

2ª Lista de Exercícios

Exercícios Resolvidos

1. Identifique nas expressões abaixo aquelas que são λ -expressões:

- a) x Sim, pois é uma variável.
- b) $\lambda b.baabb$ Sim, pois é uma abstração
- c) $((\lambda b.b)(\lambda a.ab))$ Não, pois os parênteses não estão corretos.
- d) $(\lambda b.)y$ Não, pois não possui um termo.
- e) $((\lambda x.\lambda y.y)(\lambda y.yyy))((\lambda i.i)(\lambda a.b))$ Sim, possui aplicações, abstrações e variáveis.

2. Identifique nas expressões abaixo as variáveis livres e conectadas.

- a) $\lambda x.xx$ Ambas conectadas.
- b) $(\lambda b.\lambda a.a)a$ O último a está livre.
- c) $(\lambda x.\lambda y.xx)xa$ As duas últimas variáveis estão livres.
- d) $x(\lambda x.y)x$ Todas as variáveis estão livres.

Exercícios Propostos

1. Justifique porque as expressões abaixo não são λ -expressões:

- a) $x(\lambda y)z$
- b) $(\lambda x.\lambda y.x)((\lambda i.ii)(\lambda b.\lambda c.b)(\lambda b.\lambda c.b))$
- c) λ
- d) $\lambda b.\lambda c$

2. Identifique as variáveis livres e conectadas nas expressões abaixo:

- a) $(\lambda x.xwx)a$
- b) $(\lambda b.\lambda a.a)bayb$
- c) $(\lambda x.yxx)(\lambda a.a)a(xx)$
- d) $\lambda x.\lambda y.x((\lambda i.ii)y(\lambda x.\lambda c.x))((\lambda b.\lambda y.byx))$
- e) $(\lambda x.\lambda y.x)((\lambda i.ii)y(\lambda x.\lambda c.x))((\lambda b.\lambda y.byx))$

3. Um combinador é uma λ -expressão sem variáveis livres. Quais das seguintes expressões são combinadores?

- a) $(\lambda x.xx)(\lambda x.xx)$
- b) $(\lambda x.\lambda y.x((\lambda i.ii)(\lambda b.\lambda c.b)(\lambda b.\lambda c.b)))$
- c) $(\lambda x.\lambda y.x)((\lambda i.ii)y(\lambda x.\lambda c.x))w((\lambda b.\lambda y.byx))$
- d) $(\lambda x.\lambda y.xy)((\lambda x.xxxx)y(\lambda b.\lambda c.bx)(\lambda b.\lambda c.xb))$

Prof. Dr. Rafael Dueire Lins

e-mail: rdl.ufpe@gmail.com

Celular: +55 81 98896-0698

Professor Titular

Centro de Informática
Universidade Federal de Pernambuco
Av. Jornalista Aníbal Fernandes, s/n, CDU
CEP 50.740-560 - Recife - PE, BRASIL
Sala: C124 - 1o andar - Bloco C
Fone: + 55 81 2126-8430 ext: 4305

Professor Adjunto

Departamento de Estatística e Informática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Rua Dom Manoel de Medeiros, s/n, Dois Irmãos
CEP 52.171-900 - Recife - PE, BRASIL
Sala 36 - CEAGRI 2

Exercícios Resolvidos

1. Dados os combinadores,

$$B = \lambda x. \lambda y. \lambda z. x(yz) \quad C = \lambda x. \lambda y. \lambda z. xyz \quad S = \lambda x. \lambda y. \lambda z. (xz)(yz) \quad K = \lambda x. \lambda y. x$$

Reduza as seguintes expressões à forma $\beta\eta$ -normal:

a) BCC

$$\begin{aligned} (\lambda x. \lambda y. \lambda z. x(yz))C &\rightarrow^\beta (\lambda y. \lambda z. C(yz))C \\ &\rightarrow^\beta (\lambda z. C(Cz)) \\ &= \lambda z. (\lambda x. \lambda y. \lambda z. xyz) (Cz) \\ &\rightarrow^\alpha \lambda z. (\lambda x. \lambda y. \lambda a. xya) (Cz) \\ &\rightarrow^\beta \lambda z. \lambda y. \lambda a. (Cz)ya \\ &= \lambda z. \lambda y. \lambda a. ((\lambda x. \lambda y. \lambda z. xyz)z)ya \\ &\rightarrow^\alpha \rightarrow^\alpha \lambda z. \lambda y. \lambda a. ((\lambda x. \lambda u. \lambda v. xuv)z)ya \\ &\rightarrow^\beta \lambda z. \lambda y. \lambda a. (\lambda u. \lambda v. zuv)ya \\ &\rightarrow^\beta \lambda z. \lambda y. \lambda a. (\lambda v. zv)ya \\ &\rightarrow^\beta \lambda z. \lambda y. \lambda a. zya \\ &\rightarrow^\eta \lambda z. \lambda y. zy \\ &\rightarrow^\eta \lambda z. z \end{aligned}$$

b) SKBC

$$\begin{aligned} (\lambda x. \lambda y. \lambda z. (xz)(yz))KBC &\rightarrow^\beta (\lambda y. \lambda z. (Kz)(yz))BC \\ &\rightarrow^\beta (\lambda z. (Kz)(Bz))C \\ &\rightarrow^\beta (KC)(BC) \\ &= (\lambda x. \lambda y. x) C (BC) \\ &\rightarrow^\beta (\lambda y. C) (BC) \\ &\rightarrow^\beta C \end{aligned}$$

c) SKK

$$\begin{aligned} (\lambda x. \lambda y. \lambda z. (xz)(yz))KK &\rightarrow^\beta (\lambda y. \lambda z. (Kz)(yz))K \\ &\rightarrow^\beta \lambda z. (Kz)(Kz) \\ &= \lambda z. ((\lambda x. \lambda y. x)z)((\lambda x. \lambda y. x)z) \\ &\rightarrow^\beta \lambda z. ((\lambda y. z)(\lambda y. z)) \\ &\rightarrow^\beta \lambda z. z \end{aligned}$$



Exercícios Propostos

1. Dados os combinadores,

$$\begin{aligned} B &= \lambda x. \lambda y. \lambda z. x(yz) & C &= \lambda x. \lambda y. \lambda z. xyz & S &= \lambda x. \lambda y. \lambda z. (xz)(yz) & K &= \lambda x. \lambda y. x \\ \Delta &= \lambda x. xx & Y &= \lambda f. (\lambda y. f(yy)) (\lambda y. f(yy)) & I &= \lambda x. x & \Theta &= \lambda x. \lambda y. y (xxy) \end{aligned}$$

Leve as expressões abaixo a forma normal, se elas existirem, apresentando todos os possíveis caminhos. Saliente o caminho de CR-II.

- a) $(\lambda a. \lambda b. a) (\lambda a. a.ba) b ((\lambda a. aaa) (\lambda a. aa))$
- b) $(\lambda a. \lambda b. b) ((\lambda b. \lambda a. ab) b) ((\lambda a. aba) (\lambda a. aa))$
- c) $(\lambda a. \lambda b. ab) \Delta I$
- d) $S K K \Delta$
- e) $Y (K I)$
- f) $(\lambda a. \lambda b. \lambda c. \lambda d. dabbcc) \lambda x. x K (\lambda x. \lambda y. xy)$
- g) $B K (I K) (S (\Theta \Theta) I (\Theta \Theta))$
- h) $Y (Y Y) K C B I (K I)$

2. Mostre que:

- a) $S K K \rightarrow^{\eta} I$
- b) $\lambda x. (\lambda y. Iy) x \rightarrow^{\eta} \lambda x. I (\lambda y. xy)$

Professor Titular

Centro de Informática
Universidade Federal de Pernambuco
Av. Jornalista Aníbal Fernandes, s/n, CDU
CEP 50.740-560 - Recife – PE, BRASIL
Sala: C124 - 1o andar - Bloco C
Fone: + 55 81 2126-8430 ext: 4305

Professor Adjunto

Departamento de Estatística e Informática
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Rua Dom Manoel de Medeiros, s/n, Dois Irmãos
CEP 52.171-900 - Recife - PE, BRASIL
Sala 36 - CEAGRI 2