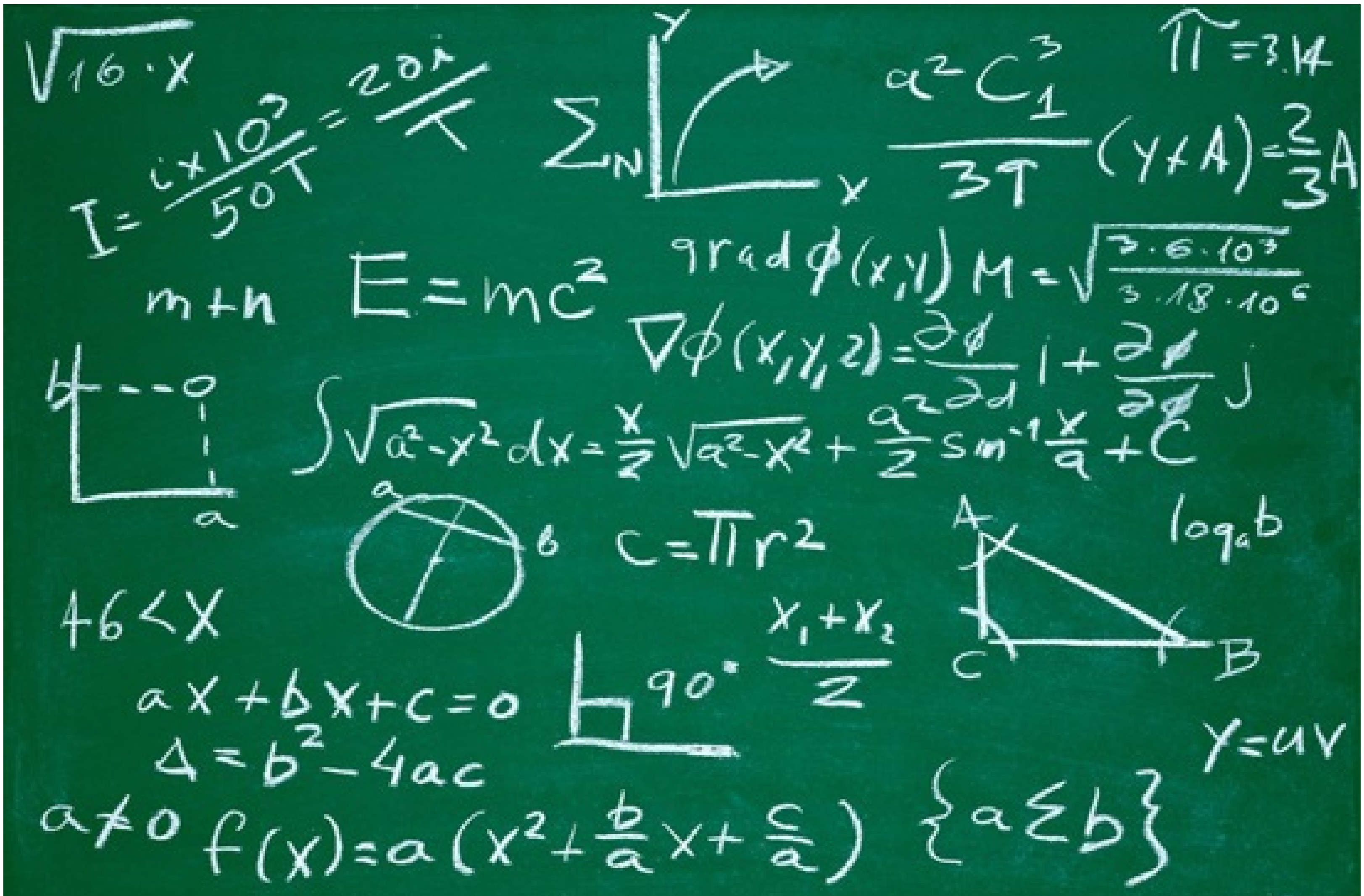
Un po' della matematica che serve ad ASD



Principio di induzione aritmetica "a passi"

Formulazione più comune

Sia P una *affermazione sui numeri interi* e c un intero.
Se
base P è vera per il numero c
passo per ogni intero n, n>c: se P è vera per n-1, allora P è vera per n
allora P è vera per ogni numero intero k ≥ c.

Note.
Spesso, invece di *affermazione sui numeri interi*, si dice *proprietà dei numeri interi*.
Il *passo* è chiamato *passo induttivo*.
Spesso il passo induttivo si formula in modo alternativo: per ogni n, n ≥ c: se P è vera per n, allora P è vera per n+1

Dimostrazioni per induzione aritmetica "a passi"

Voglio dimostrare:

Tesi tutti gli interi $k \geq c$ godono della proprietà P

Allora :

base dimostro che c gode della proprietà P;

passo supponendo che n goda della proprietà P [questa è l'*ipotesi induttiva*]

dimostro che anche $n+1$ gode della proprietà P.

In base al principio di induzione, tutti gli interi $k \geq c$ godono della proprietà P

Sommatoria dei primi n numeri

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Logaritmi

Dati due numeri positivi x e b, il logaritmo di un numero x, detto argomento, rispetto a un numero b, detto base, è l'esponente y a cui si deve elevare b per ottenere x.

Si indica con $y = \log_b x$; y è il logaritmo di x in base b se $b^y = x$

Non esiste né il logaritmo di 0 né il logaritmo di un numero negativo, perchè per definizione x e b sono numeri positivi.

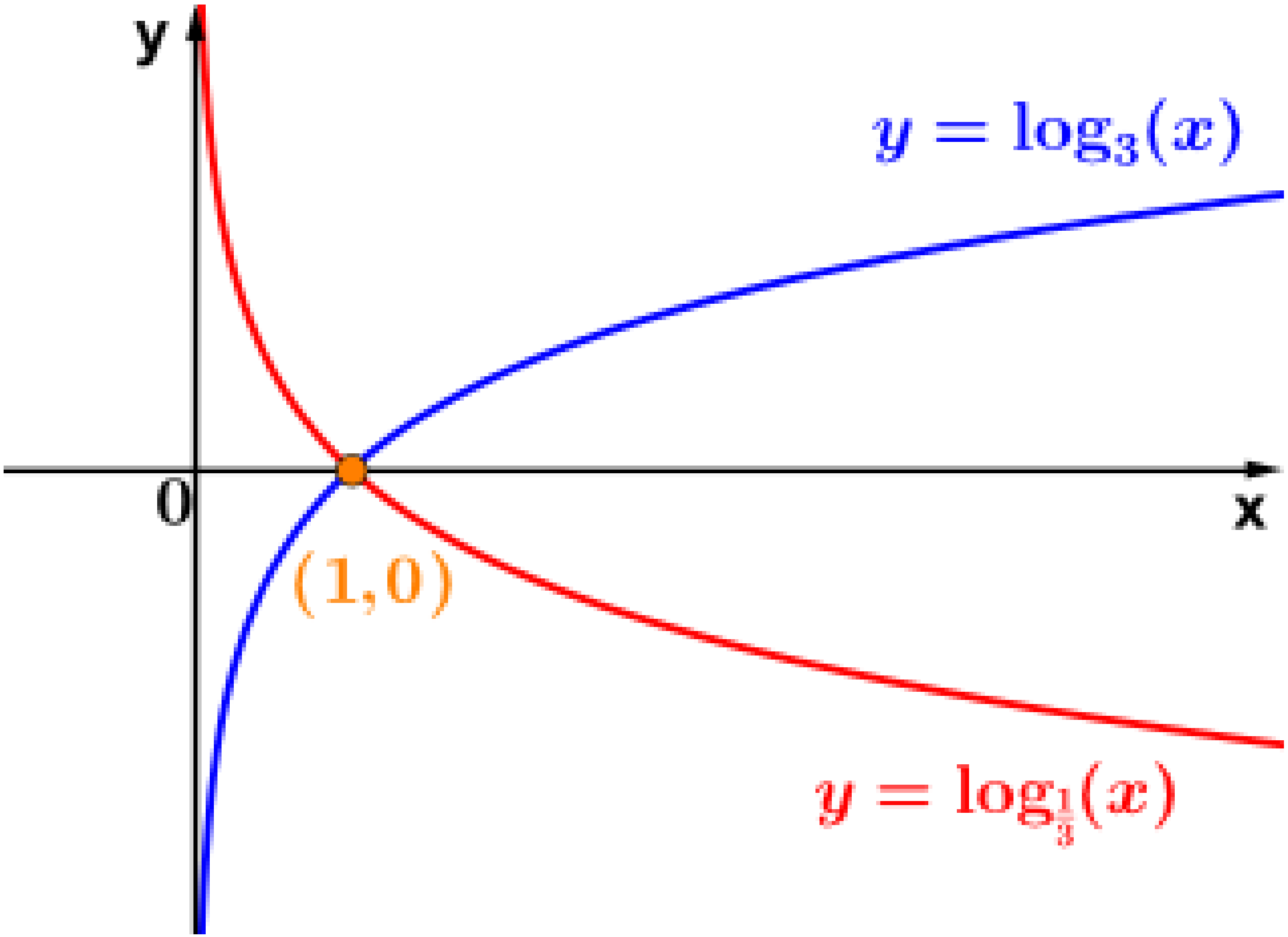
La base del logaritmo b deve essere > 0 e diversa da 1 perché $1^y=x$ è un'equazione impossibile se $x \neq 1$ e indeterminata se $x=1$.

Ricordiamo che:

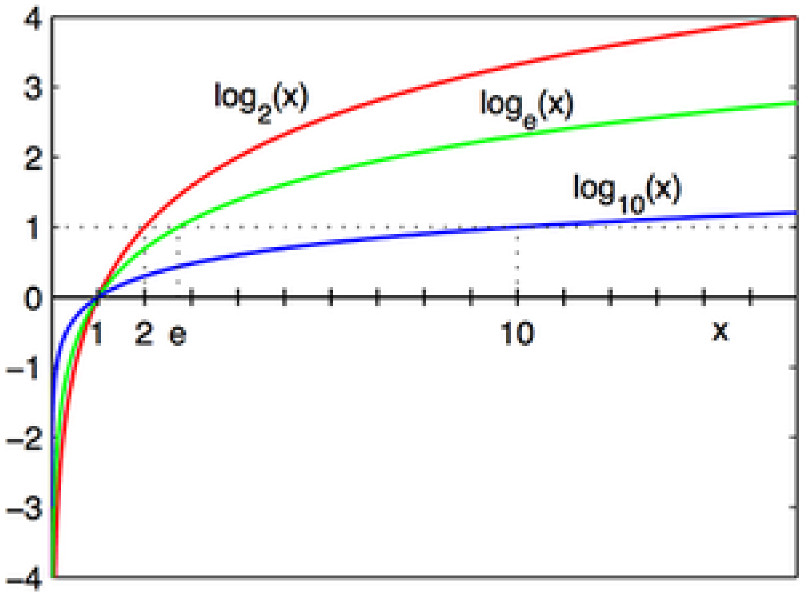
ogni numero elevato a 0 è uguale a 1.

ogni numero elevato ad 1 è uguale a se stesso.

Logaritmi



Logaritmi



Proprietà dei logaritmi

1. $\log_b (xy) = \log_b x + \log_b y$
2. $\log_b \left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$
3. $\log_b (x^n) = n \log_b x$
4. $\log_b (b) = 1$
5. $\log_b (1) = 0$
6. $\log_b (b^n) = n$

Proprietà dei logaritmi

Change of Base Formula

For any base $a > 0$ and $a \neq 1$

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

or

$$\log_b x = \frac{\log x}{\log b} = \frac{\ln x}{\ln b}$$

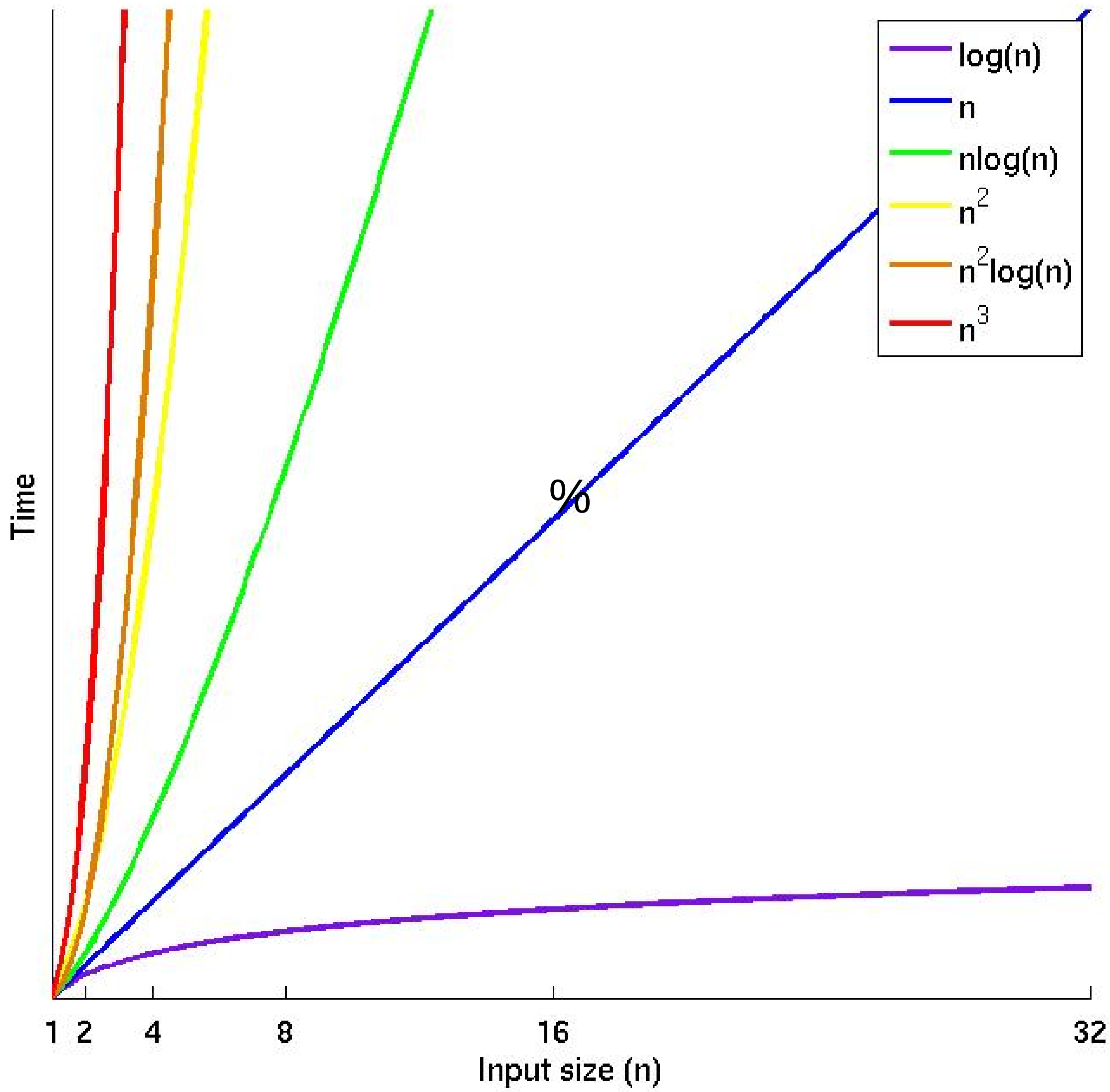
Come accade normalmente quando rappresentiamo una fuzione, indichiamo con x l'argomento del logaritmo, variabile, e con a e b due costanti.

Applicando la formula del cambiamento di base, $\log_a b$ risulta essere un valore costante e lo è anche il suo reciproco $1/\log_a b$.

Se indichiamo $1/\log_a b$ con c, abbiamo che c è una costante e possiamo riscrivere
$\log_b x = c * \log_a x$.

Se per qualche ragione, decidessimo di fare dei calcoli in cui le costanti moltiplicative non ci interessano, diventerebbe irrilevante anche la base del logaritmo, perché potremmo passare da una base all'altra semplicemente applicando la formula del cambiamento di base e moltiplicando per una opportuna costante.

Andamento delle funzioni



Big-O Complexity Chart