Macroeconomia

Riccardo Gozzo

June 2, 2025

1 Modello di Solow

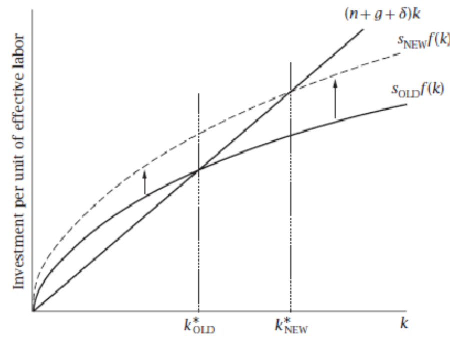
Il modello di Solow è un modello di equilibrio generale che descrive la dinamica della crescita economica di un Paese in funzione dei fattori produttivi impiegati. Le ipotesi di base sono:

- Esiste un unico bene che viene prodotto e scambiato in un'economia chiusa.
- Non vi sono interventi dello Stato.
- La produzione è descritta da una funzione Cobb–Douglas: $f(K, L) = Y_t = A_t * K_t^{\alpha} * L_t^{1-\alpha}$
- La crescita della forza lavoro ($L_t = e^{nt} * L_0$), il progresso tecnologico ($A_t = e^{gt} * A_0$), la propensione al risparmio ($c = (1-s) * F(K)$, $I = s * F(K)$) e il tasso di deprezzamento del capitale δ sono tutti elementi esogeni decisi exante.

Il modello non deriva il comportamento ottimizzante delle famiglie, ma si concentra sull'evoluzione del capitale. La legge di movimento è $K_t' = s*f(K) - \delta*K$. Introducendo il capitale per lavoratore efficace otteniamo $k_t' = s * f(k_t) - (n + g + \delta) * k_t = 0$. L'equilibrio stazionario si verifica quando k_m se $s * f(k_t) = (n + g + \delta) * k_t$.

Dal lato dei consumi invece so che $c(k_t) = f(k_t) - (n + g + \delta) * k_t$. Perciò se derivo rispetto a t vedo che ho il massimo dei consumi se $f(k_t)' = n + g + \delta$. Questa situazione è detta di golden rule, ossia dove ho sia i consumi che il capitale massimizzato.

Se analizziamo graficamente come in fig. 1, noto che c'è un incontro tra una funzione ed una retta.



Se vado a modificare s, in particolare aumentarlo, fa ruotare verso l'alto la curva $s\,f(k)$. Il nuovo stato stazionario si trova a destra del precedente, quindi $k^*_{nuovo} > k^*_{vecchio}$ e Y aumenta. Durante la transizione, $\dot{k}_t > 0$. Per quanto riguarda i consumi dipende: se $f(k_n)' > n + g + \delta$ ho che i consumi crescono, se $f(k_n)' < n + g + \delta$ ho che i consumi diminuiscono.

Invece dal lato guadagni se massimizzo rispetto a L_t e K_t $Y_t - w_t * N_t - r^k_t * K_t$ ottengo $w_t = (1-\alpha) * Y_t/L_t$ e $r^k_t = \alpha * Y_t/K_t$, ciò è ovvio visto che siamo in concorrenza perfetta, quindi il costo marginale è identico alla retribuzione di quel fattore.

Per quanto riguarda le prove empiriche, I dati mostrano che il modello descrive bene la *convergenza condizionata*: tra Paesi simili, quelli inizialmente più poveri crescono più velocemente e si avvicinano ai più ricchi. Tuttavia non si osserva la *convergenza assoluta* che il modello implicherebbe se i parametri esogeni fossero identici per tutte le economie. Studi empirici mettono inoltre in luce come l'accumulazione di capitale e l'attrattività degli investimenti dipendano in larga misura dalla stabilità economica e istituzionale di ciascun Paese.

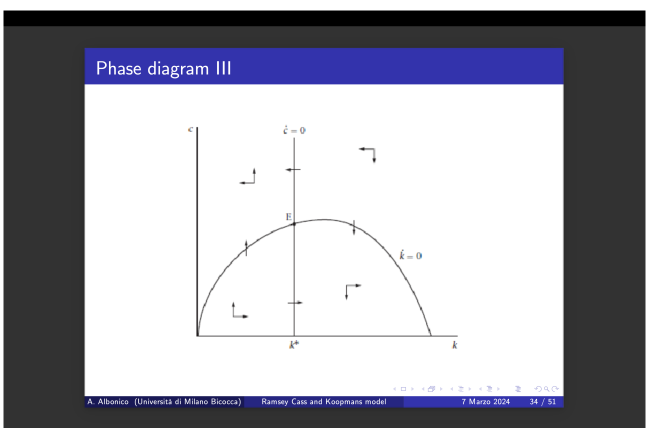
2 Ramsey-Cass-Koopmans

Per superare i limiti del modello di Solow viene introdotto questo modello, che presenta alcune novità:

- Il modello è *micro-fondato*, perciò occorre determinare il consumo ottimale.
- L'equilibrio ottenuto è diffuso, ma corrisponde a un ottimo paretiano.
- Le uniche variabili che crescono esogenamente sono la popolazione e la tecnologia.

In questo modello, come in quello precedente, vige la concorrenza perfetta; di conseguenza la domanda di lavoro e di capitale soddisfa $w_t = (1-\alpha)\,Y_t/L_t$ e $f(k)' = r_t^k = \alpha\,Y_t/K_t$.

In questo modello, si risolve il problema $MAX \int_0^\infty e^{-pt} * \frac{C_t^{(1-\theta)}}{1-\theta} L_t/Hdt$ con però il vincolo di solvibilità $\int_0^\infty e^{-R_t} C_t L_t/Hdt \leq V_0/H + \int_0^\infty e^{-R_t} w_t * L_t/Hdt$, e impongo che $C_t = a_0 * e^{gt} * c_t$. otteniamo quindi un lagrangiano, dove impongo che $\frac{dL_t}{dC_t} = 0$, ottenendo che $c_t^\theta * e^{-pt+\theta*gt} + \lambda * e^{-R_t} = 0$, se metto il logaritmo e derivo rispetto a t ottengo $\frac{c_t'}{c_t} = \frac{r_t - p - \theta * g}{\theta}$, cioè ho consumi massimi se $f(k)' = r_t = p + \theta * g$.
Per il capitale vale invece è $k_t' = f(k) - c(t) - (n+g) * k_t$ perciò ho massimo del capitale se $c(t) = f(k) - (n+g) * k_t$.
Graficamente emergono curve di livello che guidano consumi e investimenti, separando i valori iniziali C_0 ammissibili da quelli non ammissibili. In particolare, per ogni K esiste un C_0 che consente di raggiungere lo *steady state* (fig. 2).



Osserviamo che il punto di equilibrio non coincide con il massimo dei consumi (golden rule) come nel caso di Solow: ciò dipende da p, che misura l'impazienza nel posticipare i consumi, e da θ, che indica la riluttanza a modificarli rapidamente.

Il modello consente inoltre di introdurre la spesa pubblica; essa compare nell'equazione $c(t) = f(k) - (n+g) * k_t - G_t$ rendendo il vincolo più stringente e riducendo quindi i consumi disponibili.

3 Real business cycle

Questo modello introduce alcune novità fondamentali:

- Rimuove le variabili esogene, trattando la tecnologia come un processo AR(1) e fissando l'offerta di lavoro a $N_t = 1 - L_t$.
- I prezzi restano flessibili, perciò la moneta non ha valore reale.
- Le reazioni del sistema agli shock sono considerate ottimali e non richiedono interventi statali.

Dal lato delle imprese la funzione non cambia, avendo sempre perfetta concorrenza ho quindi che domanda di lavoro e capitale sono $w_t = (1-\alpha) * Y_t / L_t$ e $f(k)' = r_t^k = \alpha * Y_t / K_t$.

Dal lato delle famiglie devo massimizzare la funzione $MAX_{C_t, N_t, K_{t+1}} E_0(\sum_0^\infty B^t * U(C_t, N_t))$, dove $U(C_t, N_t) = ln(C_t) + X * ln(1 - N_t)$, soggetto al vincolo delle risorse $w_t * N_t + r_t^k * K_t = I_t + C_t$ e il vincolo degli investimenti $K_{t+1} = (1-\delta) * K_t + I_t$.
Ora si costruisce il lagrangiano e otteniamo che:

- Consumo marginale $\frac{L_t}{C_t} = 0$ è $\lambda_t = 1/C_t$
- Offerta di lavoro $\frac{L_t}{N_t} = 0$ è $w_t = X * C_t/(1 - N_t)$
- Euler equation del consumo (cioè optimal path) $\frac{L_t}{K_{t+1}} = 0$ è $C_t = \frac{C_{t+1}}{B*(1+r_t)}$ con $r_t = r_t^k - \delta$.

Queste condizioni generano due effetti:

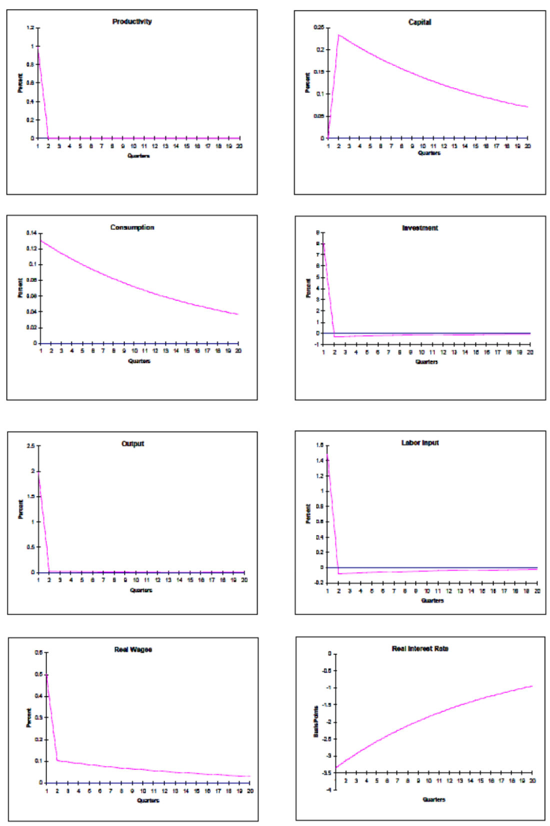
- *Effetto di sostituzione*: se il tasso di interesse r_t aumenta, i consumi correnti diminuiscono e le ore lavorate salgono per finanziare maggiori investimenti; analogamente, un aumento temporaneo del salario w_t induce a lavorare di più nel breve periodo.
- *Effetto di reddito*: se l'aumento del salario è permanente, le ore lavorate variano poco o nulla, perché l'agente si percepisce più ricco.

Le equazioni chiave del modello sono:

- Offerta di lavoro: $w_t = X * C_t/(1 - N_t)$
- Euler equation del consumo: $C_t = \frac{C_{t+1}}{B*(1+r_t)}$
- Domanda di lavoro: $w_t = (1 - \alpha) * Y_t/L_t$
- Domanda di capitale: $f(k)' = r_t^k = \alpha * Y_t/K_t f(k)' = r_t^k = \alpha * Y_t/K_t$
- Market clearing $Y_t = C_t + I_t$
- Accumulazione di capitale: $K_{t+1} = (1 - \delta) * K_t + I_t$
- Produzione+ shock: $Y_t = A_t * K_t^{\alpha} * N_t^{1-\alpha}$ con $ln(A_t/A) = \rho * ln(A_{t-1}/A) + \epsilon$ e $\epsilon = N(0, \sigma^2)$

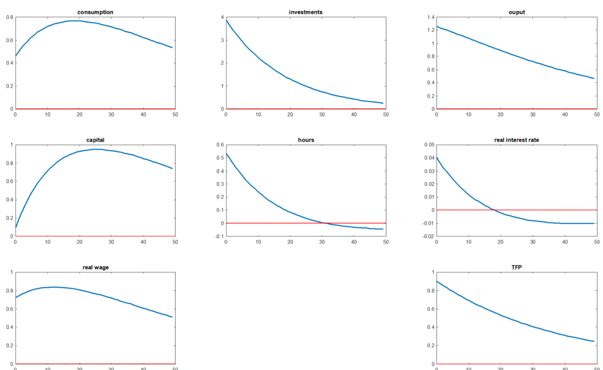
3.1 Commento grafici

3.1.1 Shock transitorio nella tecnologia



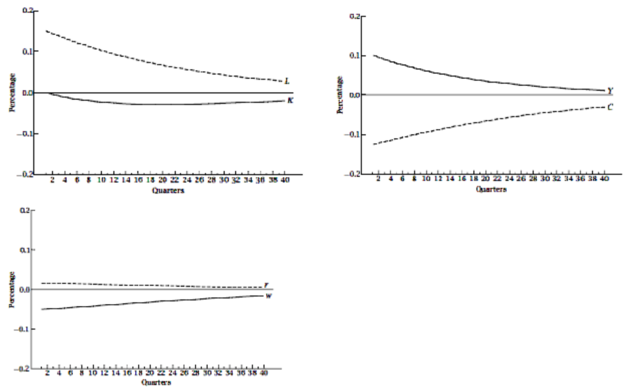
Se a_t aumenta in modo temporaneo, cresce immediatamente anche Y_t. Per la *market-clearing condition* aumentano sia I_t sia C_t, ma, a causa di θ, il consumo cresce più lentamente. L'espansione degli investimenti fa salire K_t più rapidamente di Y_t e, tramite la domanda di capitale, il tasso d'interesse si riduce.
Dal lato del lavoro, l'incremento di Y_t spinge verso l'alto il salario w_t e, per effetto sostituzione, le ore lavorate N_t aumentano.

3.1.2 Shock permanente nella tecnologia



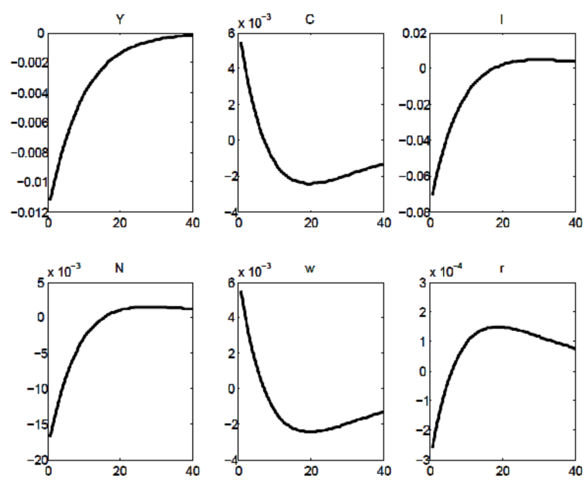
Un aumento permanente di a_t eleva sensibilmente Y_t. Di conseguenza crescono anche I_t e C_t; il consumo, pur procedendo più lentamente per la presenza di θ, aumenta più che nel caso transitorio. Gli investimenti fanno salire K_t, ma questa volta meno velocemente di Y_t, perciò il tasso d'interesse, secondo la domanda di capitale, tende a crescere. Sul mercato del lavoro il salario w_t aumenta e l'effetto sostituzione prevale su quello di reddito, facendo salire N_t.

3.1.3 Shock di spesa pubblica



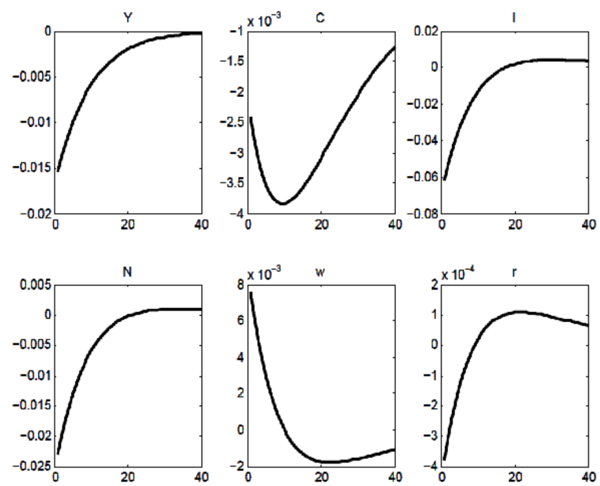
Con l'introduzione della spesa pubblica la condizione di equilibrio diventa $Y_t = G_t + I_t + C_t$. Se G_t aumenta, i consumi C_t si riducono, mentre l'output Y_t cresce. Tramite la domanda di lavoro, il rialzo di Y_t spinge verso l'alto i salari, inducendo un aumento delle ore lavorate. Gli investimenti I_t diminuiscono e, di conseguenza, anche lo stock di capitale K_t; ciò provoca un lieve aumento del rendimento del capitale r_t^k.

3.1.4 Shock nelle preferenze (aumento di β)



Preferendo consumare di più nel breve periodo, i consumi aumentano inizialmente e diminuiscono in seguito. La minor propensione al lavoro riduce N_t e, quindi, l'output Y_t, sebbene non in misura drastica; ciò fa salire il salario orario. Per la condizione di equilibrio, gli investimenti calano sensibilmente, riducendo sia lo stock di capitale e a causa di una rapida diminuzione di Y anche il tasso di remunerazione del capitale.

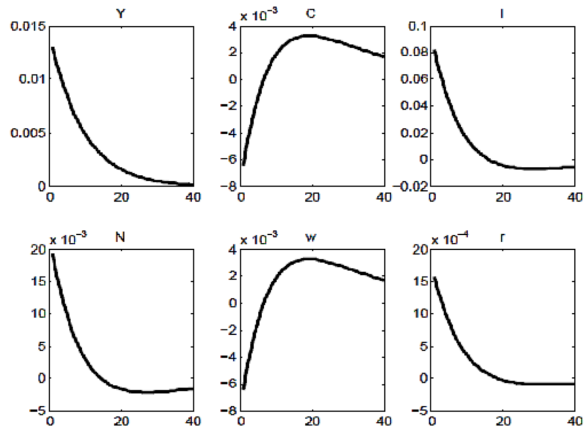
3.1.5 Shock nelle preferenze (voglio lavorare di meno)



Se gli individui desiderano lavorare di meno, N_t diminuisce e l'output Y_t scende; i salari orari, però, aumentano. Con la riduzione di Y_t calano sia i consumi C_t sia gli investimenti I_t (i primi più lentamente, per via della loro rigidità). Il rapido calo della produzione non compensato dal minore volume di investimenti fa diminuire i tassi d'interesse.

3.1.6 Shock positivo negli investimenti

Una maggiore efficienza dell'investimento genera un marcato aumento di I_t, che a sua volta spinge in alto l'output Y_t. Poiché investire diventa più redditizio, i tassi d'interesse salgono e i consumi si riducono. Gli individui, incentivati a risparmiare e investire, offrono più lavoro: N_t cresce, mentre il salario orario diminuisce per domanda di lavoro.



4 Modello Neo-Keyneiani

L'evoluzione successiva della modellistica DSGE introduce tre elementi decisivi:

- **Concorrenza imperfetta**. Le imprese detengono potere di mercato e fissano i propri prezzi.
- **Prezzi rigidi alla Calvo**. Solo una quota $1-\theta$ delle imprese può rivedere il prezzo in ciascun periodo.
- **Assenza di capitale fisico**. La produzione dipende unicamente dal lavoro: $Y_t = A_t N_t$, e l'equilibrio di mercato richiede $Y_t = C_t$.

La soluzione del modello richiede diverse ottimizzazioni parziali da cui derivano le equazioni fondamentali.

4.0.1 Massimizzazione del consumo

I consumatori, dato il vincolo di bilancio $X_t = \int_0^1 P_{i,t} * C_{i,t} di$ massimizzano $MAXC_t = \int_0^1 C_{i,t}$ ottenendo che la domanda i-esima e di conseguenza la produzione i-esima è $C_{i,t} = \frac{P_{i,t}}{P_t}^{-\epsilon} * C_t$ e quindi di conseguenza $Y_{i,t} = \frac{P_{i,t}}{P_t}^{-\epsilon} * Y_t$.

4.0.2 Massimizzazione utilità delle famiglie

In questo caso voglio $MAX_{C_t,N_t,B_t,M_t} E_0(\sum_0^\infty B^t * U(C_t, N_t, M_t/P_t))$, dove $U(C_t, N_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{C_t^{1-\nu}}{1-\nu} + \frac{C_t^{1+\phi}}{1+\phi}$, però a ciò va imposto il vincolo di delle risorse $w_t * N_t + B_{t-1} + T_t + D_t + M_{t-1} = P_t * C_t + M_t + \frac{B_t}{1+i_t}$. Dalla massimizzazione del lagrangiano trovo:

- Consumo marginale $\frac{L_t}{C_t} = 0$ è $\lambda_t = C_t^{-\sigma}$

- Offerta di lavoro $\frac{L_t}{N_t} = 0$ è $w_t = P_t * C_t^\sigma * N_t^\phi$
- Euler equation del consumo (cioè optimal path) $\frac{L_t}{B_t} = 0$ è $B * (1 + i_t) * (\frac{P_t}{P_{t+1}} * \frac{C_t^\sigma}{C_{t+1}^\sigma}) = 1$
- Domanda di moneta: $\frac{L_t}{M_t} = 0$ ottengo $m_t^{-\nu} - \lambda_t/P_t + \lambda_{t+1}/P_{t+1} = 0$ che sostituendo la euler euquation trovo $m_t = C_t^{\sigma/\nu} * ((1 + i_t)/i_t)$

4.0.3 Minimizzazione dei costi delle imprese

L'impresa vuole $MINw_t * N_t$ con vincolo $A_t * N_t > Y_t$ in questo solo che la soluzione è $w_t = A_t * Mc_t$ dove Mc_t è il costo marginale che è comune a tutte le aziende.

4.0.4 Massimizzazione dei profitti e scelta del prezzo ottimo

In questo caso l'azienda per massimizzare i profitti deve scegliere anche il prezzo ottimale per la sua produzione tenendo conto che non potrà sempre adattarlo in ogni occasione.
In particolare la formula è $\max_{P^*_{i,t}{}_{t=0}^{\infty}} E_t \sum_{j=0}^{\infty} \lambda_{t,t+j}\, \psi^j [\frac{P_t^*}{P_{t+j}} Y_{i,t+j} - \frac{MC_{t+j}}{P_{t+j}} Y_{i,t+j}]$. Cioè la differenza tra ricavi e costi. Da questa massimizzazione si otterà un prezzo ottimo P_t^*, conseguentemente il prezzo generale è $P_t = ((1-\theta)P_{t-1}^{1-\epsilon} + \theta * P_t^{1-\epsilon})^{1/(1-\epsilon)}$. Tale viscosità dei prezzi porta nel breve termine a creare un inflazione dei prezzi in particolare creiamo la philips curve per descriverla $\Pi_t = B * E(\Pi_{t+1}) + \lambda * Mc_t$ che può essere riscritta anche in termini di output gap, in particolare sapendo che $\tilde{Y}_t = Y_t - Y_t^n$ dove Y_t^n è modello senza restrizioni ho $\Pi_t = B * E(\Pi_{t+1}) + k\tilde{Y}_t$.
L'evidenza empirica di Galí (1999) conferma $\kappa > 0$ e la prevalenza della versione *forward-looking* rispetto a quella *backward-looking*.

4.0.5 Euqazioni della banca centrale

Per chiudere il modello è necessario sapere come viene controllata la moneta o i tassi di interessi dalla banca centrale in particolare ho:

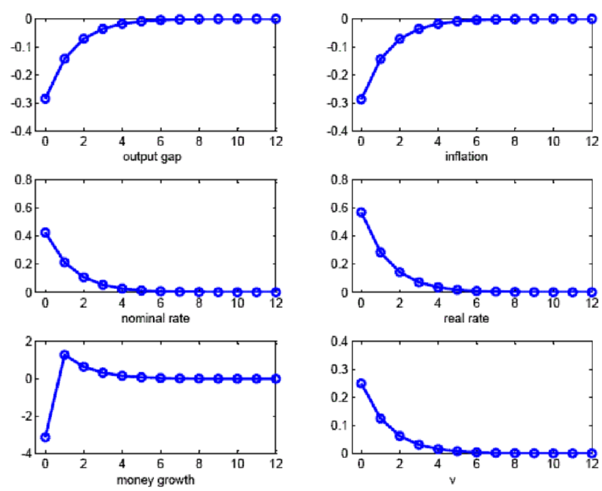
- Controllo dell'offerta di moneta $\hat{m}_{t+1} = \hat{m}_t + \Delta\hat{M}_t - \Pi_t$ con $\hat{M}_t = \rho * \hat{M}_{t-1} + \epsilon$ dove ϵ è normale.
- Modifica dei tassi di interesse attraverso la taylor rule cioè $i_t = i + \phi_1\Pi_t + \phi_2\tilde{Y}_t + n_t$ dove $n_t = \rho * n_{t-1} + \epsilon$ dove ϵ è normale. Anche questa equazione è stata testata da Gali nel 1999 trovando coefficienti positivi significativi con un buon R^2

Quindi per riassumere le equazioni principali sono:

- Offerta di lavoro: $w_t = P_t * C_t^\sigma * N_t^\phi$
- Euler equation del consumo: $B * (1 + i_t) * (\frac{P_t}{P_{t+1}} * \frac{C_t^\sigma}{C_{t+1}^\sigma}) = 1$

- Domanda di moneta: $m_t = C_t^{\sigma/\nu} * ((1+i_t)/i_t)$
- Domanda di lavoro: $w_t = P_t * mc_t * Y_t/N_t$
- Prezzo aggregato: $P_t = ((1-\theta)P_{t-1}^{1-\epsilon} + \theta * P_t^{*1-\epsilon})^{1/(1-\epsilon)}$ con P_t^* prezzo ottimo
- Produzione + tecnologia: $Y_t = P_t * A_t * N_t^{1-\alpha}$ con $ln(A_t/A) = \rho * ln(A_{t-1}/A) + \epsilon$
- Market clearing $Y_t = C_t$
- Philips curve: $\Pi_t = B * E(\Pi_{t+1}) + k\tilde{Y}_t$
- I-S Curve: $\tilde{Y}_t = E(\tilde{Y}_{t+1}) - \frac{1}{\sigma} * (i_t - r_t - E(\Pi_{t+1}))$
- Equazione delle banche centrali.

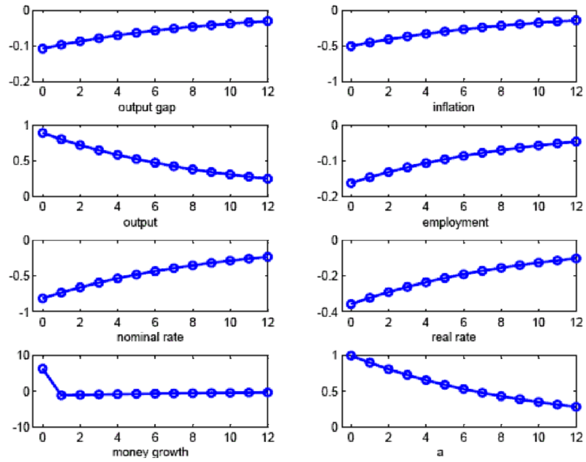
4.1 Shock positivo sui taylor rule con tecnologia neutra



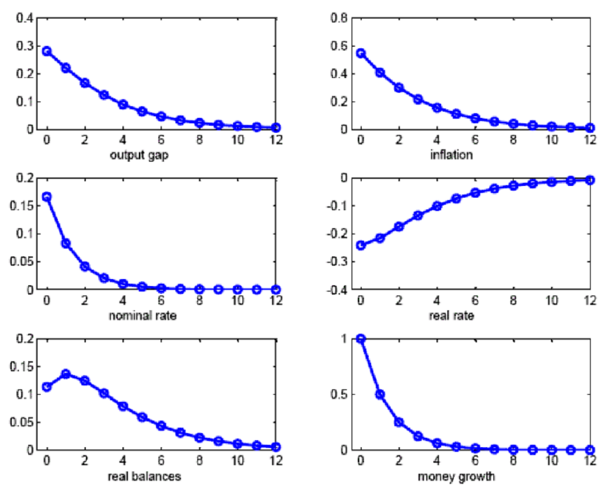
Se n_t aumenta, la regola di Taylor alza i_t. Il maggior costo del denaro riduce l'output e l'output gap diventa negativo; di riflesso, la curva di Phillips abbassa l'inflazione. Con inflazione in calo i tassi reali crescono ulteriormente, mentre, per effetto liquidità, la base monetaria si contrae.

4.2 Shock positivo sulla tecnologia con taylor rule

Uno shock positivo in A_t accresce Y_t, ma l'output cresce meno che in assenza di rigidità, generando un output gap negativo. L'inflazione scende e la Taylor rule taglia i tassi nominali, facendo espandere l'offerta di moneta e portando i tassi reali leggermente in territorio negativo. Infine essendo più efficienti la domanda di lavoro diminuisce.



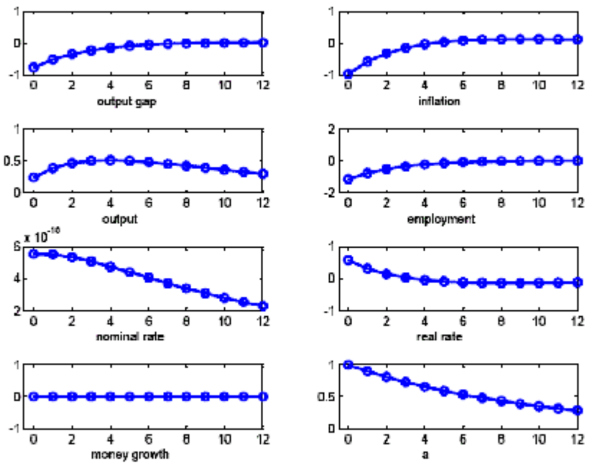
4.3 Shock positivo sulla moneta con tecnologia costante



Un aumento dell'offerta di moneta rende positivo l'output gap e per Philips curve spinge verso l'alto l'inflazione. Per mantenere uguali domanda e offerta di moneta c'è un lieve rialzo dei tassi nominali; l'aumento però non compensa l'accelerazione dei prezzi, così i tassi reali risultano negativi.

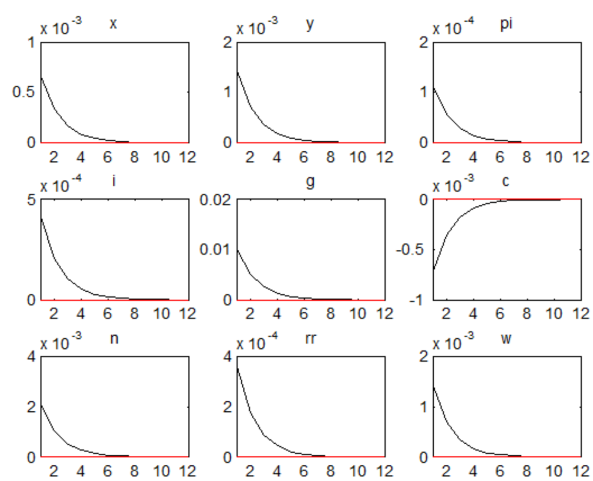
4.4 Shock positivo sulla tecnologia con moneta costante

Poiché uno shock tecnologico positivo accresce a_t, anche l'output aumenta; tuttavia la crescita è più lenta rispetto al caso senza vincoli, perciò l'*output gap* diventa negativo. La curva di Phillips implica allora un'inflazione negativa e,



grazie all'aumento di produttività, l'occupazione si riduce. In modo controintuitivo, i tassi nominali registrano un lieve rialzo per riequilibrare domanda e offerta di moneta, determinando così un incremento dei tassi reali.

4.5 Shock positivo alla spesa pubblica



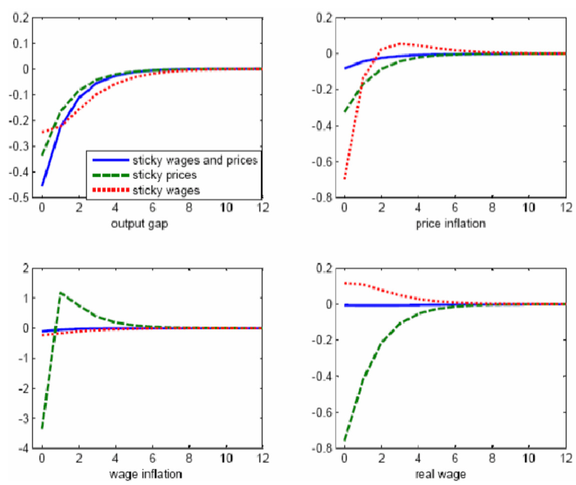
Con $Y_t = C_t + G_t$, un aumento di G_t fa salire l'output e genera un *output gap* positivo; di conseguenza la curva di Phillips produce inflazione positiva. La Taylor rule reagisce al rialzo dei prezzi aumentando i tassi nominali, con tassi reali leggermente positivi. Per l'equilibrio di mercato i consumi privati diminuiscono. Infine, l'espansione di Y_t accresce la domanda di lavoro: i salari w_t salgono e, per effetto sostituzione, le ore lavorate N_t aumentano.

4.6 Sticky wages

La rigidità salariale è modellata alla Calvo: solo la quota $1-\psi$ dei lavoratori può adeguare il salario ogni periodo. Ogni lavoratore massimizza l'utilità soggetto a tale vincolo, fissando un salario ottimale w_t^*. L'indice salariale aggregato evolve secondo $w_t = ((1-\psi) * w_t^{*1-\epsilon} + \psi * w_{t-1}^{1-\epsilon})^{1/(1-\epsilon)}$. In questo caso avrò che il marginal rate of substitution non coinciderà più con la paga oraria così facendo creo un salary gap $\tilde{w}_t = w_t - MRS_t$ in questo caso creo una philips curve per il salario come $\Pi_t^w = B * E(\Pi_{t+1}^w) + k_w * \tilde{Y}_t - \lambda_w * \tilde{w}_t$. Per quanto riguarda il prezzo ho due possibili philips curve:

- Con stiky price $\Pi_t^p = B * E(\Pi_{t+1}^p) + k_p * \tilde{Y}_t + \lambda_p * \tilde{w}_t$
- Senza stiky price $\Pi_t^p = B * E(\Pi_{t+1}^p) + \lambda_p * \tilde{w}_t$

4.6.1 Schock positivo su Talor rule solo sticky wages

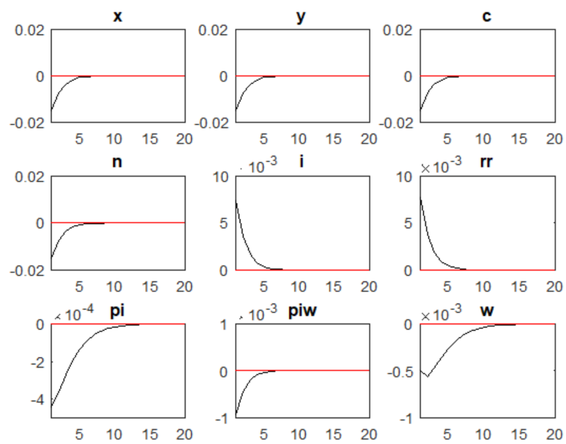


Come si vede dall'immagine la presenza del salario crea una rigidità che porta un output gap negativo, nel caso dell'inflazione dei prezzi la philips curve del salrio porta ad diminuzione importante dell'inflazione, invece per quanto riguarda i prezzi cambiano di poco ciò fa si che il potere d'acquisto a causa di queste rigidità aumenti.

4.6.2 Schock positivo su Taylor rule sticky wages+prices

La figura 4.6.1 resta valida, ma con doppia rigidità l'*output gap* negativo è molto più ampio. L'inflazione dei prezzi è la più contenuta, perché output gap e salary gap hanno effetti opposti nella curva di Phillips; risultato analogo per la wage inflation. Nel complesso la ricchezza reale rimane pressoché costante.

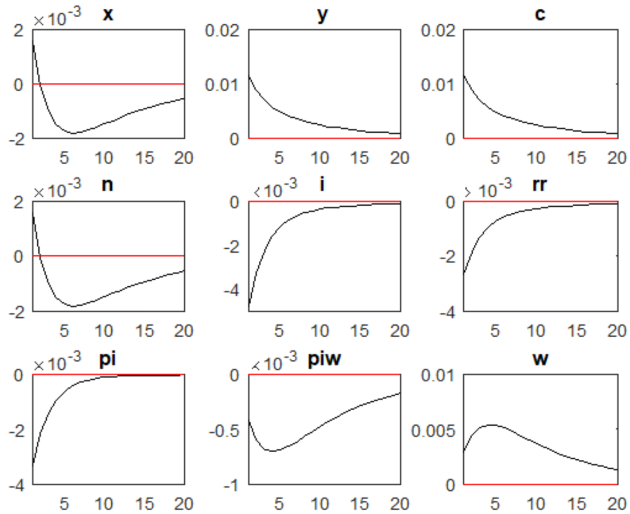
4.6.3 Schock positivo su Taylor rule sticky wages completo



Un rialzo dei tassi di interesse riduce l'output e, per la condizione di equilibrio, anche i consumi; si apre così un *output gap* negativo. La curva di Phillips implica deflazione sia sui prezzi sia sui salari. Il calo di produzione e retribuzioni comprime le ore lavorate. Con tassi nominali più elevati e prezzi in flessione, il tasso d'interesse reale risulta marcato.

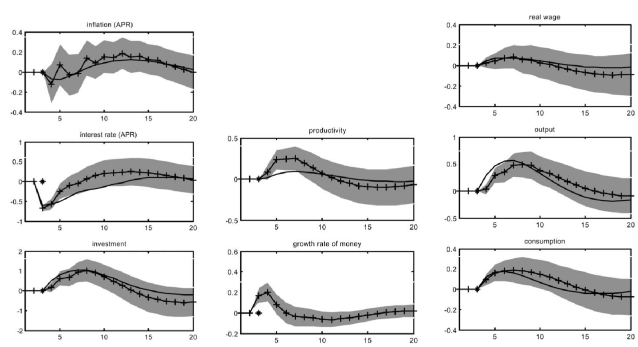
4.6.4 Schock positivo su teconologia sticky wages

Uno shock positivo di a_t fa crescere l'output e, per *market clearing*, anche i consumi, ma la dinamica è più lenta rispetto al caso senza rigidità; l'*output gap* resta quindi negativo. La curva di Phillips produce inflazione negativa su prezzi e salari, mentre la maggiore efficienza riduce l'occupazione. La Taylor rule reagisce con un taglio dei tassi nominali; tassi nominali lievemente negativi, insieme a una modesta deflazione, mantengono il tasso d'interesse reale leggermente sotto lo zero.



5 Modello CEE

Si apportano numerose modifiche rispetto al classico Modello Neo-Keyneiani per spiegare la concavità delle impulse response fig. 5 e la loro differenza rispetto alla realta. Le modifiche sono:



- **Componente *backward-looking* nella curva di Phillips**. Si introduce un termine retrospettivo, ponderato da un coefficiente che misura la viscosità dell'inflazione; ciò riproduce l'inerzia dei prezzi e la tipica forma concava dell'inflazione osservata nei dati.

- **Salari rigidi alla Calvo**. L'inclusione degli *sticky wages* aggiunge rigidità ai salari, smorzando la fiammata inflattiva dovuta ai prezzi e accentuando la risposta espansiva dell'output, che assume anch'esso un profilo lievemente concavo.

- **Capitale con utilizzo variabile**. Il capitale è ora remunerato in funzione dell'intensità d'uso, $r_t^k = a(u_t)$, dove u_t è il grado di utilizzo. Se $w_t > r_t^k$ l'impresa aumenta u_t per produrre di più, spiegando un'espansione reale maggiore rispetto al modello standard e un minor aumento di salari e inflazione.

- **Costo di aggiustamento degli investimenti**. L'equazione di accumulazione diventa $K_{t+1} = K_t(1-\delta) + I_t * (1 - S(\frac{I_t}{I_{t-1}}))$, dove $S(\cdot)$ penalizza variazioni brusche negli investimenti, generando un profilo concavo degli stessi.

- **Retribuzioni finanziate a tasso di interesse**. Le imprese finanziano la massa salariale prendendo a prestito al tasso di policy i_t. Una riduzione di i_t abbassa il costo marginale del lavoro e limita la pressione sui prezzi, attenuando l'inflazione che altrimenti si produrrebbe.

6 Modello ad Acceleratore Finanziario

6.1 Propgazione della Moneta nell'economia reale

Le banche centrali influenzano l'attività economica principalmente attraverso due strumenti:

- **Operazioni di mercato aperto** (open market operations), con cui alterano la base monetaria acquistando o vendendo titoli di Stato alle banche.

- **Variazione dei tassi di riferimento**, ad esempio modificando il tasso *overnight*, i tassi di rifinanziamento a breve o il tasso di remunerazione delle riserve in eccesso detenute presso la banca centrale.

Queste operazioni, insieme a interventi regolamentari (ad esempio i requisiti di riserva), incidono sull'economia tramite il *canale del credito*, che agisce in due modi:

- **Canale bancario**. In fase restrittiva le banche aumentano i tassi applicati ai prestiti e irrigidiscono il *credit rationing* perché dispongono di meno liquidità.

- **Acceleratore finanziario**. Le banche richiedono più garanzie; il valore degli asset scende, riducendo ulteriormente il collaterale disponibile e innescando un effetto "palla di neve" che deprime sia l'attività reale sia i prezzi degli attivi.

6.2 Modello ad Acceleratore Finanziario

All'interno di un quadro DSGE l'acceleratore finanziario è modellato come segue:

- **Separazione tra famiglie e imprese**. Le famiglie prestano fondi alle imprese e sostengono un costo di monitoraggio K, cosicché richiedono un premio per il controllo manageriale.
- **Tasso d'interesse soggetto a *spread***. L'impresa j paga un tasso atteso $E(r_t^j) = s(\frac{Q_t * K_{t+1}^j}{N_{t+1}^j}) * i_t$, tale tasso è deciso da una funzione crescente s (lo spread), che ha al suo interno il rapporto della leva $Q_t * K_{t+1}^j$ e del book value N_{t+1}^j

Supponiamo ora una riduzione del tasso base i_t. L'output Y_t cresce come nei modelli standard, ma c'è un effetto aggiuntivo: con l'espansione dell'attività, il valore del capitale netto N_t aumenta, riducendo la leva finanziaria e quindi lo *spread* $s(\cdot)$. Il minor costo del credito stimola ulteriore indebitamento e produzione: da qui il nome *acceleratore*.

L'evidenza empirica supporta questo meccanismo. Uno studio del 2012 mostra che una recessione accompagnata da un forte calo dei prezzi degli asset si rivela più lunga e profonda, mentre un boom azionario favorisce una ripresa rapida e intensa; i due fenomeni risultano spesso correlati. Si rileva inoltre che l'abitazione rappresenta per le famiglie l'asset più rilevante: una crisi immobiliare può dunque trascinare l'intera economia verso il basso.