

Compiladores

Recursividade no λ -Cálculo

Resolução da 3ª Lista de Exercícios



Rafael Dueire Lins

Professor Titular
de Informática
Universidade Federal de Pernambuco

Professor Adjunto
Departamento de Computação
Universidade Federal Rural de Pernambuco



3ª Lista de Exercícios

a) Traduza o script abaixo para o λ -cálculo enriquecido com constantes e operações aritméticas $+$, $-$, $*$ sendo **pós-fixas** usando rótulos.

apply f x = (f x)

apply f x = (f x)

suc n = n+1

suc n = n1+

pred n = n-1

pred n = n1-

fid n = if n \leq 3 then 1 else (fid (n-1)+fid(n-2))

fid n = if (n3 \leq) then 1 else ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +)

Recursividade usando Rótulos no λ -Cálculo

Num PF temos várias definições de funções (*script*) e uma expressão para avaliar.

def $x_1 = \Theta_1$

def $x_2 = \Theta_2$

....

def $x_n = \Theta_n$ in δ

pode ser representado no λ -Cálculo por:

$(\dots((\lambda x_1. \lambda x_2 \dots \lambda x_n \delta) \Theta_1 \Theta_2) \dots) \Theta_n$

3ª Lista de Exercícios

a) Traduza o script abaixo para o λ -cálculo enriquecido com constantes e operações aritméticas $+$, $-$, $*$ sendo **pós-fixas usando rótulos**.

apply f x = (f x)

apply f x = (f x)

apply $\rightarrow \lambda f. \lambda x. (f x)$

suc n = n+1

suc n = n1+

suc $\rightarrow \lambda n. n1+$

pred n = n-1

pred n = n1-

pred $\rightarrow \lambda n. n1-$

fid n = if $n \leq 3$ then 1 else (fid (n-1)+fid(n-2))

fid n = if $(n3 \leq)$ then 1 else ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +)

fid $\rightarrow \lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +)$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

apply $\rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

suc $\rightarrow \lambda n. n1+$

pred $\rightarrow \lambda n. n1-$

fid $\rightarrow \lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +)$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

apply $\rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

suc $\rightarrow \lambda n. n1+$

pred $\rightarrow \lambda n. n1-$

fid $\rightarrow \lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +)$

($\lambda \text{apply.}$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

apply $\rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

suc $\rightarrow \lambda n. n1+$

pred $\rightarrow \lambda n. n1-$

fid $\rightarrow \lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +)$
($\lambda \text{apply}. \lambda \text{suc}.$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

apply $\rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

suc $\rightarrow \lambda n. n1+$

pred $\rightarrow \lambda n. n1-$

fid $\rightarrow \lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +)$
($\lambda \text{apply}. \lambda \text{suc}. \lambda \text{pred}.$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

apply $\rightarrow \lambda f.\lambda x.(f\ x)$

suc $\rightarrow \lambda n.n1+$

pred $\rightarrow \lambda n.n1-$

fid $\rightarrow \lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +)$
($\lambda\text{apply}.\lambda\text{suc}.\lambda\text{pred}.\lambda\text{fid}.$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

apply $\rightarrow \lambda f.\lambda x.(f\ x)$

suc $\rightarrow \lambda n.n1+$

pred $\rightarrow \lambda n.n1-$

fid $\rightarrow \lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +)$

($\lambda\text{apply}.\lambda\text{suc}.\lambda\text{pred}.\lambda\text{fid}.$ apply fid (suc 3))

rótulos

Expressão a ser avaliada

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

apply $\rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

suc $\rightarrow \lambda n. n1+$

pred $\rightarrow \lambda n. n1-$

fid $\rightarrow \lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid\ (n1-))\ (fid(n2-))\ +)$

$(\lambda apply. \lambda suc. \lambda pred. \lambda fid. apply\ fid\ (suc\ 3)) (\lambda f. \lambda x. (f\ x))$

Corpo de apply

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

apply $\rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

suc $\rightarrow \lambda n. n1+$

pred $\rightarrow \lambda n. n1-$

fid $\rightarrow \lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid\ (n1-))\ (fid(n2-))\ +)$

$(\lambda apply. \lambda suc. \lambda pred. \lambda fid. apply\ fid\ (suc\ 3)) ((\lambda f. \lambda x. (f\ x)) (\lambda n. n1+))$

Corpo de suc

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

apply $\rightarrow \lambda f.\lambda x.(f\ x)$

suc $\rightarrow \lambda n.n1+$

pred $\rightarrow \lambda n.n1-$

fid $\rightarrow \lambda n.(n3\leq) 1 ((fid\ (n1-))\ (fid(n2-))\ +)$

$(\lambda apply.\lambda suc.\lambda pred.\lambda fid.\ apply\ fid\ (suc\ 3))((\lambda f.\lambda x.(f\ x))\ (\lambda n.n1+))$

$(\lambda n.n1-)$

Corpo de pred

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

apply $\rightarrow \lambda f.\lambda x.(f\ x)$

suc $\rightarrow \lambda n.n1+$

pred $\rightarrow \lambda n.n1-$

fid $\rightarrow \lambda n.(n3\leq) 1 ((fid\ (n1-))\ (fid(n2-))\ +)$

$(\lambda apply.\lambda suc.\lambda pred.\lambda fid.\ apply\ fid\ (suc\ 3))((\lambda f.\lambda x.(f\ x))\ (\lambda n.n1+))$

$(\lambda n.n1-)\ (\lambda n.(n3\leq) 1 ((fid\ (n1-))\ (fid(n2-))\ +))$

Corpo de fid

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

apply $\rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

suc $\rightarrow \lambda n. n1+$

pred $\rightarrow \lambda n. n1-$

fid $\rightarrow \lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +)$

$(\lambda \text{apply}. \lambda \text{suc}. \lambda \text{pred}. \lambda \text{fid}. \text{apply fid (suc 3)}) (\lambda f. \lambda x. (f\ x))$

$(\lambda n. n1+) (\lambda n. n1-) (\lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

$(\lambda \text{apply}. \lambda \text{suc}. \lambda \text{pred}. \lambda \text{fid}. \text{apply fid (suc 3)}) ((\lambda f. \lambda x. (f\ x))$
 $(\lambda n. n1+) (\lambda n. n1-) (\lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

$(\lambda \text{apply}.\lambda \text{suc}.\lambda \text{pred}.\lambda \text{fid}.\text{apply fid (suc 3)})(\lambda f.\lambda x.(f x))$
 $(\lambda n.n1+) (\lambda n.n1-) (\lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))$

$\beta \rightarrow (\lambda \text{suc}.\lambda \text{pred}.\lambda \text{fid}.\lambda f.\lambda x.(f x)) \text{fid (suc 3)} (\lambda n.n1+) (\lambda n.n1-)$
 $(\lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

$(\lambda \text{apply}.\lambda \text{suc}.\lambda \text{pred}.\lambda \text{fid}.\text{apply fid (suc 3)})(\lambda f.\lambda x.(f x))$
 $(\lambda n.n1+) (\lambda n.n1-) (\lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))$

$\beta \rightarrow (\lambda \text{suc}.\lambda \text{pred}.\lambda \text{fid}.\lambda f.\lambda x.(f x)) \text{fid (suc 3)} (\lambda n.n1+) (\lambda n.n1-)$
 $(\lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))$

$\beta \rightarrow (\lambda \text{pred}.\lambda \text{fid}.\lambda f.\lambda x.(f x)) \text{fid } ((\lambda n.n1+) 3) (\lambda n.n1-) (\lambda n.(n3\leq) 1$
 $((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

$(\lambda \text{apply}.\lambda \text{suc}.\lambda \text{pred}.\lambda \text{fid}.\text{apply fid (suc 3)})(\lambda f.\lambda x.(f x))$
 $(\lambda n.n1+)(\lambda n.n1-)(\lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid (n1-)})(\text{fid(n2-)})) +))$

$\beta \rightarrow (\lambda \text{suc}.\lambda \text{pred}.\lambda \text{fid}.\lambda f.\lambda x.(f x)) \text{fid (suc 3)})(\lambda n.n1+)(\lambda n.n1-)$
 $(\lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid (n1-)})(\text{fid(n2-)})) +))$

$\beta \rightarrow (\lambda \text{pred}.\lambda \text{fid}.\lambda f.\lambda x.(f x)) \text{fid ((}\lambda n.n1+ \text{) 3)})(\lambda n.n1-)(\lambda n.(n3\leq) 1$
 $((\text{fid (n1-)})(\text{fid(n2-)})) +))$

$\beta \rightarrow (\lambda \text{fid}.\lambda f.\lambda x.(f x)) \text{fid ((}\lambda n.n1+ \text{) 3)})(\lambda n.(n3\leq) 1$
 $((\text{fid (n1-)})(\text{fid(n2-)})) +))$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

$(\lambda \text{apply}.\lambda \text{suc}.\lambda \text{pred}.\lambda \text{fid}.\text{apply fid (suc 3)})(\lambda f.\lambda x.(f x))$
 $(\lambda n.n1+)(\lambda n.n1-)(\lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid (n1-)})(\text{fid(n2-)})) +))$

$\beta \rightarrow (\lambda \text{suc}.\lambda \text{pred}.\lambda \text{fid}.\lambda f.\lambda x.(f x)) \text{fid (suc 3)})(\lambda n.n1+)(\lambda n.n1-)$
 $(\lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid (n1-)})(\text{fid(n2-)})) +))$

$\beta \rightarrow (\lambda \text{pred}.\lambda \text{fid}.\lambda f.\lambda x.(f x)) \text{fid ((}\lambda n.n1+ \text{) 3)})(\lambda n.n1-)(\lambda n.(n3\leq) 1$
 $((\text{fid (n1-)})(\text{fid(n2-)})) +))$

$\beta \rightarrow (\lambda \text{fid}.\lambda f.\lambda x.(f x)) \text{fid ((}\lambda n.n1+ \text{) 3)})(\lambda n.(n3\leq) 1$
 $((\text{fid (n1-)})(\text{fid(n2-)})) +))$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

$\beta \rightarrow ((\lambda f. \lambda x. (f x)) ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +))$
 $((\lambda n. n1+) 3))$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

$\beta \rightarrow ((\lambda f. \lambda x. (f x)) ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +))$
 $((\lambda n. n1+) 3))$

$\beta \rightarrow (\lambda x. ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +))) ((\lambda n. n1+) 3))$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

$\beta \rightarrow ((\lambda f. \lambda x. (f x)) ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))$
 $((\lambda n. n1+) 3))$

$\beta \rightarrow (\lambda x. ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) ((\lambda n. n1+) 3))$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

$\beta \rightarrow ((\lambda f. \lambda x. (f x)) ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))$
 $((\lambda n. n1+) 3))$

$\beta \rightarrow (\lambda x. ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) ((\lambda n. n1+) 3))$

$\beta \rightarrow (\lambda x. ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) (31+)$

$+ \rightarrow (\lambda x. ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +)) x) 4$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

$\beta \rightarrow ((\lambda f. \lambda x. (f x)) ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +)) ((\lambda n. n1+) 3)))$

$\beta \rightarrow (\lambda x. ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +)) ((\lambda n. n1+) 3)))$

$\beta \rightarrow (\lambda x. ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +)) (31+))$

$+ \rightarrow (\lambda x. ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +)) x) 4$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

$\beta \rightarrow ((\lambda f. \lambda x. (f x)) ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +)) ((\lambda n. n1+) 3)))$

$\beta \rightarrow (\lambda x. ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +)) ((\lambda n. n1+) 3)))$

$\beta \rightarrow (\lambda x. ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +)) (31+))$

$+ \rightarrow (\lambda x. ((\lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +)) x) 4$

$\beta \rightarrow (\lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +) 4$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

$\beta \rightarrow (\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +) 4$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

$\beta \rightarrow (\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +) 4$

$\beta \rightarrow (43 \leq) 1 ((\text{fid } (41-)) (\text{fid}(42-)) +)$

$\leq \rightarrow (\text{fid } (41-)) (\text{fid}(42-)) +$

$- \rightarrow (\text{fid } 3) (\text{fid } 2-) +$

O rótulo de **fid** atinge a posição mais externa e à esquerda do Código, logo a definição de **fid** é chamada.

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

fid $\rightarrow ((\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +) 3) (\text{fid}2) +$

fid $\rightarrow ((\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +) 3) (\text{fid}2) +$

fid $\rightarrow ((33 \leq) 1 ((\text{fid } (31-)) (\text{fid}(32-)) +)) (\text{fid}2) +$

$\leq \rightarrow 1 (\text{fid}2) +$

Novamente, o rótulo de fid atinge a posição mais externa e à esquerda do Código, logo a definição de fid é chamada.

fid $\rightarrow 1 ((\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +) 2) +$

b) Avalie passo-a-passo a expressão apply fid (suc 3)

fid $\rightarrow 1 ((\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +) 2) +$

$\beta \rightarrow 1 ((23 \leq) 1 ((\text{fid } (21-)) (\text{fid}(22-)) +) +$

$\leq \rightarrow 1 1 +$

$+ \rightarrow 2$

Forma normal!

3ª Lista de Exercícios

c) Traduza o script abaixo para o λ -cálculo enriquecido com constantes e operações aritméticas $+$, $-$, $*$ sendo **pós-fixas** usando o operador de ponto-fixado.

apply f x = (f x)

apply f x = (f x)

suc n = n+1

suc n = n1+

pred n = n-1

pred n = n1-

fid n = if $n \leq 3$ then 1 else (fid (n-1)+fid(n-2))

fid n = if ($n3 \leq$) then 1 else ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +)

3ª Lista de Exercícios

a) Traduza o script abaixo para o λ -cálculo enriquecido com constantes e operações aritméticas $+$, $-$, $*$ sendo **pós-fixas** usando o operador de ponto-fixado.

apply f x = (f x)

apply f x = (f x)

apply $\rightarrow \lambda f. \lambda x. (f x)$

suc n = n+1

suc n = n1+

suc $\rightarrow \lambda n. n1+$

pred n = n-1

pred n = n1-

pred $\rightarrow \lambda n. n1-$

fid n = if $n \leq 3$ then 1 else (fid (n-1)+fid(n-2))

fid n = if ($n3 \leq$) then 1 else ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +)

fid $\rightarrow Y (\lambda fid. \lambda n. (n3 \leq) 1 ((fid (n1-)) (fid(n2-)) +))$

d) Avalie apply fid (suc 3) usando o operador de Ponto-fixo

apply $\rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

suc $\rightarrow \lambda n. n1+$

pred $\rightarrow \lambda n. n1-$

fid $\rightarrow Y (\lambda fid. \lambda n. (n3 \leq 1 ((fid\ (n1-)) (fid(n2-)) +))$

d) Avalie apply fid (suc 3) usando o operador de Ponto-fixo

apply $\rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

suc $\rightarrow \lambda n. n1+$

pred $\rightarrow \lambda n. n1-$

fid $\rightarrow Y (\lambda fid. \lambda n. (n3 \leq 1 ((fid\ (n1-)) (fid(n2-)) +))$

$(\lambda apply.$

d) Avalie apply fid (suc 3) usando o operador de Ponto-fixo

$\text{apply} \rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

$\text{suc} \rightarrow \lambda n. n1+$

$\text{pred} \rightarrow \lambda n. n1-$

$\text{fid} \rightarrow Y (\lambda \text{fid}. \lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid}\ (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))$
 $(\lambda \text{apply}. \lambda \text{suc}.$

d) Avalie apply fid (suc 3) usando o operador de Ponto-fixo

$\text{apply} \rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

$\text{suc} \rightarrow \lambda n. n1+$

$\text{pred} \rightarrow \lambda n. n1-$

$\text{fid} \rightarrow Y (\lambda \text{fid}. \lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid}\ (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))$
 $(\lambda \text{apply}. \lambda \text{suc}. \lambda \text{pred}.$

d) Avalie apply fid (suc 3) usando o operador de Ponto-fixo

$\text{apply} \rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

$\text{suc} \rightarrow \lambda n. n1+$

$\text{pred} \rightarrow \lambda n. n1-$

$\text{fid} \rightarrow Y\ (\lambda \text{fid}. \lambda n. (n3 \leq) 1\ ((\text{fid}\ (n1-))\ (\text{fid}(n2-))\ +))$
 $(\lambda \text{apply}. \lambda \text{suc}. \lambda \text{pred}. \lambda \text{fid}.$

d) Avalie apply fid (suc 3) usando o operador de Ponto-fixo

$\text{apply} \rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

$\text{suc} \rightarrow \lambda n. n1+$

$\text{pred} \rightarrow \lambda n. n1-$

$\text{fid} \rightarrow Y\ (\lambda \text{fid}. \lambda n. (n3 \leq) 1\ ((\text{fid}\ (n1-))\ (\text{fid}(n2-))\ +))$

$(\lambda \text{apply}. \lambda \text{suc}. \lambda \text{pred}. \lambda \text{fid}.$ apply fid (suc 3))

rótulos

Expressão a ser avaliada

d) Avalie apply fid (suc 3) usando o operador de Ponto-fixo

$\text{apply} \rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

$\text{suc} \rightarrow \lambda n. n1+$

$\text{pred} \rightarrow \lambda n. n1-$

$\text{fid} \rightarrow Y (\lambda \text{fid}. \lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid}\ (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))$

$(\lambda \text{apply}. \lambda \text{suc}. \lambda \text{pred}. \lambda \text{fid}. \text{apply}\ \text{fid}\ (\text{suc}\ 3)) (\lambda f. \lambda x. (f\ x))$

Corpo de apply

d) Avalie apply fid (suc 3) usando o operador de Ponto-fixo

$\text{apply} \rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

$\text{suc} \rightarrow \lambda n. n1+$

$\text{pred} \rightarrow \lambda n. n1-$

$\text{fid} \rightarrow Y (\lambda \text{fid}. \lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid}\ (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))$

$(\lambda \text{apply}. \lambda \text{suc}. \lambda \text{pred}. \lambda \text{fid}. \text{apply}\ \text{fid}\ (\text{suc}\ 3)) ((\lambda f. \lambda x. (f\ x)) (\lambda n. n1+))$

Corpo de suc

d) Avalie apply fid (suc 3) usando o operador de Ponto-fixo

$\text{apply} \rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

$\text{suc} \rightarrow \lambda n. n1+$

$\text{pred} \rightarrow \lambda n. n1-$

$\text{fid} \rightarrow Y (\lambda \text{fid}. \lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid}\ (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))$

$(\lambda \text{apply}. \lambda \text{suc}. \lambda \text{pred}. \lambda \text{fid}. \text{apply}\ \text{fid}\ (\text{suc}\ 3))((\lambda f. \lambda x. (f\ x)) (\lambda n. n1+))$

$(\lambda n. n1-)$

Corpo de pred

d) Avalie apply fid (suc 3) usando o operador de Ponto-fixo

$\text{apply} \rightarrow \lambda f. \lambda x. (f\ x)$

$\text{suc} \rightarrow \lambda n. n1+$

$\text{pred} \rightarrow \lambda n. n1-$

$\text{fid} \rightarrow Y (\lambda \text{fid}. \lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid}\ (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))$

$(\lambda \text{apply}. \lambda \text{suc}. \lambda \text{pred}. \lambda \text{fid}. \text{apply}\ \text{fid}\ (\text{suc}\ 3))((\lambda f. \lambda x. (f\ x)) (\lambda n. n1+))$

$(\lambda n. n1-) (Y (\lambda \text{fid}. \lambda n. (n3 \leq) 1 ((\text{fid}\ (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +)))$

Corpo de fid

d) Avalie apply fid (suc 3) usando o operador de Ponto-fixo

$(\lambda \text{apply}.\lambda \text{suc}.\lambda \text{pred}.\lambda \text{fid}.\text{apply fid (suc 3)})(\lambda f.\lambda x.(f\ x))$
 $(\lambda n.n1+)(\lambda n.n1-)(Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid (n1-)) (fid(n2-)) +))))$

$\sim\beta \rightarrow (\lambda \text{fid}.\lambda f.\lambda x.(f\ x)) \text{fid } ((\lambda n.n1+) 3)) (Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3\leq) 1$
 $((\text{fid (n1-)) (fid(n2-)) +))))$

$\beta \rightarrow ((\lambda f.\lambda x.(f\ x)) (Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid (n1-)) (fid(n2-)) +))))$
 $((\lambda n.n1+) 3))$

d) Avalie apply fid (suc 3) usando o operador de Ponto-fixo

$\beta \rightarrow (\lambda f.\lambda x.(f\ x)) (Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid (n1-)) (fid(n2-)) +))))$
 $((\lambda n.n1+) 3))$

$\sim\beta \rightarrow (\lambda f.\lambda x.(f\ x)) (Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid (n1-)) (fid(n2-)) +)))) 4$

$\sim\beta \rightarrow (Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid (n1-)) (fid(n2-)) +)))) 4$

$Y \rightarrow (\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid (n1-)) (fid(n2-)) +))))$
 $(Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3\leq) 1 ((\text{fid (n1-)) (fid(n2-)) +)))) 4$

d) Avalie apply fid (suc 3) usando o operador de Ponto-fixo

$$\begin{aligned}
 Y &\rightarrow (\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) \\
 &\quad (Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) 4 \\
 \beta &\rightarrow (\lambda n.(n3 \leq) 1 (((Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) (n1-)) \\
 &\quad (Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) (n2-)) +) 4 \\
 \beta &\rightarrow (43 \leq) 1 (((Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) (41-)) \\
 &\quad (Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) (42-)) +))) \\
 \beta &\rightarrow (((Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) 3) \\
 &\quad (Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) 2)) +)))
 \end{aligned}$$

d) Avalie apply fid (suc 3) usando o operador de Ponto-fixo

$$\begin{aligned}
 \beta &\rightarrow (((Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) 3) \\
 &\quad (Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) 2)) +))) \\
 Y &\rightarrow (\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) \\
 &\quad (((Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) 3) \\
 &\quad (Y(\lambda \text{fid}.\lambda n.(n3 \leq) 1 ((\text{fid } (n1-)) (\text{fid}(n2-)) +))) 2)) +)))
 \end{aligned}$$



Compiladores

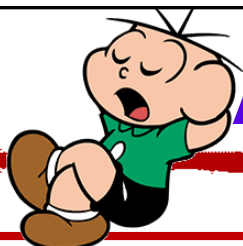
Recursividade no λ -Cálculo

Resolução da 3ª Lista de Exercícios

Rafael Dueire Lins

Professor Titular
Centro de Informática
Universidade Federal de Pernambuco

Professor Adjunto
Departamento de Computação
Universidade Federal Rural de Pernambuco



Avisos Importantes!!!

- O material didático desta disciplina foi desenvolvido pelo autor para ensino em universidades públicas e sem fins lucrativos de nenhuma natureza.
- Sempre que possível, o autor faz referência explícita às suas fontes.
- O autor agradece a todas as suas fontes e lembra que qualquer uso deste material com fins lucrativos deve observar a legislação autoral pertinente.
- A reutilização parcial ou total deste material deve ser autorizada pelo autor.
- O personagem “Cebolinha” é propriedade dos Estúdios Maurício de Souza.
- A música utilizada na abertura é o maracatu “É de Tororó” de Capiba (Lourenço da Fonseca Barbosa), interpretado por Elyanna Caldas.



Compiladores

Recursividade no λ -Cálculo

Resolução da 3ª Lista de Exercícios

Rafael Dueire Lins



Professor Titular
de Informática
Universidade Federal de Pernambuco

Professor Adjunto
Departamento de Computação
Universidade Federal Rural de Pernambuco

