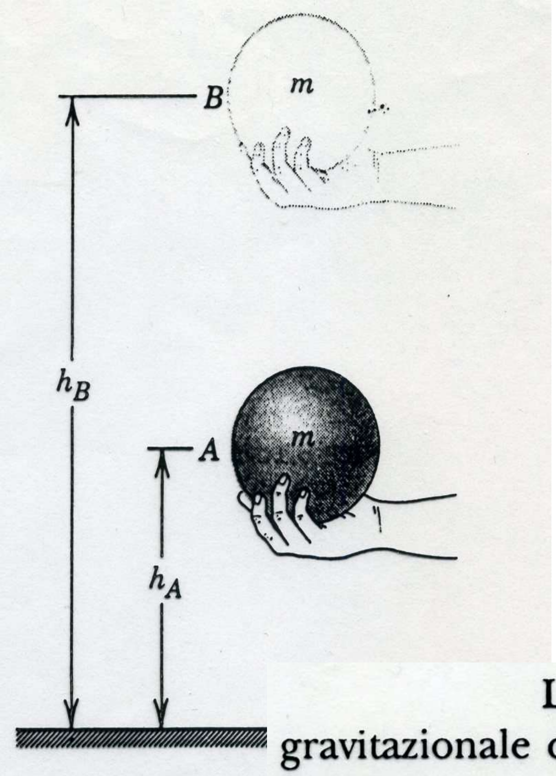
UNIMORE
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MODENA E REGGIO EMILIA

Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche

Elettromagnetismo
Energia potenziale e potenziale elettrico

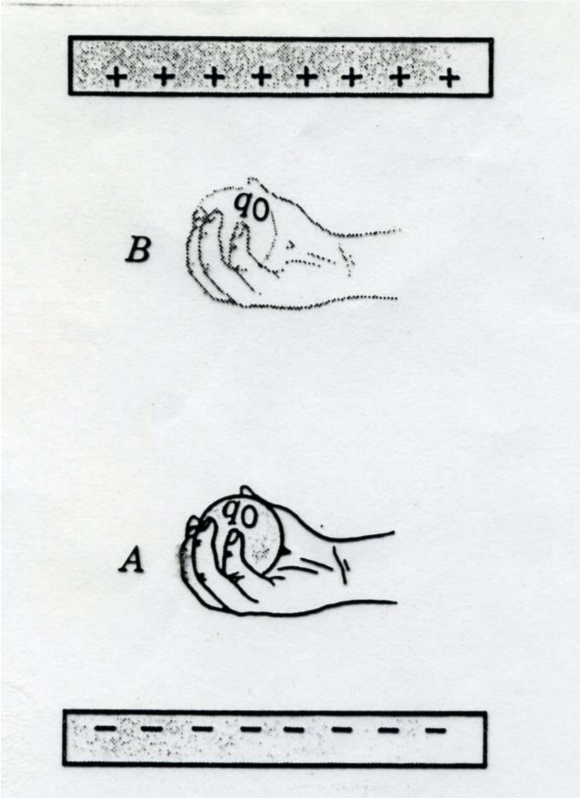
- Energia potenziale elettrica
- Potenziale elettrico
- Relazione tra campo e potenziale elettrico
- Moto di una carica puntiforme di un campo E
- Condensatori e capacità
- Dielettrici

Energia potenziale elettrica



L'energia potenziale gravitazionale della sfera nel punto A è $E_{\text{pot grav } A} = mgh_A$. È necessario il lavoro W_{AB} (compiuto dalla mano) per sollevare la sfera da A a B, dove l'energia potenziale gravitazionale è $E_{\text{pot grav } B} = mgh_B$. Il lavoro compiuto è

L_{AB} =-(U_B-U_A)



Nei punti A e B, la carica di prova $+q_0$ ha le energie potenziali elettriche $E_{\text{pot el } A}$ e $E_{\text{pot el } B}$, rispettivamente. Il lavoro compiuto nello spostare la carica di prova da A a B a una velocità costante è

L_{AB} =-(U_B-U_A)

Energia Potenziale Elettrica

L'energia potenziale elettrica (U_e) è l'energia posseduta da una carica elettrica in un punto per effetto della sua posizione rispetto ad altre cariche.

- U_e dipende solo dalla posizione della carica, non dal percorso effettuato per arrivare in quella posizione (la forza elettrica è conservativa).
- U_e è determinata a meno di una costante che dipende dalla scelta del punto a cui attribuire $U_e=0$.

Per particelle puntiformi si prende $U_e = 0$ at $r = \infty$.

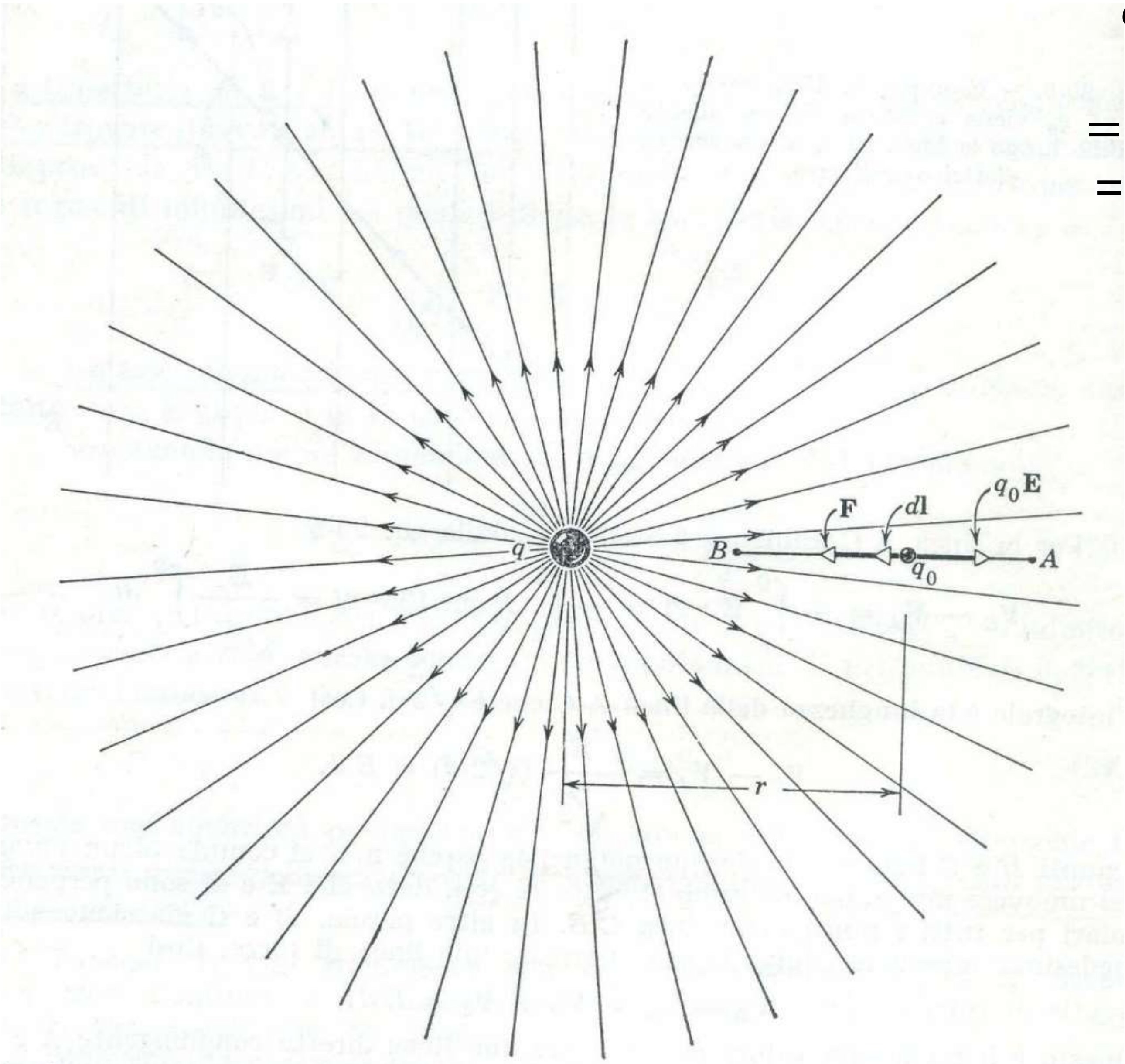
Potenziale elettrico

Il potenziale elettrico prodotto da una distribuzione di cariche elettriche in ogni punto dello spazio è definito come il rapporto tra l'energia potenziale elettrica di una carica di prova in quel punto divisa per il valore della carica di prova:

$$V_e = \frac{U_e}{q}$$

- V_e dipende SOLO dal punto
- $V_e = 0$ dove è zero U_e (per esempio a $r = \infty$).

Il caso della carica puntiforme



$dL = \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l}$

$= \mathrm{F}\cos\theta\mathrm{dl} = \mathrm{F}(-1)(-\mathrm{dr})$
$= \mathrm{Fdr}$

Il caso della carica puntiforme

$$dL = k\frac{Qq_0}{r^2}\mathrm{dr}$$

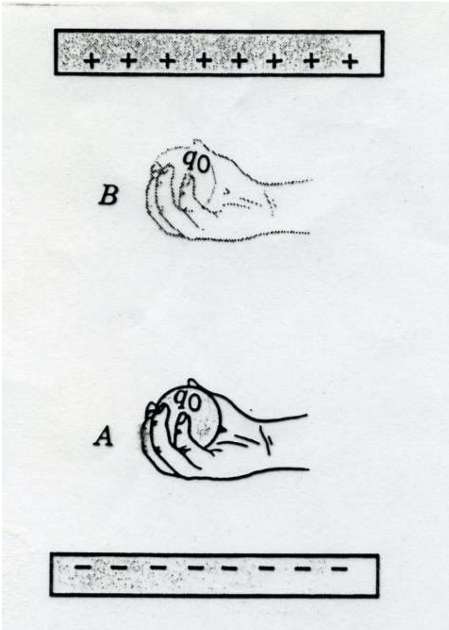
$$L_A^B = -(U_B - U_A) = kQq_0\int_A^B \frac{1}{r^2}dr$$

$$= -\left(\frac{kQq_0}{r_B} - \frac{kQq_0}{r_A}\right) \rightarrow U_r = \frac{kQq_0}{r}$$

Vengono compiuti $5 * 10^{-5}$J di lavoro nello spostare la carica di prova $q_0 = 2 * 10^{-6}C$ ad una velocità costante dal punto A a B. Si trovi la differenza tra le energie potenziali elettriche della carica fra i due punti e la differenza di potenziale tra i due punti.

La differenza di energia potenziale fra A e B è uguale al lavoro compiuto nello spostare la carica da A a B: $L_{AB} = U_B - U_A = 5 * 10^{-5} J$

La differenza di potenziale fra A e B è data dalla differenza di energia potenziale diviso la carica: $V_B - V_A = \frac{U_B - U_A}{q_0} = 25$V



Un protone e un elettrone, inizialmente separati da una distanza r, vengono avvicinati. Come cambia l'energia potenziale di questo sistema di cariche?

Per queste due cariche $U_e = -\dfrac{ke^2}{r}$

Avvicinare le cariche significa diminuire r:

$$\Delta U_e = U_{ef} - U_{ei} < 0$$

Questa situazione è simile a una massa che cade vicino alla superficie della Terra; la forza svolge una lavoro positivo.

Come cambierebbe l'energia potenziale elettrica se entrambe le particelle avessero carica positiva (o negativa)?

Quando q_1 e q_2 hanno lo stesso segno $\Delta U_e > 0$.

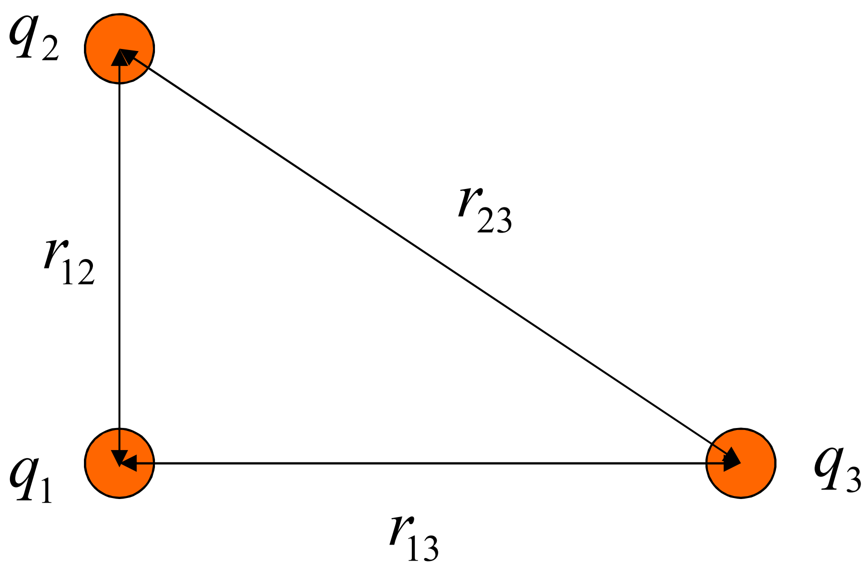
Ciò significa che un agente esterno deve compiere un lavoro per avvicinare le cariche.

Per calcolare qual' è l'energia potenziale di un sistema di cariche puntiformi

Inizia piazzando la prima carica nello spazio lontano da ogni altra carica. Non è necessario alcun lavoro per fare ciò.

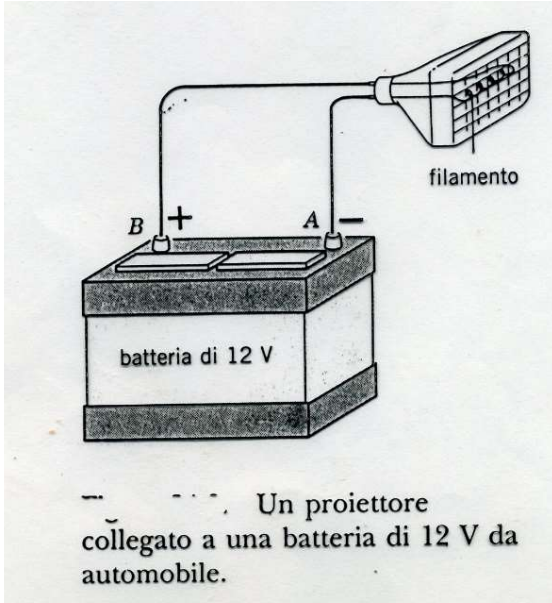
Poi, avvicina le cariche rimanenti una alla volta aggiungendo i necessari termini all'energia potenziale elettrica, fino a che viene raggiunta la configurazione finale.

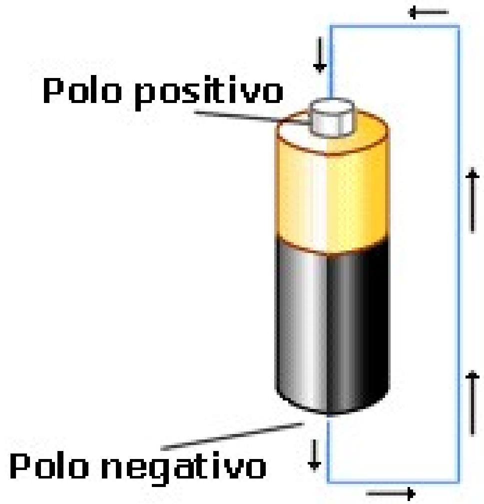
Qual è l’energia potenziale di tre cariche puntiformi disposte a triangolo?

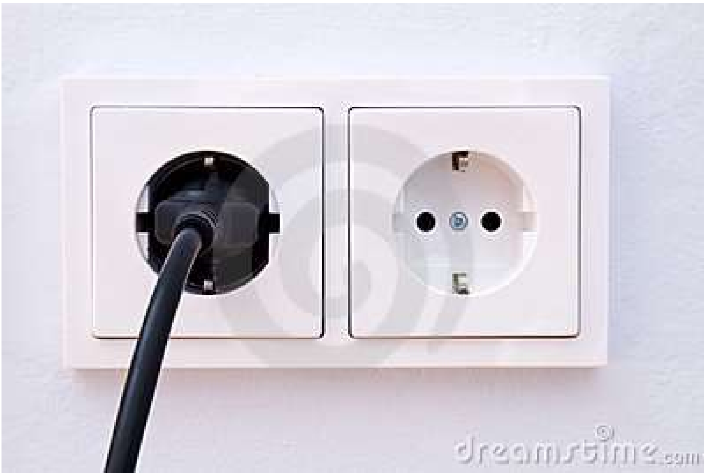


$$U_e = 0 + \frac{kq_1q_2}{r_{12}} + \frac{kq_1q_3}{r_{13}} + \frac{kq_2q_3}{r_{23}}$$

Sorgenti di f.e.m: la batteria





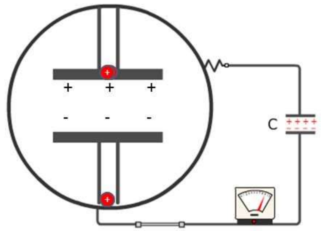


SCARICA DI UN CONDENSATORE

Il condensatore carico è un serbatoio di energia ed inserito in un circuito privo di generatore, ne può fare le veci per un tempo limitato.

Appena viene chiuso il circuito, il potenziale presente sul condensatore, che è pari **alla** f_e, fa fluire corrente nel circuito, nel verso indicato dalla freccia e opposto a quello di carica.

Man mano che il condensatore si scarica il potenziale sulle sue armature comincia a diminuire il potenziale e la velocità di scarica diminuisce, la corrente decresce fino ad annullarsi!



https://www.youtube.com/watch?v=aX0vPeRKgjs

min. 7.13-fine

Cariche in movimento in campi elettrostatici

Quando solo forze elettriche agiscono su una carica, la sua energia meccanica totale si conserva.

$$E_i = E_f$$

Il punto P è a un potenziale di 500.0 kV e il punto S è a un potenziale di 200.0 kV. Lo spazio tra questi punti è vuoto. Quando una carica di +2e si sposta da P ad S, di quanto varia la sua energia cinetica?

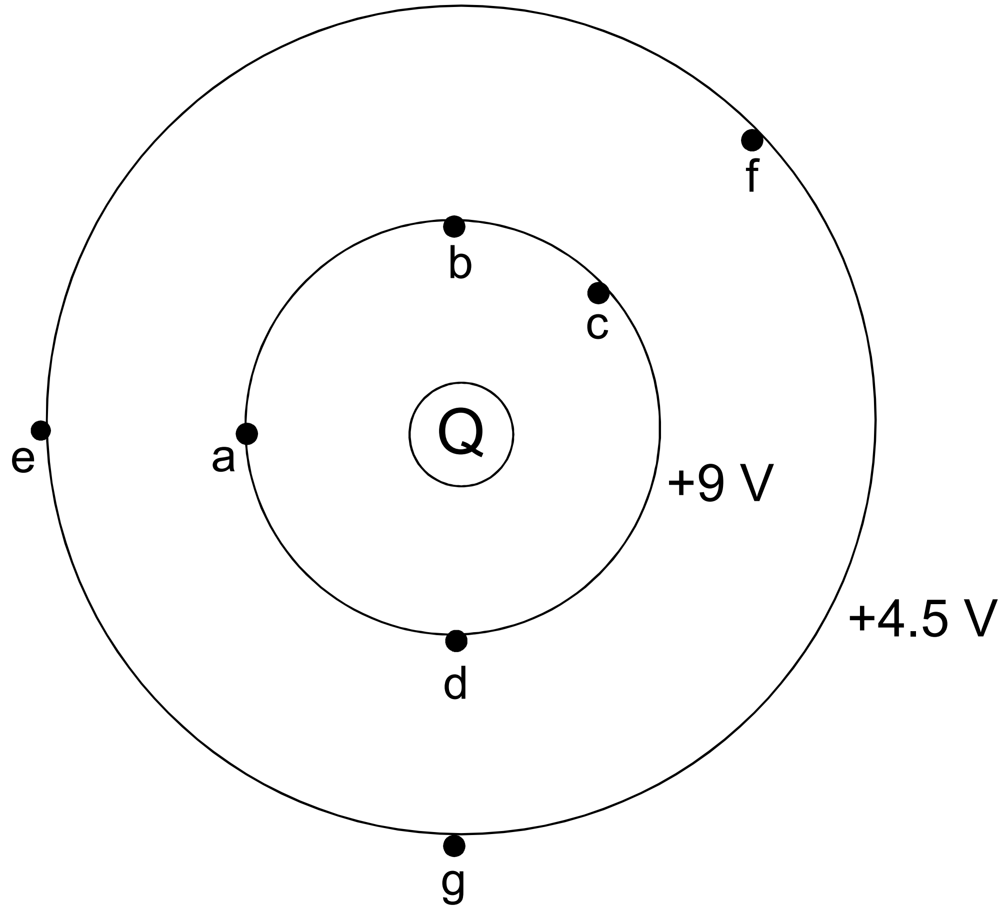
$$E_i = E_f$$

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

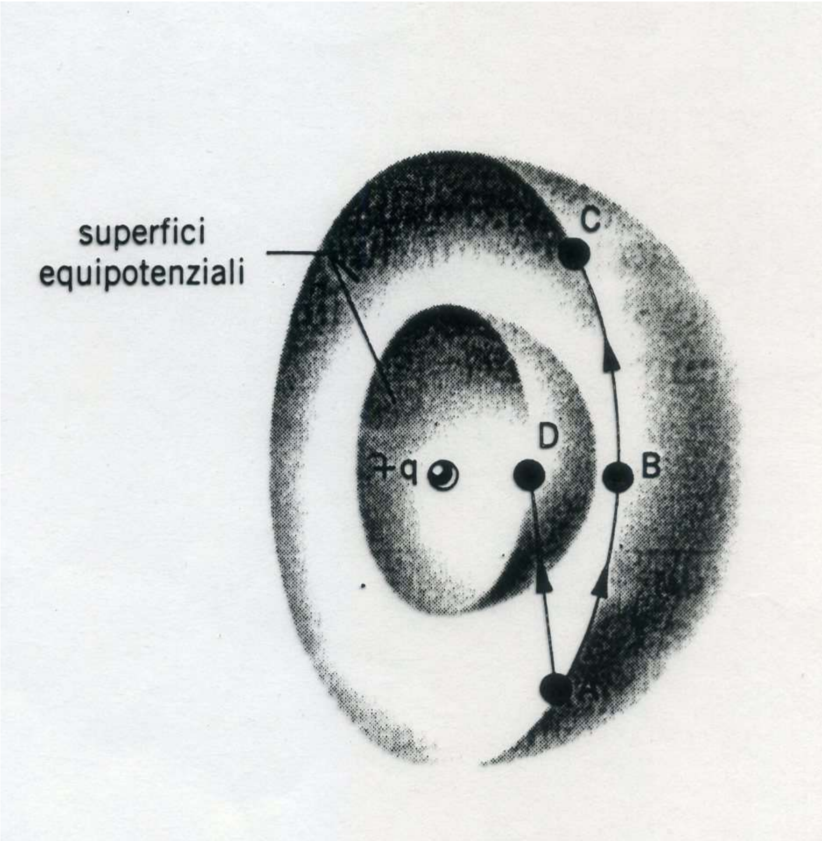
$$K_f - K_i = U_i - U_f = -(U_f - U_i)$$
$$= -\Delta U = -q\Delta V = -q(V_s - V_p)$$
$$= -(+2e)(200.0 - 500.0)\text{kV}$$
$$= +9.6 \times 10^{-14}\ \text{J}$$

Superfici Equipotenziali per la carica puntiforme

Le superfici delle sfere con centro nella carica sono equipotenziali (cioè il potenziale elettrico ha lo stesso valore in ogni punto della superficie).

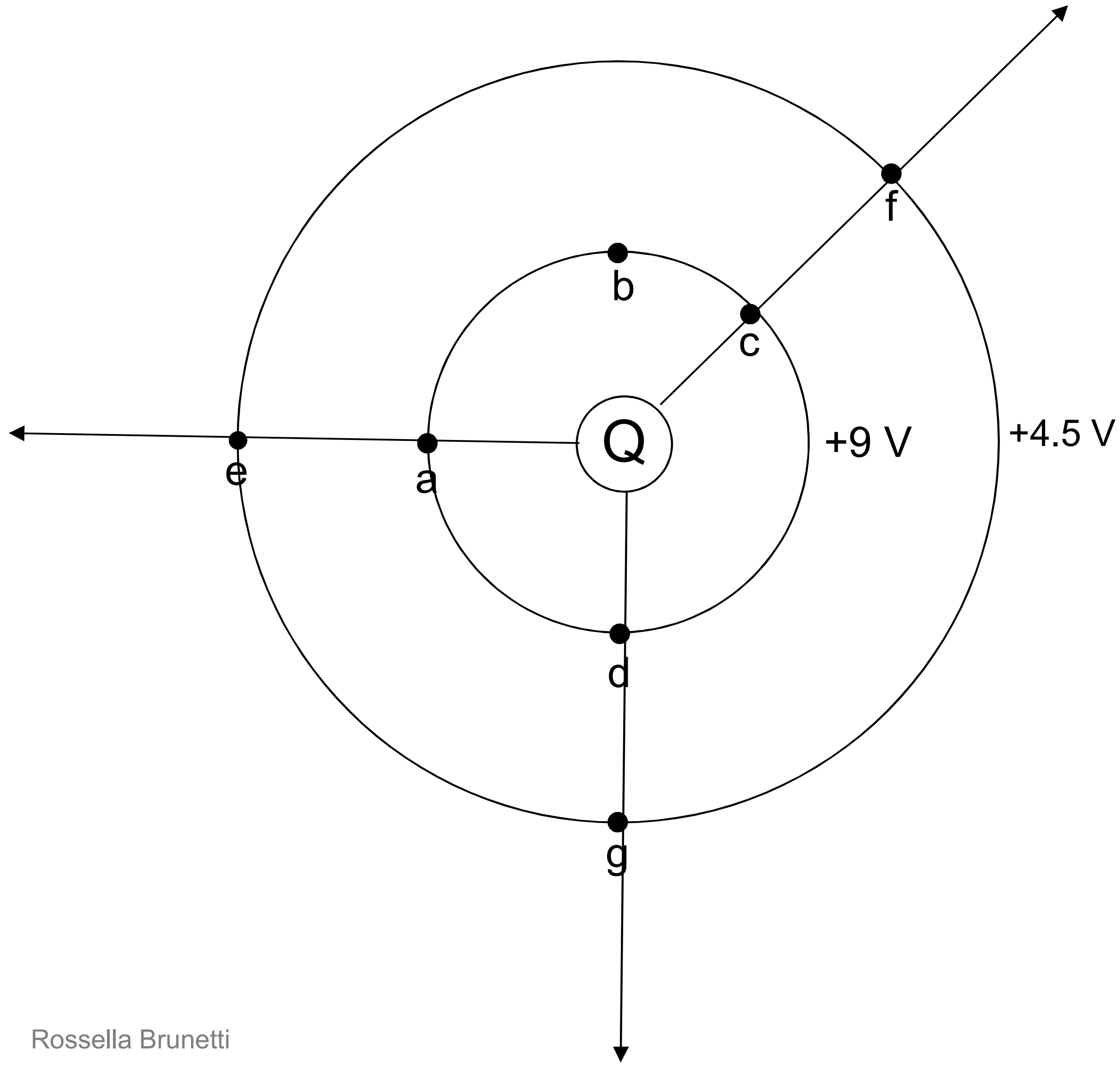


Superfici Equipotenziali per la carica puntiforme

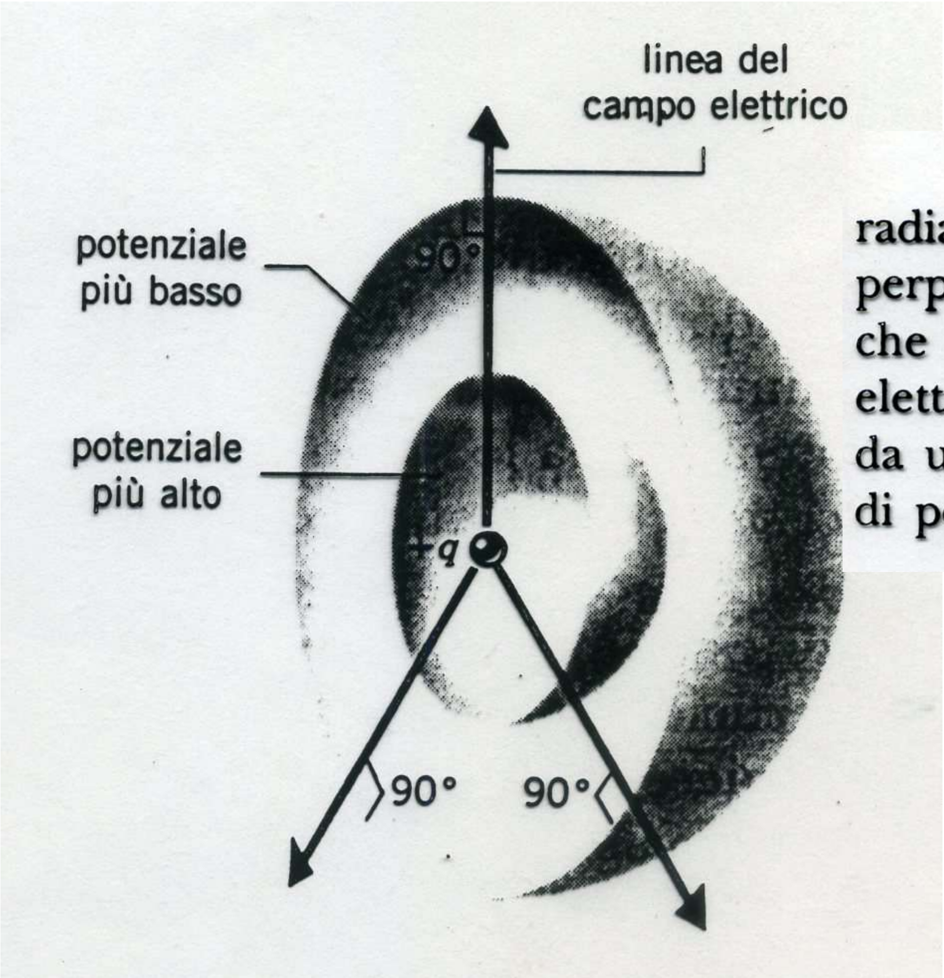


Le superfici equipotenziali che rcondano la carica puntiforme $+q$ sono sferiche, me è illustrato in questa figura. Non si deve mpiere lavoro per spostare una carica a velocità stante in modulo su un cammino che giaccia su a superficie equipotenziale, per esempio, lungo il mmino *ABC*. Però, si deve compiere lavoro per ostare una carica fra due superfici equipotenziali, r esempio, lungo il cammino *AD*.

Il campo elettrico in ogni punto “punta” da zone di potenziale alto a zone di potenziale più basso ed è perpendicolare alla superficie equipotenziale che passa per quel punto.



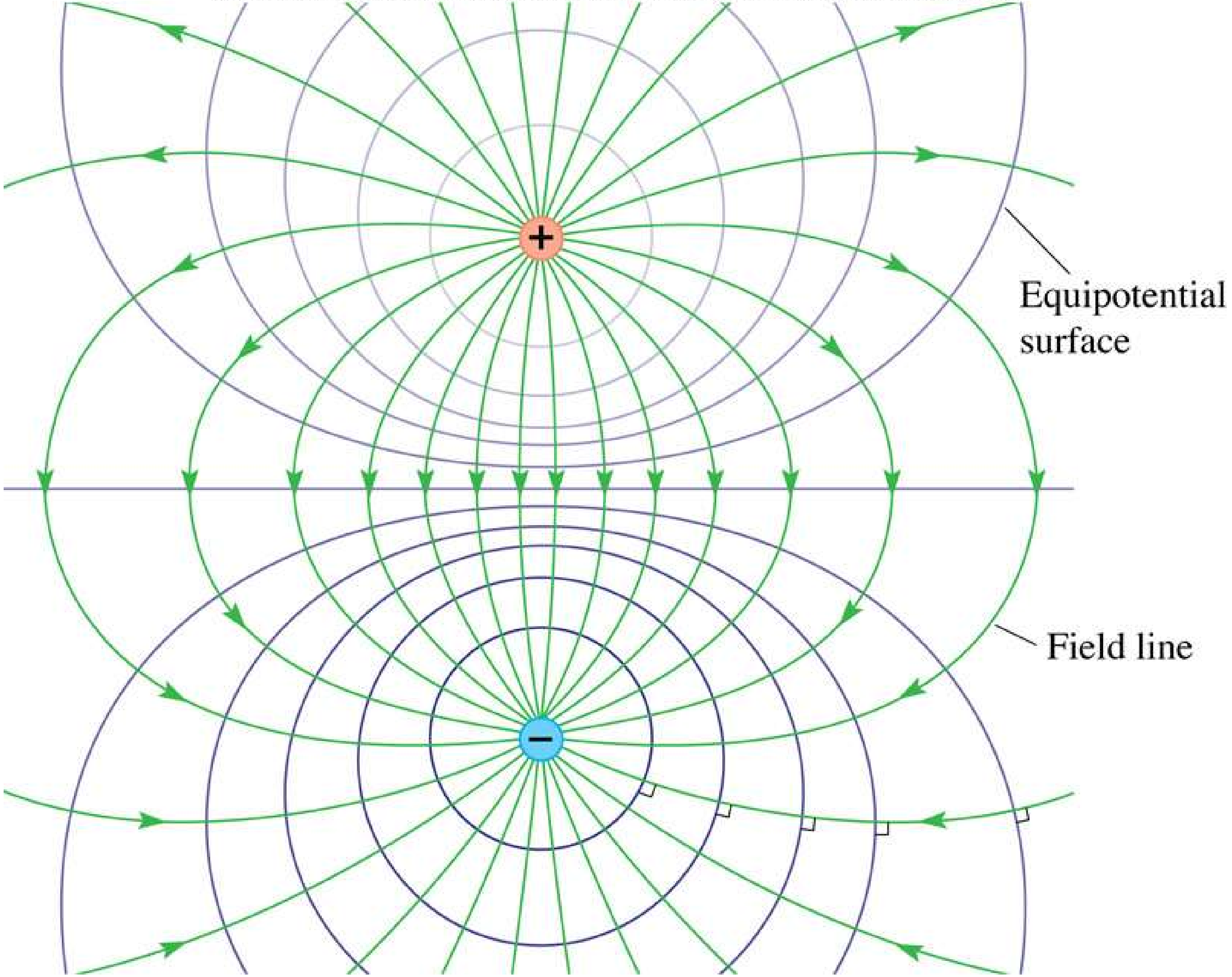
Relazione tra le linee di campo e le superfici equipotenziali



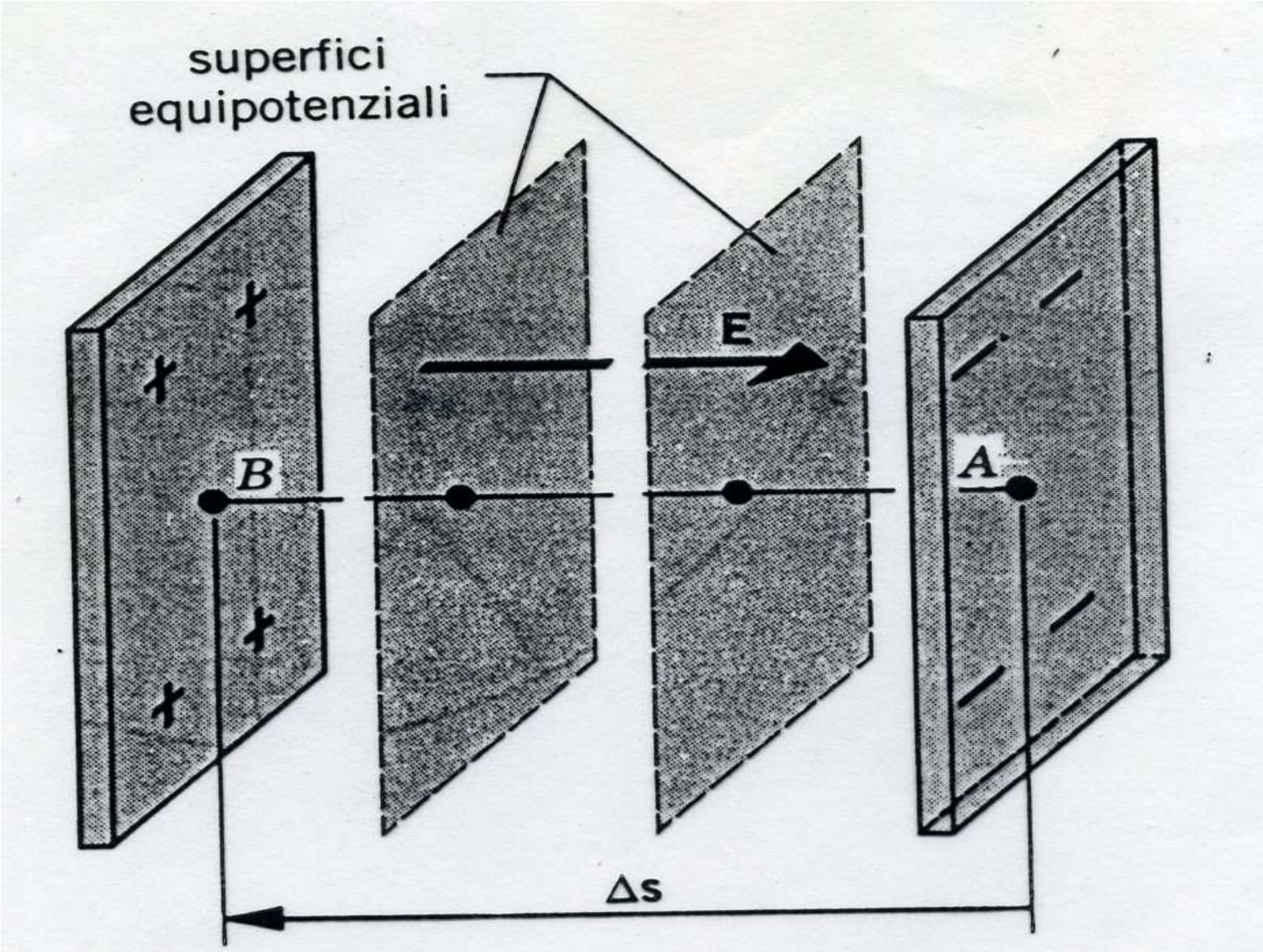
L'intensità del campo elettrico, diretta radialmente e orientata verso l'esterno, è perpendicolare alle superfici equipotenziali sferiche che circondano la carica. L'intensità del campo elettrico è diretta nel verso del potenziale *decrescente*, da una regione di potenziale più alto a una regione di potenziale più basso.

Superfici equipotenziali per il dipolo elettrico

Le superfici equipotenziali e le linee di campo per un dipolo.

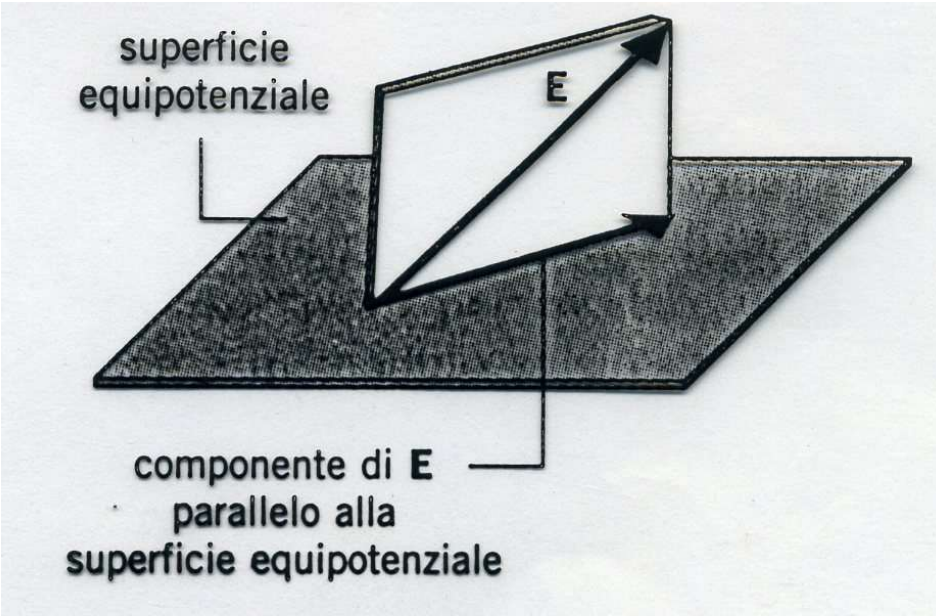


Superfici equipotenziali: il condensatore piano



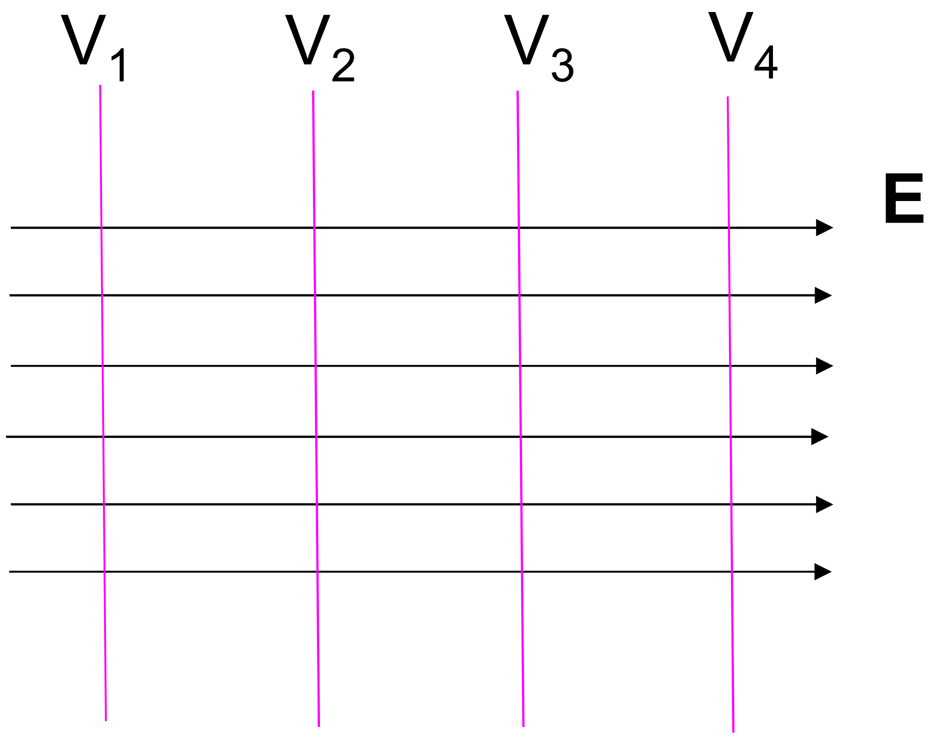
La Relazione tra **E** e V

Il campo elettrico in ogni punto “punta” da zone di potenziale alto a zone di potenziale più basso ed è perpendicolare alla superficie equipotenziale che passa per quell punto.



Nella situazione ipotetica illustrata in questa figura, l’intensità del campo elettrico **E** non è perpendicolare alla superficie equipotenziale. Di conseguenza, ci sarebbe un componente di **E** parallelo alla superficie.

La Relazione tra **E** e V



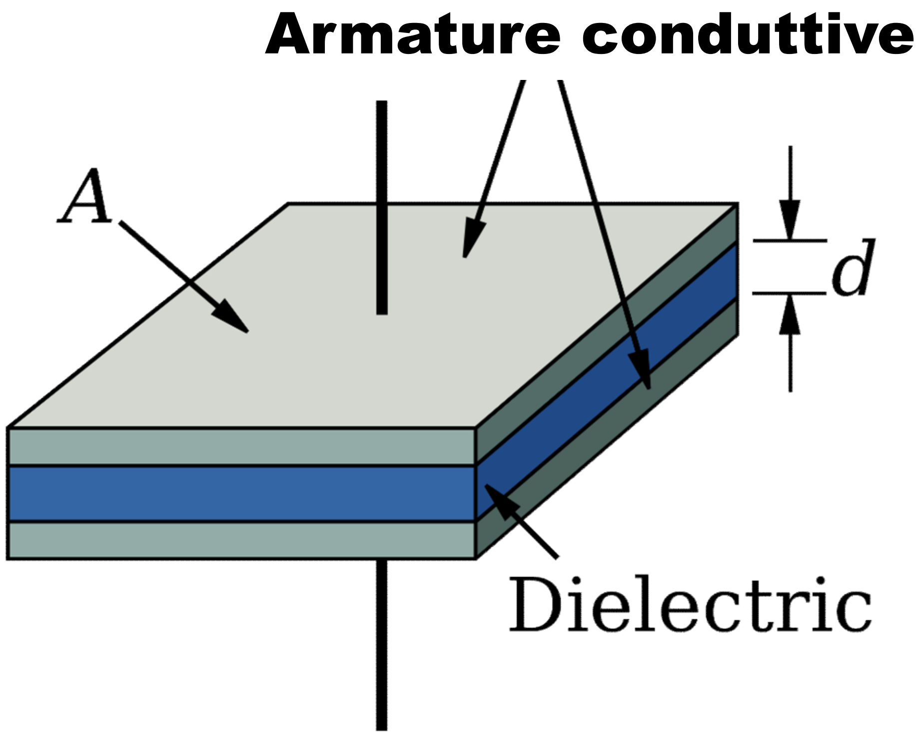
Campo E uniforme

$$\Delta V = \frac{\Delta U_e}{q} = -Ed$$

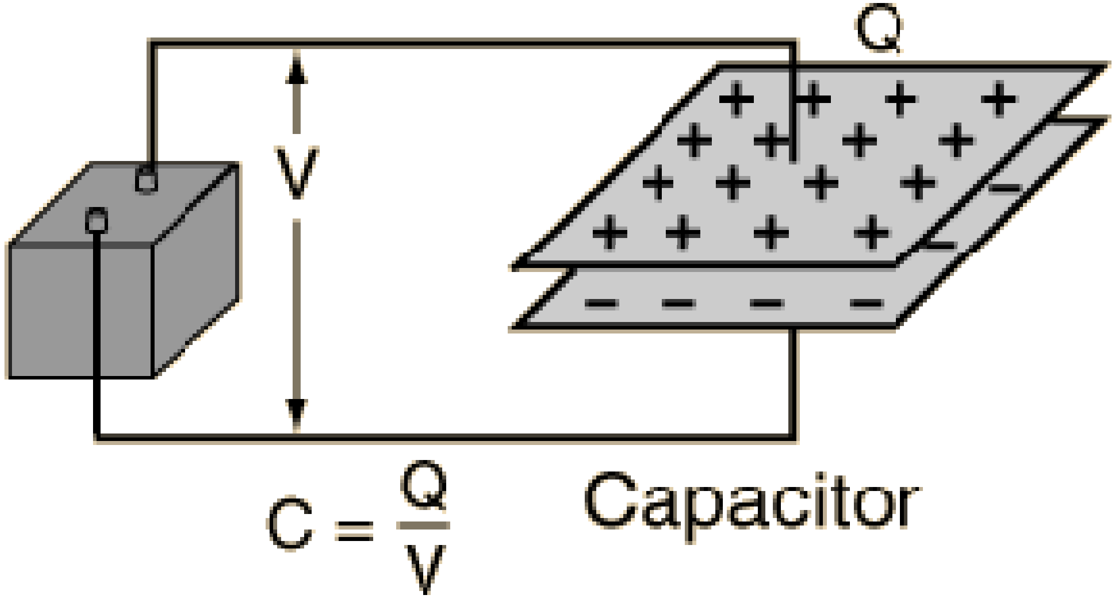
d è la distanza a cui si ha ΔV.

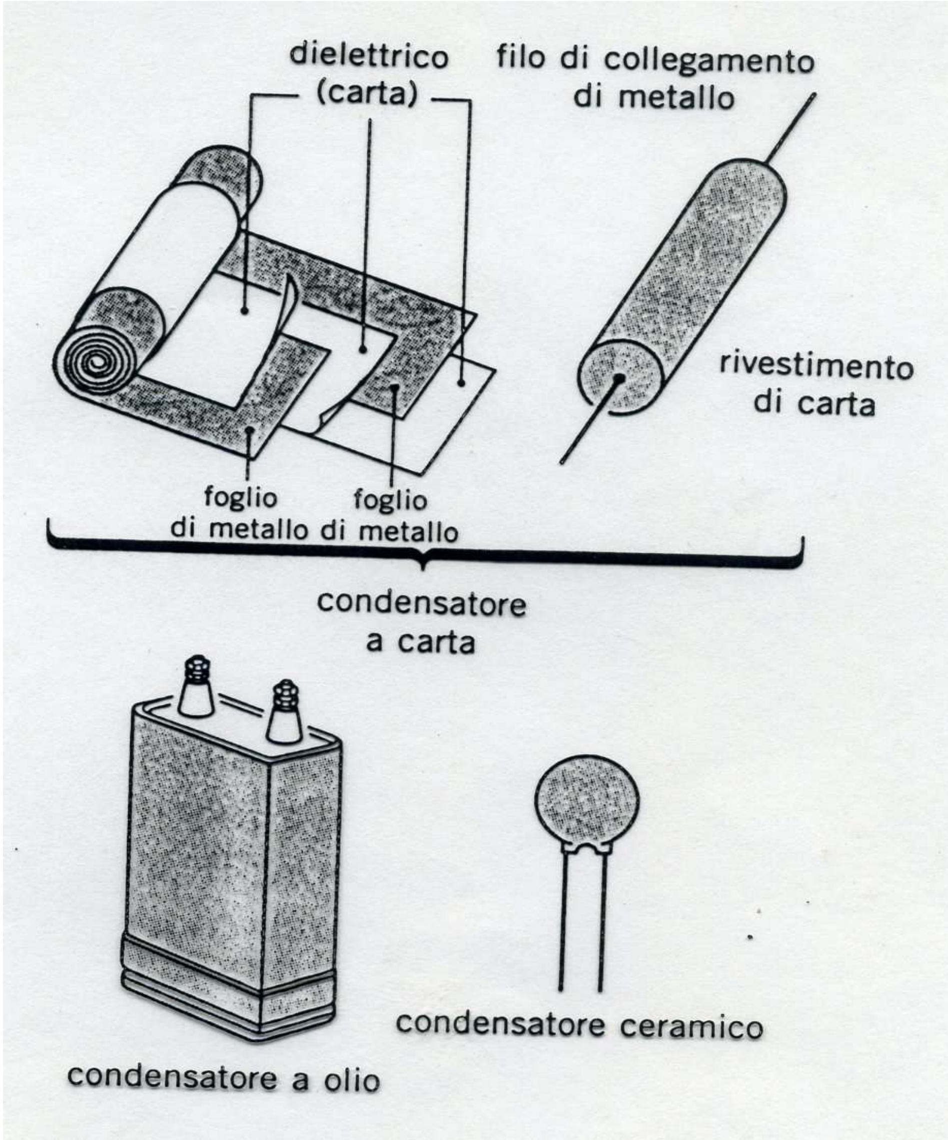
Condensatori

Un condensatore è un dispositivo che immagazzina energia potenziale elettrica immagazzinando cariche positive e negative separate tra di loro. Deve essere compiuto un lavoro per separare queste cariche.



Condensatore a facce piane parallele




dielettrico
(carta)
filo di collegamento
di metallo
rivestimento
di carta
foglio
di metallo
foglio
di metallo
condensatore
a carta
condensatore ceramico
condensatore a olio

Per un condensatore a facce piane parallele:

$$E \propto Q$$

$$E \propto \Delta V$$

$$\therefore Q \propto \Delta V$$

Scritto sotto forma di equazione: $Q = C\Delta V$, dove la costante di proporzionalità C si chiama capacità.

Capacità di un condensatore a facce piane parallele

$$\Delta V = Ed = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} d$$

$$\therefore Q = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \Delta V = C \Delta V$$

$$\text{where } C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}.$$

C dipende solo dalla costante dielettrica dell'isolante e da fattori geometrici. L'unità di misura della capacità è il Farad (F). 1 F = 1 C^2/J = 1 C/V

Un condensatore a facce piane parallele ha una capacità di 1.20 nF. Vi è una carica di 0.800 μC su ciascuna armatura.

(a) Qual è la differenza di potenziale tra le armature?

$$Q = C\Delta V$$

$$\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{0.800\ \mu\mathrm{C}}{1.20\ \mathrm{nF}} = 667\ \mathrm{Volts}$$

(b) Se la separazione tra le armature raddoppia e la carica viene mantenuta costante, cosa succederà alla diffferenza di potenziale?

$$\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{Qd}{\varepsilon_0 A}$$

$$\Delta V \propto d$$

Se d raddoppia, così fa la differenza di potenziale.

Per aumentare la capacità, si può mettere un dielettrico tra le armature del condensatore.

$$C = \kappa\, C_0$$

$$\text{where } C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

κ è la costante dielettrica relativa.

Costanti dielettriche di alcune sostanze comuni*

Sostanza	Costante dielettrica
vuoto	1
aria	1,00054
teflon	2,1
benzene	2,28
carta	3,3
mica chiara	5,4
neoprene	6,7
alcole metilico	33,6
acqua	80,4

* Vicino alla temperatura ambiente.

Un condensatore può essere realizzato con due fogli di alluminio separati da un foglio di carta oleata. Se I fogli di alluminio misurano 0.3 m per 0.4 m e la carta oleata, di dimensioni leggermente superiori, è di spessore 0.030 mm e ha κ = 2.5, qual è la capacità di questo condensatore?

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$$= \frac{\left(8.85\times 10^{-12}\,\mathrm{Nm^2/C^2}\right)\left(0.40 * 0.30\right)\mathrm{m^2}}{0.030\times 10^{-3}\,\mathrm{m}}$$

$$= 3.54\times 10^{-8}\ \mathrm{F}$$

$$\text{and } \mathrm{C} = \kappa\, \mathrm{C_0} = (2.5)\left(3.54\times 10^{-8}\ \mathrm{F}\right) = 8.85\times 10^{-8}\ \mathrm{F}.$$

Rigidità Dielettrica

Il valore massimo del campo elettrico che un materiale dielettrico può sopportare prima di una *rottura distruttiva*.

Per esempio la rigidità dielettrica dell'aria è *3 kV/mm* e quella del Pyrex è *14 kV/mm.*

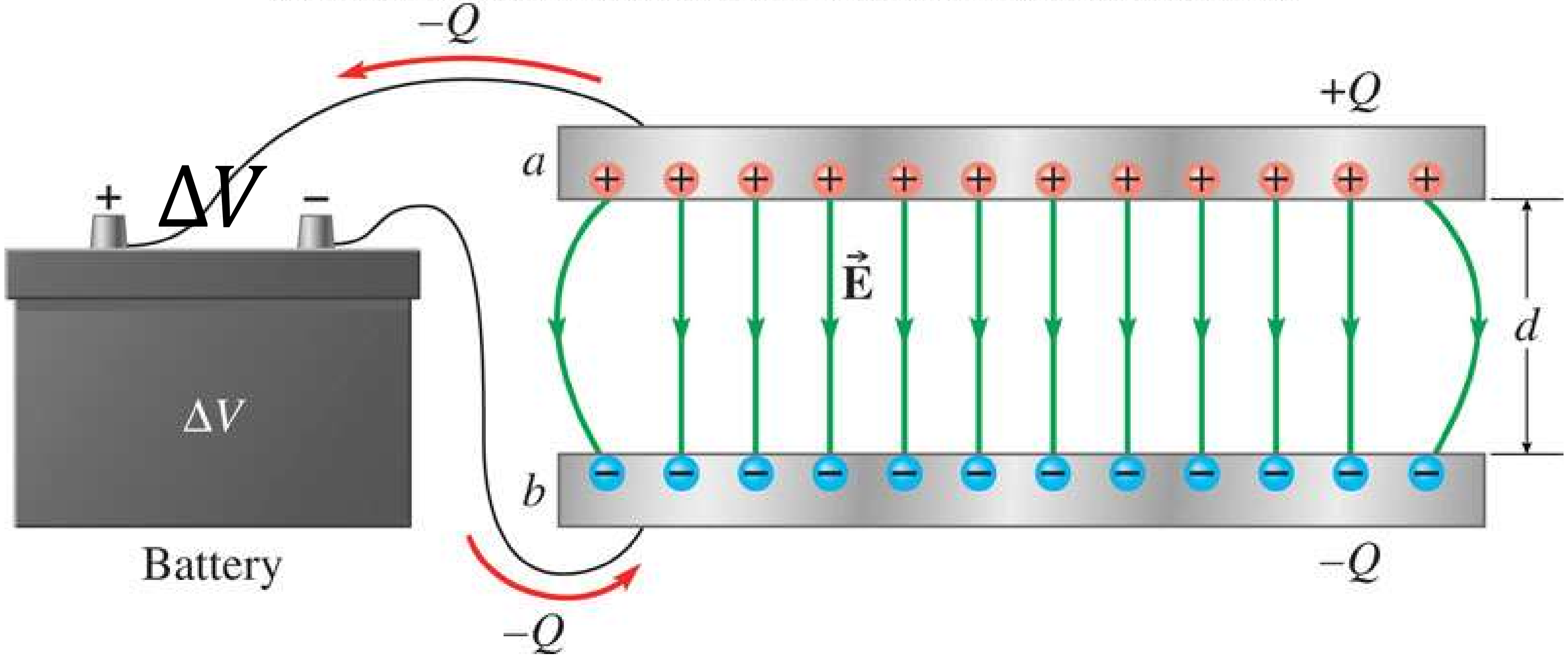
- Essa limita la tensione che può essere applicata al condensatore. La tensione massima è chiamata potenziale di rottura (*breakdown*).

  - Se i due piatti di un condensatore sono separati da *1 mm*, il potenziale di rottura è di *3 kV* se lo spazio tra i piatti è costituito da aria, mentre è di *14 kV* se lo spazio è riempito di Pyrex.

DDP tra le nuvole e la terra: il fulmine

La differenza di potenziale tra le nuvole e la terra e il relativo campo el. possono diventare così grandi da ionizzare gli atomi dell'aria. Elettroni e ioni così creati possono produrre per urto altre cariche e l'aria diventa così conduttrice. Il grande movimento di cariche riduce la ddp e la scarica rapidamente svanisce. La luce è energia liberata quando gli elettroni si legano agli ioni per formare atomi neutri.

Energia immagazzinata in un Condensatore



Un condensatore immagazzina energia quivalente al lavoro necessario a separare le cariche.

L’energia immagazzinata nel sistema vale:

$$dL = dQ^{*}\Delta V^{*} = dQ^{*}\frac{Q^{*}}{C}$$ (dove Q*=CΔV*)

La carica massima Q che si può trasferire sulla capacità si ottiene dalla legge dei condensatori:Q=CΔV. Il lavoro totale è quindi dato da:

$$L = \int_{0}^{Q} dL = \frac{1}{C}\int_{0}^{Q} dQ^{*}Q^{*} = \frac{Q^{2}}{2C}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
U &= \frac{1}{2} Q \Delta V \\
&= \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 \\
&= \frac{Q^2}{2C}
\end{aligned}
\right\}
$$

Si trovano usando Q=CΔV e la prima relazione.

Un condensatore a facce piane parallele è formato da due armature quadrate di 10.0 cm di lato, separate da un’intercapedine di aria di 0.75 mm.

(a) Qual è la carica sul condensatore quando la differenza di potenziale è di 150 volts?

$$Q = C\Delta V = \frac{\varepsilon_0 A}{d}\Delta V = 1.77\times 10^{-8}\ \mathrm{C}$$

(b) Quanta energia è immagazzinata nel condensatore?

$$U = \frac{1}{2} Q\Delta V = 1.33\times 10^{-6}\ \mathrm{J}$$