

LE02-12

Fernanda Oliveira Carneiro de Albuquerque

Questão 1

a) $K(KI(\Delta\Delta))(\Delta a)$

$(\lambda x. \lambda y. x)((\lambda x. \lambda y. x)(\lambda x. x)((\lambda x. xx)(\lambda x. xx))((\lambda x. xx)a))$
Livres

$\xrightarrow{\alpha} (\lambda k. \lambda y. k)((\lambda m. \lambda n. m)(\lambda o. o)((\lambda p. pp)(\lambda q. qq))((\lambda r. rr)a))$

$\xrightarrow{\beta} (\lambda y. ((\lambda m. \lambda n. m)(\lambda o. o)((\lambda p. pp)(\lambda q. qq))((\lambda r. rr)a)))$

$\xrightarrow{\beta} (\lambda m. \lambda n. m)(\lambda o. o)((\lambda p. pp)(\lambda q. qq))$

$\xrightarrow{\beta} (\lambda n. (\lambda o. o))((\lambda p. pp)(\lambda q. qq))$

$\xrightarrow{\beta} \lambda o. o$

forma normal: $\lambda o. o$

Possíveis caminhos:

1) $\xrightarrow{\alpha} (\lambda k. \lambda y. k)((\lambda m. \lambda n. m)(\lambda o. o)((\lambda p. pp)(\lambda q. qq))((\lambda r. rr)a))$

$\xrightarrow{\beta} (\lambda k. \lambda y. k)((\lambda n. \lambda o. o)((\lambda p. pp)(\lambda q. qq))((\lambda r. rr)a))$

$\xrightarrow{\beta} (\lambda k. \lambda y. k)(\lambda o. o)((\lambda r. rr)a)$

$\xrightarrow{\beta} (\lambda y. \lambda o. o)((\lambda r. rr)a)$

$\xrightarrow{\beta} \lambda o. o$

forma normal: $\lambda o. o$

Continuação:

$$2) \xrightarrow{\alpha} (\lambda k. \lambda y. k) ((\lambda m. \lambda n. m) (\lambda o. o) ((\lambda p. pp) (\lambda q. qq))) ((\lambda r. rr) a)$$

$$\xrightarrow{\beta} (\lambda k. \lambda y. k) ((\lambda m. \lambda n. m) (\lambda o. o) ((\lambda q. qq) (\lambda q. qq))) ((\lambda r. rr) a)$$

$$\xrightarrow{\beta} (\lambda k. \lambda y. k) ((\lambda m. \lambda n. m) (\lambda o. o) ((\lambda q. qq) (\lambda q. qq))) (aa)$$

$$\xrightarrow{\beta} (\lambda y. (\lambda m. \lambda n. m) (\lambda o. o) ((\lambda q. qq) (\lambda q. qq))) (aa)$$

$$\xrightarrow{\beta} (\lambda y. (\lambda n. \lambda o. o) ((\lambda q. qq) (\lambda q. qq))) (aa)$$

$$\xrightarrow{\beta} (\lambda y. (\lambda o. o)) (aa)$$

$$\xrightarrow{\beta} \lambda o. o$$

forma normal: $\lambda o. o$

$$3) \xrightarrow{\alpha} (\lambda k. \lambda y. k) ((\lambda m. \lambda n. m) (\lambda o. o) ((\lambda p. pp) (\lambda q. qq))) ((\lambda r. rr) a)$$

$$\xrightarrow{\beta} (\lambda k. \lambda y. k) ((\lambda m. \lambda n. m) (\lambda o. o) ((\lambda p. pp) (\lambda q. qq))) (aa)$$

$$\xrightarrow{\beta} (\lambda k. \lambda y. k) ((\lambda m. \lambda o. o) ((\lambda p. pp) (\lambda q. qq))) (aa)$$

$$\xrightarrow{\beta} (\lambda k. \lambda y. k) (\lambda o. o) (aa)$$

$$\xrightarrow{\beta} (\lambda y. \lambda o. o) (aa)$$

$$\xrightarrow{\beta} \lambda o. o$$

forma normal: $\lambda o. o$

b) $(\lambda a. \lambda b. ab) \Delta I$

$(\lambda a. \lambda b. ab)(\lambda x. xx)(\lambda x. x)$

$\xrightarrow{\alpha} (\lambda k. \lambda L. KL)(\lambda m. mm)(\lambda n. n)$

$\xrightarrow{\beta} (\lambda L. (\lambda m. mm)L)(\lambda n. n)$

$\xrightarrow{\beta} (\lambda m. mm)(\lambda n. n)$

$\xrightarrow{\beta} (\lambda n. n)(\lambda n. n)$

$\xrightarrow{\beta} (\lambda n. n)$

forma normal: $\lambda n. n$

Possíveis caminhos:

1) $\xrightarrow{\alpha} (\lambda k. \lambda L. KL)(\lambda m. mm)(\lambda n. n)$

$\xrightarrow{\beta} (\lambda L. (\lambda m. mm)L)(\lambda n. n)$

$\xrightarrow{\beta} (\lambda L. LL)(\lambda n. n)$

$\xrightarrow{\beta} (\lambda n. n)(\lambda n. n)$

$\xrightarrow{\beta} (\lambda n. n)$

forma normal: $\lambda n. n$

c) SKKAY

$$(\lambda x. \lambda y. \lambda z. (xz)(yz)) (\lambda x. \lambda y. x) (\lambda x. \lambda y. x) (\lambda x. xx) (\lambda f. (\lambda y. f(yx)) (\lambda y. f(yx)))$$

$$\xrightarrow{\alpha} (\lambda k. \lambda l. \lambda m. (km)(lm)) (\lambda n. \lambda o. n) (\lambda p. \lambda q. p) (\lambda r. rr) (\lambda s. (\lambda t. s(tt)) (\lambda u. s(uu)))$$

$$\xrightarrow{\beta} (\lambda k. \lambda m. ((\lambda n. \lambda o. n)m)(lm)) (\lambda p. \lambda q. p) (\lambda r. rr) (\lambda s. (\lambda t. s(tt)) (\lambda u. s(uu)))$$

$$\xrightarrow{\beta} (\lambda m. ((\lambda n. \lambda o. n)m)((\lambda p. \lambda q. p)m)) (\lambda r. rr) (\lambda s. (\lambda t. s(tt)) (\lambda u. s(uu)))$$

$$\xrightarrow{\beta} ((\lambda n. \lambda o. n)(\lambda r. rr)) ((\lambda p. \lambda q. p)(\lambda r. rr)) (\lambda s. (\lambda t. s(tt)) (\lambda u. s(uu)))$$

$$\xrightarrow{\beta} (\lambda o. (\lambda r. rr)) ((\lambda p. \lambda q. p)(\lambda r. rr)) (\lambda s. (\lambda t. s(tt)) (\lambda u. s(uu)))$$

$$\xrightarrow{\beta} (\lambda r. rr) (\lambda s. (\lambda t. s(tt)) (\lambda u. s(uu)))$$

$$\xrightarrow{\beta} (\lambda s. (\lambda t. s(tt)) (\lambda u. s(uu))) (\lambda s. (\lambda t. s(tt)) (\lambda u. s(uu)))$$

$$\xrightarrow{\beta} (\lambda t. (\lambda s. (\lambda t. s(tt)) (\lambda u. s(uu))) (tt)) (\lambda u. (\lambda s. (\lambda t. s(tt)) (\lambda u. s(uu))) (uu))$$

Entra em looping, portanto não possui forma normal.

d) $C(BB)\theta\theta$

$(\lambda x. \lambda y. \lambda z. x y z) ((\lambda x. \lambda y. \lambda z. x (y z)) ((\lambda x. \lambda y. \lambda z. x (y z))) (\lambda x. \lambda y. y (x x y)) (\lambda x. \lambda y. y (x x y)))$

$\alpha \rightarrow (\lambda k. \lambda l. \lambda m. k l m) ((\lambda n. \lambda o. \lambda p. n (o p)) (\lambda q. \lambda r. \lambda s. q (r s))) (\lambda t. \lambda u. u (t t u)) (\lambda v. \lambda w. w (v v w))$

$\beta \rightarrow (\lambda l. \lambda m. ((\lambda n. \lambda o. \lambda p. n (o p)) (\lambda q. \lambda r. \lambda s. q (r s))) l m) (\lambda t. \lambda u. u (t t u)) (\lambda v. \lambda w. w (v v w))$

$\beta \rightarrow (\lambda m. ((\lambda n. \lambda o. \lambda p. n (o p)) (\lambda q. \lambda r. \lambda s. q (r s))) (\lambda t. \lambda u. u (t t u)) m) (\lambda v. \lambda w. w (v v w))$

$\beta \rightarrow ((\lambda n. \lambda o. \lambda p. n (o p)) (\lambda q. \lambda r. \lambda s. q (r s))) (\lambda t. \lambda u. u (t t u)) (\lambda v. \lambda w. w (v v w))$

$\beta \rightarrow ((\lambda o. \lambda p. (\lambda q. \lambda r. \lambda s. q (r s)) (o p)) (\lambda t. \lambda u. u (t t u))) (\lambda v. \lambda w. w (v v w))$

$\beta \rightarrow ((\lambda p. (\lambda q. \lambda r. \lambda s. q (r s)) ((\lambda t. \lambda u. u (t t u)) p))) (\lambda v. \lambda w. w (v v w))$

$\beta \rightarrow ((\lambda q. \lambda r. \lambda s. q (r s)) ((\lambda t. \lambda u. u (t t u)) (\lambda v. \lambda w. w (v v w))))$

$\beta \rightarrow ((\lambda r. \lambda s. ((\lambda t. \lambda u. u (t t u)) (\lambda v. \lambda w. w (v v w))) (r s)))$

$\beta \rightarrow ((\lambda r. \lambda s. ((\lambda u. u ((\lambda v. \lambda w. w (v v w)) (\lambda v. \lambda w. w (v v w)) u) (r s)))$

$\beta \rightarrow ((\lambda r. \lambda s. ((\lambda u. u ((\lambda w. w ((\lambda v. \lambda w. w (v v w)) (\lambda v. \lambda w. w (v v w)) w) u) (r s)))$

Entra em looping, portanto não tem forma normal.