A picture containing text

Description automatically generated

**MáquinaCDI**

Autores:

Pedro Miguel Martins Jácome - 2022137038

Ricardo Rodrigues Duarte - 2022137878

Guilherme de Pinho Domingos - 2022136668



INSTITUTO POLITÉCNICO DE COIMBRA

INSTITUTO SUPERIOR

DE ENGENHARIA

DE COIMBRA

Coimbra, 05/2024

Coimbra, 04/2024

Índice

[1. Introdução 4](#_Toc168000818)

[2. Implementação de funções de Diferenças Finitas 5](#_Toc168000819)

[2.1. Fórmulas de diferenças finitas em 2 pontos 6](#_Toc168000820)

[2.2. Fórmulas de diferenças finitas em 3 pontos 7](#_Toc168000821)

[3. Regras dos trapézios e Simpson 9](#_Toc168000822)

[3.1. Regra dos Trapézios 9](#_Toc168000823)

[3.2. Regra de Simpson 10](#_Toc168000824)

[3.3. Código MatLab 11](#_Toc168000825)

[4. Avaliar se uma função real de duas variáveis reais é harmónica 12](#_Toc168000826)

[5. MáquinaCDI 13](#_Toc168000827)

[6. Conclusão 14](#_Toc168000828)

[7. Bibliografia 15](#_Toc168000829)

[8. Autoavaliação e heteroavaliação 16](#_Toc168000830)

[Figura 1- Fórmula das diferenças regressivas em 2 pontos 6](#_Toc168000582)

[Figura 2 - Fórmula das diferenças progressivas em 2 pontos 6](#_Toc168000583)

[Figura 3 - Fórmula das diferenças progressivas em 3 pontos 7](#_Toc168000584)

[Figura 4 - Fórmula das diferenças regressivas em 3 pontos 7](#_Toc168000585)

[Figura 5 - Fórmula das diferenças centrada em 3 pontos 8](#_Toc168000586)

[Figura 6 - Algoritmo regra dos Trapézios 9](#_Toc168000587)

[Figura 7 - Algoritmo regra de Simpson 10](#_Toc168000588)

[Figura 8 - Regra dos Trapézios Matlab 11](#_Toc168000589)

[Figura 9 - Regra de Simpson MatLab 11](#_Toc168000590)

[Figura 10 - Avaliar se é harmónica MatLab 12](#_Toc168000591)

[Figura 11- Ilustração MaquinaCDI 13](#_Toc168000592)

1. Introdução

No ambito da disciplina de Análise de Matemática II foi nos solicitado a realização de um trabalho com o principal objetivo o cálculo diferencial e integram de funções reais de uma variável real e de duas variáveis reais.

Este relatório está organizado em quatro partes principais, cada uma abordando um aspecto fundamental da análise numérica e cálculo. Os pontos que abordamos são Implementação de Diferenças Finitas onde em *MATLAB* implementaremos funções que calculam as derivadas utilizando métodos de diferenças finitas, implementação das Regras dos Trapézios e Simpson, também teremos avaliação de Funções Harmônicas e por fim baseando na máquina apresentada nas aulas práticas, que serve como uma ferramenta para o cálculo diferencial e integral, esta parte foca em expandir e completar essa máquina. O objetivo é aprimorar as suas capacidades para realizar cálculos diferenciais e integrais de funções reais de uma variável real e de duas variáveis reais. A implementação dessas funcionalidades permitirá uma análise mais abrangente e eficiente das funções.

1. Implementação de funções de Diferenças Finitas

Para compreendermos a derivação numérica, é fundamental entender o conceito de derivada. A derivada de uma função em um ponto pode ser visualizada graficamente com a inclinação da reta tangente à curva da função naquele ponto. É aqui que entra a derivação numérica. A derivação numérica é uma técnica utilizada para estimar a derivada de uma função quando temos apenas um conjunto de pontos discretos pertencentes a essa função. Isso é particularmente útil para funções que não são deriváveis em todo o seu domínio ou cuja derivação é complexa. À medida que o intervalo entre os pontos diminui, o valor da derivada numérica se aproxima do valor real da derivada. Contudo, existe sempre um erro de arredondamento a esse método, mesmo que seja muito pequeno. Uma forma eficaz de minimizar esse erro é utilizar múltiplos pontos para a estimativa.

Assim sendo o objetivo é, portanto, partir de um conjunto de pontos que definem um intervaloe determinar uma função que os represente, ou seja, realizar a interpolação desse conjunto de pontos. Com a função interpolada, podemos então calcular sua derivada e aplicá-la a qualquer ponto dentro do intervalo .

* 1. Fórmulas de diferenças finitas em 2 pontos

Progressivas 🡪

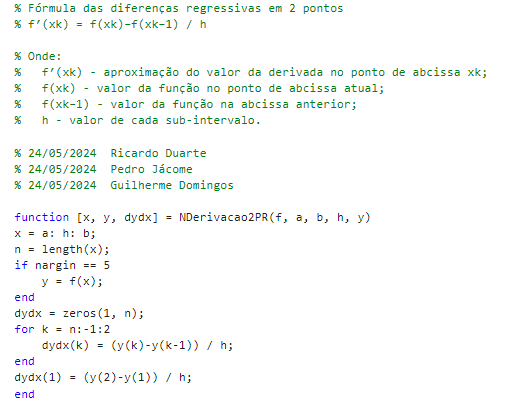
Regressivas 🡪

Figura 1- Fórmula das diferenças regressivas em 2 pontos

Uma imagem com texto, captura de ecrã, Tipo de letra

Descrição gerada automaticamente

Figura 2 - Fórmula das diferenças progressivas em 2 pontos

* 1. Fórmulas de diferenças finitas em 3 pontos

Progressivas 🡪

Regressivas 🡪

Centradas 🡪

Uma imagem com texto, captura de ecrã, Tipo de letra, número

Descrição gerada automaticamente

Figura 3 - Fórmula das diferenças progressivas em 3 pontos

Uma imagem com texto, captura de ecrã, Tipo de letra, documento

Descrição gerada automaticamente

Figura 4 - Fórmula das diferenças regressivas em 3 pontos

Uma imagem com texto, captura de ecrã, Tipo de letra, número

Descrição gerada automaticamente

Figura 5 - Fórmula das diferenças centrada em 3 pontos

1. Regras dos trapézios e Simpson

A integração numérica é uma técnica essencial na análise numérica para calcular integrais definidas quando a função não tem uma derivada simples ou quando os dados são discretos. Dois dos métodos mais comuns são a Regra dos Trapézios e a Regra de Simpson. Vamos explorar ambos os métodos e sua implementação em MATLAB.

* 1. Regra dos Trapézios

A Regra dos Trapézios calcula a integral de uma função num certo intervalo

com base à interpolação polinomial, obtendo assim uma aproximação razoável através dos polinómios. Quantos mais intervalos em [a,b], maior será a sua precisão.

Integração numérica 🡪

Uma imagem com texto, captura de ecrã, Tipo de letra, número

Descrição gerada automaticamente

Figura 6 - Algoritmo regra dos Trapézios

* 1. Regra de Simpson

Como a Regra dos Trapézios, calcula uma aproximação da integral de uma função f, mas desta vez, calcula-o através de um polinómio interpolador de 2ª grau.

Integração numérica 🡪

Uma imagem com texto, captura de ecrã, Tipo de letra, número

Descrição gerada automaticamente

Figura 7 - Algoritmo regra de Simpson

* 1. Código MatLab

Uma imagem com texto, captura de ecrã, Tipo de letra

Descrição gerada automaticamente

Figura 8 - Regra dos Trapézios Matlab

Uma imagem com texto, captura de ecrã, Tipo de letra

Descrição gerada automaticamente

Figura 9 - Regra de Simpson MatLab

1. Avaliar se uma função real de duas variáveis reais é harmónica

Para verificar se uma função é harmônica, calculamos suas segundas derivadas parciais em relação às variáveis independentes e somamos essas derivadas. Se a soma for zero em todos os pontos do domínio, a função é harmônica. Este método chama-se equação de Laplace.

Uma imagem com texto, captura de ecrã, Tipo de letra

Descrição gerada automaticamente

Figura 10 - Avaliar se é harmónica MatLab

1. MáquinaCDI

Com base na máquina representada na figura seguinte, que foi objeto de trabalho nas aulas práticas, ampliamos as suas potencialidades para o cálculo diferencial e integral de funções reais de uma variável real e de duas variáveis reais e implementamos as regras dos trapézios e Simpson. A figura abaixo apresenta a representação visual da MaquinaCDI.

Uma imagem com texto, captura de ecrã, diagrama, Gráfico

Descrição gerada automaticamente

Figura 11- Ilustração MaquinaCDI

1. Conclusão

Em resumo, os métodos numéricos de derivação e integração são ferramentas valiosas para calcular derivadas e integrais de funções de forma aproximada. Embora esses métodos possam fornecer resultados precisos com um número adequado de subintervalos, é importante lembrar que são apenas aproximações e podem conter erros. Portanto, antes de utilizar essas técnicas, é fundamental avaliar sua precisão. No caso específico dos Métodos de Derivação usando as Fórmulas das Diferenças Finitas, observamos que o aumento no número de pontos de diferença finita pode aumentar a precisão da estimativa da derivada.

Concluimos que esta atividade nos ajudou a compreender que os métodos numéricos têm várias aplicações, quer para integrais e para derivadas o que ajuda na resolução de problemas de resolução mais complexa.

1. Bibliografia

Moodle Disciplina - <https://moodle.isec.pt/moodle/course/view.php?id=20386>

# Autoavaliação e heteroavaliação

Como parte desta atividade, realizamos uma análise crítica do nosso desempenho e aprendizado, e com isto consideramos que o nosso trabalho deverá ser autoavaliado em 4.