动态变化，斜率不唯一

中点圆算法的原理实际上和 Bresenham 算法的原理相似，都是通过某一个方向的扫面，在另一个方向上的候选里去评估错误率，然后进一步的选择哪一个像素点不同之处就在于所谓的椭圆方程。针对先前已经实现的算法不难发现，这种针对一个方向扫描的算法的问题就在于用哪个方向，最后的答案往往是根据斜率来决定，同样的在椭圆这里，由上述的性质知道椭圆绘制需要分段

进而计算得到了分段点：

$$2r_y^2 \geq 2r_x^2 y$$

即这里作为分界分段求解同时对于段内，需要同样的要引入一个决策变量

$$p_k = F(x_{k+1}, y - \frac{1}{2}) = (x_k + 1)^2 + (y_k - \frac{1}{2})^2 - r^2$$

同理的利用决策变量的符号来决定另一个坐标轴的移动，这个变量表示着候选像素中点的是否在圆内，也就是标识了所谓的候选点的质量。推导得到了这个决策变量的增量计算公式如下：

区域一：

$$\begin{cases} p_{k+1} = p_k + 2r_y^2 x_k + 3r_y^2 & p < 0 \\ p_{k+1} = p_k + 2r_y^2 x_k + 3r_y^2 - 2r_x^2 y_k + 2r_x^2 & p \geq 0 \end{cases}$$

区域二：

$$\begin{cases} p_{k+1} = p_k - 2r_x^2 y_k + 3r_x^2 & p \leq 0 \\ p_{k+1} = p_k + 2r_y^2 x_k + 3r_x^2 - 2r_x^2 y_k + 2r_y^2 & p > 0 \end{cases}$$

并根据公式计算决策变量的初始值

$$p_0 = r_y^2 - r_x^2 r_y + \frac{r_x^2}{4}$$

算法的整体流程即如下

- (1) 计算决策变量的初始值，并选择椭圆最上方的点
- (2) 沿着 X 轴循环扫描，根据公式更新决策变量和 y 值，直到结束区域一
- (3) 记忆区域一的最后一个位置，根据公式计算新的决策变量初始值
- (4) 沿着 Y 轴循环扫描，根据对应公式计算决策变量和 x 值，直到结束区域二
- (5) 由先前得到的第一象限的全部图像做图形变化，得到完全椭圆
- (6) 根据真实图像所在中心，平移现图像至真实位置结束算法

测试输入：

```
resetCanvas 600 500
setColor 0 0 255
drawEllipse line7 0 0 200 200
drawEllipse line8 100 100 300 300
saveCanvas 3
```

测试结果如下 (见图7)

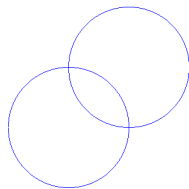


图 7: 中点圆绘制算法测试示意图

## 2.5 曲线的参数化表示

在绘制曲线之前，首先需要了解怎么对曲线进行参数化的表示实际上对于表示一条曲线的各个变量，都可以用某个参数的函数来表示

$$\begin{cases} x = x(u) \\ y = y(u) \\ z = z(u) \end{cases}$$

三个坐标分量就组成曲线上该点的位置矢量，曲线就可表示为参数  $u$  的矢函数通过这个对曲线进行参数化表示，也是后面绘制曲线的算法的重要基础对应的图元的生成就可以看作是这个联结的变量的变化过程

## 2.6 Bezier 曲线绘制算法

一阶的 Bezier 曲线就是一条直线，相当于是在两个控制点之间做插值，最后相当于是一个点在两个点之间移动。最后他的轨迹就是一条直线，也就是两个控制点之间的曲线。这个过程使用公式可以表达为： $B_1(t) = P_0 + (P_1 - P_0)t$ 。这里的  $t$  可以和上文的曲线参数化表示关联， $t$  就是那个负责联结的参数。对于有三个控制点的情况，这个时候是二阶的 Bezier 曲线，可以看作是两层的一阶 Bezier 曲线，基本的理解方式可以看到下面的图

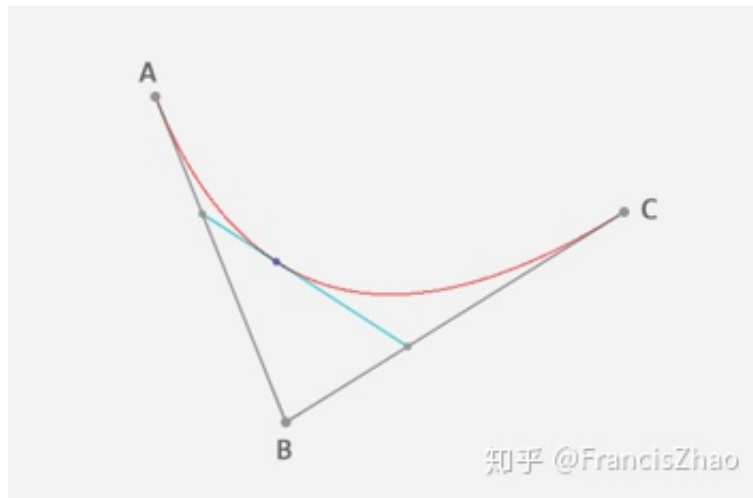


图 8: 二阶 Bezier 算法理解图

上述的图可以看出整个过程还是一个插值的过程，在一次插值的结果的基础上做了第二次插值得到结果同理的更加高阶的 Bezier 都能够一步一步的降阶整个过程还可以发现到系数是二项式的展开，进而得到公式实现算法。

$$f(x) = \begin{cases} P_i \\ (1-u)P_i^{r-1} + (1-u)P_{i+1}^{r-1} \end{cases}$$

对应的图片

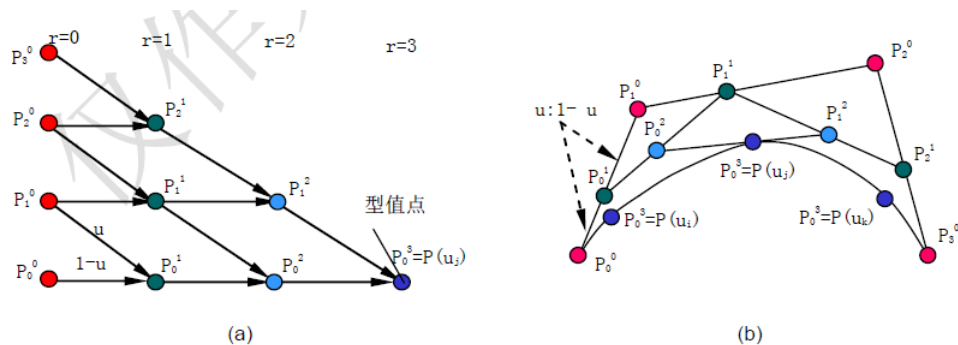


图6-16 三次Bézier曲线的离散生成：(a) 三次Bézier曲线de Casteljau离散生成过程；(b) 三次Bézier曲线作图过程

图 9: Bezier 算法演示图

算法使用过的指令文件：

```
resetCanvas 600 600
```

```
setColor 0 255 0
```

```
drawCurve curve1 50 200 100 100 150 200 Bezier
```

```
drawCurve curve2 50 400 100 300 150 400 200 300 Bezier
```

```
saveCanvas 5
```

算法结果：

## 2.7 B-spline 曲线绘制算法

B 样条曲线算法涉及到了基函数：什么是基函数？基函数就是一个函数的固定形式，也就是函数只会在这个函数的基础上变化而不会丢掉的函数，在数学中，基函数是函数空间一组特殊的基的元素。对于函数空间中的连续函数都可以表示成一系列基函数的线性组合，就像是在向量空间中每个向量都可以表示成基向量的线性组合一样。

同时由于 Bezier 算法本身的一些问题如：缺少局部性，不够灵活等等，所以 B 样条出现虽然上面说了 B 样条有所不同，但是 B 样条的本质还是一个降阶然后解决问题的过程。

$$P(t) = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}$$

基于上述的公式可以在四个控制点的三次 B 样条进行绘制曲线，但是在实际的情况里控制

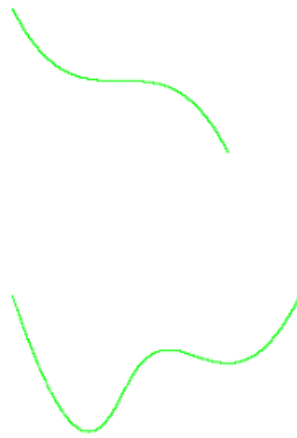


图 10: Bezier 算法测试结果图

点可能不止 4 个，对应的方法就是利用一个移动的窗口在控制点数组上滚动，举个例子就是 1, 2, 3, 4, 5，得到对应的窗口 1, 2, 3, 4 和 2, 3, 4, 5。这样得到的曲线每一段都能够自然衔接，同时具有连续性。下面的图也可以做辅助说明

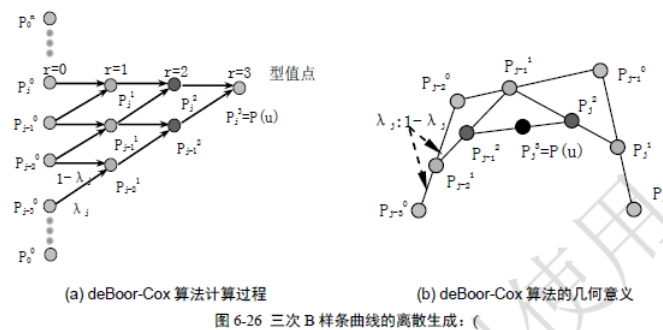


图 11: B-spline 算法示意图

实现之后使用算法进行测试，测试语句如下：

```
resetCanvas 600 600
```

```
setColor 0 0 255
```

```
drawPolygon polygon2 250 400 300 300 350 400 400 300 Bresenham
```

```
setColor 0 0 0
```

```
drawCurve curve3 250 400 300 300 350 400 400 300 B-spline
```

```
setColor 0 0 255
```

```
drawPolygon polygon3 250 200 300 50 350 250 400 100 450 200 Bresenham
```

```
setColor 0 0 0
```

```
drawCurve curve4 250 200 300 50 350 250 400 100 450 200 B-spline
```

```
saveCanvas 5
```

测试的结果如下

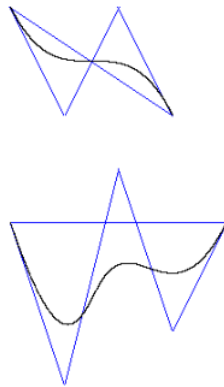


图 12: B-spline 测试结果图

## 2.8 图元平移算法

平移严格的说是把一个点沿着直线路径从一个坐标位置移动到另一个坐标位置的重定位的过程，说的简单一些就是，图元的平移就是相对简单一些，图元的构造来源于传入的参数，即“控制点”相对的，如果想要图元的位置进行平移，只需要对图元的控制点进行操作，进行对应的平移，则最后的图形也会做对应的平移算法的测试如下：使用如下的测试指令：

```
resetCanvas 600 600
```

```
setColor 0 255 0
```

```
drawLine line1 0 0 500 250 DDA
```

```
setColor 255 0 0
```

```
drawLine line2 0 0 500 250 Bresenham
```

```
translate line2 0 50
```

```
saveCanvas 1
```

测试的结果如下

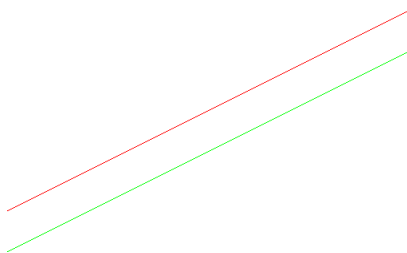


图 13: 平移算法测试示意图

## 2.9 图元旋转算法

旋转变换主要是二维的，就是把坐标点关于某个位置转动一个角度，然后确定新的坐标位置的过程，对应也有公式可以进行参考，对应的公式参考如下：

(5) 相对 $(x_f, y_f)$ 点的旋转变换

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x_f & -y_f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x_f & y_f & 1 \end{bmatrix} \quad (3-84)$$

图 14: 旋转公式图

然后对应的对算法进行测试，使用的测试指令文件基本如下

```
resetCanvas 600 600
```

```
setColor 0 255 0  
  
drawLine line1 100 100 400 300 DDA  
  
setColor 0 255 255  
  
drawLine line2 100 100 400 300 DDA  
  
rotate line1 100 100 45  
  
saveCanvas 1
```

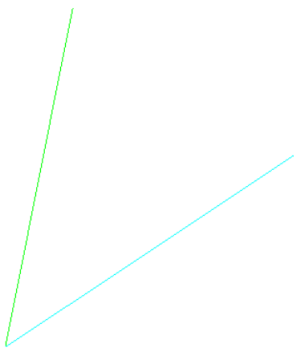


图 15: 旋转算法测试结果图

## 2.10 图元缩放算法

同上所述，图元的构造主要来自于控制点的限制，对应的可以对控制点的位置进行修改，缩放可以得到一个缩放的中心和倍数，对每一个控制点，查看其到缩放中心的位置，然后把这个位置乘上缩放的倍数就可以很直观的看到，整个图形沿着缩放中心缩小或者是放大的现象，这个算法相对也要简单一些

## 2.11 图元裁剪算法

识别图元在指定区域内外部的算法叫做裁剪，用来裁剪对象的区域被称为裁剪窗口。当给定图元和裁剪窗口之后只留下（显示）给定的范围内的部分，而对于区域外的部分则不予显示，图元的裁剪算法很多，但是由于有很多的图元需要执行裁剪操作，对裁剪算法的效率有比较高的要求





图 16: 缩放测试结果图

### 2.11.1 Cohen-Sutherland 算法

这个算法的基本思路就是对整个曲线进行了切分和分类，可以比较显示和可理解的表示出一个线段和裁剪窗口之间的位置关系，对于完全在内部和外部的线段可以快速判断而提高效率，编码的方式可见下图 然后可以直接通过比较或者是作差得到对应的区域码，

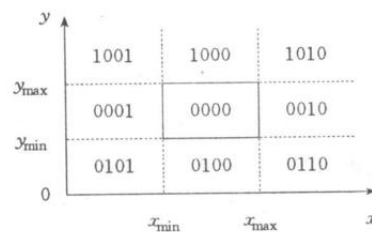


图 1 窗口划分平面示意图

图 17: 裁剪区域编码示意图

对得到的两个区域码执行对应的计算来判断直线和裁剪窗口的对应关系，比如说二者的区域码都是 0000 则说明整个线段都在裁剪窗口里。或者是二者相与的结果不是 0000，则说明整个线段都在区域外。

上述的两种情况是相对简单的两种，都不需要做相对复杂的操作，对于比较复杂度情况就是有一部分线在区域内，这就需求解交点等操作，基本的思路就是求交点，然后确定那一部分是要被丢弃的，然后在剩余的部分继续做求解

使用下述的指令文件进行测试:

```
resetCanvas 600 600

setColor 0 255 0

drawLine line1 0 0 500 250 DDA

setColor 255 0 0
```

```
drawLine line2 0 0 500 250 Bresenham
```

```
translate line2 0 50
```

```
clip line2 50 50 400 200 Cohen-Sutherland
```

```
drawPolygon polygon4 50 50 400 50 400 200 50 200 Bresenham
```

```
saveCanvas 1
```

对应的测试结果如下：

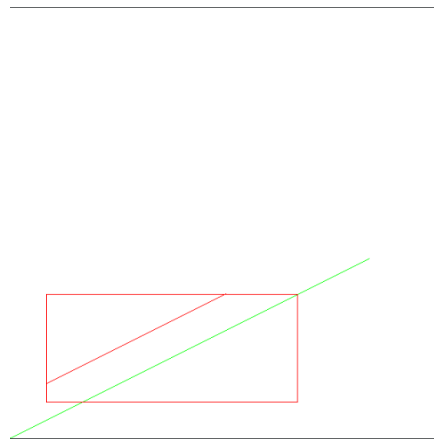


图 18: Cohen-Sutherland 算法测试结果

### 2.11.2 梁友栋-Barsky 算法

这个算法的最基本的思路把点和面都看作是大量的点的集合，然后裁剪的结果就应该是二者的交集

类似的，这个裁剪算法也是用了一些参数来判断二者的相对的关系，基本的示意图如下对应的使用了好几个变量，包括  $\delta x$  表示的是直线左右上的方向然后对应的  $\delta y$  上下的方向。具体的公式如下

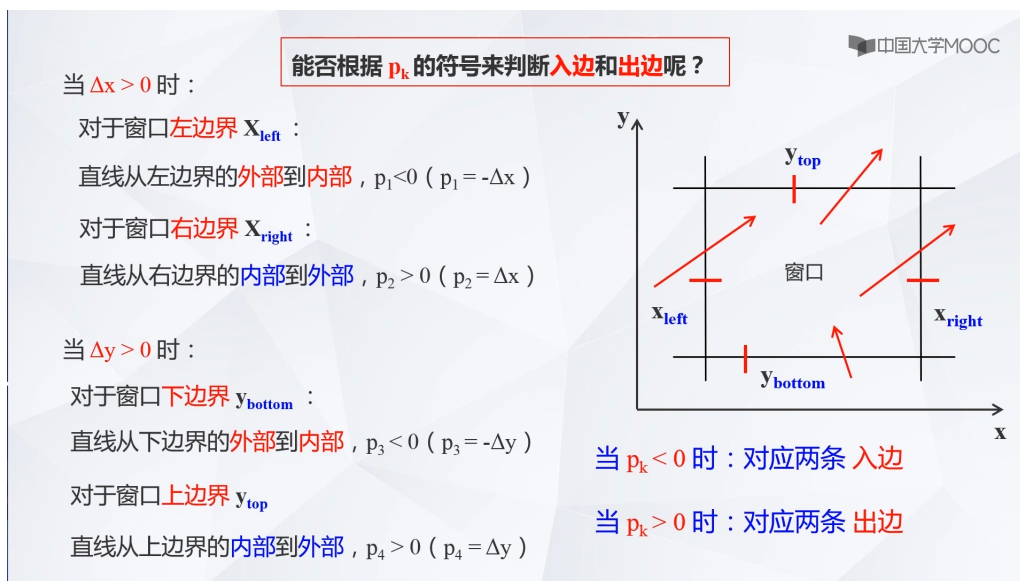


图 19: 梁友栋-Barsky 算法示意图

$$\begin{cases} p1 = -\Delta x \\ p2 = \Delta x \\ p3 = -\Delta y \\ p4 = \Delta y \\ q1 = x_1 - x_{left} \\ q2 = x_{right} - x_1 \\ q3 = y_1 - y_{bottom} \\ q4 = y_{top} - y_1 \end{cases}$$

对应的对上述的参数的数值进讨论可以得到线段和裁剪窗口的相对的位置关系

- (1) 若  $p_k=0$ ，直线平行于裁剪边界之一。此时，如果同时满足  $q_k < 0$ ，则线段完全在边界外；如果同时满足  $q_k \geq 0$ ，线段平行于裁剪边界，并且在窗口内；这种情况是相对简单一些的情况
- (2) 当  $p_k < 0$ ，线段从裁剪边界延长线的外部延伸到内部
- (3) 当  $p_k > 0$ ，线段从裁剪边界延长线的内部延伸到外部

对应的算法伪代码

- (1) 将线段交点的参数初始化为  $u1=0$ ， $u2=1$ ；
- (2) 定义一个函数，用  $p$ 、 $q$  来判断是舍弃线段还是改变交点的参数  $r$ ：当  $p < 0$  时，参数  $r$  用于更新  $u1$ ；当  $p > 0$  时，参数  $r$  用于更新  $u2$ ；如果更新  $u1$  或  $u2$  后使  $u1 > u2$ ，则舍弃该线段；否则，更新适当的  $u$  值仅仅求出了交点，缩短线段。

(3)  $p$ 、 $q$  的四个值经过测试后，当  $p=0$  且  $q < 0$  时，说明该线段平行于边界且位于边界之外，舍弃该线段。假如该线段未被舍弃，则裁剪线段的端点由  $u_1$ 、 $u_2$  值决定。

(4) 反复调用算法进行计算

使用下述的指令文件进行测试：

```
resetCanvas 600 600
```

```
setColor 0 255 0
```

```
drawLine line1 0 0 500 250 DDA
```

```
setColor 255 0 0
```

```
drawLine line2 0 0 500 250 Bresenham
```

```
translate line2 0 50
```

```
clip line2 50 50 400 200 Liang-Barsky
```

```
drawPolygon polygon4 50 50 400 50 400 200 50 200 Bresenham
```

```
saveCanvas 1
```

最后的测试结果

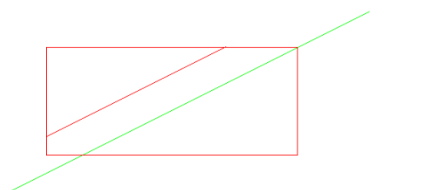


图 20: Liang-Barsky 算法测试结果

## 3 GUI 算法介绍

### 3.1 GUI 框架分析

GUI 框架主要是由如下的三个部分组成的

1. MyCanvas: 主要是画布, 负责管理各个图元以及和监管鼠标的操作, 会根据鼠标的操作已经当前的状态做对应的反应
2. MyItem: 作为基本的图元单位, 保存了图元的信息以及图元的最基本的操作比如绘制自己和他的选中框
3. MainWindow: 作为相对上层的一个结构, 主要负责的就是管理下游的图元更多的他代表了外层的窗口管理, 负责和一些鼠标对菜单的操作的响应

#### 3.1.1 MyCanvas

`start_draw_line` 类似的函数主要就是负责绘制, 但是这里的绘制并不是真正的绘制在画布上的绘制, 而是开始准备绘制色湖之状态位, 在每一次的刷新才会根据 Item 自己的操作进行绘制和显示。

以 `mouse` 打头的操作一般都是上文提到的对鼠标的操作进行响应的操作, 包括鼠标的按下移动以及松开, 对应的在绘制里就是开始记录坐标点的时机。对于鼠标的按下还需要根据当前的状态看看是不是选中图元之类的操作

#### 3.1.2 MyItem

最基本的图元单位, 保存了图元的相关信息, 这里并不是直接保存了所有的绘制点, 而是保存了图元绘图的所需信息, 即前面实现算法的时候需要的参数

有了上面保存好的参数之后就可以开始绘制, 其中 `paint` 函数会做相关的操作, 主要的操作就是对每一个像素点 `draw`, 这个和 `QGraphicItem` 的内置有一些关系。

然后每一次除了画出自身之外还要记得看看自己是不是被选中了, 如果是被选中的记得要把选中框也要画出来, 同时观察到这里绘制选中框设置设置了画笔的颜色, 对应的可以实现需求里的设置画笔的功能

#### 3.1.3 MainWindow

这个类继承了 `QMainWinodow`, 同时在一开始的 `init` 里就有大量的设置的操作。基本是在构造窗口的结构, 以及设置按钮和绑定按钮和函数, 涉及到了一些信号槽的理念, 此处略过。

各种以 `Action` 结尾的函数是作为按下按钮后的对应执行函数, 主要做的事就是在和窗口交互以及位 Canvas 的操作提供条件, 基本的事件总结一下就是设置一下状态栏显示的文字, 然后调用对应 canvas 执行操作

上面的解释是初步的在实现之前对框架代码的阅读理解, 下面是具体的开发

### 3.2 GUI 绘制直线

对直线的绘制是相对简单的，因为有一个 Naive 作为基础，只需要类比，把各种的函数调用换一下就行，这里省略不赘述，具体的实现思路和下面对于椭圆绘制的实现相似

### 3.3 GUI 绘制椭圆

椭圆的绘制，根据日常的使用可以知道，在 GUI 里的期望动作就是可以点击鼠标，然后拖动鼠标，鼠标停下的位置和一开始点击的位置是两个边界点，最终的椭圆就生成于这两个点之间，同时在拖动的过程里可以看到椭圆变大变小从而便于观察和调整绘制的大小

所以结合之前对代码的观察，主要的实现步骤如下

1. 增加椭圆相关的信号槽绑定
2. 在 MainWindow 里添加相关的 Action 函数
3. 进一步的就跳转到了 start\_draw\_ellipse，把当前的状态设置好，然后选中当前的 id，由于椭圆只有中点圆绘制一种算法，所以不需要指定算法的参数设定
4. 接下来自然用户会开始操作鼠标，准备绘制，于是对应的在 mousePressEvent 函数中实现对应的功能，按下鼠标说明用户铁了心要画椭圆，于是根据刚才的状态进行判断，认为要画椭圆则生成对应的图元单位，然后放在列表里
5. 刚才提到了随着鼠标的移动，待定的椭圆也要跟着变化，同时谁也不知道用户什么时候就不动然后松开鼠标，所以每次鼠标的移动都要保存下最后的位置，也就是把控制点（plist）的第二点设置为移动的位置，则代码就会做当前位置的绘制
6. 截至到这里，基本椭圆的绘制 GUI 实现就已经做好了，其他的细节略

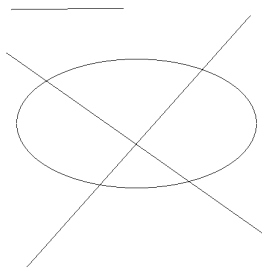


图 21: EllipseGUI 效果图图

### 3.4 GUI 绘制多边形

多边形的绘制相对的会复杂一些，多边形是由多条边组成的，初步的设计是让鼠标的左键不断的点击（拖动）选中新坐标点，然后鼠标右键表示作画结束，因此基本的实现思路就是不断的捕获左键的操作，然后把坐标点加入 p\_list。

注意到在作画结束之前，图形不一定是封闭的，于是原先写好的多边形绘制算法并不能直接使用，因此对应的做了一些修改，封装到 `draw_polygoning` 函数，取消了最后一个点和第一个点的连接，直到捕获到右键之后说明作画结束，才会调用原来的绘制多边形函数

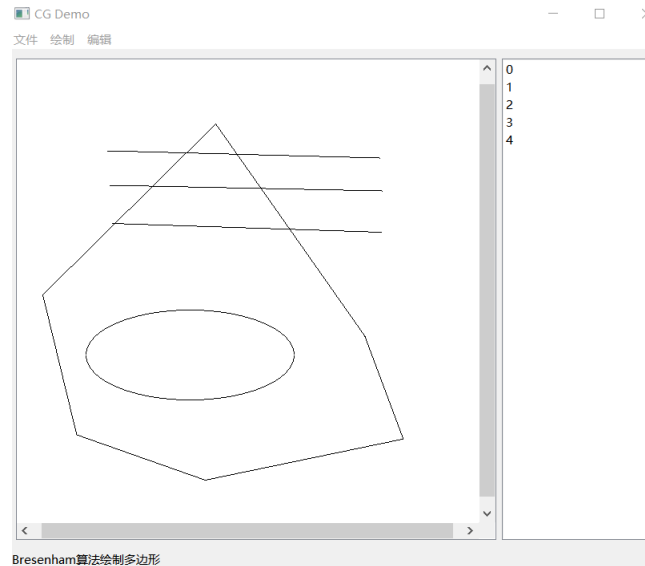


图 22: 绘图算法效果图

### 3.5 GUI 画笔设置

之前已经提到了，框架代码在绘制的时候加上了设置颜色的操作，同理我可以在一开始的时候设置在菜单里让用户选择对应的颜色，等到用户选择好了颜色之后，我在类里加上一个变量专门记录一下这个选择的结构，然后在 `Item` 每一次绘制的时候都提醒 `Item` 使用对应的颜色作画。

实现流程实际上和上述实现椭圆的过程是差不多，都是要从 `MainWindow` 开始入手，先修改菜单的结构，然后 `Connect` 信号和槽，接着在 `Canvas` 里和 `item` 里对应实现即可，自身没有太大的技术需求

比较有意思的就是用到了 `Qt` 提供的一个 `QColorDialog`，能够直接显示出选择颜色的颜色盘

### 3.6 GUI 保存图元

实现保存图元，基本的操作和上面都是一样的，从定义菜单到槽函数等等比较不一样的自然就是保存，怎么才可以把所有的绘制图元拔下来放进图片？使用的是 `QGraphicsView` 里的 `grab` 来保存。然后 `QT` 中 `dialog` 提供了选择文件保存的界面接口对话框：`dialog.getSaveFileName`。最后的实现效果基本如下

以及最后保存的结果（输入的文件名就是 `test`）

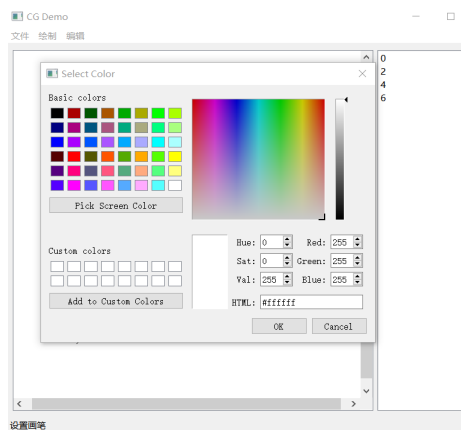


图 23: 设置画笔效果图

## 4 附加功能算法介绍

### 4.1 算法正确性检查模块

#### 4.1.1 图片读取

基本步骤如下（详细可见代码:Score\_Test.py）

- (1) 利用 os 读取到对应图片目录下的所有的文件名字
- (2) 拼接得到最终的路径名
- (3) 使用 PIL 库对图片进行读取 RGB
- (4) 使用 Numpy 库对数据统一转化为 Array

#### 4.1.2 校验算法

使用多种方法对多种算法实现的最后结果进行对比和分析  
 （注：仅在本文件为了实现的方便调用了 sklearn 用于计算余弦相似度。整个工程的其他位置的代码没有使用任何未经允许的库，如果这也不合规则也可删除 sklearn 的调用）

- 像素级别对比和差异统计：使用 numpy 特性扫描图片，计算有效区域（即作图区域，可以避免由于作图部分过于稀疏导致的结果差异）以及差异区域，计算差异度
- 图片整体的相似度计算，利用 RGB 值对整个图片建模表示，然后计算余弦相似度以统计计算图片之间的差异，设置一定的阈值进行警示可能的作图错误

如下为一次测试的样例

如图26, 差异度的计算方式为差异度 = 差异区域像素点数目 / 着色像素点数目  
 同时计算两个图片向量的余弦相似度作为参考  
 (简单的经验：99.9+% 代表良好，低于 99.9% 则可能存在算法绘图错误)



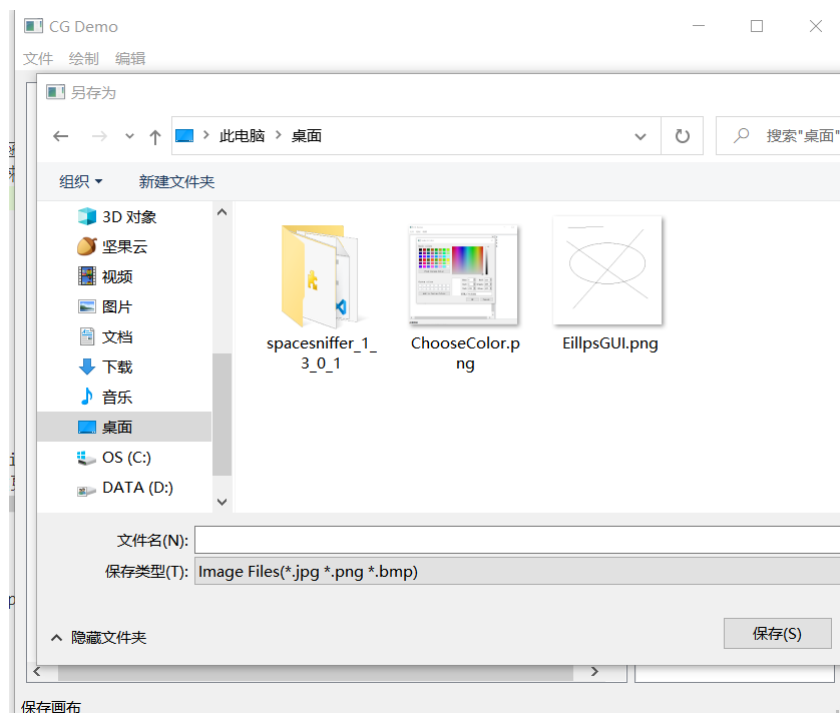


图 24: 保存界面示意图

## 4.2 鼠标选择算法

在 GUI 方面，为了方便使用加入了使用鼠标直接选中图元的操作由原框架代码可以知道，选中图元可以通过界面右侧的列表，根据编号选中图元，即选中图元的基本操作已经被实现，但是由于图元和编号并不显式绑定，所以考虑使用鼠标更加便捷直观的选中图元，对应的就是需要在鼠标按下和释放的时候，根据当前的状态判断是不是在选中图元的状态。如果是则根据当前的鼠标位置计算对应选中的图元，然后执行切换选中的过程，后半部分可以通过调用原框架代码的时候达到代码统一化简洁化的目的

基本的实现流程如下

- (1) 利用菜单键进入"Selecting" 状态
- (2) 在画布界面中点击所需的图元
- (3) 鼠标的点击和释放触发信号，并发现当前处于"Selecting" 状态，计算得到当前的图元
- (4) 如果先前选中图元，则清除先前的选中
- (4) 设置当前的选中状态，刷新画布状态，此时后续的处理则会使得图元被红色矩阵包围，显示为选中状态

## 4.3 日志算法

日志算法是对操作进行记录，便于日后的回溯和追踪，对于掌握系统的运行和鲁棒性的提升都有很重要的作用，也是现有很多模型的标配

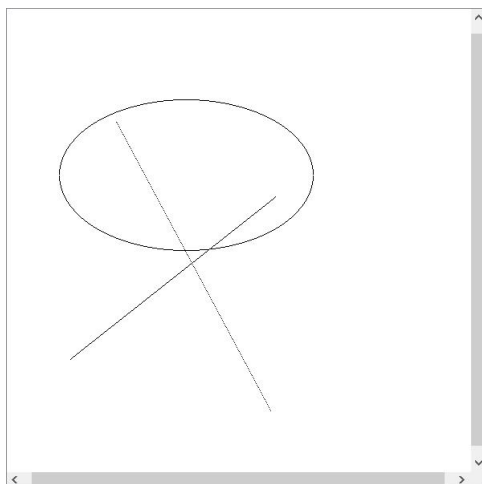


图 25: 保存画布结果图

```
Score_Test x
D:\mypython\venv\Scripts\python.exe D:/mypython/workspace/TuXi
Test At: 3.bmp
With diff: 21.16457461645746 %      607 / 2868
Cosine_similarity: 0.9993212280096375
```

图 26: Score 校验算法

#### 4.4 退出前确定算法

对于用户经过辛辛苦苦的绘制之后很有可能会忘记保存，导致很多的努力付之东流。对于目前的很多主流的编辑器都有退出前询问是否要保存的操作，对应的这里我也做了实现

#### 4.5 自由绘制算法

自由绘制算法允许用户自由的使用鼠标绘制自己喜欢的图案，实现真正的自定义绘图。

#### 4.6 快捷键绑定算法

对于快捷键的绑定就需要用到 PyQt5 里的一些知识来简介的实现

#### 4.7 复制和粘贴算法

在做大规模的编辑的时候，有的时候需要把当前的图元完全的拷贝出一份，甚至是很多份，这就需要复制和粘贴功能，这个功能在现在的各种编辑器里都是随处可见的非常实用的功能，因此在这个系统里，我也做了对应的实现。

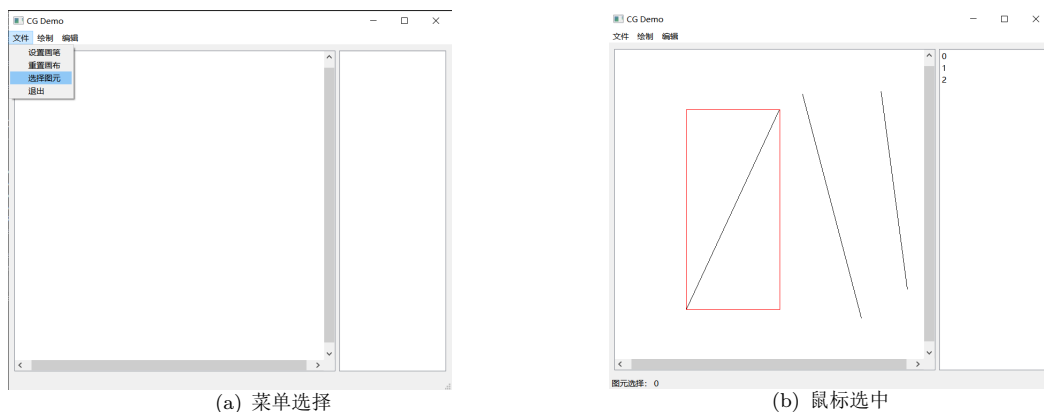


图 27: 鼠标选中图元测试实例

## 4.8 删除算法

有的时候不小心的操作失误会带来冗余的图元，感觉到烦恼和麻烦？不要紧我实现了删除算法，通过上述实现的鼠标选择或者是列表选择精准的选中对象之后，轻轻的选择删除，或者是更加便捷的直接使用快捷键就可以删除图元了

## 5 系统介绍

目前的 CG2020 图形学系统已经支持

- 命令行和 GUI 界面调用直线生成算法
- 命令行调用多边形生成算法和中点圆生成算法
- 在 GUI 界面中使用鼠标直接的选中所需图元
- 命令行调用曲线生成算法，可选算法 Bezier 和 B-spline
- 在命令行调用指令，对图元做平移，旋转，缩放，裁剪操作
- 在 GUI 界面绘制直线，多边形，椭圆
- 在 GUI 界面操作图元平移
- 在 GUI 界面调整画笔
- 在 GUI 界面保存画布

本系统的特性

- 功能完整，功能涵盖了主流的图元类型绘制和对应的操作和修改
- 操作和使用便捷，包含了主要操作的对应快捷键以及保存设置
- 功能实现相对鲁棒，考虑了较多的危险和违法操作，并对应设置了处理

- 较多的拓展功能使得功能更加的丰富，包括对颜色方便的设置等等操作
- 功能实现人性化，含有直接自由绘制和方便图元操作，使用左键右键和滚轮来高效精准的完成操作
- 在命令行和图形化界面都支持操作，这就使得系统即易用又方便

## 6 总结

### 6.1 九月总结

本次实验基本还是以摸清框架代码结构以及了解 QT 特性为主，实现的代码量并不大主要是实现了相对简单明了的直线生成算法以及相对复杂的多边形和中点圆生成算法，同时实现了图片检验模块，为后续的复杂图像生成的正确性检验做一些准备，最后实现的鼠标选中图元的操作，即是方便操作同时也是方便于后续复杂图元生成的时候测试和调试工作

### 6.2 十月总结

本次实验基本是在实现和完善算法模块，集中对需求的图形学绘制和图元操作算法进行研究和实现，至此已经实现了所有的算法函数，下一步是更加细致的查错和完善在 GUI 里对算法的调用和支持

### 6.3 十一月总结

本次实验主要是对 GUI 的框架代码进行了相对深入的了解，在了解的同时逐步的开展相应的功能实现，主要围绕着绘图和绘图相关的实用功能。在实现的同时，检测和挖掘先前算法实现的种种 BUG 并修复

### 6.4 十二月总结

本次实验主要是一边挖掘和实现附加功能，一边是对之前的算法进行检查和修复 BUG，确保系统的鲁棒性。实现的对象很多，涵盖了一些 PyQt5 的对话框等等技术以及一些文件保存的技术，通过实验学习到了不少知识，同时在对之前的错误进行 DeBug 的时候也是在对之前的图元绘制算法进行复习和巩固

### 6.5 系统总的总结

通过本次的计算机图形学的大实验，实现了一个功能相对完备和丰富，使用起来方便可靠的一个图形学系统，锻炼了 PyQt5 写应用程序和加强掌握课上所学的图形学算法。同时在这个较长时间的开发里，强化了实验和代码进度的掌握和合理分配的能力，能够让本次实验完整的，均匀的一步一步的开发过来，也是本次实验的收获。

## 参考文献

- [1] 《计算机图形学教程》 孙正兴编
- [2] [Google 图片](#)
- [3] [PyQT5 Tutorial](#)
- [4] [CSDN 博客](#)