



UNIMORE
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI
MODENA E REGGIO EMILIA

Dipartimento di Scienze Fisiche,
Informatiche e Matematiche

ELETROMAGNETISMO

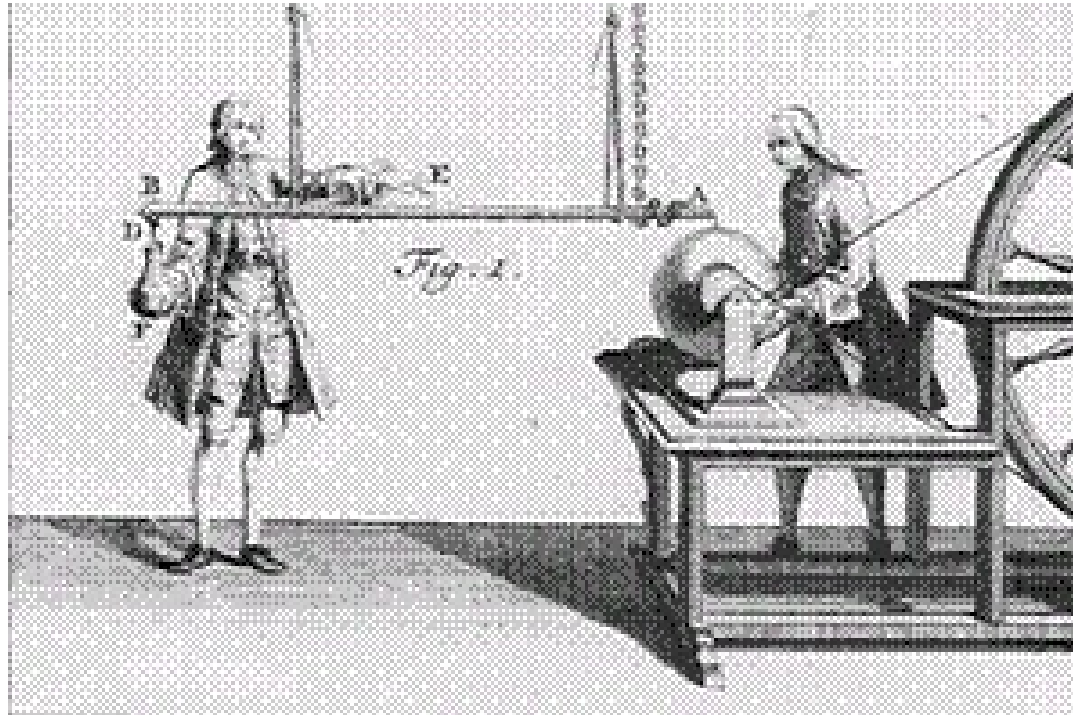
Forze e campi elettrici



- Carica elettrica
- Conduttori e isolanti
- Legge di Coulomb
- Campo elettrico
- Moto di una carica puntiforme in un campo elettrico uniforme
- Conduttori in equilibrio elettrostatico
- La legge di Gauss

L'elettricità

Da dove è cominciata la storia:



<https://www.youtube.com/watch?v=aX0vPeRKgjs>
min. 0-7.13

CONDUTTORI

ISOLANTI

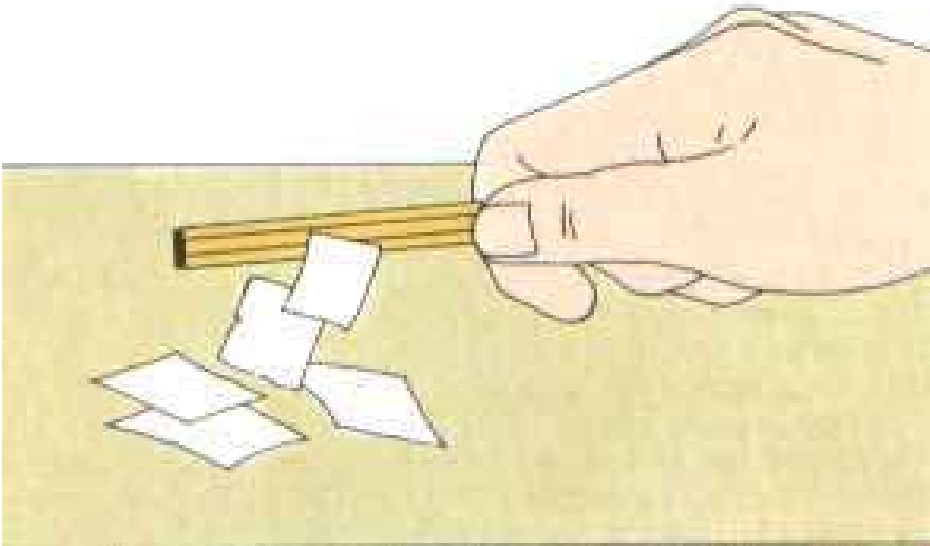
Conduttori e Isolanti

Un conduttore è formato da un materiale che consente alle cariche elettriche di muoversi attraverso esso in modo facile.

Un isolante è formato da un materiale che non consente alle cariche elettriche di muoversi facilmente attraverso esso.

L'elettricità

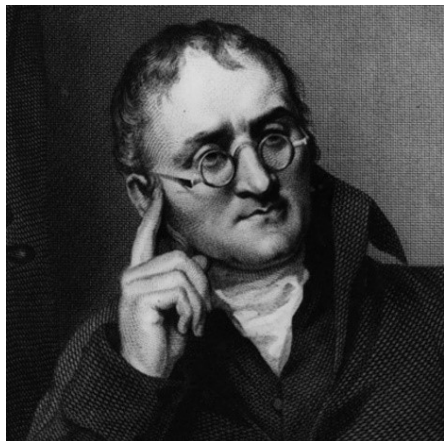
Elettrizzazione per strofinio



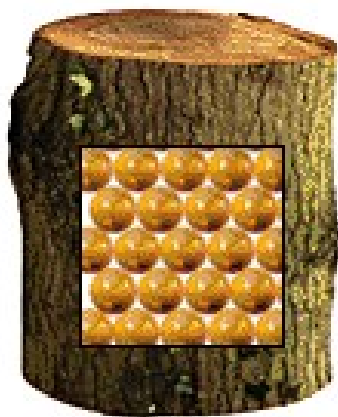
Elettrizzazione per contatto



Dopo circa 100 anni.... gli atomi



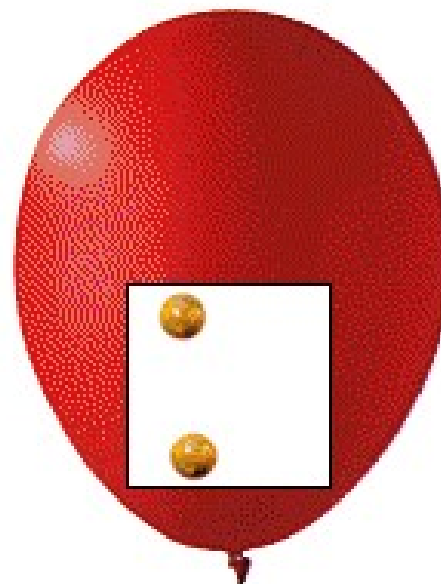
Dalton, inizio del 1800
Ipotesi degli atomi
(gli «indivisibili», lui credeva....)



LEGNO SOLIDO



LIQUIDO IN
UN VASO



PALLONE PIENO DI GAS

Dopo circa 200 anni.... Gli atomi si «dividono»: le cariche elettriche

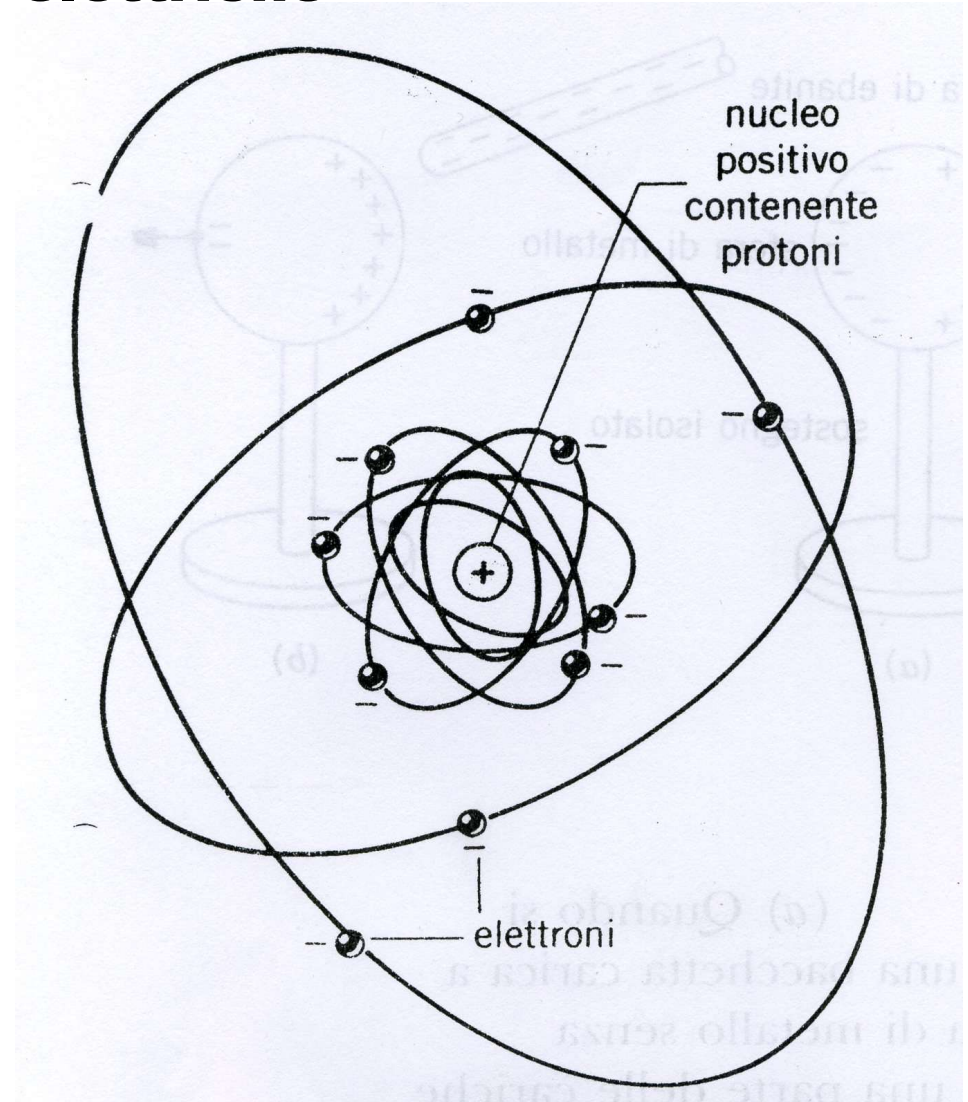
Thomson, 1897
scoperta dell'elettrone



Rutherford, 1911
scoperta del protone



Chadwick, 1932)
scoperta del neutrone



Carica Elettrica

Ci sono due tipi di carica elettrica: positiva e negativa.

Un corpo è elettricamente neutro se la somma di tutte le cariche sul corpo è zero.

La carica è una quantità che si conserva.

L'unità elementare di carica è $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$.

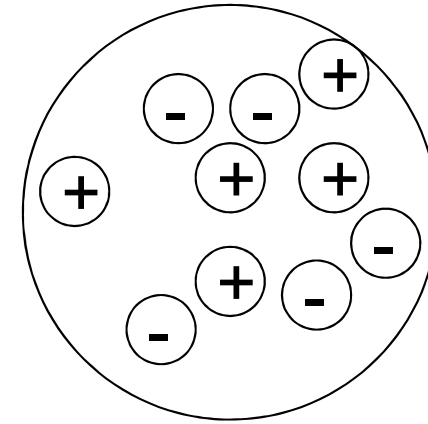
La carica dell'elettrone è $-1e$.

La carica del protone è $+1e$.

La carica del neutron è $0e$.

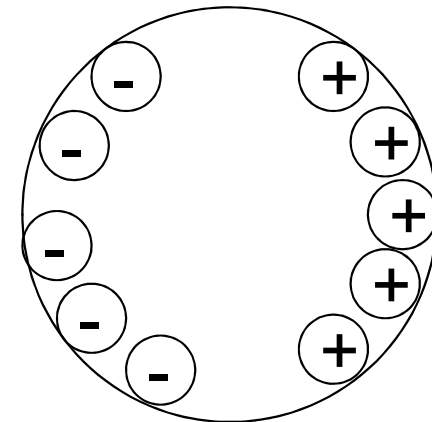
Gli esperimenti mostrano che cariche dello stesso segno si respingono e cariche di segno opposto si attraggono. La forza di interazione decresce all'aumentare della distanza tra le cariche.

Questo corpo è elettricamente neutro.



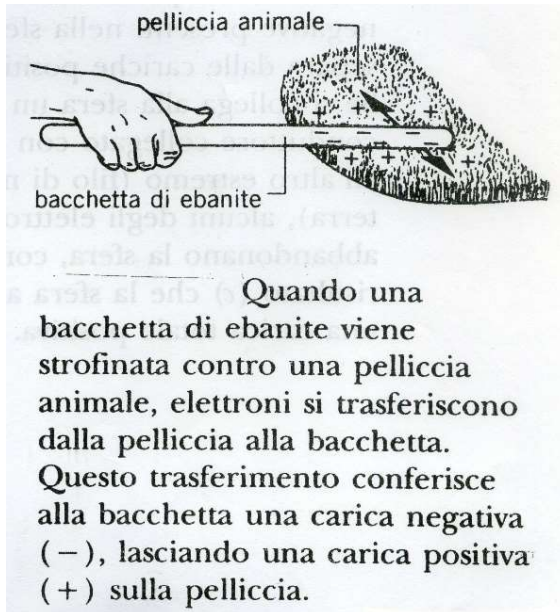
Un oggetto può diventare **polarizzato** se le cariche al suo interno possono essere separate.

Tenendo una bacchetta carica vicino al corpo, esso può essere polarizzato.

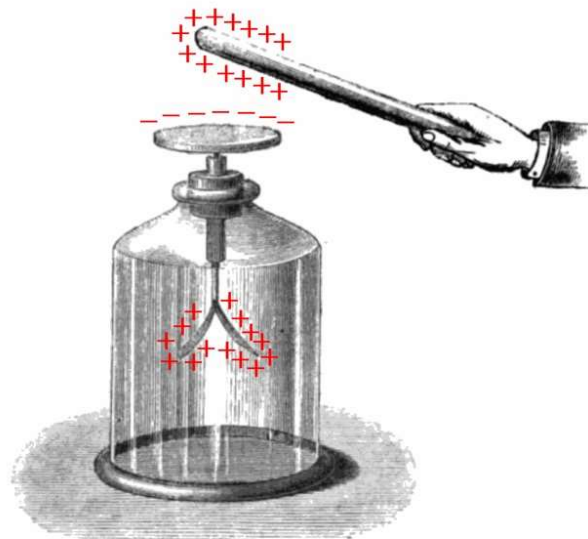
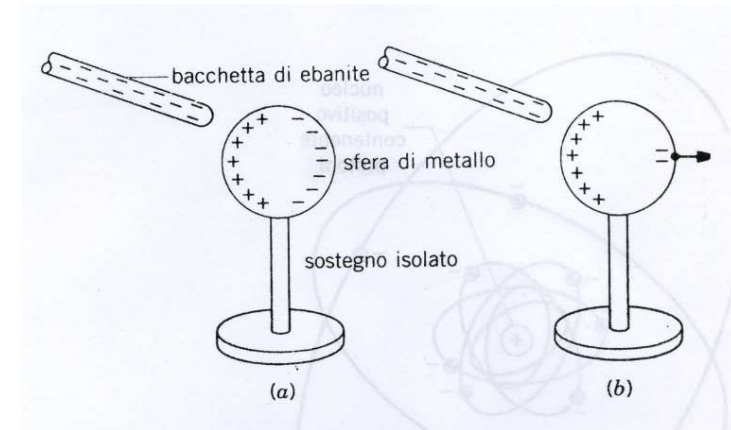


Corpi neutri e corpi carichi

Elettrizzazione per strofinio



Elettrizzazione per induzione



Elettrizzazione per contatto

Carica puntiforme e Legge di Coulomb

https://www.youtube.com/watch?v=9FaZQ_B1Ptc

Il modulo della forza tra due cariche puntiformi è:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$$

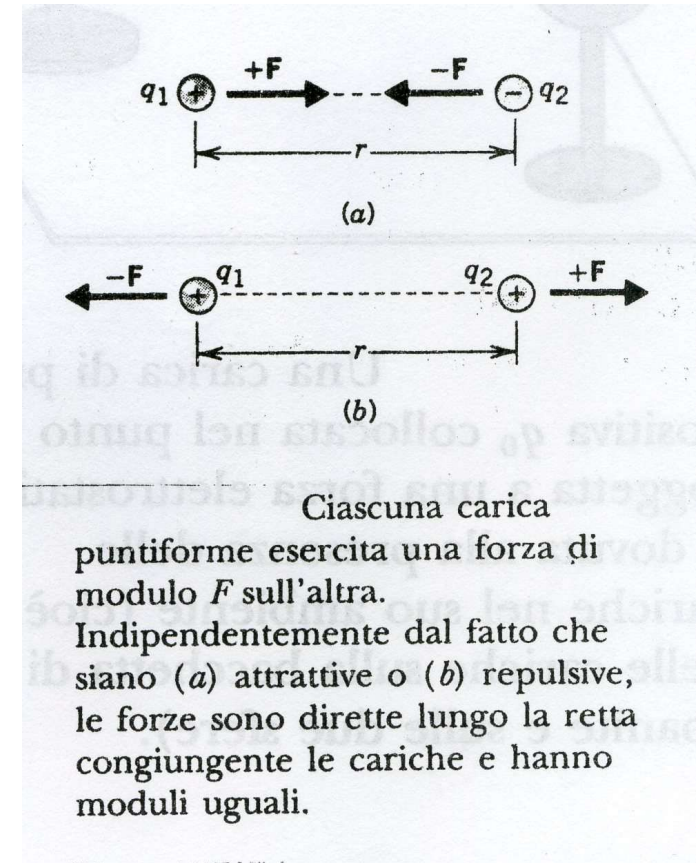
dove q_1 e q_2 sono le cariche

e r è la distanza tra le due cariche.

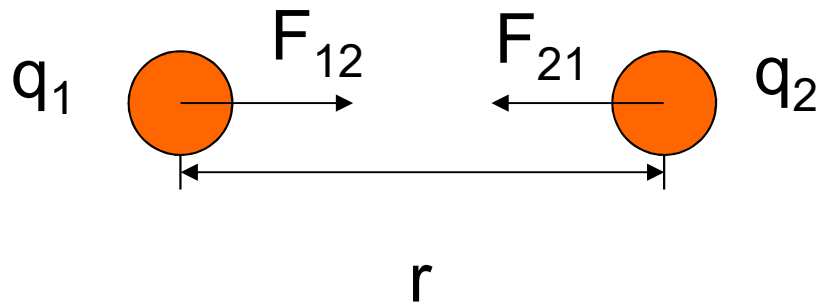
$$k = 8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

where $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ and $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$

ϵ_0 è la permeabilità dello spazio vuoto.

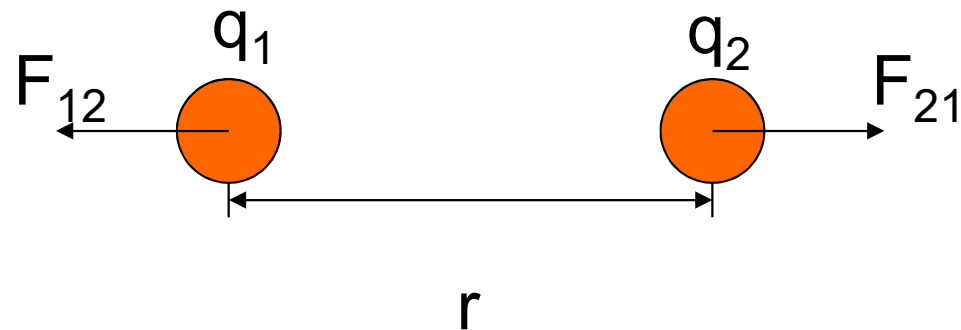


La forza elettrica è diretta lungo la congiungente i centri delle due cariche puntiformi.



Forza attrattiva tra q_1 e q_2 .

Forza repulsiva tra q_1 e q_2 .



La forza elettrica è un esempio di forza a lungo raggio, come la forza di gravità.

Forza elettrica e forza gravitazionale





Qual' è il rapporto tra la forza elettrica e quella gravitazionale tra un protone e un elettrone separati da 5.3×10^{-11} m (il raggio di un atomo di idrogeno)?

$$F_e = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

$$|q_1| = |q_2| = e$$

$$m_1 = m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

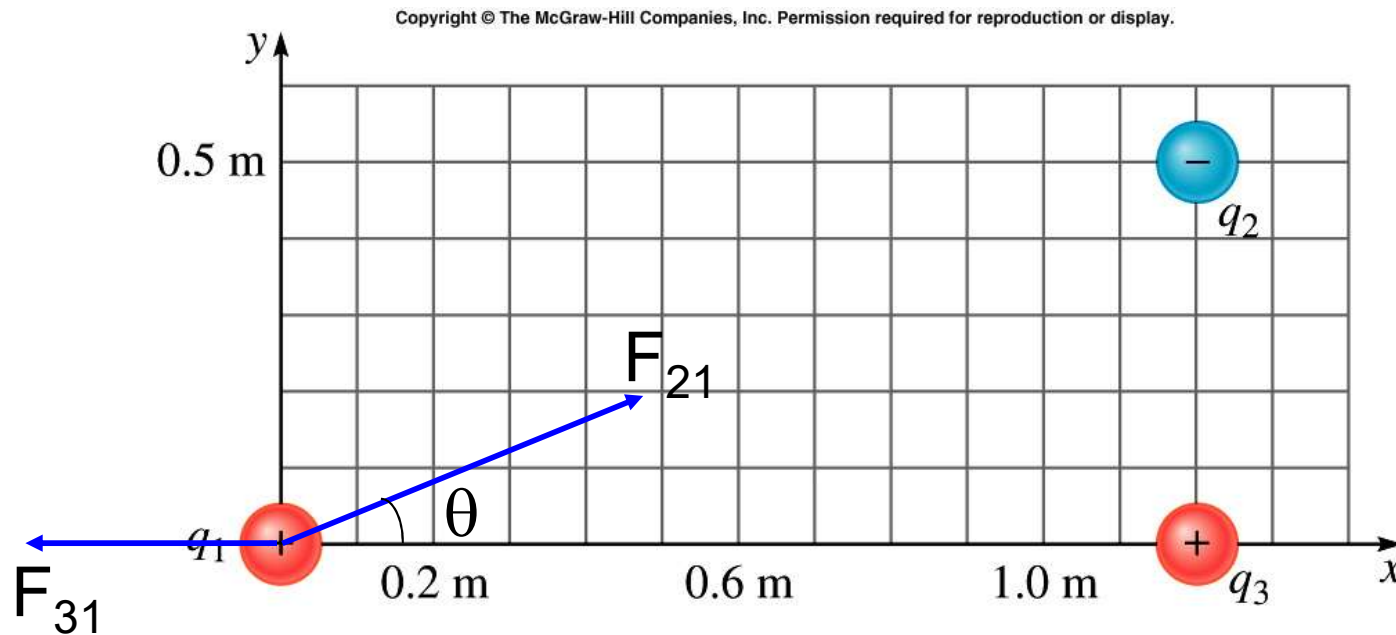
$$m_2 = m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Il rapporto è:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{k|q_1||q_2|}{Gm_1m_2} = \frac{ke^2}{Gm_em_p} = 2.3 \times 10^{39}$$



Qual' è la forza netta sulla carica q_1 dovuta alle altre due cariche q_2 e q_3 (ved. figura)? (assumere $q_1 = +1.2 \mu\text{C}$, $q_2 = -0.60 \mu\text{C}$, e $q_3 = +0.20 \mu\text{C}$).



La forza netta su q_1 è $\mathbf{F}_{\text{net}} = \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{31}$

continua:

I moduli delle forze valgono:

$$F_{21} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{21}^2} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)(1.2 \times 10^{-6} \text{ C})(0.60 \times 10^{-6} \text{ C})}{(1.2 \text{ m})^2 + (0.5 \text{ m})^2}$$
$$= 3.8 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_{31} = \frac{k|q_1||q_3|}{r_{31}^2} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)(1.2 \times 10^{-6} \text{ C})(0.20 \times 10^{-6} \text{ C})}{(1.2 \text{ m})^2}$$
$$= 1.5 \times 10^{-3} \text{ N}$$

continua:

dalla figura:

$$\cos \theta = \frac{1.2 \text{ m}}{1.3 \text{ m}} = 0.92$$

$$\sin \theta = \frac{0.5 \text{ m}}{1.3 \text{ m}} = 0.38$$

Le componenti della forza netta, riferiti ai versori scelti sui due assi cartesiani della figura, sono:

$$F_{\text{net},y} = F_{31,y} + F_{21,y} = 0 + F_{21} \sin \theta = 1.4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_{\text{net},x} = -F_{31,x} + F_{21,x} = -1.5 \times 10^{-3} \text{ N} + 3.8 \times 10^{-3} \text{ N} \times \cos \theta = 2.0 \times 10^{-3} \text{ N}$$

continua:

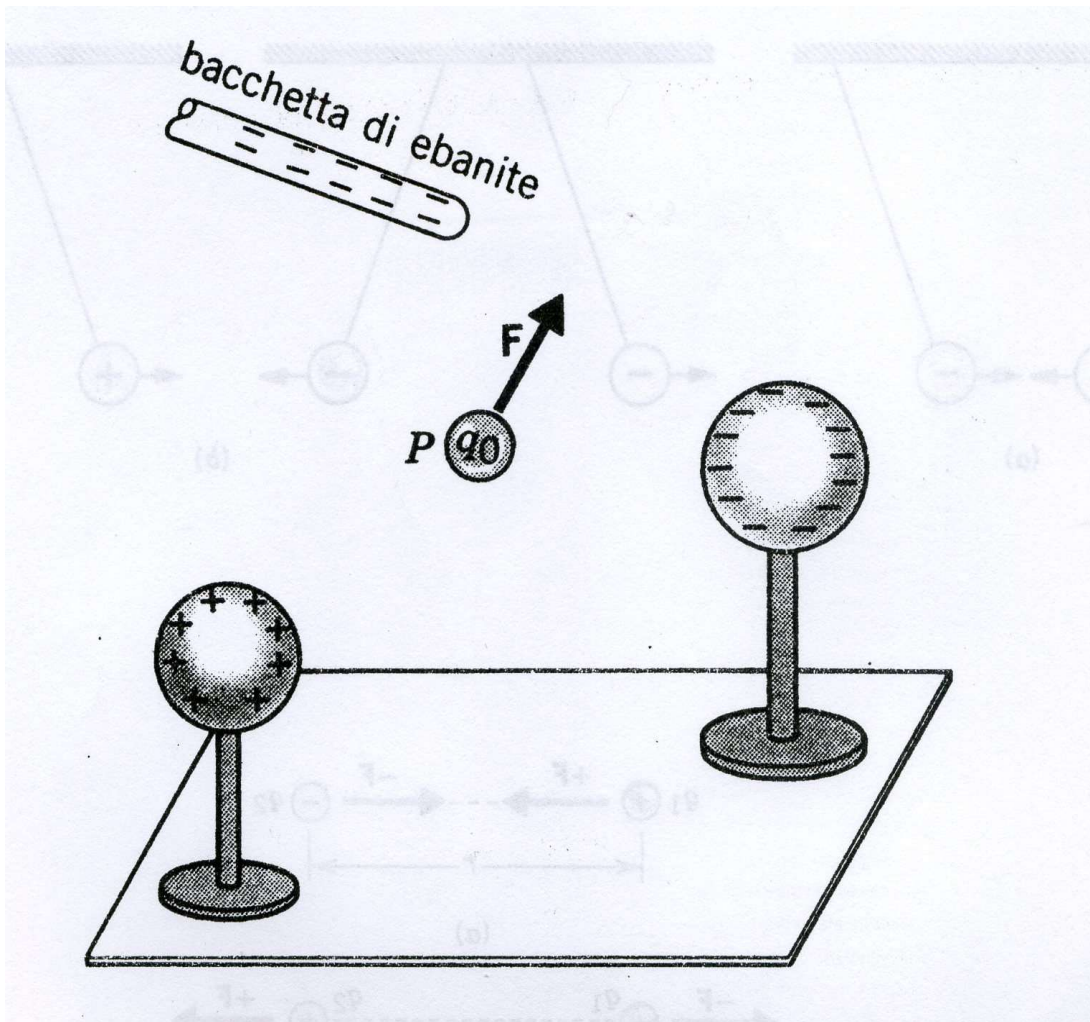
Il modulo della forza netta vale:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{F_{\text{net},x}^2 + F_{\text{net},y}^2} = 2.4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

La direzione della forza netta è:

$$\tan \phi = \frac{F_{\text{net},y}}{F_{\text{net},x}} = 0.7$$
$$\phi = 35^\circ$$

Campo elettrico



Una carica di prova positiva q_0 collocata nel punto P è soggetta a una forza elettrostatica F dovuta alla presenza delle cariche nel suo ambiente (cioè, delle cariche sulla bacchetta di ebanite e sulle due sfere).

Il Campo Elettrico

Ricorda: $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$

dove \mathbf{g} è l'accelerazione di gravità (modulo del campo gravitazionale terrestre).

$$\mathbf{F}_e = q\mathbf{E}$$

Similmente per le forze elettriche possiamo definire il modulo del campo elettrico \mathbf{E} .

Per una carica puntiforme Q , il modulo della forza per unità di carica alla distanza r (il campo elettrico) è:

$$E = \frac{F_e}{q} = \frac{k|Q|}{r^2}$$

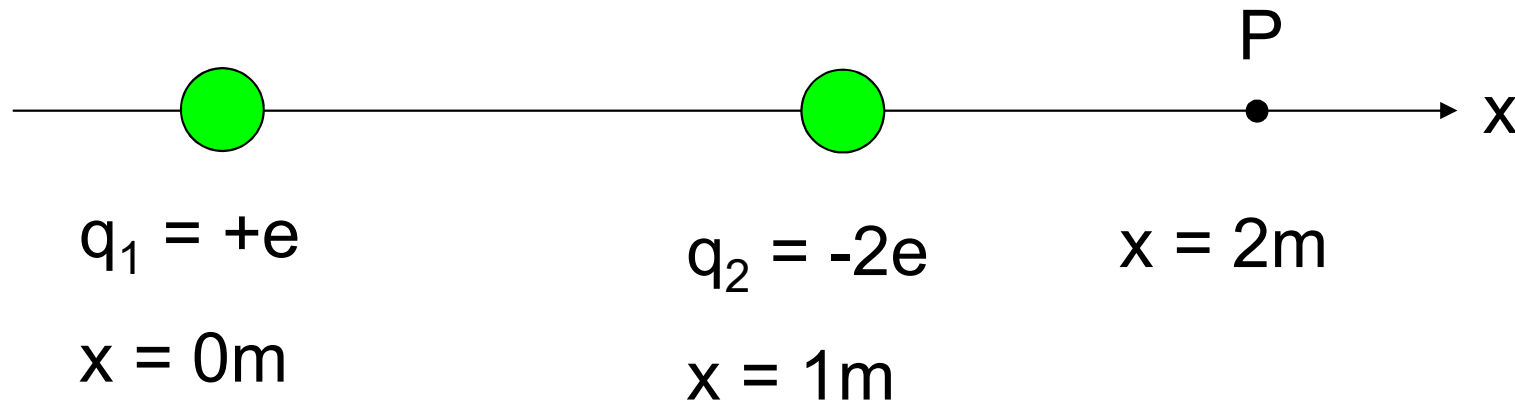
Il campo elettrico in un punto dello spazio si trova sommando tutti i campi elettrici presenti in quel punto.

$$\mathbf{E}_{\text{net}} = \sum_i \mathbf{E}_i$$

Attenzione! Il campo elettrico è un vettore!



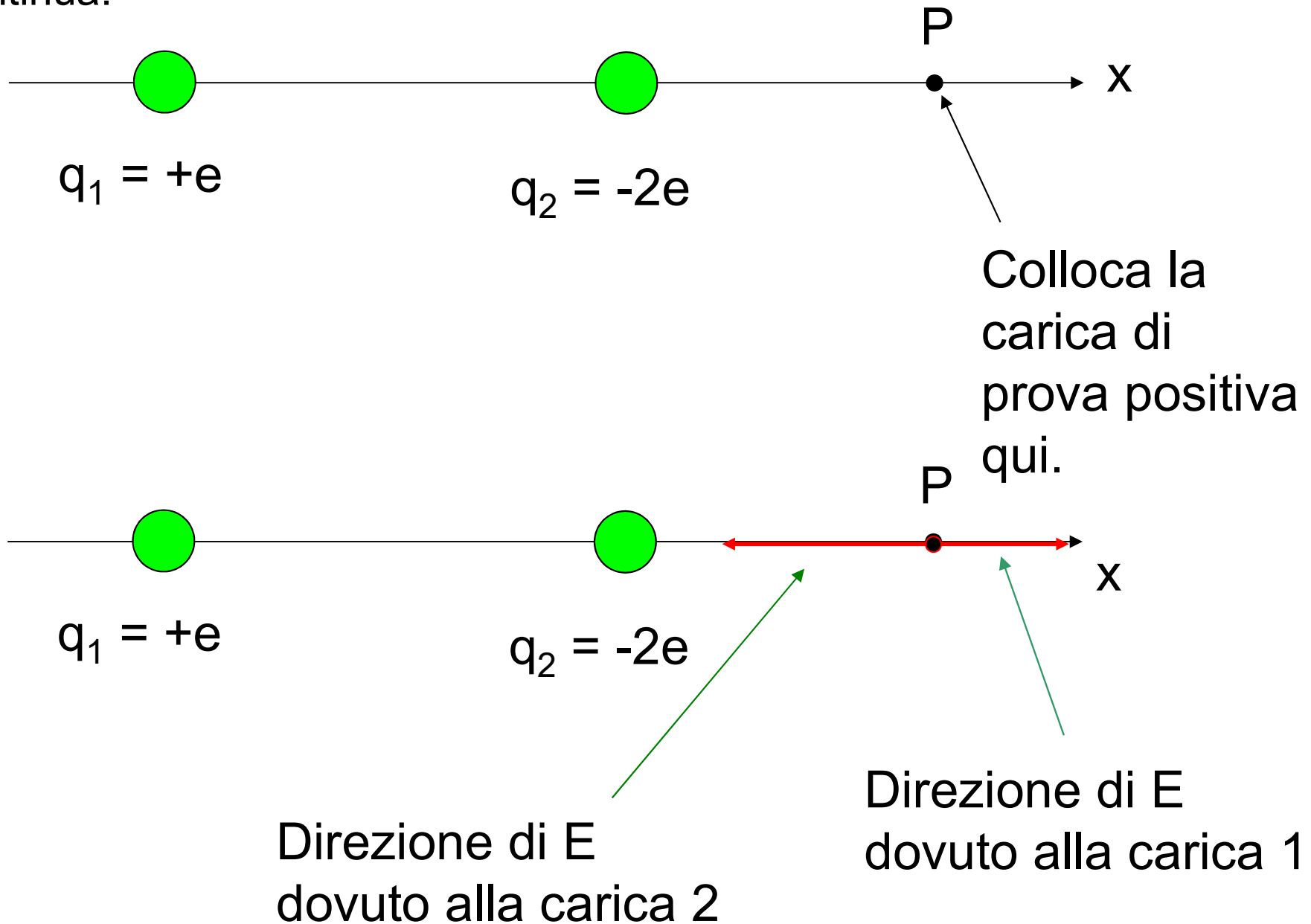
Trova il campo elettrico nel punto P.



E è un vettore. Qual è la sua direzione?

Colloca una carica di prova positiva nel punto di interesse. La direzione del campo elettrico nel punto in cui si trova la carica di prova è la stessa della forza sulla carica di prova.

continua:



continua:

Il campo elettrico netto nel punto
P è:

$$\mathbf{E}_{\text{net}} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$$

Il modulo del campo elettrico è:

$$E_{\text{net}} = E_1 - E_2$$

continua:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r^2} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})}{(2 \text{ m})^2} = 3.6 \times 10^{-10} \text{ N/C}$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{r^2} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2)(2 * 1.6 \times 10^{-19} \text{ C})}{(1 \text{ m})^2} = 2.9 \times 10^{-9} \text{ N/C}$$

$$E_{\text{net}} = E_1 - E_2 = -2.5 \times 10^{-9} \text{ N/C}$$

Il campo elettrico netto è diretto verso sinistra

Linee di Campo Elettrico

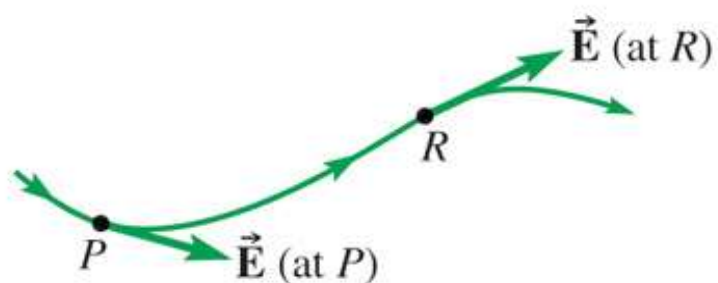
Le linee di campo elettrico sono un modo utile per rappresentare il modulo e la direzione di un campo elettrico nello spazio.

Regole:

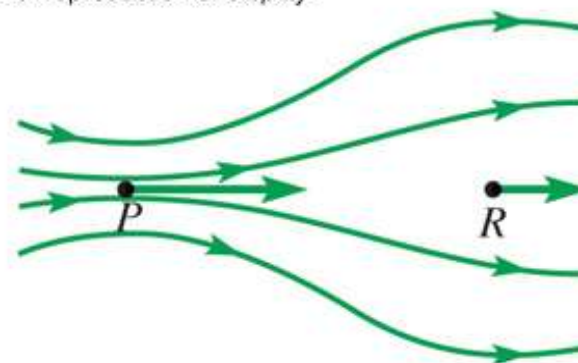
1. La direzione del campo E è tangente alle linee di campo in ciascun punto dello spazio.
2. Il campo è intenso nelle regioni dove sono presenti molte linee di campo e debole dove ce ne sono poche.
3. Le linee di campo partono dalle cariche $+$ e terminano sulle cariche $-$.
4. Le linee di campo non si incrociano mai.

Rappresentazione pittorica delle regole illustrate nella diapositiva precedente:

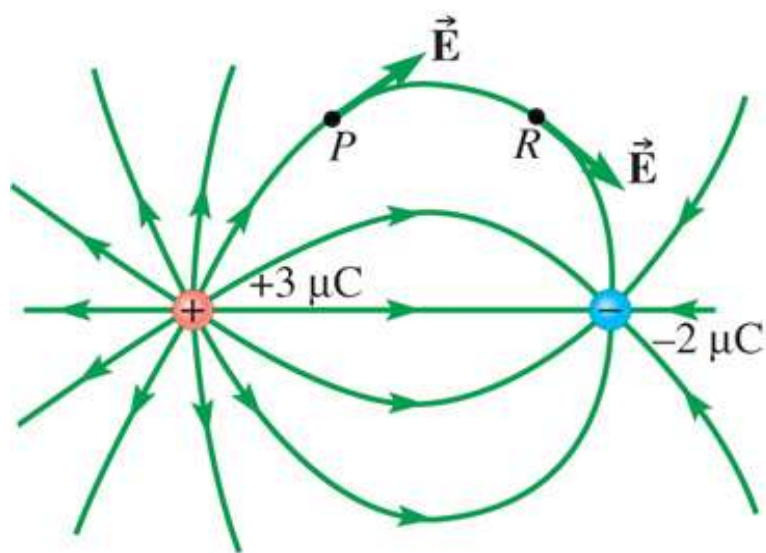
Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display.



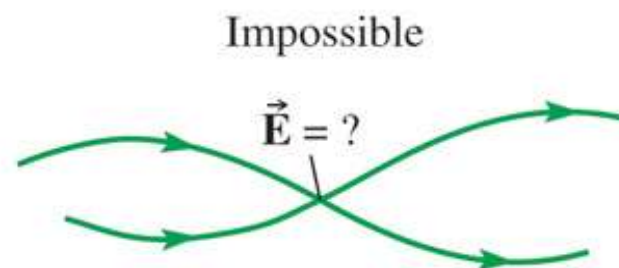
(a)



(b)

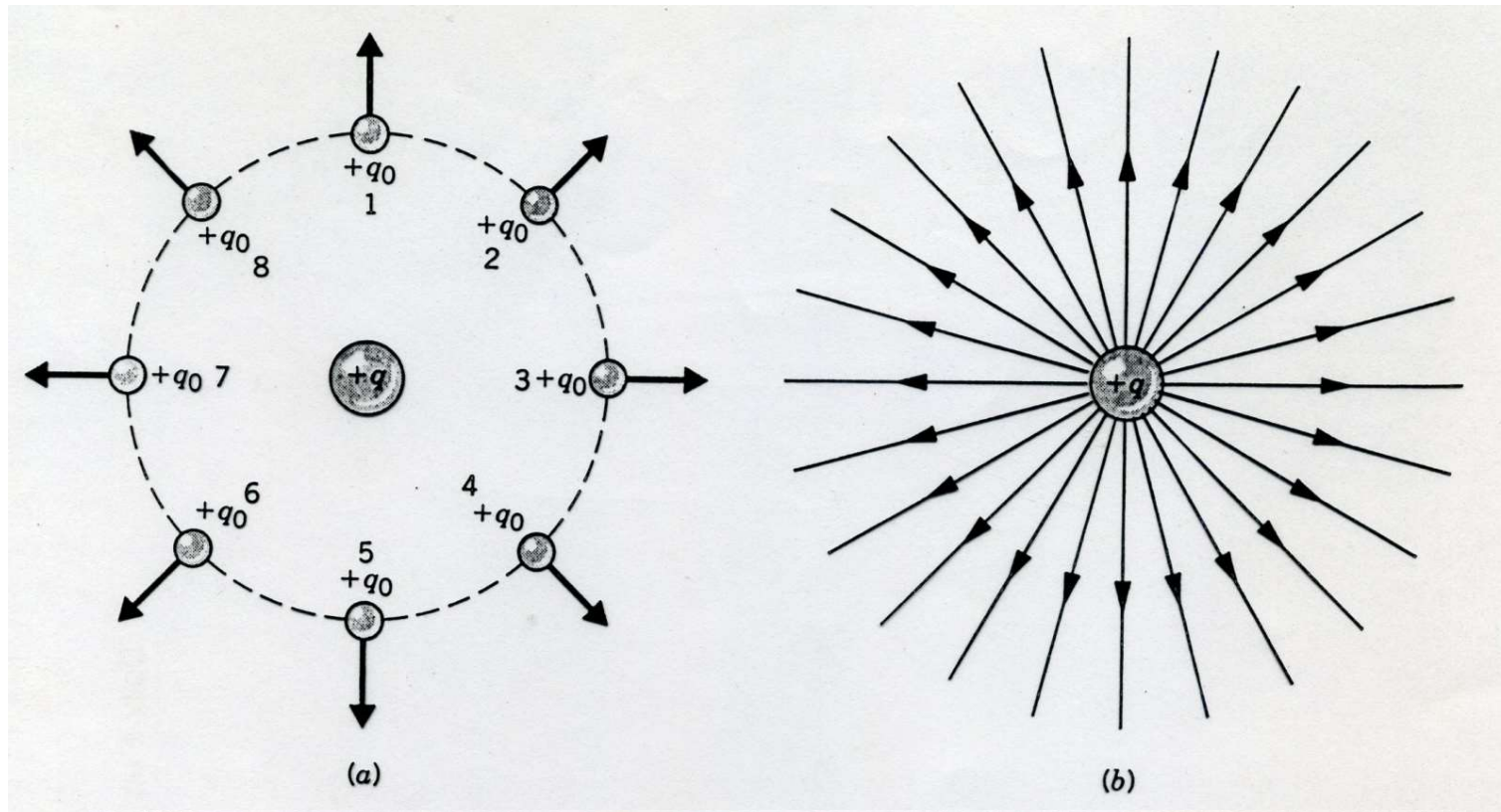


(c)



(d)

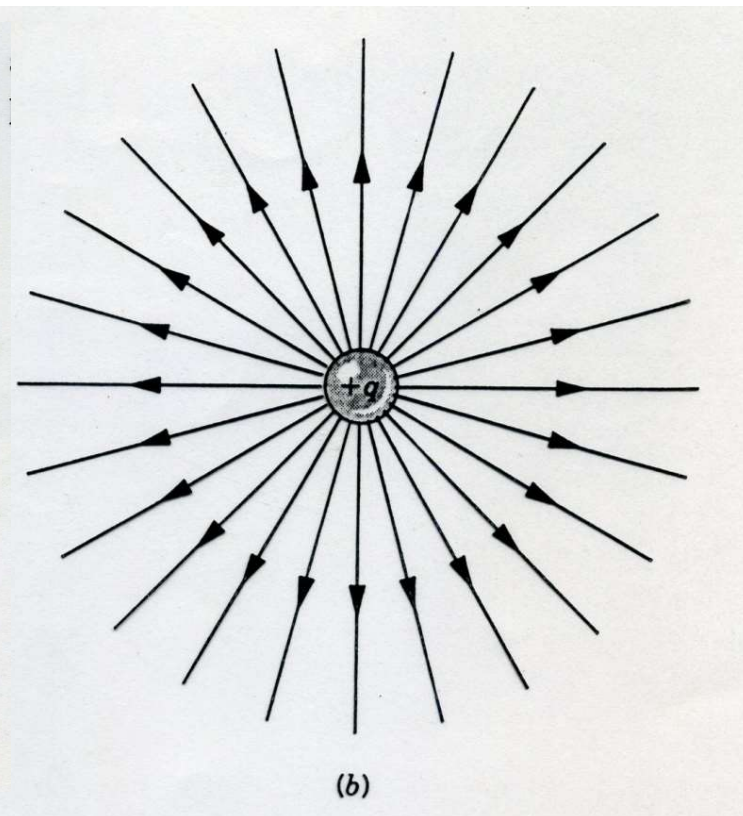
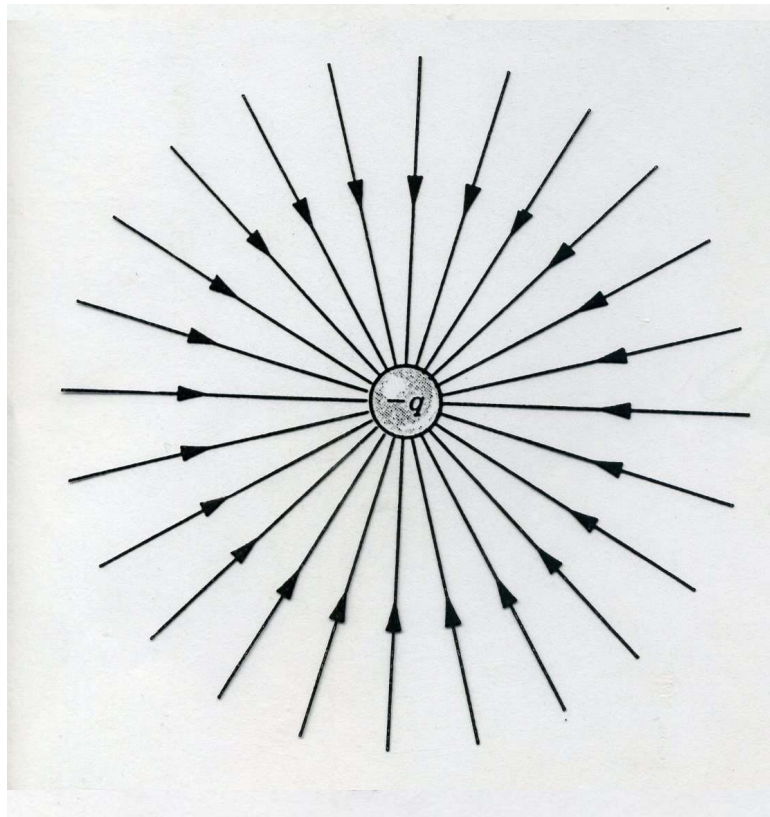
Linee di campo elettrico: la carica puntiforme



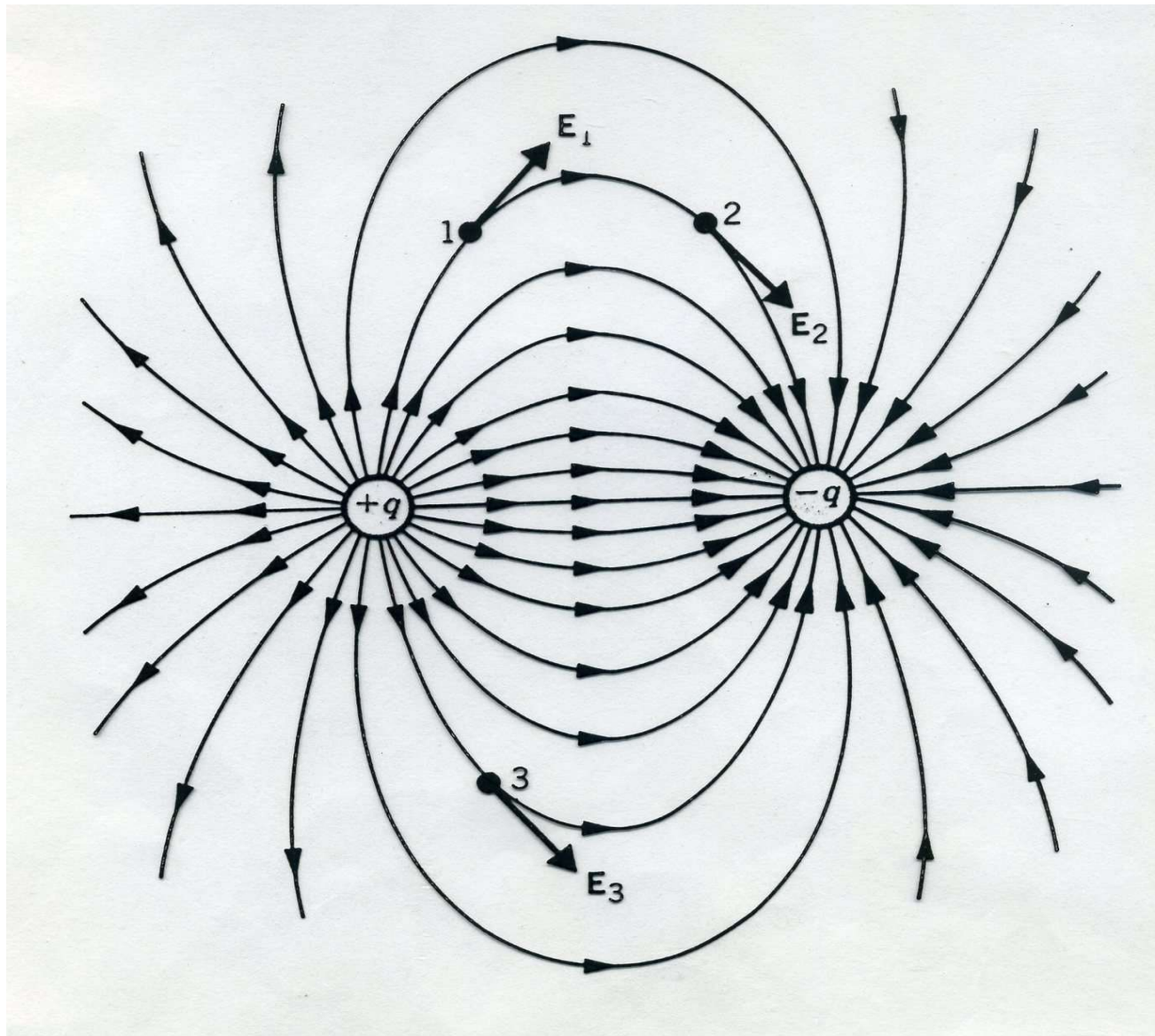
(a) Una carica di prova positiva $+q_0$, collocata in un punto qualsiasi in vicinanza di una carica puntiforme positiva $+q$, è soggetta a una forza repulsiva diretta radialmente e orientata verso l'esterno. (b) Le linee del campo elettrico sono semirette radiali che si originano dalla carica puntiforme positiva $+q$.

Linee di campo elettrico: la carica puntiforme

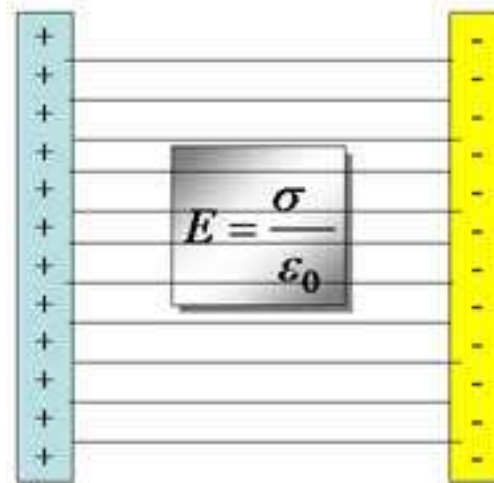
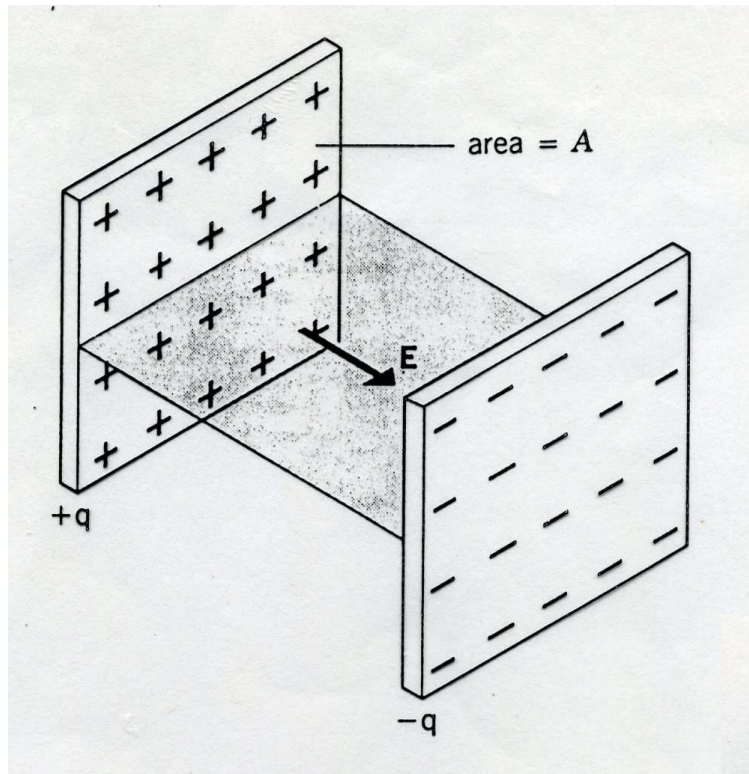
Le linee del campo elettrico sono semirette radiali che terminano su una carica puntiforme negativa $-q$.



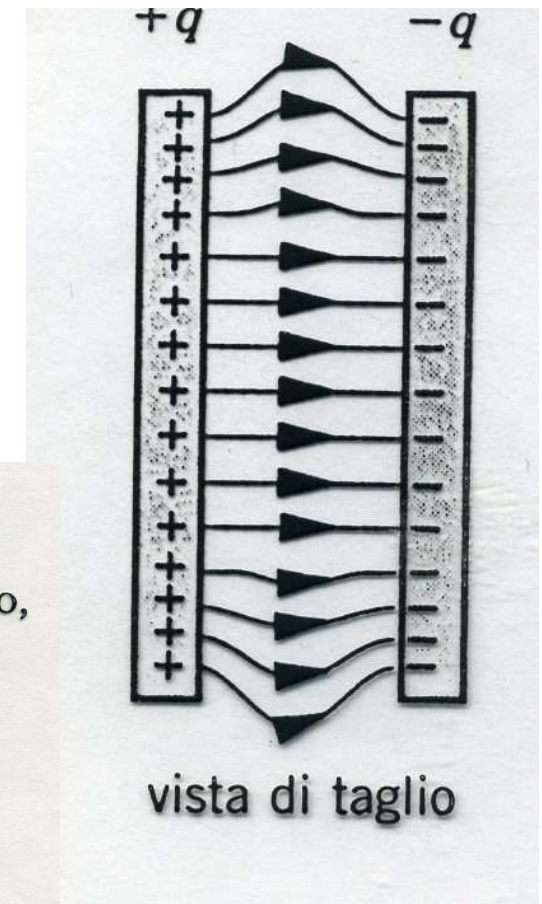
Linee di campo elettrico: il dipolo elettrico



Linee di campo elettrico: condensatore piano



Nella regione centrale di un condensatore piano, le linee del campo elettrico sono parallele ed equidistanti, la qual cosa indica che l'intensità del campo elettrico ha lo stesso modulo in tutti i punti.

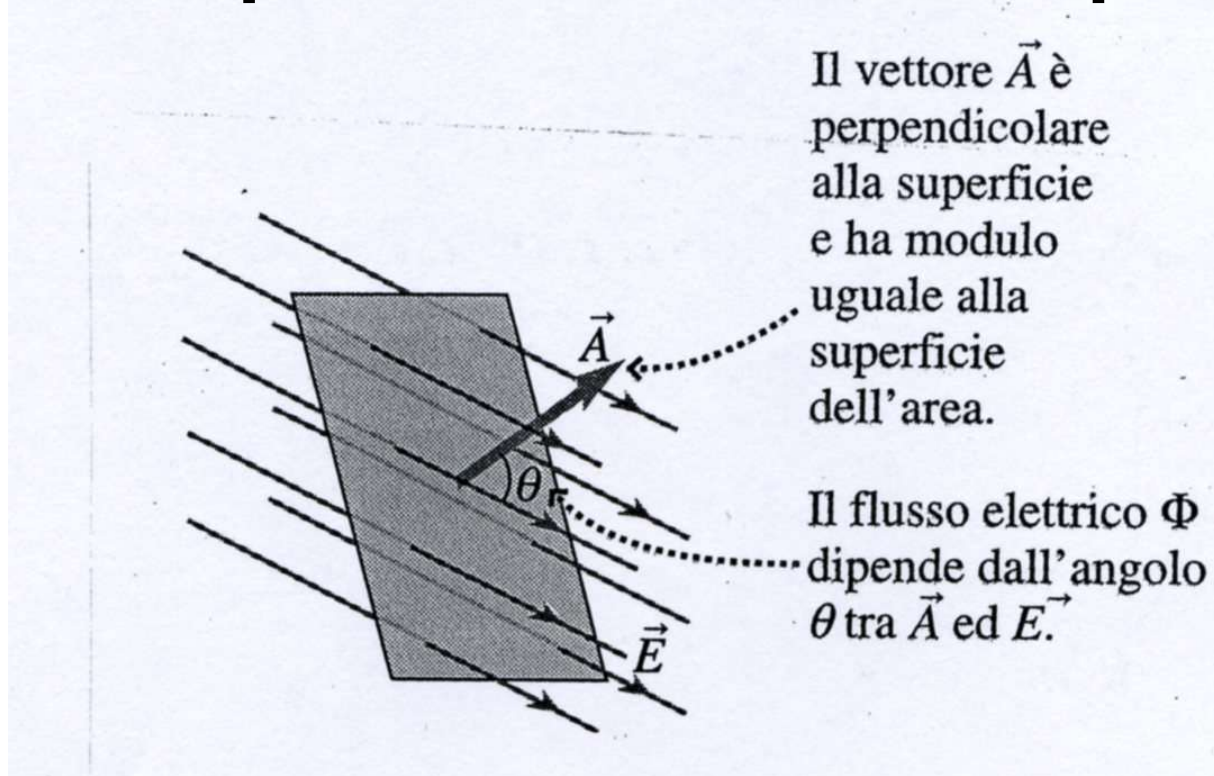




STRUMENTI

Flusso di un vettore \vec{E}
attraverso una superficie A

Caso semplice: campo vettoriale uniforme e superficie piana

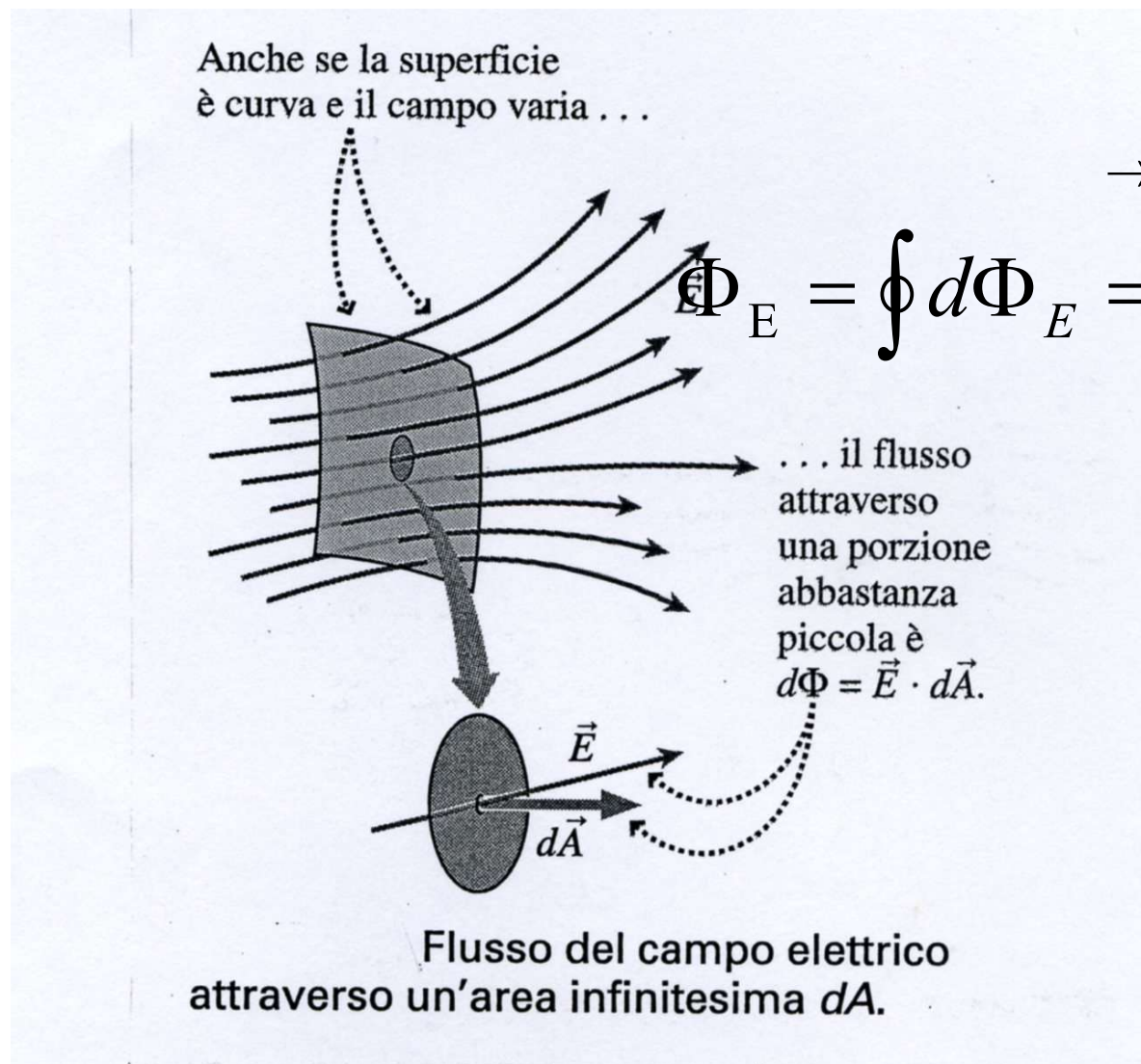


$$\text{flux} = \Phi_e = E_{\perp} A = (E \cos \theta) A = \vec{E} \bullet \vec{A}$$



STRUMENTI

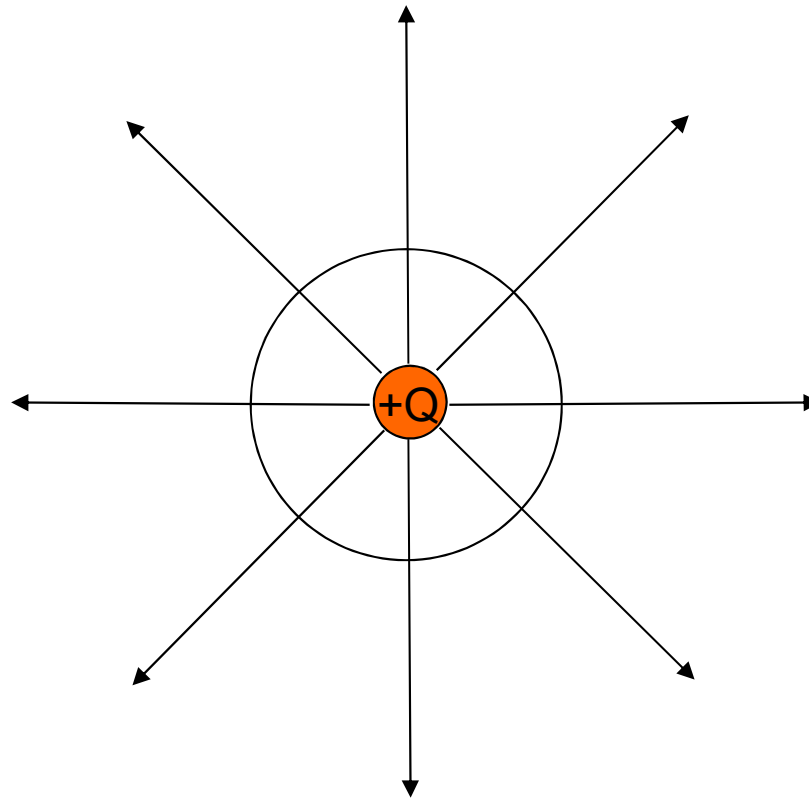
Flusso di un vettore \vec{E}
attraverso una superficie A



$$\Phi_E = \oint d\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

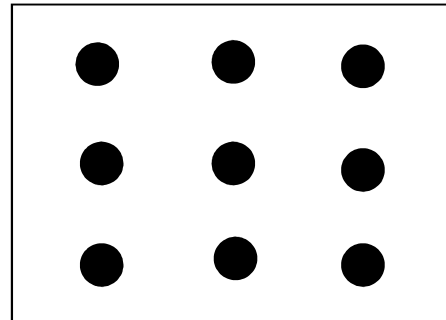
Legge di Gauss

Circonda una carica puntiforme $+Q$ con una sfera immaginaria.



Le linee del campo E escono dalla sfera.

Considera una
piccolo parte della
superficie della sfera
immaginaria.

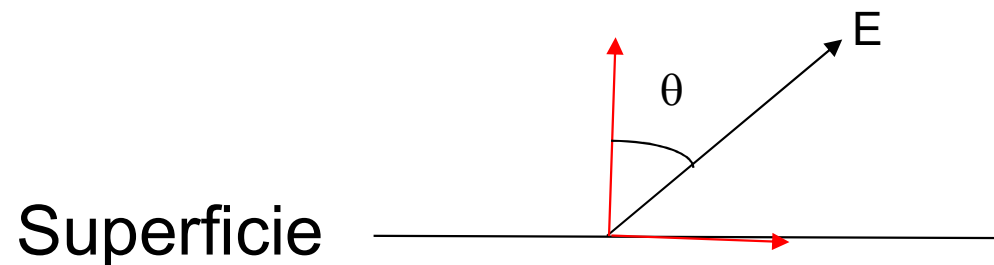


Con una carica positiva
all'interno della sfera,
vedrai delle linee di campo
che escono dalla
superficie.

Ricorda $E \propto \frac{\text{number of field lines}}{A}$

cosicchè $\text{number of field lines} \propto EA$

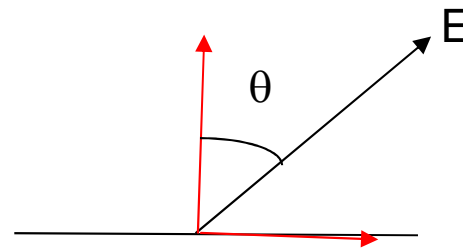
Soltanto la componente del campo elettrico che è perpendicolare alla superficie.



Il flusso è una quantità scalare correlate al numero di linee di campo che attraversano la superficie:

$$\text{flux} = \Phi_e = E_{\perp} A = (E \cos \theta) A$$

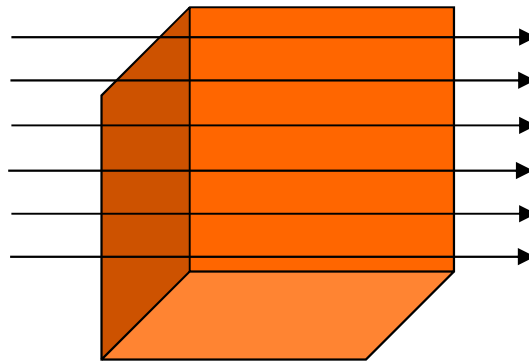
Questo disegno
definisce il valore di
 θ .



Flusso > 0 quando le linee di campo escono dalla superficie e flusso < 0 quando entrano nella superficie.



Trova il flusso del campo elettrico attraverso ciascuna faccia di un cubo di spigolo a immerso in un campo elettrico uniforme di intensità E .



Il cubo ha sei facce: le linee di campo entrano in una faccia ed escono attraverso la faccia opposta. Qual' è il flusso attraverso ciascuna delle altre quattro facce?

C'è un flusso elettrico nullo attraverso le altre quattro facce. Le linee di campo elettrico non entrano/escono mai da alcuna di esse.

Il flusso attraverso la faccia sinistra è $-EA$.

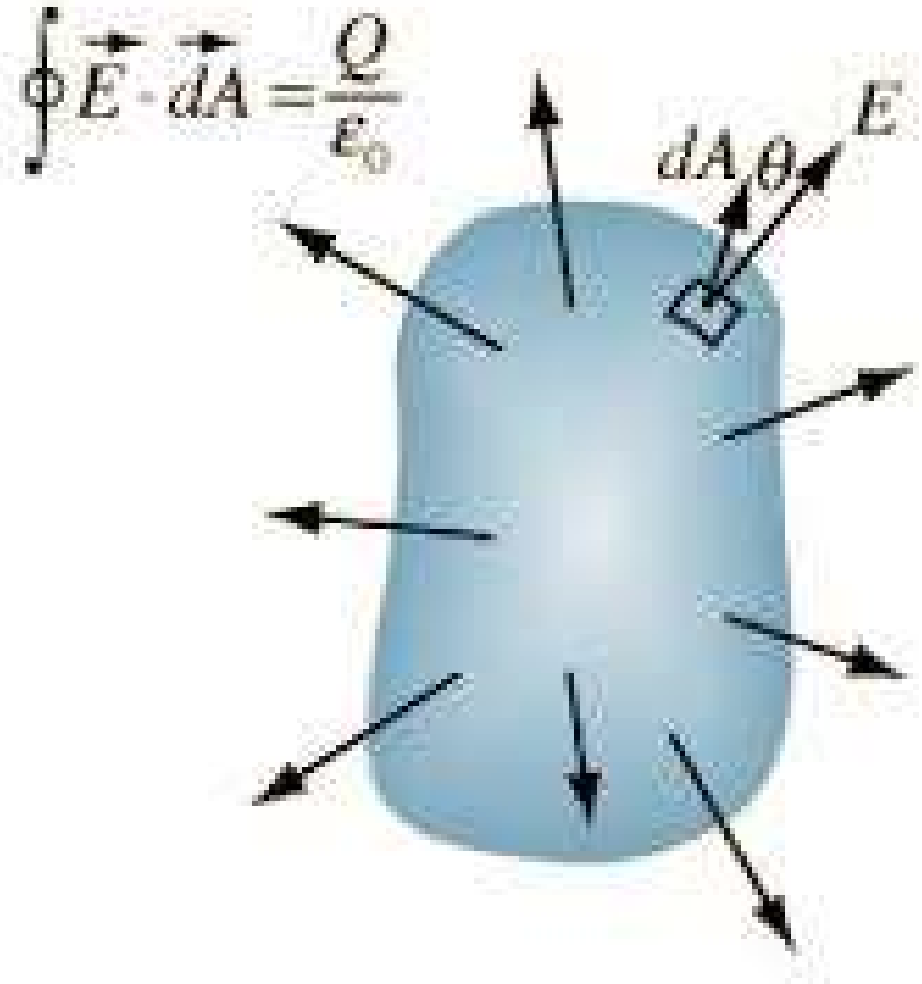
Il flusso attraverso la faccia destra è $+EA$.

QUINDI: il flusso netto attraverso il cubo è nullo.

Il flusso attraverso una superficie chiusa dipende quindi dalla quantità di carica all'interno della superficie chiusa stessa.

$$\Phi_e = \frac{Q_{inside}}{\epsilon_0}$$

Questa è la **legge di Gauss**.



Il cubo nell'esempio precedente non conteneva quindi alcuna carica netta.

La legge di Gauss:

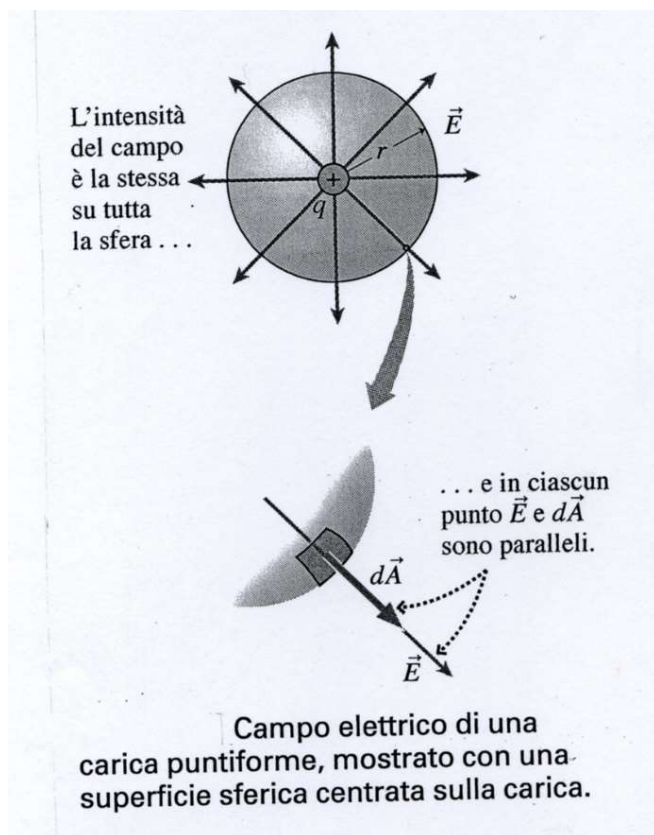


<http://www.raiscuola.rai.it/articoli/il-campo-elettromagnetico-parte-seconda-l%E2%80%98universo-della-meccanica/8906/default.aspx>

La legge di Gauss

Verifica per il caso della carica puntiforme

Calcolo dell'integrale a primo membro su una superficie sferica avente centro nella posizione della carica Q



$$\int_{\text{sfera di raggio } R} \vec{E} \cdot d\vec{A} =$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{sfera di raggio } R} \frac{1}{r^2} dA =$$

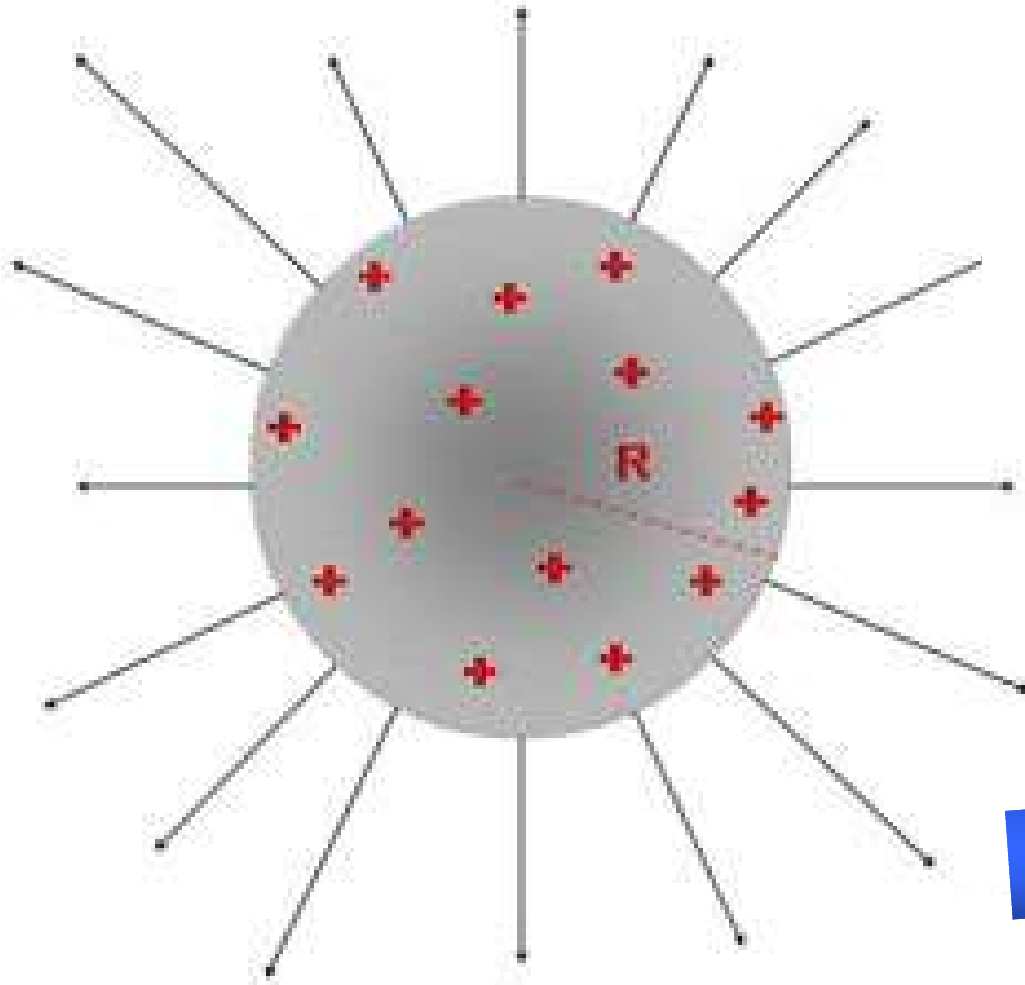
$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R^2} \int_{\text{sfera di raggio } R} dA =$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R^2} 4\pi R^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

La legge di Gauss

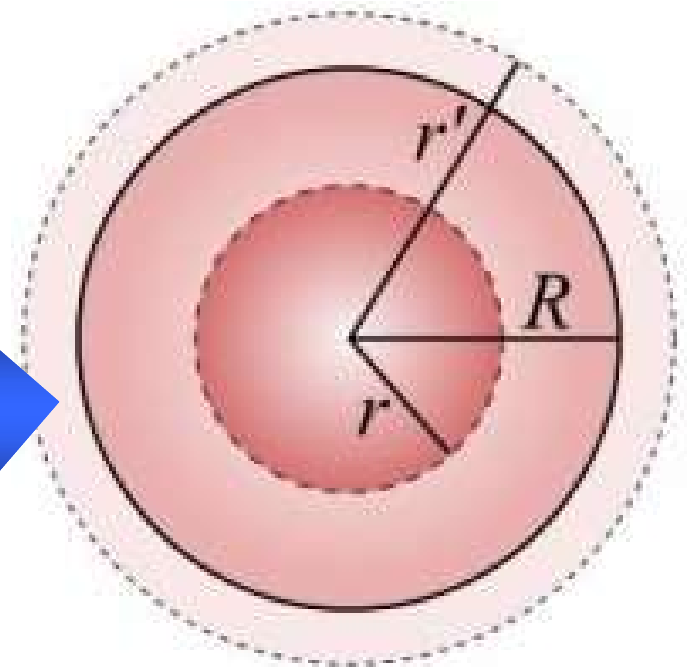
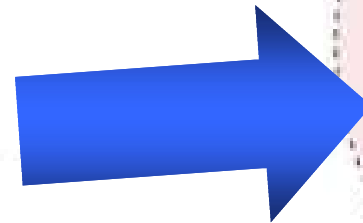
Calcolo del campo elettrico a partire dalla legge di Gauss

Sfera isolante carica di raggio R



Densità di carica

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3Q}{4\pi R^3}$$



La legge di Gauss

Calcolo del campo elettrico a partire dalla legge di Gauss

Densità di carica

$$\rho = \frac{3Q}{4\pi R^3}$$

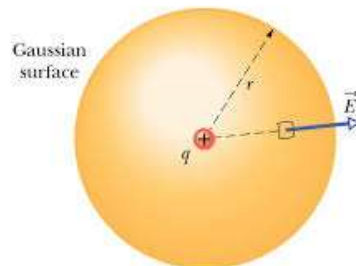
Per $r < R$:

$$\int_{\text{sfera di raggio } r} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Primo membro: $E(r)4\pi r^2$

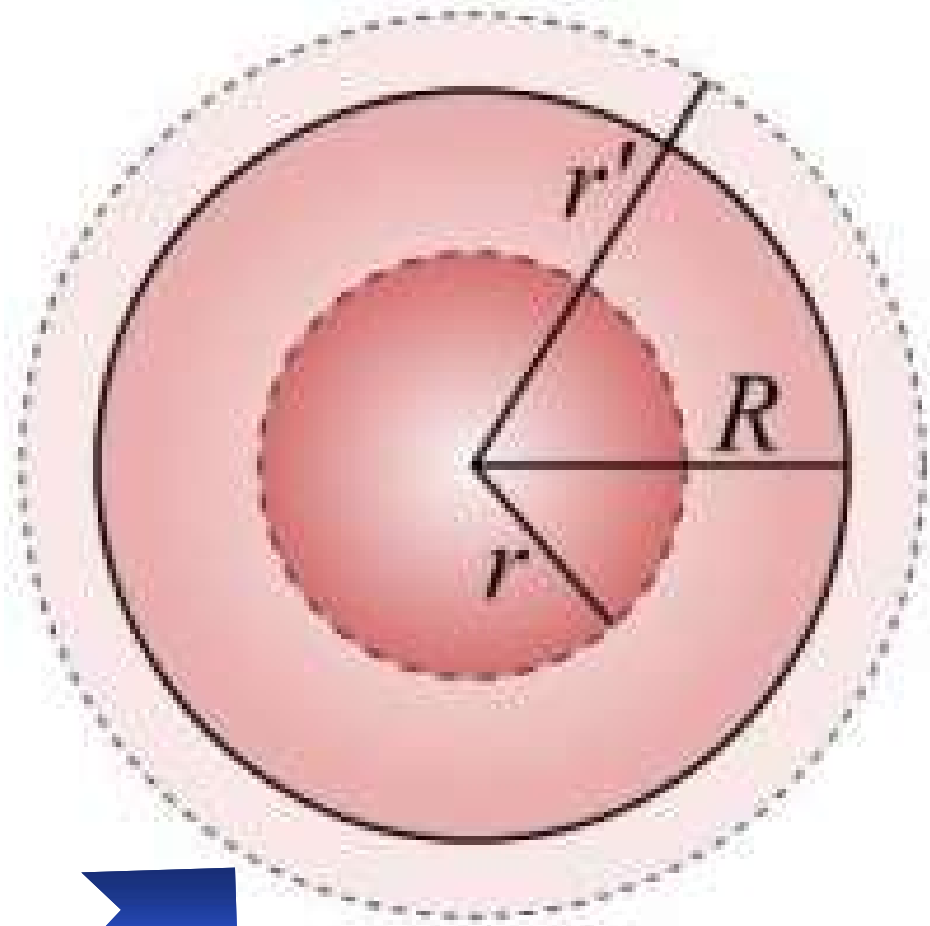
Secondo membro: $\frac{\rho}{\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi r^3$

$$E(r) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \frac{r}{3} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} r = kr$$



La legge di Gauss

Calcolo del campo elettrico a partire dalla legge di Gauss



Per $r \geq R$:

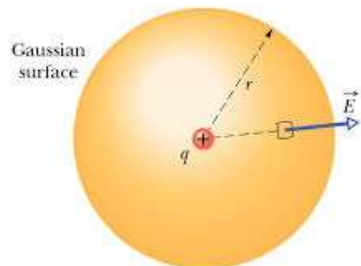
$$\int_{\text{sfera di raggio } r} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$$

Primo membro: $E(r)4\pi r^2$

Secondo membro: $Q_{IN}=Q$

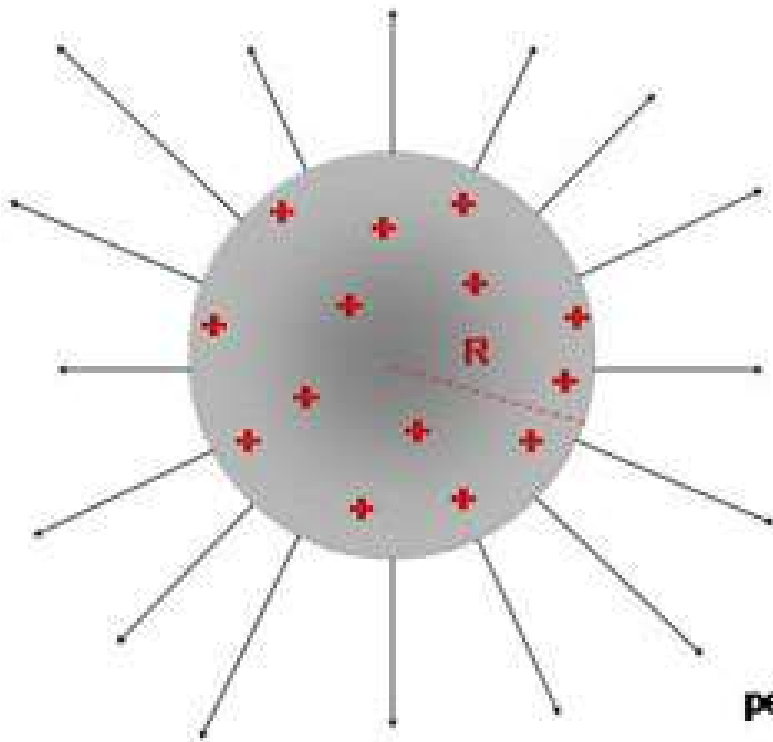
$$E(r)4\pi r^2 = Q$$

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



La legge di Gauss

Sfera isolante carica



$$E = kr$$

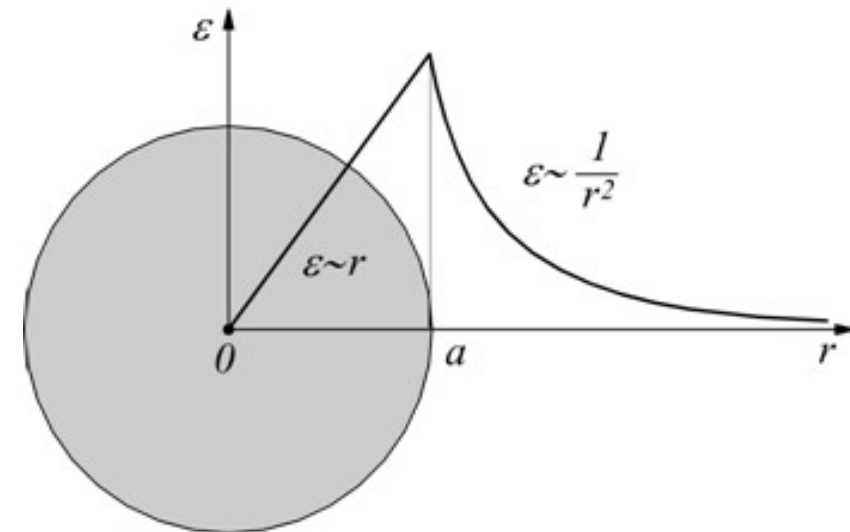
all'interno della sfera

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2}$$

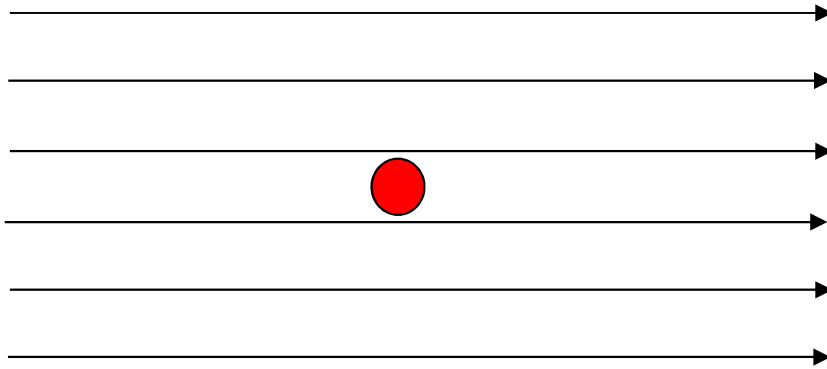
sulla superficie della sfera

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

per $r > R$ (all'esterno della sfera)

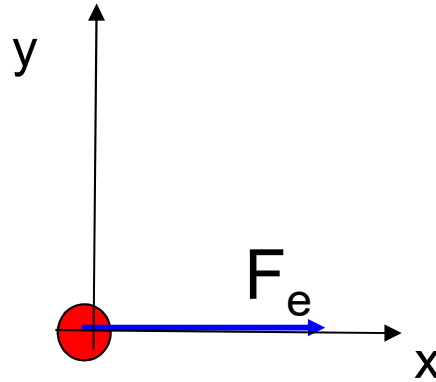


Moto di una carica puntiforme in un campo elettrico uniforme



Una regione di spazio in cui è presente un campo elettrico \mathbf{E} uniforme contiene una particella di carica q ($q > 0$) e massa m .

Diagramma
di forze di
corpo libero



Applica la seconda legge di Newton
e risolvi per l'accelerazione.

$$\sum F_x = F_e = ma$$

$$F_e = qE = ma$$

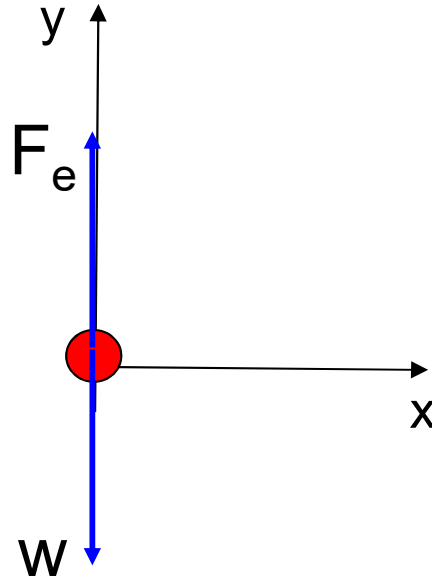
$$a = \frac{q}{m} E$$

Se il campo è uniforme l'accelerazione è costante e il moto è
rettilineo e uniformemente accelerato.



Qual è l'intensità del campo elettrico necessaria per mantenere un elettrone sospeso in aria?

Diagramma di forze di corpo libero per l'elettrone



Per ottenere una forza rivolta verso l'alto sull'elettrone, il campo elettrico deve essere diretto verso la Terra.

Applica la seconda
legge di Newton:

$$\sum F_y = F_e - w = 0$$

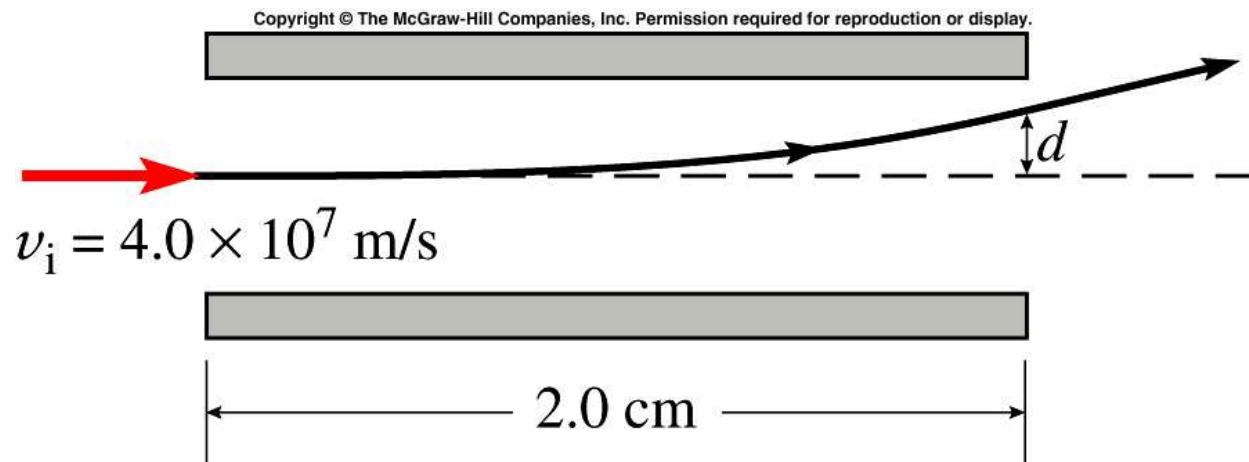
$$F_e = w$$

$$qE = eE = mg$$

$$E = \frac{mg}{e} = 5.6 \times 10^{-11} \text{ N/C}$$



Un fascio orizzontale di elettroni che si muovono a 4.0×10^7 m/s viene deflesso verticalmente da un campo elettrico tra due armature parallele cariche in modo opposto. Il modulo del campo è 2.00×10^4 N/C.



(a) Qual' è la direzione del campo tra le due armature?

Dall'armatura superiore a quella inferiore

(b) Qual è la carica per unità di area sulle armature?

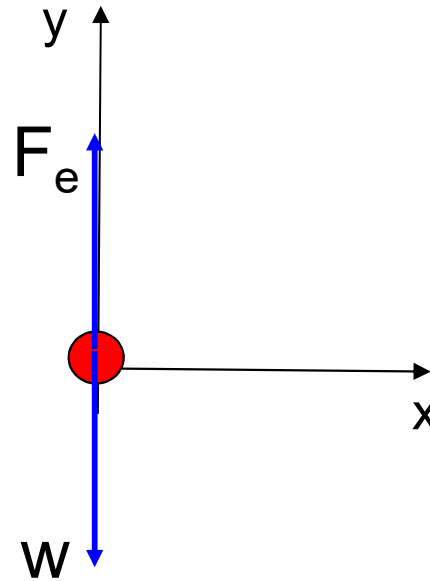
$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad \text{Questo è il campo elettrico tra le due armature cariche.}$$

Nota che E è indipendente dalla distanza tra le armature!

$$\begin{aligned} \sigma &= E\varepsilon_0 = (2.00 \times 10^4 \text{ N/C}) (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2) \\ &= 1.77 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2 \end{aligned}$$

(c) Qual è la deflessione verticale d degli elettroni quando lasciano le armature?

Diagramma di forze di corpo libero di un elettrone del fascio



Applica la seconda legge di Newton e risolvi per l'accelerazione:

$$\sum F_y = F_e - w = ma_y$$

$$a_y = \frac{F_e - w}{m} = \frac{F_e}{m} - g = \frac{qE}{m} - g = (3.52 \times 10^{15} - 9.8) \text{ m/s}^2$$

Qual è la posizione verticale dell'elettrone dopo che ha percorso 2.0 cm in orizzontale?

$$x = x_0 + v_{ox}t + \cancel{\frac{1}{2}a_x t^2}^0$$

$$t = \frac{x - x_0}{v_{0x}} = \frac{0.02 \text{ m}}{4.0 \times 10^7 \text{ m/s}} = 5.0 \times 10^{-10} \text{ sec}$$

Intervallo di
tempo per
percorrere 2.00
cm
orizzontalmente

$$y = y_0 + \cancel{v_{oy}t}^0 + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$y - y_0 = d = \frac{1}{2}a_y t^2 = 4.4 \times 10^{-4} \text{ m}$$

Deflessione di
un elettrone nel
fascio