

# 动态规划怎么又来了？

今日目标：

1：完成背包系列题目

2：完成打家劫舍系列题目

## 背包系列

要论经典的动态规划问题，首先想到的就是背包问题，其实背包又分很多种，大多数人首先遇到的其实是背包中的0-1背包。

### 1、0-1背包

#### 1.1、问题描述

给你一个可放总重量为  $W$  的背包和  $N$  个物品，对每个物品，有重量  $w$  和价值  $v$  两个属性，那么第  $i$  个物品的重量为  $w[i]$ ，价值为  $v[i]$ 。现在让你用这个背包装物品，每种物品可以选0个或1个，问最多能装的价值是多少？

```
1  示例：
2
3  输入：W = 5, N = 3
4      w = [3, 2, 1], v = [5, 2, 3]
5  输出：8
6  解释：选择 i=0 和 i=2 这两件物品装进背包。它们的总重量 4 小于 w，同时可以获得最大价值 8。
```

创建：`com.itheima.dp.BackPack`，便于实现

#### 1.2、算法分析和实现

1、首先想能否对 $w$ 和 $v$ 排序？

答案是不能，因为一旦重新排序后， $w[i]$  和  $v[i]$  对应的不一定是同一个物品了。

2、一看到最多的价值，判断出这是一个最优化问题，首先想到贪心。那么贪心算法的局部最优能解决我们的问题吗？

事实上不太能，因为如果按照贪心算法来解的话，每次都找价值最大的，且重量在合理范围内。因为可能涉及到要对价值数组 $v$ 进行排序，而本题如果排序是不可行的。另外贪心的局部最优不见得能保证全局最优。

3、要获得整体最优解，我们貌似只能进行穷举，既然涉及到穷举我们就要优先想是否能用动态规划来解决这个问题。因此首先判断该题是否满足动态规划的特征呢？

1：是否具有重叠子问题，对于 0-1 背包问题来说，即便我们不画出求解树，也能很容易看出在穷举的过程中存在重复计算的问题。这是因为各种排列组合间肯定存在重叠子问题的情况

2：无后效性：当我们选定了一个物品后，它的重量与价值就随即确定了，后续选择的物品不会对当前这个选择产生副作用。因此，该问题无后效性；

3: 最优子结构: 当我们选定了一个物品后, 继续做决策时, 我们是可以使用之前计算的重量和价值的, 也就是说后续的计算可以通过前面的状态推导出来。因此, 该问题存在最优子结构。

4、既然可以用动态规划解决, 下面按照动态规划思路来求解

1: 寻找状态参数,

在原问题和子问题之间发生变化的变量,

- 1 当我们把某个物品  $i$  放入 背包中后,
- 2 1、背包内物品的数量  $n$  在增加, 可选择物品在减少, 它是一个变量;  $n$  增加到题设条件  $N$  时可选择物品为 0,
- 3
- 4 2、背包的重量在增加, 即背包剩余还能装下的重量  $w$  在减少, 它也是一个变量;  $w$  减到 0 意味着不能在装物品了

因此, 当前背包内的物品数量  $N$  和背包还能装下的重量  $W$  就是这个动态规划问题的状态参数。

2、如何决策/选择, 决策无非就是该不该把当前这个物品放入背包中: 放怎么样, 不放怎么样  
有了状态和选择, 拿以前的框架先套一下

```
1 for 状态1 in 状态1的所有取值:
2   for 状态2 in 状态2的所有取值:
3     for ...
4       dp[状态1][状态2][...] = 择优(选择1, 选择2...)
```

3、明确 dp 数组的定义

**dp 数组是什么? 其实就是用于存储状态信息的, 存储的值就是我们想要的结果 (一般就是题目要求返回的数据)。**

现在的状态有两个, 也就是说我们需要一个二维 dp 数组, 一维表示可选择的物品, 一维表示背包的容量。

**$dp[i][w]$  的定义如下: 对于前  $i$  个物品, 当前背包的容量为  $w$ , 这种情况下可以装的最大价值是  $dp[i][w]$ 。**

- 1 比如说, 如果  $dp[3][5] = 8$ , 其含义为: 对于给定的一系列物品中, 若只对前 3 个物品进行选择, 当背包容量为 5 时, 最多可以装下的价值为 8。
- 2
- 3 为什么要这么定义? 便于状态转移, 或者说这就是套路, 记下来就行了。

		W=5, N=3					
		w={3, 2, 1}	v={5, 2, 3}				
				背包容量w			
		0	1	2	3	4	5
物品数量i	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	5	5	5
	2	0	0	2	5	5	7
	3	0	3	3	5	8	8

根据这个定义，我们想求的最终答案就是  $dp[N][W]$ 。

此时可以细化我们的动归框架：

```

1  int dp[N+1][W+1]
2
3  for i in [1..N]:
4      for w in [1..W]:
5          dp[i][w] = max( 把物品 i 装进背包 , 不把物品 i 装进背包 )
6  return dp[N][W]
```

#### 4、寻找初始化状态，

任何穷举算法（包括递归在内）都需要一个终止条件，这个所谓的终止条件，就是我们在动态规划解法当中的最初子问题，因此我们将其称作初始化状态。

```

1  在 0-1 背包中，这个终止条件是什么呢？
2  1、当背包的剩余容量为0 或者 物品的数量为0 时要终止执行。
3
4  即：不选物品（物品数量为0），或者 背包容量为0
5
6  初始化状态就是  $dp[0][..] = dp[..][0] = 0$ ，因为没有物品或者背包没有空间的时候，能装的最大价值就是0。
```

```

1  //初始条件:
2  dp[0][..] = 0
3  dp[..][0] = 0
```

#### 5、思考状态转移逻辑

简单说就是，上面伪码中「把物品  $i$  装进背包」和「不把物品  $i$  装进背包」怎么用代码体现出来

刚刚分析到： $dp[i][w]$  表示：对于前  $i$  个物品，当前背包的容量为  $w$  时，这种情况下可以装下的最大价值是  $dp[i][w]$

1、如果你没有把这第  $i$  个物品装入背包，那么很显然，最大价值  $dp[i][w]$  应该等于  $dp[i-1][w]$ 。你不装嘛，那就继承之前的结果，即前  $(i-1)$  个物品在当前容量  $w$  下的最大价值。

- 1 不把该物品  $i$  放入背包的原因是：
- 2 1、背包剩余的容量  $<$  该物品  $i$  的重量，物品  $i$  想放放不进去，只能不装
- 3 2、背包剩余的容量  $>$  该物品  $i$  的重量，物品  $i$  可以放进去，但可以选择装不进去

2、如果你把这第  $i$  个物品装入了背包，那么最大价值  $dp[i][w]$  应该等于  $dp[i-1][w - w[i-1]] + v[i-1]$ 。

- 1 其中不太好理解的就是：`dp[i-1][w-w[i-1]]` 和 `v[i-1]`
- 2
- 3 现在我们想装第  $i$  个物品，并计算这时候的最大价值，我们去找它的子问题
- 4 显然，我们应该寻求前  $i-1$  个物品在剩余重量  $w-w[i-1]$  限制下能装的最大价值，加上第  $i$  个物品的价值  $v[i-1]$ ，这就是装第  $i$  个物品后背包可以装的最大价值。
- 5
- 6  $w$  数组和  $v$  数组的下标都取  $i-1$  的原因是  $i$  是从 1 开始的。

综上所述就是两种选择，我们都已经分析完毕，也就是写出来了状态转移方程，可以进一步细化代码：

```
1 for i in [1..N]:
2     for w in [1..W]:
3         dp[i][w] = max( dp[i-1][w] , dp[i-1][w - w[i-1]] + v[i-1] )
4 return dp[N][W]
```

6、把状态转移方程翻译成代码，并处理细节

```
1 package com.itheima.dp;
2
3 /**
4  * Created by 传智教育*黑马程序员.
5  */
6 public class Backpack {
7
8
9     public int dp(int[] wt,int[] v,int N,int W) {
10         //1.创建dp数组
11         int[][] dp = new int[N+1][W+1];
12         //2.定义初始化状态
13         //2.1.dp[0][..] = 0 物品个数0,背包有再大的容量最大价值也是0
14         for (int i=0;i<W+1;i++) {
15             dp[0][i] = 0;
16         }
17         //2.2.dp[..][0]=0 背包容量为0,有再多的物品最大价值也是0
18         for (int i=0;i<N+1;i++) {
19             dp[i][0] = 0;
20         }
21
22         //3.套模板,每种状态的每个取值都取值一遍 从子问题开始
23         for (int i=1;i<N+1;i++) { //物品个数从[1,N]
24             for (int w=1;w<W+1;w++) { //背包容量从[1,W]
25                 //4.根据状态转移方程找最优解
```

```

26
27         if (wt[i-1] > w) {
28             //4.1 物品i的重量>背包容量，物品i放不进去只能选择不装进去
29             dp[i][w] = dp[i-1][w];
30         }else {
31             //4.2 装进去和不装进去两种择优。放入物品i后的最大价值= 前
              (i-1)个物品在(w - wt[i-1])限制下的最大价值 + 当前物品i的价值v[i-1]
32             dp[i][w] = Math.max(dp[i-1][w],dp[i-1][w-wt[i-1]] +
v[i-1]);
33         }
34     }
35 }
36 }
37
38     return dp[N][w];
39 }
40
41     public static void main(String[] args) {
42         int N = 3, w = 5; // 物品的总数，背包能容纳的总重量
43         int[] wt = {3, 2, 1}; // 物品的重量
44         int[] v = {5, 2, 3}; // 物品的价值
45         System.out.println(new Backpack().dp(w,v,N,w));
46     }
47
48 }
49

```

为了加深对代码的理解，可参考下方图解

背包容量       $w = \{3, 2, 1\}$     $v = \{5, 2, 3\}$

	0	1	2	3	4	5
物品数量	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	5	5	5
2	0	0	2	5	5	7
3	0	3	3	5	8	8

扩展题目: [1049. 最后一块石头的重量 II](#)

## 2、416. 分割等和子集

前面学习了0-1背包问题，来看看背包问题的思想能够如何运用到其他算法题目。

[字节](#), [腾讯](#), [百度面试题](#), [416. 分割等和子集](#)

对于这个问题，看起来和0-1背包没有任何关系，但是我们可以将其转换成0-1背包问题，怎么转换？

首先回忆一下0-1背包问题是怎么描述的？

给你一个可装载重量为  $w$  的背包和  $N$  个物品，每个物品有重量和价值两个属性。其中第  $i$  个物品的重量为  $w[i]$ ，价值为  $v[i]$ ，现在让你用这个背包装物品，能装的最大价值是多少？

转换成0-1背包的描述如下：

我们可以先对集合求和，得出  $sum$ ，给一个可装载重量为  $sum/2$  的背包和  $N$  个物品，每个物品的重量为  $nums[i]$ 。现在让你装物品，是否存在一种装法，能够恰好将背包装满？

## 2.1、解法分析

1、确定状态参数：

状态就是 背包的容量  $W$  和 可选择的物品  $N$

2、决策/选择：

将物品  $i$  装入背包，不将物品  $i$  装入背包。

3、明确dp数组的含义：

$dp[i][j]=true$  代表，对于前  $i$  个物品，当前背包的容量为  $j$  时恰好将背包装满， $dp[i][j]=false$  则说明不能恰好将背包装满。

比如说，如果  $dp[4][9] = true$ ，其含义为：对于容量为 9 的背包，若只是用前 4 个物品，可以有一种方法把背包恰好装满。

而对于本题来说它的具体含义是指：对于给定的集合中，若只对前 4 个数字进行选择，存在一个子集的和可以恰好凑出 9。

		背包容量w											
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
物品个数i	0	T	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F
	1	T	T	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F
	2	T	T	F	F	F	T	T	F	F	F	F	F
	3	T	T	F	F	F	T	T	F	F	F	F	T
	4	T	T	F	F	F	T	T	F	F	F	F	T

根据这个定义，我们想求的最终答案就是  $dp[N][sum/2]$ 。

4、明确初始化状态：

背包容量  $W=0$ ，肯定存在一种装法，那就是不装；可选择物品  $N$  为 0 则肯定不存在一种装法

初始条件就是  $dp[..][0] = true$  和  $dp[0][..] = false$ ，因为背包没有空间的时候，就相当于装满了，而当没有物品可选择的时候，肯定没办法装满背包。

5、状态转移的逻辑：

针对  $dp$  数组含义，可以根据我们的选择对  $dp[i][j]$  得到以下状态转移：

- 如果不把  $nums[i]$  算入子集，或者说你不把这第  $i$  个物品装入背包，那么是否能够恰好装满背包，取决于上一个状态  $dp[i-1][j]$ ，继承之前的结果。
- 如果把  $nums[i]$  算入子集，或者说你把这第  $i$  个物品装入了背包，那么是否能够恰好装满背包，取决于状态  $dp[i-1][j-nums[i-1]]$ 。

1、由于  $i$  是从 1 开始的，而数组索引是从 0 开始的，所以第  $i$  个物品的重量应该是  $nums[i-$

1]



2、`dp[i - 1][j - nums[i-1]]` 也很好理解：你如果装了第 `i` 个物品，就要看背包的剩余重量 `j - nums[i-1]` 限制下是否能够被恰好装满。

换句话说，如果 `j - nums[i-1]` 的重量可以被恰好装满，那么只要把第 `i` 个物品装进去，也可恰好装满 `j` 的重量；否则的话，重量 `j` 肯定是装不满的。

## 6、代码实现

```
1  class Solution {
2      //DP解法
3      public boolean canPartition(int[] nums) {
4          //将问题转换成0-1背包问题，
5          /*
6              对nums求和为sum,该问题转换为,给你N个物品和sum/2容量大小的背包,是否存在一种
              能将背包恰好装满的方法。
7              1.确定状态：容量，物品个数
8              2.选择/决策：将物品i装入背包,将物品i不装入背包。
9              3.初始状态：容量为0,存在一种放法，为true。物品个数为0肯定不存在满足条件的放
              法为false。
10             4.明确dp数组的含义，dp[i][j],前i个物品在背包容量为j下是否存在一种装法刚好
              装满
11             初始条件:dp[0][...] =false; dp[...] [0]=true;
12             5.状态转移逻辑：
13             不将物品i放入背包,返回值由dp[i-1][j]决定
14             将物品i放入背包,返回值由dp[i-1][j-nums[i-1]]决定
15         */
16         //求和
17         int sum = 0 ;
18         int max = 0;
19         for (int num:nums) {
20             sum+=num;
21             max = Math.max(max,num);
22         }
23         //剪枝1,如果所有数的和为奇数,则肯定不存在有i个物品重量和为 sum/2;
24         if (sum % 2 !=0) {
25             return false;
26         }
27         //剪枝2 如果集合中的最大数大于sum/2则肯定不存在这种组合
28         if (max > sum/2) {
29             return false;
30         }
31         int N = nums.length;
32         int M = sum/2;
33
34         //定义dp数组
35         boolean[][] dp = new boolean[N+1][M+1];
36         //初始化
37         for (int i=0;i<=M;i++) {
38             dp[0][i] = false;
39         }
40         for (int i=0;i<=N;i++) {
41             dp[i][0] = true;
42         }
43
44         //状态转移
45         for (int i=1;i<=N;i++) {
```

```

46         for (int j=1;j<=M;j++) {
47             if (j < nums[i-1]) {
48                 //物品i背包放不下那只能选择不放进去,因此是否有一种满足条件的放法取
                决 (i-1)物品在容量j限制下是否满足
49                 dp[i][j] = dp[i-1][j];
50             }else {
51                 //背包能放下物品i,但是也可以选择放和不放,最终是否满足题意取决放或者
                不放的结果
52                 //当物品i放入背包时,最终的结果取决与(i-1)物品在( j - num[i-1]
                )限制下的结果。
53                 dp[i][j] = dp[i-1][j] || dp[i-1][j - nums[i-1]];
54             }
55         }
56     }
57     return dp[N][M];
58 }
59 }

```

时间复杂度:  $O(N * M)$

空间复杂度:  $O(N * M)$

## 2.2、状态压缩

对于刚刚的代码是否还能优化?

通过分析代码,我们发现一个问题, `dp[i][j]` 都是通过上一行 `dp[i-1][...]` 转移过来的, 之前的数据都不会再使用了。

所以,我们可以进行**状态压缩**, 将二维 `dp` 数组压缩为一维, **降低空间复杂度**

```

1  class Solution {
2      //DP解法
3      public boolean canPartition(int[] nums) {
4          /*
5           每一行的dp值都只与上一行的dp值有关, 因此只需要一个一维数组
6          */
7          //求和
8          int sum = 0 ;
9          int max = 0;
10         for (int num:nums) {
11             sum+=num;
12             max = Math.max(max,num);
13         }
14         //剪枝1,如果所有数的和为奇数,则肯定不存在有i个物品重量和为 sum/2;
15         if (sum % 2 !=0) {
16             return false;
17         }
18         //剪枝2 如果集合中的最大数大于sum/2则肯定不存在这种组合
19         if (max > sum/2) {
20             return false;
21         }
22         int N = nums.length;
23         int M = sum/2;
24
25         //定义dp数组
26         boolean[] dp = new boolean[M+1];
27         //初始化

```



```

28     dp[0] = true;
29
30     //状态转移
31     for (int i=1;i<=N;i++) {
32         //注意这里需要从大到小
33         for (int j=M;j>=0;j--) {
34             if (j<=nums[i-1]) {
35                 dp[j] = dp[j] || dp[j - nums[i-1]];
36             }
37         }
38     }
39     return dp[M];
40 }
41 }

```

压缩到一维dp之后，内层循环我们需要从大到小计算，为什么？

1、`dp[i][j]` 的取值都是从上一行 `dp[i-1][...]` 转移过来的，并且是从上一行的该列或该列的前面几列转移过来的

2、压缩后dp中存储的是上一行中每一列的取值，每个 `i` 的取值在内层循环结束后dp中存储的就是该行每列的取值了，然后进入到下一行。

3、如果列从小到大更新，内层循环每计算一次会将dp中的值修改为当前行该列的值，当我们在计算后面列的时候，dp中存储的就不再是上一行对应列的取值了。

4、但是如果是从大到小更新就不存在这个问题了。

优化后代码的时间复杂度： $O(N * M)$ ，空间复杂度： $O(M)$

另外该题还有非动态规划解法，利用剪枝+回溯！

注意：压缩后的状态只跟背包的容量有关了！

**进阶：** 0-1 背包问题：

[474. 一和零](#)

[494. 目标和](#)

[879. 盈利计划](#)

### 3、518. 零钱兑换 II

[华为，字节，腾讯面试题，518. 零钱兑换 II](#)

**把这个问题转化为背包问题的描述形式：**

有一个背包，最大容量为 `amount`，有一系列物品 `coins`，每个物品的重量为 `coins[i]`，**每个物品的数量无限**。请问有多少种方法，能够把背包恰好装满？

这个问题和我们前面讲过的两个背包问题，有一个最大的区别就是，每个物品的数量是无限的，这也就是传说中的**完全背包问题**

## 算法解析:

### 1、明确状态参数和决策

状态有两个，就是 背包的容量 和 可选择物品，选择就是 装进背包 或者 不装进背包。

### 2、定义dp数组

$dp[i][j]$  的定义如下：使用前  $i$  个物品，当背包容量为  $j$  时，有  $dp[i][j]$  种方法可以装满背包。不同于以前的是物品可以使用多次

翻译回我们题目的意思就是：使用 `coins` 中的前  $i$  个硬币的面值，若想凑出金额  $j$ ，有  $dp[i][j]$  种凑法。

### 3、初始化状态

初始化状态为： $dp[0][..] = 0$ ， $dp[..][0] = 1$ 。因为如果不使用任何硬币面值，就无法凑出任何金额；如果凑出的目标金额为 0，那么“不凑”就是唯一的一种凑法。

		总金额j					
		0	1	2	3	4	5
硬币个数i	0	1	0	0	0	0	0
	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	2	2	3	3
	3	1	1	2	2	3	4

最终想得到的答案就是  $dp[N][amount]$ ，其中  $N$  为 `coins` 数组的大小。

### 4、状态转移逻辑

本题的不同点在于物品的数量是无限的，因此状态转移逻辑如下：

- 如果你不把这第  $i$  个物品装入背包，也就是说你不使用 `coins[i]` 这个面值的硬币，那么凑出金额  $j$  的方法数  $dp[i][j]$  应该等于  $dp[i-1][j]$ ，继承之前的结果。
- 如果你把这第  $i$  个物品装入了背包，也就是说你使用 `coins[i]` 这个面值的硬币，那么  $dp[i][j]$  应该等于  $dp[i][j-coins[i-1]]$ 。

由于  $i$  是从 1 开始的，所以 `coins` 的索引是  $i-1$  时表示第  $i$  个硬币的面值。

$dp[i][j-coins[i-1]]$  代表如果用这个面值的硬币，接着只需关注如何凑出金额  $j - coins[i-1]$

综上两种选择，而我们想求的  $dp[i][j]$  又代表了共有多少种凑法，所以  $dp[i][j]$  的值应该是以上两种选择的结果之和

### 5、代码实现

```
1 class Solution {
2     public int change(int amount, int[] coins) {
```

```

3
4 //定义dp
5 int n = coins.length;
6 int[][] dp = new int[n+1][amount+1];
7 //初始化条件 dp[0][...] = 0; dp[...][0] = 1
8 for (int i=0; i<=amount; i++) {
9     dp[0][i] = 0;
10 }
11 for (int i=0; i<=n; i++) {
12     dp[i][0] = 1;
13 }
14 //状态转移
15 for (int i=1; i<=n; i++) {
16     for (int j=1; j<=amount; j++) {
17         if (j < coins[i-1]) {
18             dp[i][j] = dp[i-1][j];
19         } else {
20             dp[i][j] = dp[i-1][j] + dp[i][j-coins[i-1]];
21         }
22     }
23 }
24 return dp[n][amount];
25 }
26 }

```

时间复杂度:  $O(N * \text{amount})$ , 空间复杂度:  $O(N * \text{amount})$

## 6、进一步优化, 状态压缩

```

1 class Solution {
2     public int change(int amount, int[] coins) {
3
4         //定义dp
5         int n = coins.length;
6         //状态压缩
7         int[] dp = new int[amount+1];
8         //初始化条件 dp[0] = 1
9         dp[0] = 1;
10        //状态转移
11        for (int i=1; i<=n; i++) {
12            for (int j=1; j<=amount; j++) {
13                if (j >= coins[i-1]) {
14                    dp[j] = dp[j] + dp[j-coins[i-1]];
15                }
16            }
17        }
18        return dp[amount];
19    }
20 }
21 //更为直观明了的写法如下
22 class Solution {
23     public int change(int amount, int[] coins) {
24         //定义dp, 状态压缩
25         int[] dp = new int[amount+1];
26         //初始化条件 dp[0] = 1
27         dp[0] = 1;

```

```

28 //状态转移
29 for (int coin:coins) {
30     for (int j=1;j<=amount;j++) {
31         if( j>= coin) {
32             dp[j] = dp[j] + dp[j-coin];
33         }
34     }
35 }
36 return dp[amount];
37 }
38 }

```

注意此处：

1、一维dp中保存的是上一行的dp值，

2、内存循环从小到大原因是：

当前行的状态值要么直接等于上一行该列的状态值，

要么等于上一行当前列的值  $dp[j]$  + 当前行前面列的值  $dp[j-coins[i-1]]$ ，因此要从小到大来计算。

如果从大到小计算上面的  $dp[j-coins[i-1]]$  还是上一行前面列的值，并不是当前行的，因为当前行的还没被修改。

注意：压缩后的状态只跟amount有关了！

## 打家劫舍系列

### 198. 打家劫舍

[思科](#)，[字节](#)，[中国电信](#)，[阿里最近面试题](#)，198. 打家劫舍

算法分析：

1、确定状态参数

要注意的是：由题意可得，原问题和子问题之间并不是所给的房间个数变少了。而是我可以选择从某个位置开始偷，一直偷到最后面。

原问题：从第一间房子开始偷，一直偷到最后

```

1 输入：[1,2,3,1]
2 输出：4
3 解释：偷窃 1 号房屋（金额 = 1），然后偷窃 3 号房屋（金额 = 3）。

```

子问题：从第三间房子开始偷，一直偷到最后

```

1 输入：[1,2,3,1]
2 输出：3
3 解释：偷窃 3 号房屋（金额 = 3）。

```

由此可见，给定的房间数组 `int[] nums` 的下标 `i` 就是我们的状态参数。

## 2、确定选择


选择也很简单，强盗从左到右走过这一排房子，在每间房子前都有两种选择：**抢或者不抢**。

## 3、定义dp数组的含义

`dp[i]=x` 的含义是：从下标为 `i` 的房子开始抢，一直到最后所能抢到的最高金额为 `x`。

配图：

```
1 输入: [1,2,3,1]
2 输出: 4
3 解释: 偷窃 1 号房屋 (金额 = 1) , 然后偷窃 3 号房屋 (金额 = 3)。
```

			i从n-1往前遍历				
							
i	0	1	2	3	4	5	
dp[i]	4	3	3	1	0	0	

`dp[1]=3` 代表的是强盗从第二间房屋开始抢到最后所能抢到的最大金额是3。

而本题我们最终需要返回的是：`dp[0]`，从第一间房屋就开始做选择。

## 4、确定初始状态

强盗从左到右走过这一排房子，在每间房子前可以选择抢或者不抢，当它走过了最后一间房子后，就没得抢了，能抢到的钱显然是 0

因此初始条件为：`dp[nums.length]=0`

## 5、状态转移逻辑

按照我们的选择，强盗从左到右走过这一排房子，在每间房子前都有两种选择：**抢或者不抢**。

- 如果你抢了 `i` 这间房子，那么你一定不能抢相邻的下一间房子了，只能从下下间房子 `i+2` 开始做选择。此时 `dp[i]=dp[i+2]+nums[i]`，其中 `nums[i]` 就是我在房间 `i` 抢到的money。
- 如果你不抢 `i` 这间房子，那么你可以走到下一间房子 `i+1` 前，继续做选择，此时 `dp[i]=dp[i+1]`

在两个选择中，每次都选更大的结果，最后得到的就是最多能抢到的 money

```
1 dp[i] = Math.max(dp[i+1],dp[i+2] + nums[i]);
```

## 6、代码实现

```
1 class Solution {
2     //dp解法
3     public int rob(int[] nums) {
4         int n = nums.length;
5         //定义dp数组
6         int[] dp = new int[n+2];
7         //初始化状态
8         dp[n] = dp[n+1] = 0;
9
10        /*
11         状态转移,先从子问题开始求解
12         i=n-1:就是最后一间房,它依赖(i+1)和(i+2),故dp数组的长度为:n+2
13         初始条件则为:dp[n] = dp[n+1] = 0;
14        */
15        for (int i=n-1;i>=0;i--) {
16            dp[i] = Math.max(dp[i+1],nums[i]+ dp[i+2]);
17        }
18        return dp[0];
19    }
20 }
```

## 7、思考状态是否能压缩

我们发现状态转移只和  $dp[i]$  最近的两个状态  $dp[i+1]$ ,  $dp[i+2]$  有关,所以可以进一步优化,将空间复杂度降低到  $O(1)$ 。

```
1 class Solution {
2     //dp解法
3     public int rob(int[] nums) {
4         int n = nums.length;
5         //发现状态转移只和dp[i]最近的两个状态dp[i+1], dp[i+2]有关,进一步优化状态空间
6         int dp_i = 0;
7         int dp_i_1 = 0;
8         int dp_i_2 = 0;
9         for (int i=n-1;i>=0;i--) {
10            dp_i = Math.max(dp_i_1,nums[i]+ dp_i_2);
11            //以前的dp_i_1转移后成为了dp_i_2,dp_i转移后成为了dp_i_1
12            dp_i_2 = dp_i_1;
13            dp_i_1 = dp_i;
14        }
15        return dp_i;
16    }
17 }
```

进阶:

[213. 打家劫舍 II](#)

[337. 打家劫舍 III](#)



