UNIMORE
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MODENA E REGGIO EMILIA

Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche

ELETROMAGNETISMO

Onde elettromagnetiche

GUGLIELMO MARCONI
Premio Nobel 1909
2009

- La legge di Ampère-Maxwell
- Le equazioni di Maxwell
- Velocità di propagazione di un'onda EM
- Onde EM e luce
- Produzione di onde elettromagnetiche
- Rivelazione di onde elettromagnetiche
- Lo spettro EM

Campi elettrici e magnetici prodotti da cariche elettriche accelerate

Abbiamo studiato il campo elettrico prodotto da una carica ferma (legge di Gauss dell'elettrostatica) e il campo elettrico (non conservativo) prodotto da un campo magnetico variabile nel tempo (legge di Faraday).

La legge Ampère consente di calcolare il campo magnetico prodotto da una corrente costante nel tempo (magnetostatica), che chiameremo "corrente di conduzione".

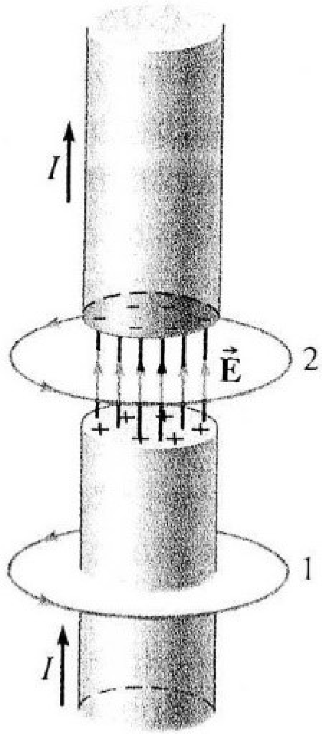
Nel seguito esploreremo che caratteristiche hanno i campi elettrico e magnetico generati da cariche accelerate. Questo ambito di fenomeni richiede una modifica della legge di Ampère così come l'abbiamo formulata in magnetostatica.

Legge di Ampère-Maxwell

Consideriamo un lungo filo rettilineo di raggio R percorso da una corrente continua I. Ad un certo punto il filo ha una interruzione. Le superfici di questa interruzione agiscono da piastre di un condensatore (ved. figura). Se la corrente scorre verso l'alto sulla faccia inferiore si accumulano cariche positive:

$$\Delta Q(t) = I\Delta t$$

mentre sull'altra superficie del filo si accumula una $-\Delta Q(t)$.



Legge di Ampère-Maxwell

Applichiamo la legge di Ampère al cammino circolare γ (ved. figura). La circuitazione di **B** deve essere proporzionale alla corrente che attraversa qualunque superficie che si appoggia alla linea γ. Per la superficie S_1 otteniamo il campo magnetico di un filo rettilineo percorso da corrente.

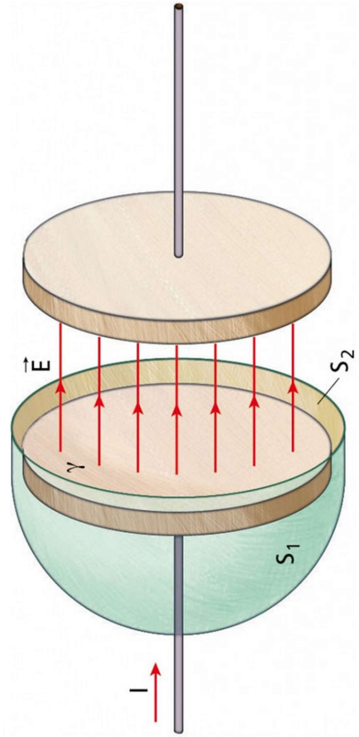
Se invece prendiamo la superficie S_2, la superficie non viene attraversata da nessuna corrente, dunque il campo magnetico dovrebbe essere nullo.

Tuttavia attraverso la superficie S_2 c'è un flusso di campo elettrico non nullo che aumenta man mano che si accumulano cariche:

$$\mathrm{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\Delta Q}{\varepsilon_0 \pi R^2}$$

Quindi:

$$\frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t} = \frac{\pi R^2}{\Delta t}\frac{\Delta Q}{\varepsilon_0 \pi R^2} = \frac{I}{\varepsilon_0}$$



Legge di Ampère-Maxwell

In base a queste considerazioni e anche da considerazioni di simmetria del ruolo di **E** e **B** nelle leggi dell'elettromagnetismo, Maxwell intuì che la legge di Ampère doveva essere generalizzata ad includere situazioni dipendenti dal tempo.

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 \left(I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)$$

Dunque il campo magnetico può essere generato sia dalle correnti elettriche di conduzione che dai campi elettrici variabili nel tempo. Il secondo termine in parentesi a secondo membro è chiamata "corrente di spostamento".

Le linee di **B** sono sempre chiuse e sono concatenate o ad una corrente, o ad un campo elettrico variabile o ad una combinazione dei due.

Equazioni di Maxwell

Legge di Gauss per l'elettrostatica

I campi elettrostatici sono generati dalle cariche elettriche.

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Legge di Gauss per il magnetismo

Non esistono monopoli magnetici.

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0$$

Legge di Faraday

Un campo magnetico variabile produce un campo elettrico.

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Legge di Ampère-Maxwell

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Una corrente elettrica o un campo elettrico variabile generano un campo magnetico.

Nel vuoto,

in assenza di cariche e correnti di conduzione (q=0, I=0)

le quattro equazioni di Maxwell nelle incognite **E** e **B sono simmetriche.**

$$\Phi(\vec{E}) = 0$$

$$\Phi(\vec{B}) = 0$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$$

Combinandole opportunamente è possibile ottenere due equazioni, una per E e una per B, della stessa forma (equazione delle onde):

$$\frac{d^2E}{dy^2} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{d^2E}{dt^2} \qquad \frac{d^2B}{dy^2} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{d^2B}{dt^2}$$

L'equazione ammette **due soluzioni** per la coppia di campi (**E**,**B**)

I vettori E e **B soluzione delle equazioni delle onde** sono perpendicolari tra loro, funzioni del tempo, e variano nello spazio mantenendosi perpendicolari alla direzione di propagazione y.

E=**E**(y,t) **B**=**B**(y,t)

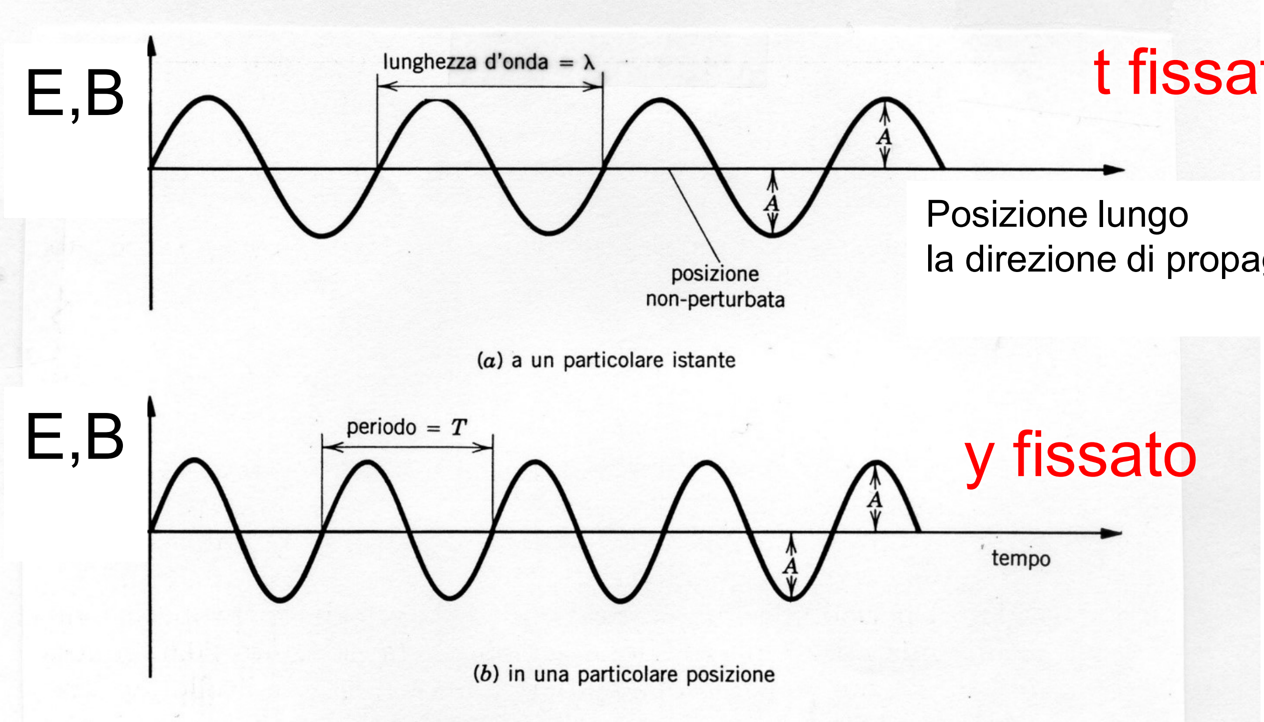
Entrambi sono funzioni periodiche di y e t.

Onde periodiche

Un’onda periodica si ripete uguale a sè stessa nello spazio e nel tempo..

Periodicità spaziale

Periodicità temporale

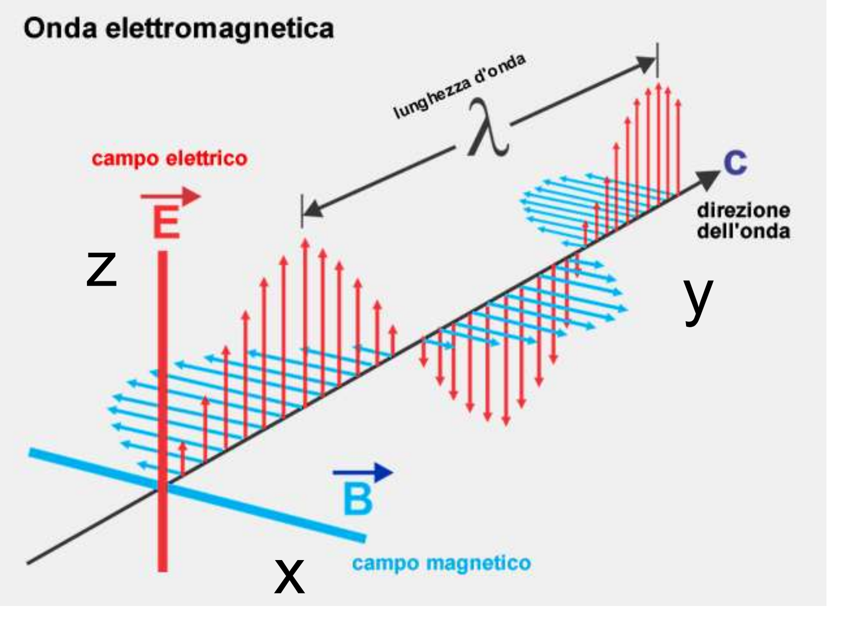


$v = \lambda f$ dove v è la velocità di propagazione dell’onda, f la sua frequenza e λ la lunghezza d’onda.

Le due soluzioni per la coppia di campi sono onde periodiche sinusoidali di tipo “seno” o “coseno”.

Per esempio, per la soluzione di tipo “seno” i moduli dei due campi variano nello spazio e nel tempo in modo periodico secondo la legge:

$$E_z = E_{max} \sin(\varphi(y,t)) \qquad B_x = B_{max} \sin(\varphi(y,t))$$



Esplicitando la dipendenza dal tempo della fase $\varphi(y,t)$:

$$E_z = E_m \sin(ky - \omega t + \phi)$$

ampiezza

φ

numero d'onda

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

frequenza angolare

$$\omega = 2\pi f$$

costante di fase

e analoga funzione per B_x

$$c = \lambda f = \frac{\omega}{k}.$$

Dalle equazioni di Maxwell si ricava anche la relazione matematica che lega i moduli di E e B:

$$E = cB$$

E' possibile dimostrare che l'onda EM trasporta energia, acquisita dalla sorgente che l'ha emessa e questa energia si distribuisce per metà tra E e B.

In una <u>situazione dipendente dal tempo, dunque, l'un campo non può esistere senza l'altro</u>.

Chiamiamo ONDA ELETTROMAGNETICA l'insieme dei due campi.

Velocità di propagazione delle onde EM

Le onde EM si propagano sia nel vuoto che in un mezzo.

Maxwell calcolò teoricamente la velocità di propagazione delle onde EM nel vuoto ottenendo il seguente risultato:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/Nm^2}\right)\left(4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{Tm/A}\right)}}$$

$$= 3.00 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}$$

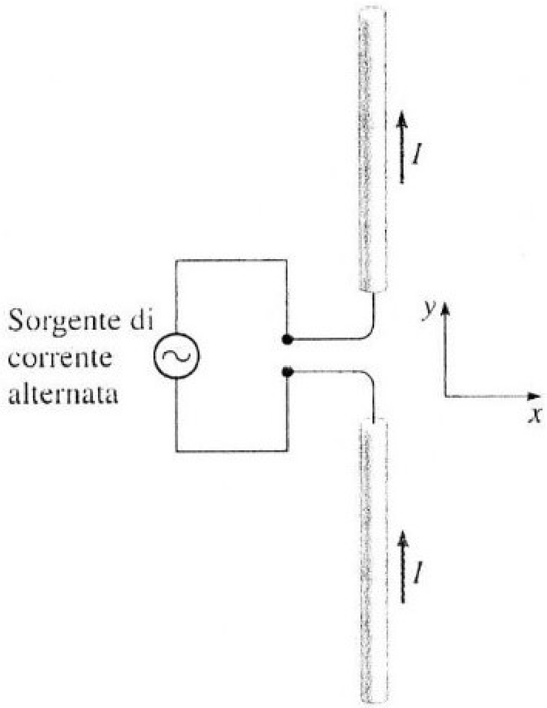
indipendente dalla frequenza! Inoltre in un mezzo v<c.

In 1675 Römer calcolò la velocità della luce nel vuoto misurando il tempo intercorso tra due eclissi dei satelliti di Giove. Egli non solo mostrò che questa velocità è finite, ma fu in grado di darne anche un valore: 2.25×10^{8} m/s.

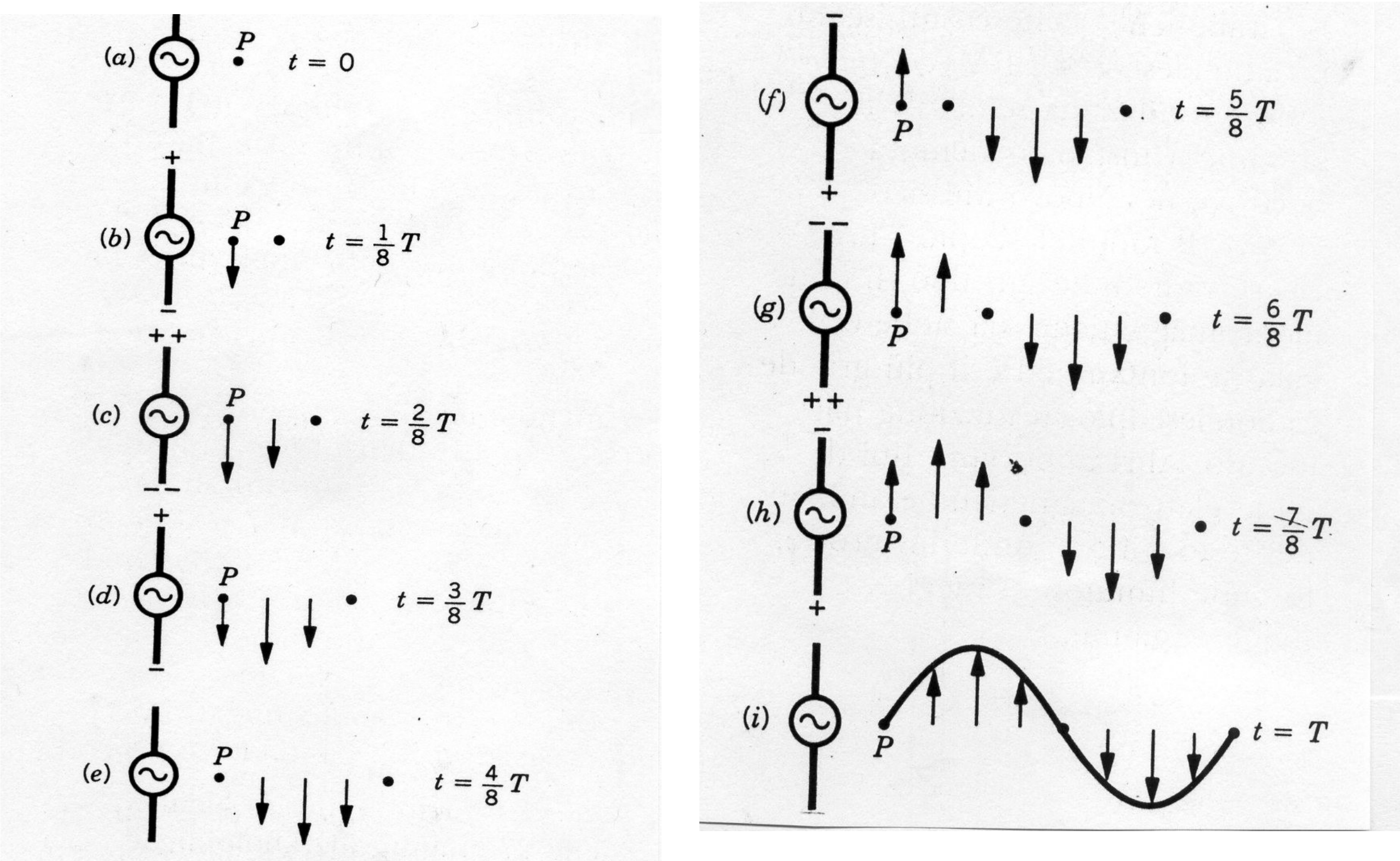
Fizeau nel 1849 misurò il valore di 3×10^{8} m/s (prima della teoria di Maxwell)

La coincidenza del valore ottenuto da Maxwell per la velocità di propagazione nel vuoto di un'onda EM chiarì definitivamente la natura fisica (ondulatoria) della luce.

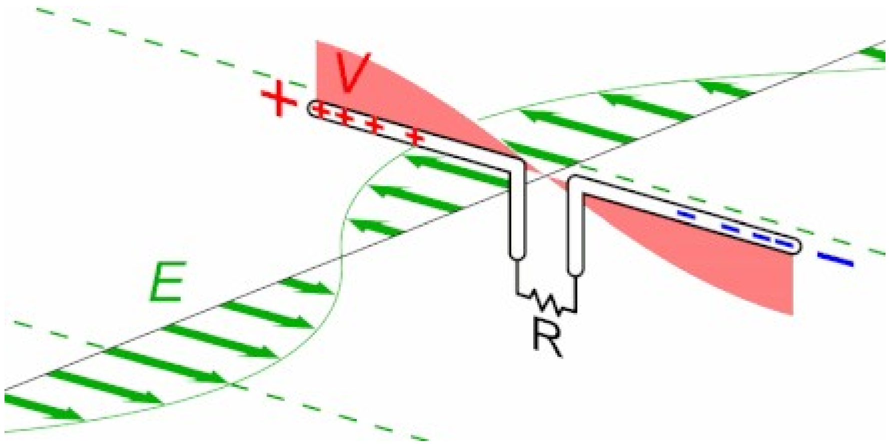
Come si produce un’onda EM? Applicando una ddp variabile nel tempo in modo periodico ad una antenna a dipolo elettrico oscillante(ved. figura).



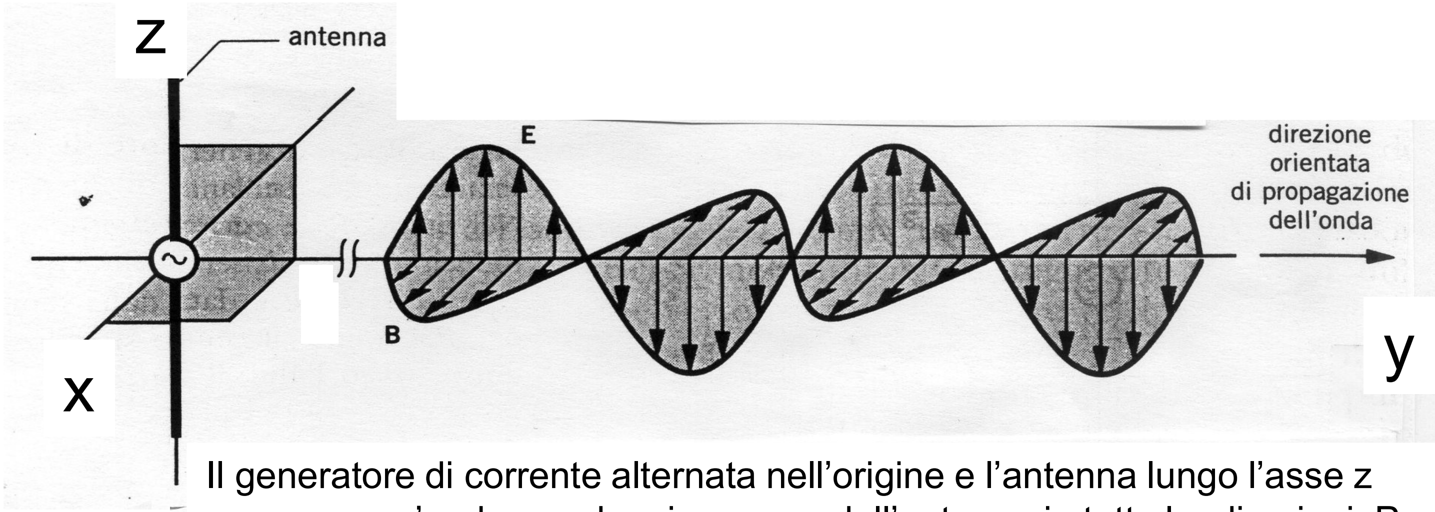
Le due barre metalliche sono alimentate, alle estremità centrali, da una corrente alternata . Per metà del ciclo una estremità acquista carica + e l’altra estremità carica -, generando un dipolo elettrico. Poichè la corrente è alternata il dipolo cambierà la sua polarità con la stessa frequenza della corrente. Se la carica oscilla con frequenza f, l’onda EM risultante varierà nel tempo con la stessa frequenza f.



(a) P t = 0
(b) P $t = \frac{1}{8}T$
(c) P $t = \frac{2}{8}T$
(d) P $t = \frac{3}{8}T$
(e) P $t = \frac{4}{8}T$
(f) P $t = \frac{5}{8}T$
(g) P $t = \frac{6}{8}T$
(h) P $t = \frac{7}{8}T$
(i) P $t = T$

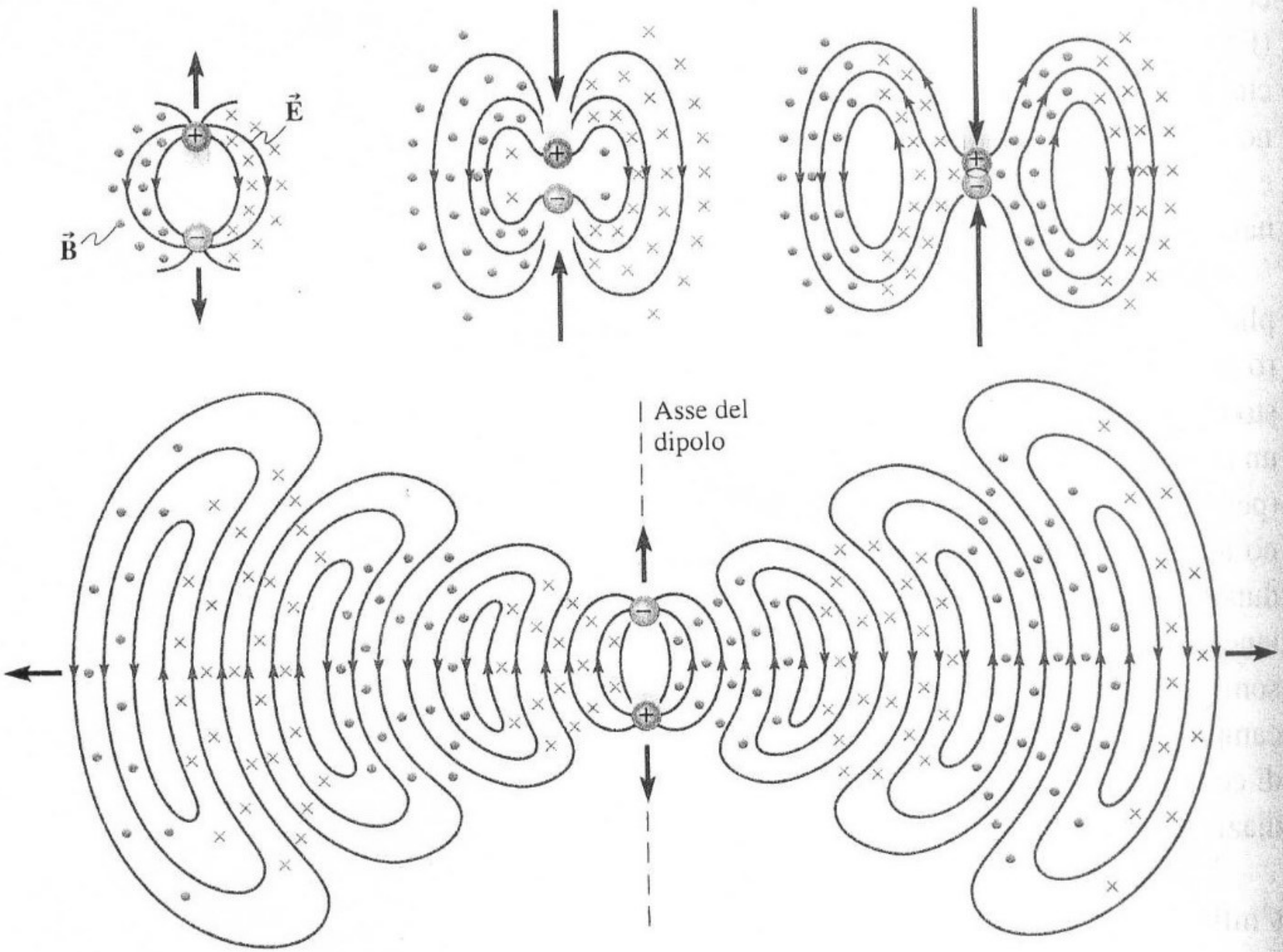


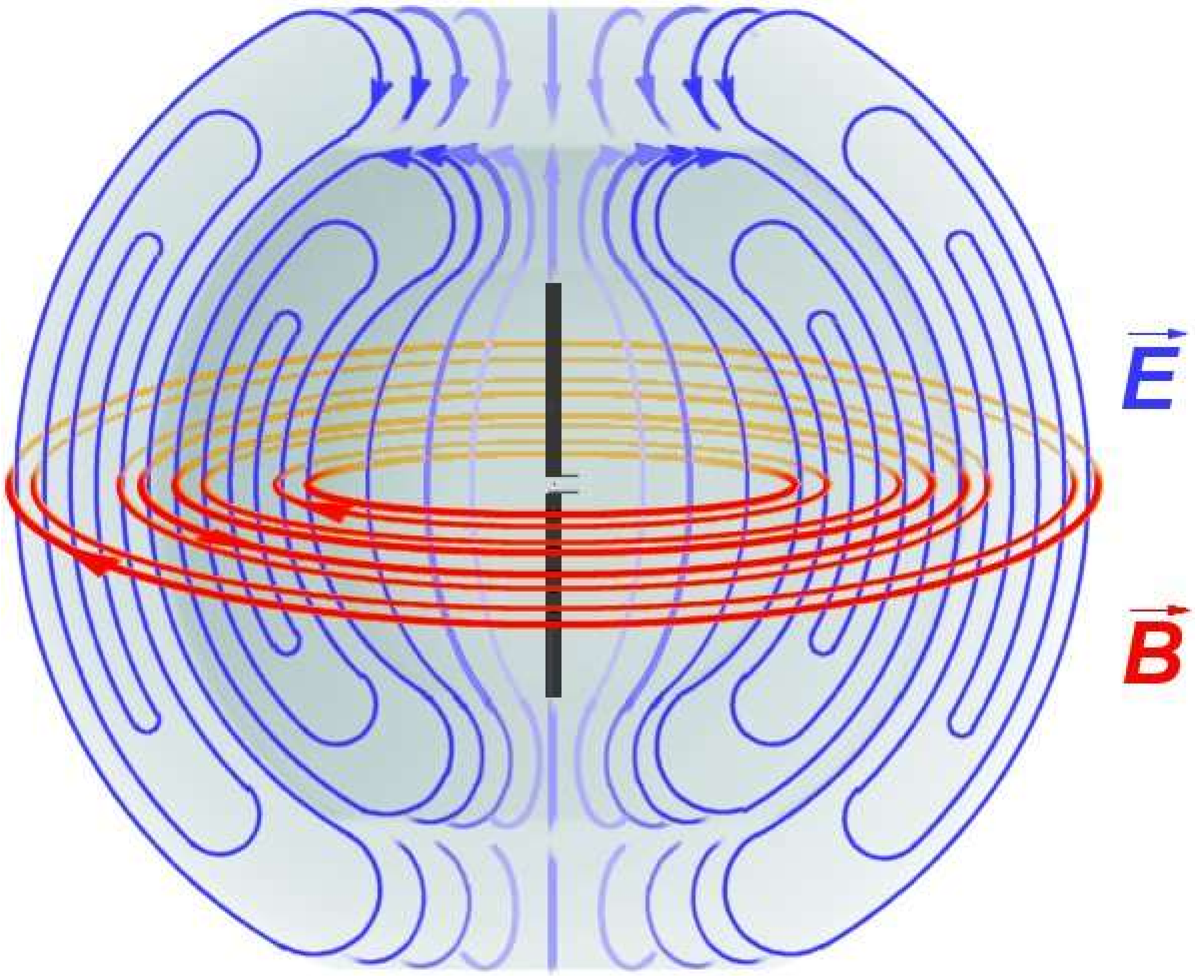
https://it.wikipedia.org/wiki/Antenna_a_dipolo#/media/File:Dipole_receiving_antenna_animation_6_800x394x150ms.gif



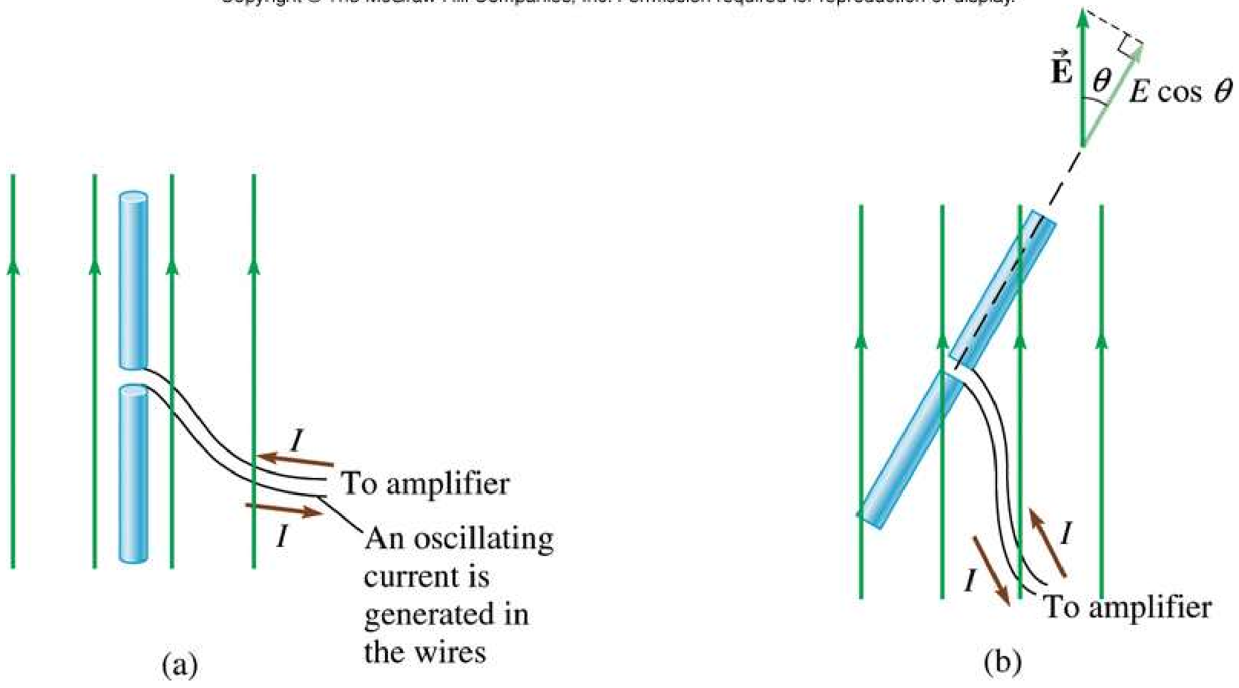
Il generatore di corrente alternata nell'origine e l'antenna lungo l'asse z generano un'onda em che si propaga dall'antenna in tutte le direzioni. Per chiarezza è rappresentata soltanto la parte dell'onda che si propaga lungo il semiasse y positivo. Il campo elettrico **E** è diretto lungo l'asse z e il campo magnetico **B** è diretto lungo l'asse x. La figura rappresenta l'onda em nello spazio circostante l'antenna. Osservate che **E** e **B** sono perpendicolari tra loro e perpendicolari alla direzione di propagazione dell'onda.

Figura 20.2 Linee di campo elettrico e magnetico prodotte da un dipolo oscillante. Le linee chiuse rappresentano il campo elettrico nel piano della pagina. I punti e le croci rappresentano l'intersezione delle linee chiuse del campo magnetico col piano della pagina. Le linee di campo lasciano il dipolo e sotto forma di onda elettromagnetica si propagano nello spazio.




$\vec{E}$
$\vec{B}$

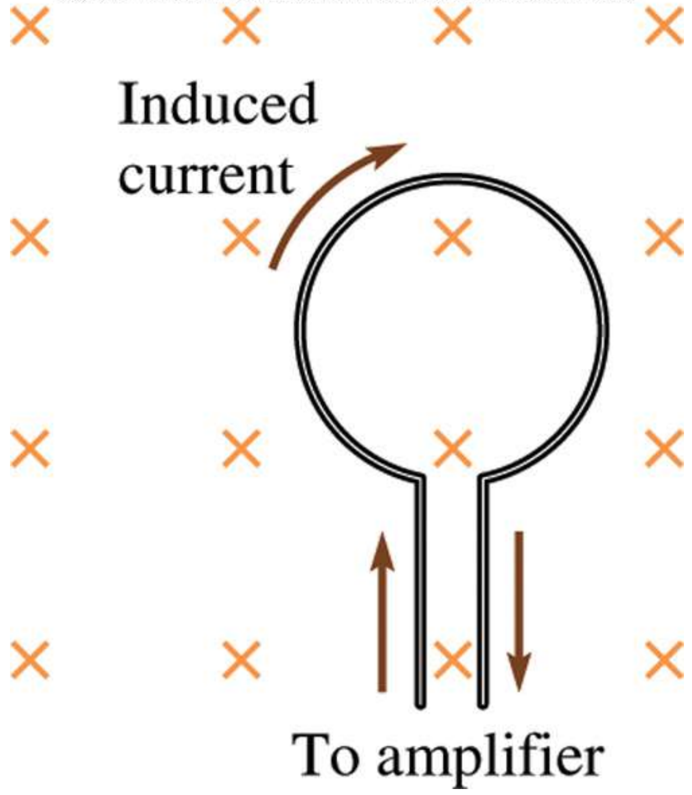
Rivelazione del campo elettrico dell'onda EM: l' antenna



Il campo elettrico dell'onda EM si rivela mettendo in moto le cariche di una antenna allineata al campo elettrico dell'onda EM. Nell'antenna ricevente si genera così una corrente alternata.

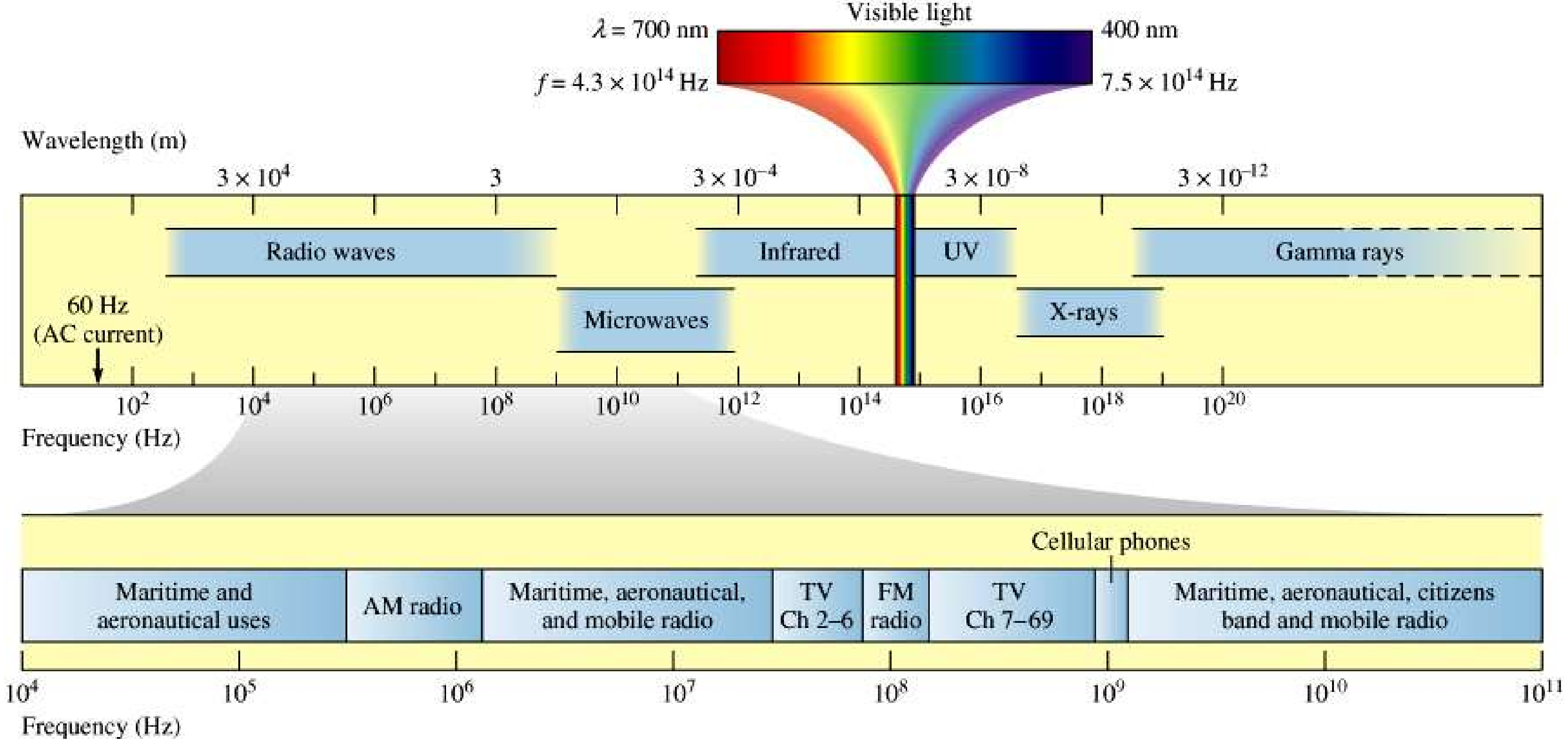
Rivelazione del campo magnetico dell’onda EM: la spira

Il campo magnetico di una onda EM è rivelabile collocando una spira di material conduttore perpendicolarmente a B. Si genererà così un flusso di B variabile nel tempo attraverso la spira e, di conseguenza, si misurerà una corrente indotta



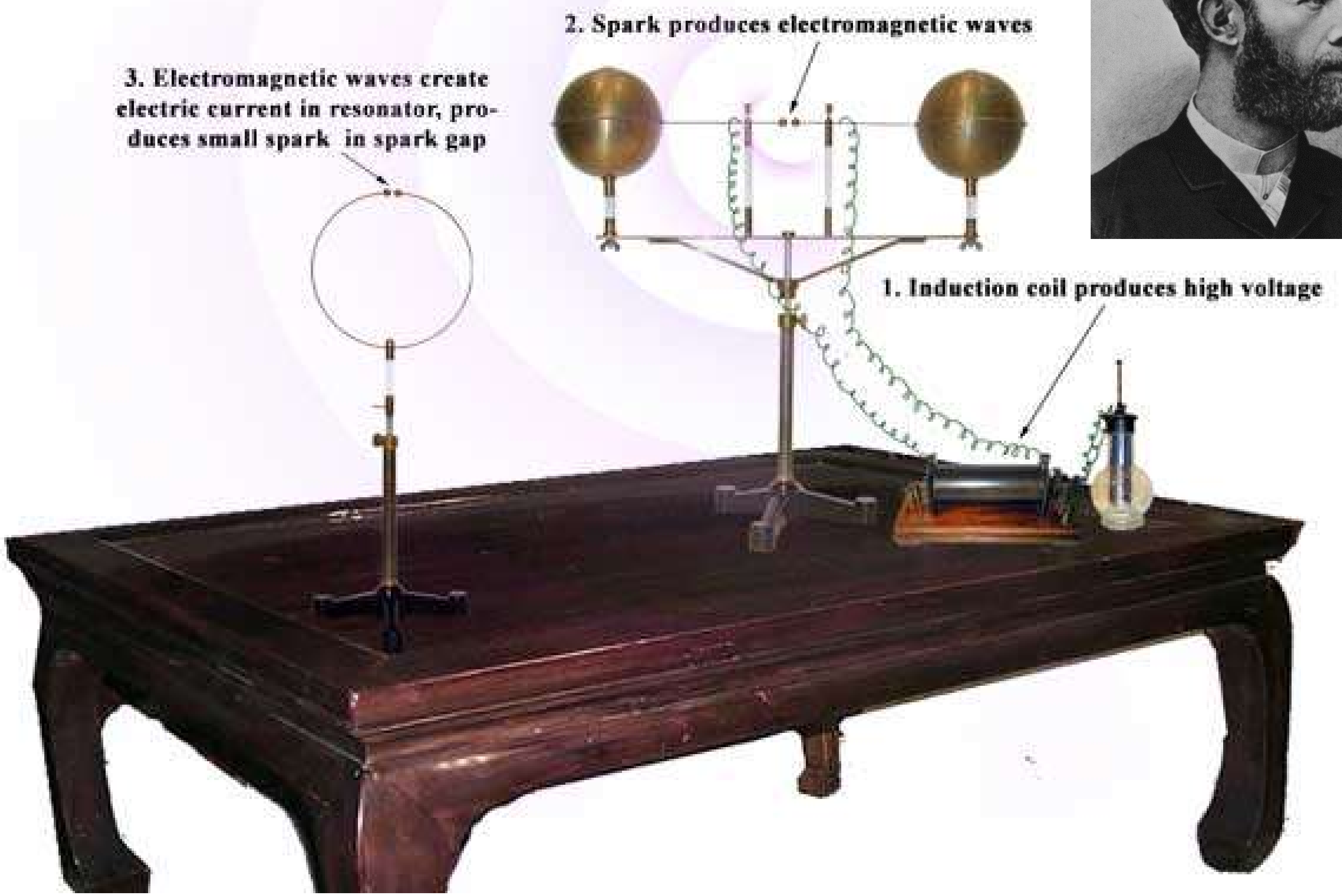
Lo spettro EM

Possono esistere onde EM di qualsiasi frequenza.

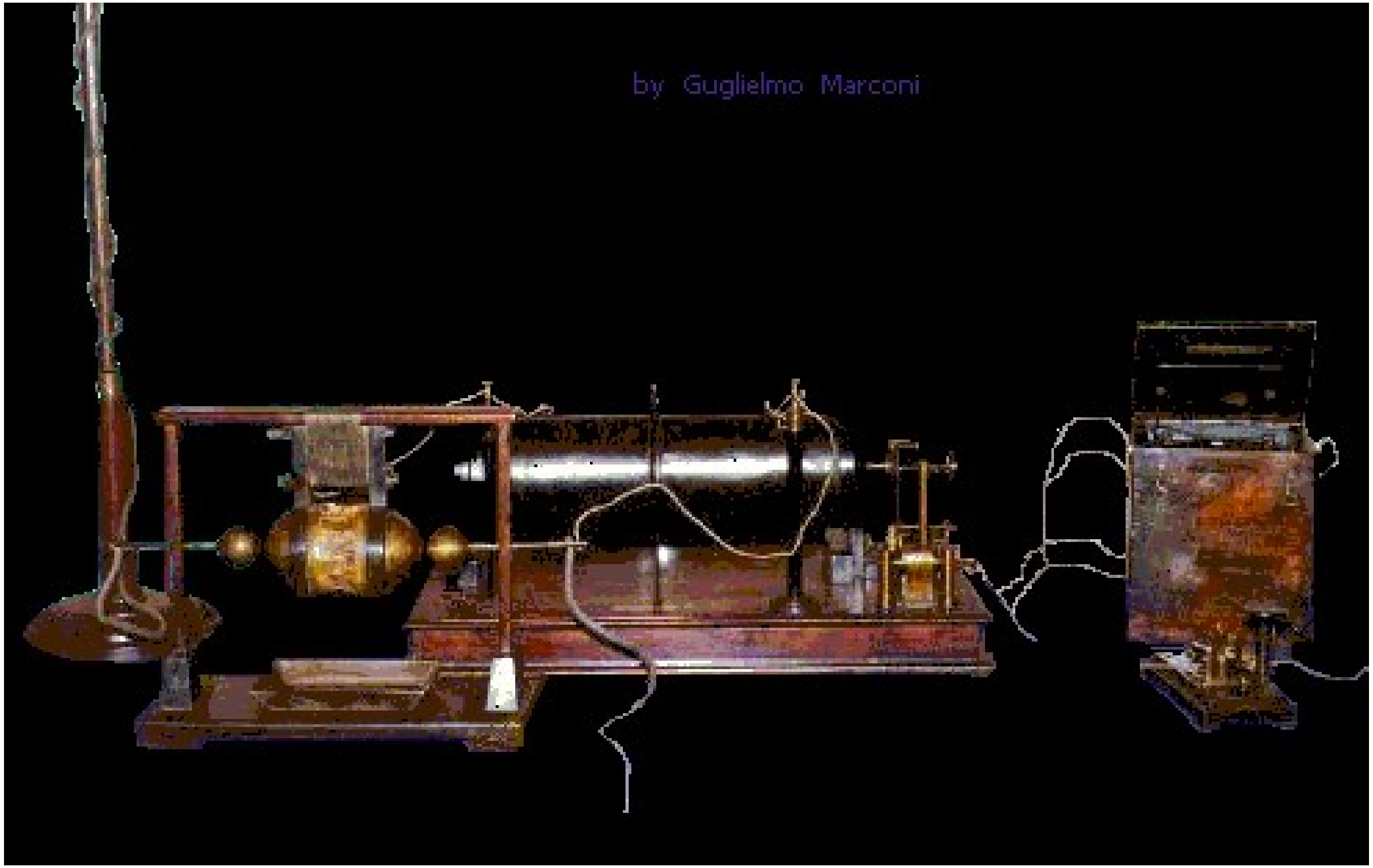


L’esperimento di Hertz

https://www.youtube.com/watch?v=9gDFIl6Ge7g&nohtml5=False



1897 Trasmettitore di onde e.m.



Guglielmo Marconi

Premio Nobel per la fisica 1909

https://www.youtube.com/watch?v=rJ3wLUoFR9s