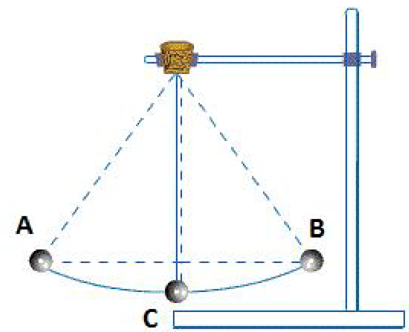
UNIMORE

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MODENA E REGGIO EMILIA

Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche

MECCANICA

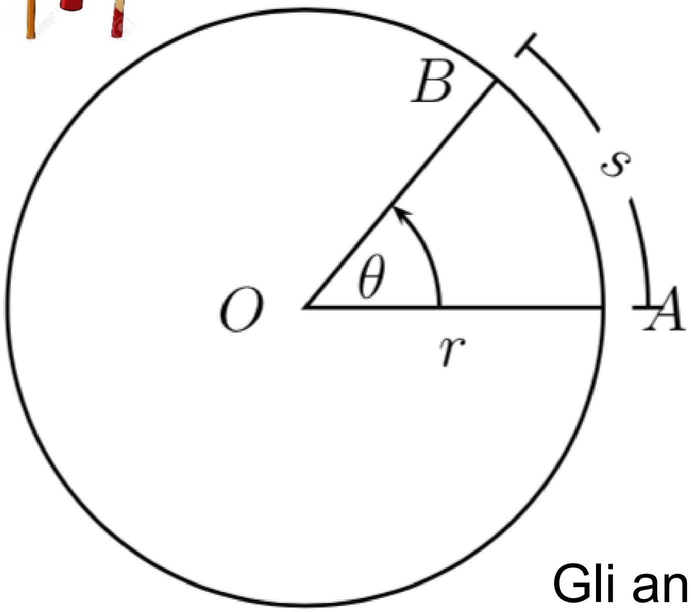
Moti circolari



Sommario

- Descrizione cinematica dei moti circolari
- Velocità angolare e velocità media e istantanea
- Accelerazione radiale e accelerazione tangenziale
- Moto circolare uniforme
- Moto circolare uniforme come composizione di due moti armonici semplici

Scelta del sistema di riferimento: la variabile angolare



θ = coordinata angolare

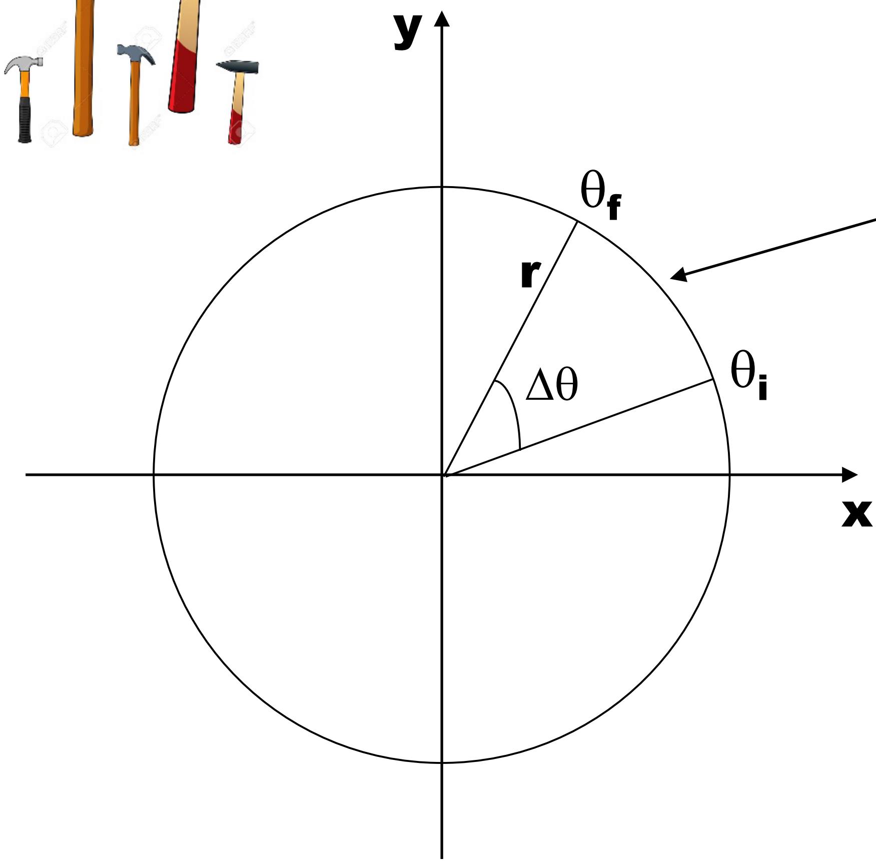
θ è misurato in radianti: $\theta = \frac{s}{r}$

θ è il rapporto tra due lunghezze, quindi è un numero puro!

Gli angoli misurati in senso antiorario sono positivi.

2π radianti = 360° =1 rotazione completa

Usando la variabile angolare il moto circolare (2D) si può descrivere con **<u>una sola coordinata cinematica</u>**



La lunghezza dell'arco percorso nel tempo $\Delta t = tf - ti$ è

$$\Delta s = r\Delta\theta$$

dove

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$$

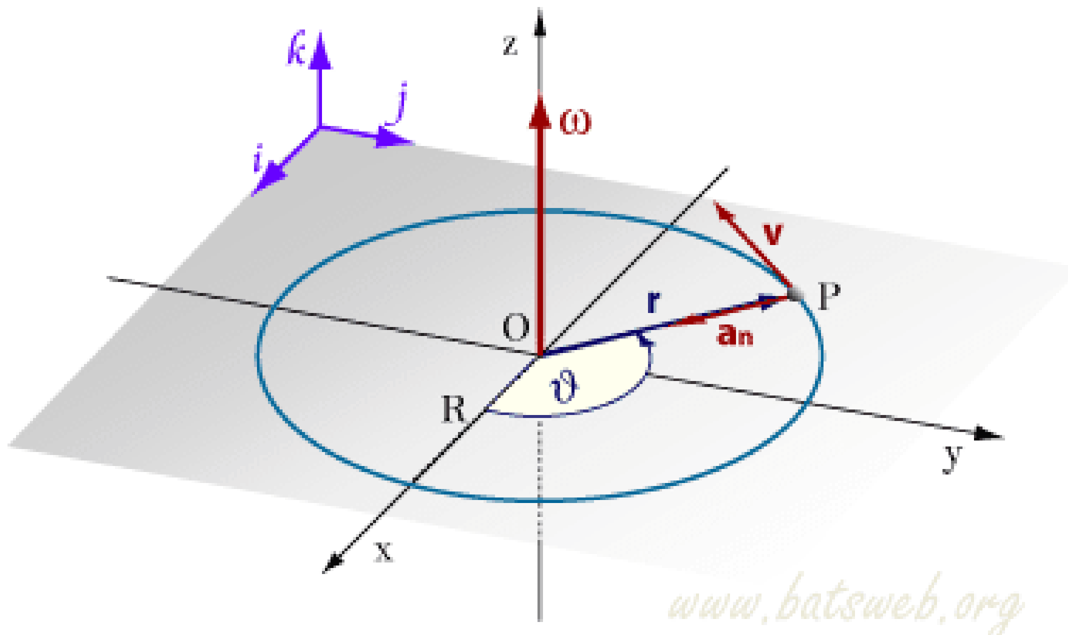
è lo spostamento angolare.

Velocità angolare media e istantanea

$$\omega_{\text{av}} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \text{and} \quad \omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

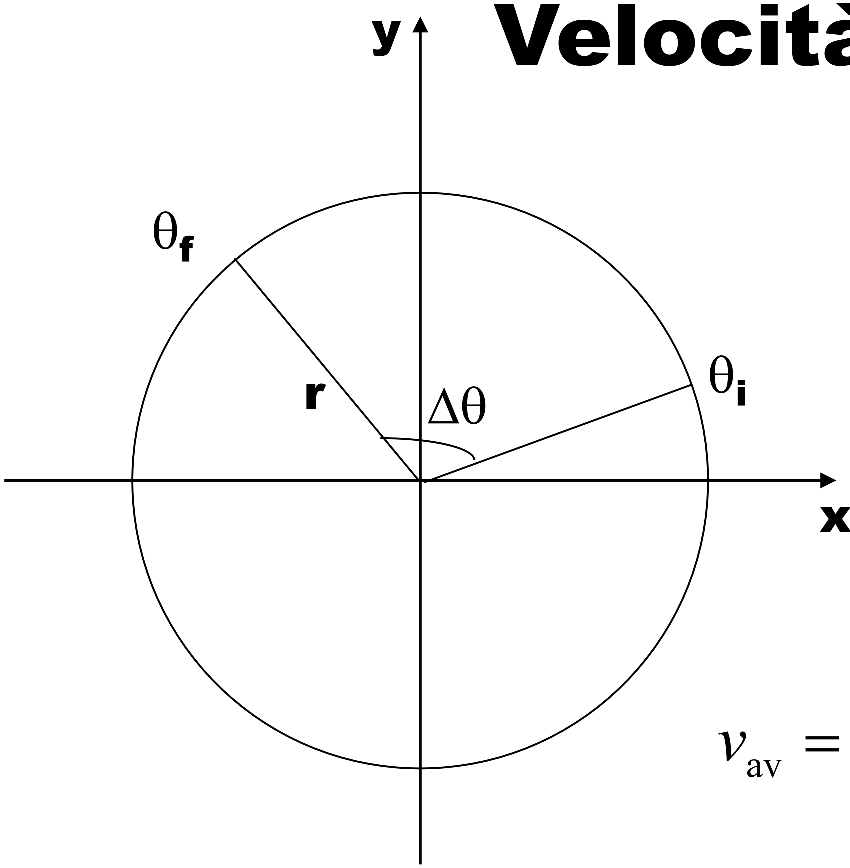
ω si misura in rad/s

Velocità angolare media e istantanea



Il vettore **ω** ha direzione perpendicolare al piano del moto ed è diretto verso di voi se la rotazione è antioraria; ha invece verso opposto se la rotazione è oraria.

Velocità media e istantanea



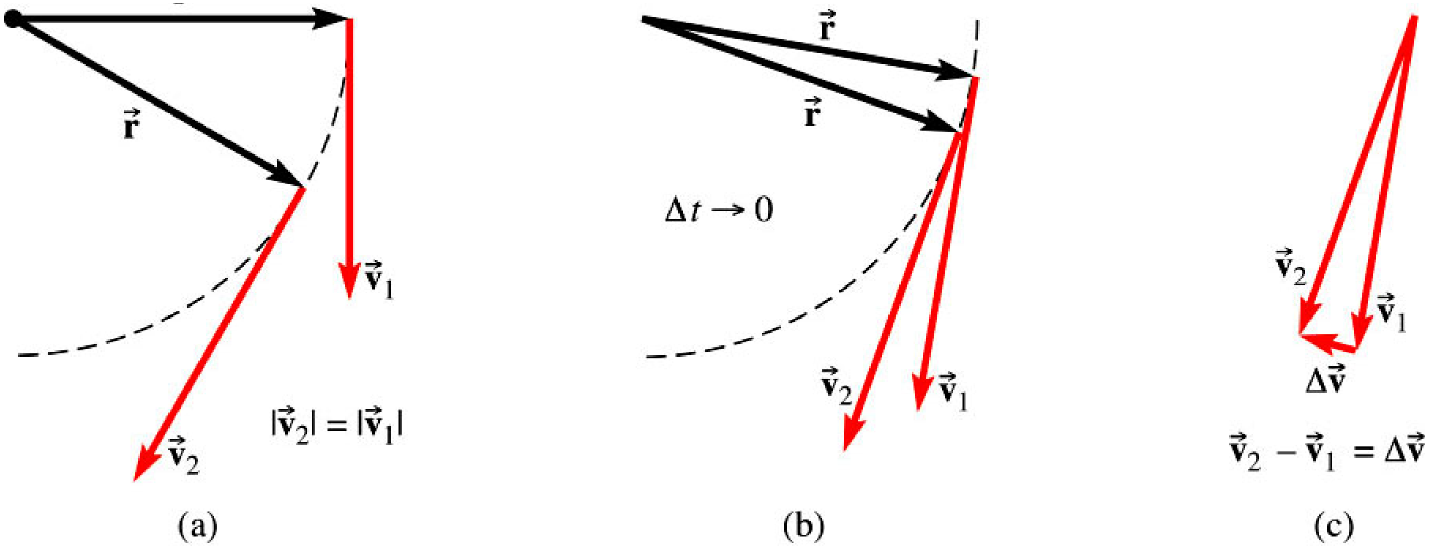
Velocità media

$$v_{\mathrm{av}} = \frac{\text{total distance}}{\text{total time}} = \frac{r\Delta\theta}{\Delta t} = r\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right) = r\omega_{\mathrm{av}}$$

La stessa relazione vale per i valori istantanei $v = r\omega$

Accelerazione

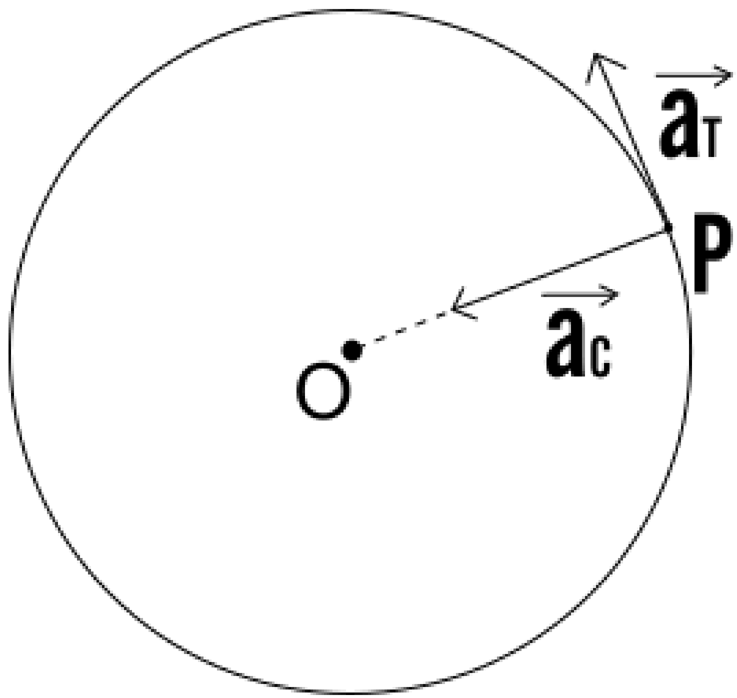
La velocità di una particella che si muove su una traiettoria circolare è <u>tangente alla traiettoria</u>.



Essa varia in modulo, direzione e verso, generando una accelerazione diversa da zero.

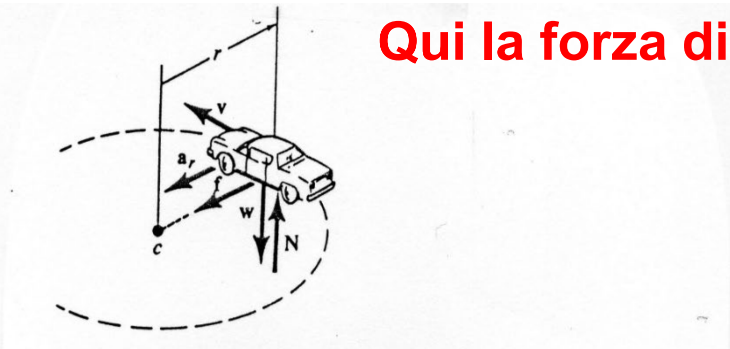
Accelerazione

L'accelerazione, in generale, ha una componente lungo la direzione tangente una componente lungo la direzione radiale.

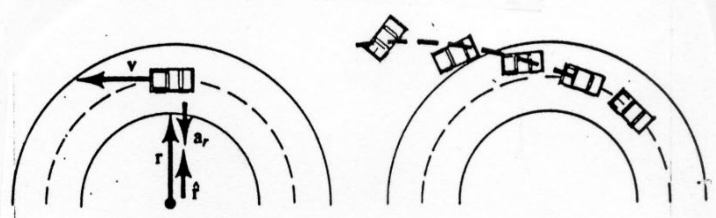


Quindi per muoversi su una traiettoria circolare un oggetto deve essere soggetto ad una forza non nulla.

Qui la forza di attrito

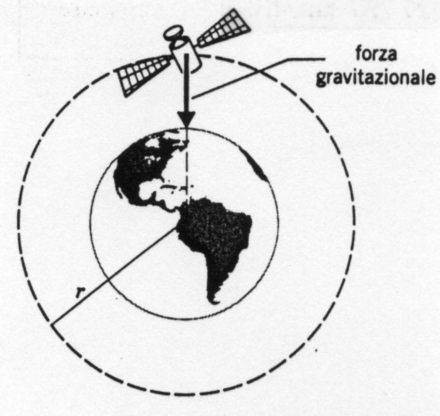


Forze che agiscono su un'automobile che si muove su una strada circolare piana. Non sono rappresentate le forze lungo la direzione del moto dovute all'aria e alla strada.



(*a*) Un'automobile che percorre una strada piana circolare di raggio *r* ha un'accelerazione $a_r = v^2/r$. (*b*) Se la strada non può fornire una forza d'attrito pari a mv^2/r, l'automobile slitterà e tenderà ad andare in linea retta.

Qui la forza gravitazionale



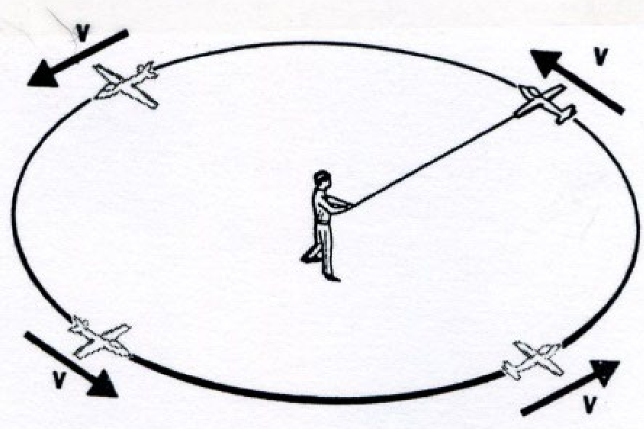
Nel caso di un satellite su un'orbita circolare attorno alla Terra, la forza gravitazionale fornisce la forza centripeta necessaria. Il simbolo *r* denota la distanza fra il centro della Terra e il satellite.

Moto Circolare Uniforme

Si ha quando un oggetto si muove su una traiettoria circolare di raggio r percorrendo archi uguali in tempi uguali.

Il periodo T è il tempo necessario a compiere un giro completo.

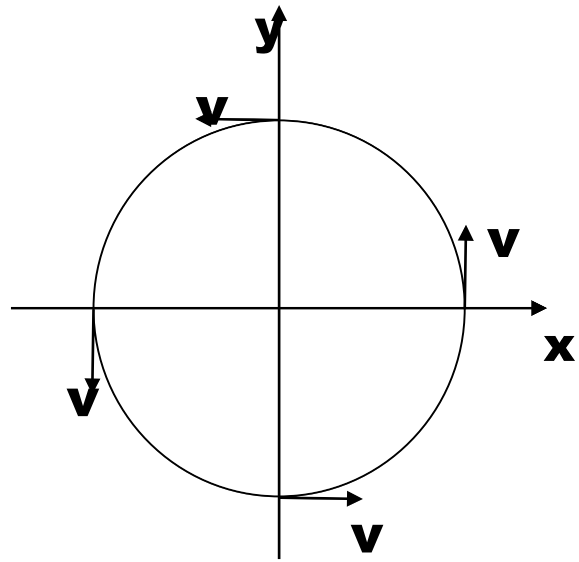
f è la frequenza, cioè il numero di cicli per secondo



Il moto di un aeromodello che vola percorrendo archi uguali in tempi uguali su una traiettoria circolare orizzontale è un esempio di moto circolare uniforme. La direzione orientata del vettore velocità varia nel tempo mentre l'aeromodello si muove, ma il modulo del vettore velocità rimane invariato.

Moto Circolare Uniforme

Il modulo della velocità è costante e pari a $\dfrac{2\pi r}{T}$



$$v = v_{\mathrm{av}} = \frac{\text{total distance}}{\text{total time}} = \frac{2\pi r}{T}$$

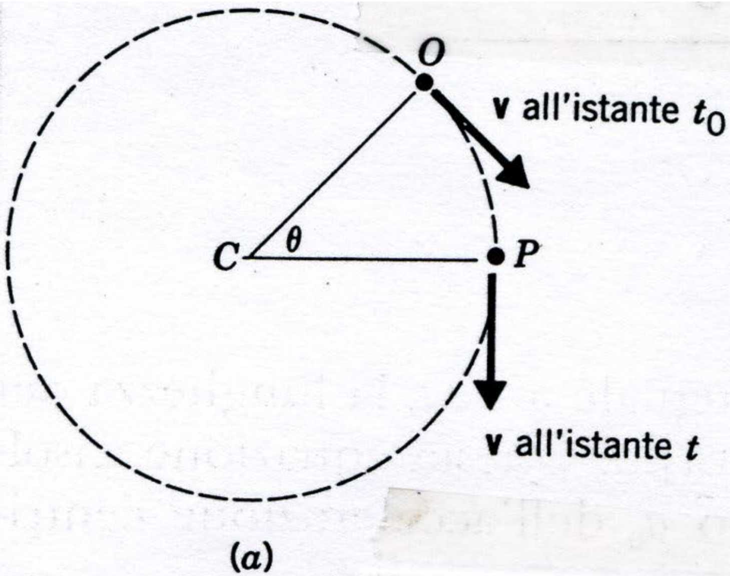
Anche la velocità angolare è costante

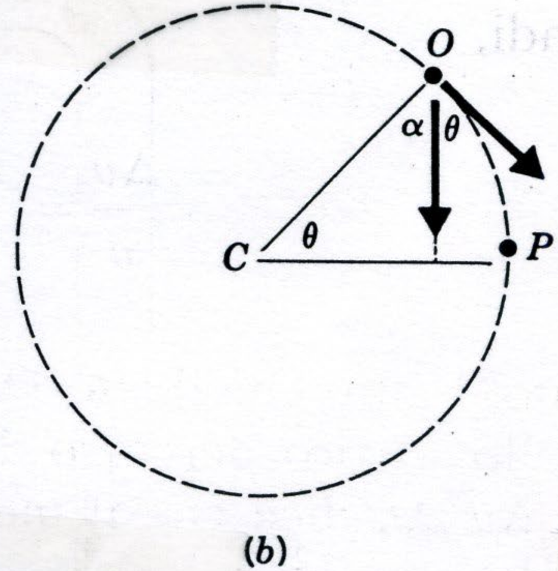
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad v = \omega r$$

La direzione di v invece cambia.

Dunque $\Delta v \neq 0$, e quindi $a \neq 0$.

C'è quindi una forza applicata diversa da zero.

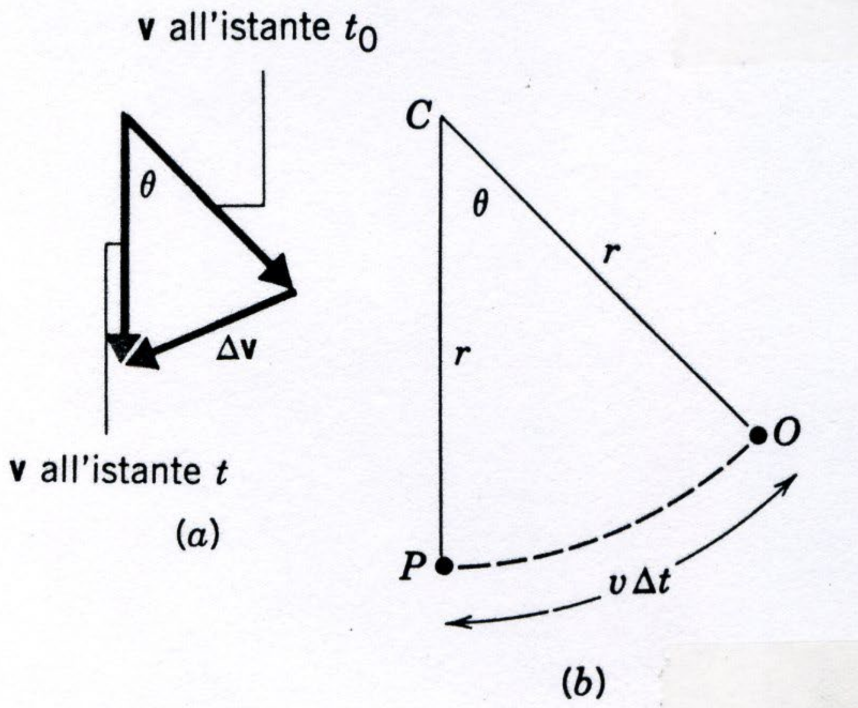




(a) Nel caso di un punto materiale (corpo puntiforme) che si muove di moto circolare uniforme, il vettore velocità **v** ha direzioni orientate diverse in punti diversi della traiettoria circolare. (b) Il vettore velocità è stato tolto dal punto P, è stato traslato parallelamente a sé stesso e ridisegnato con il punto origine (la «coda») nel punto di partenza O. L'angolo fra i due vettori velocità e l'angolo fra i due raggi hanno lo stesso valore θ.

L'accelerazione: modulo

$$\frac{\Delta v}{v} \sim \frac{v\Delta t}{r} \rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} \sim \frac{v^2}{r}$$



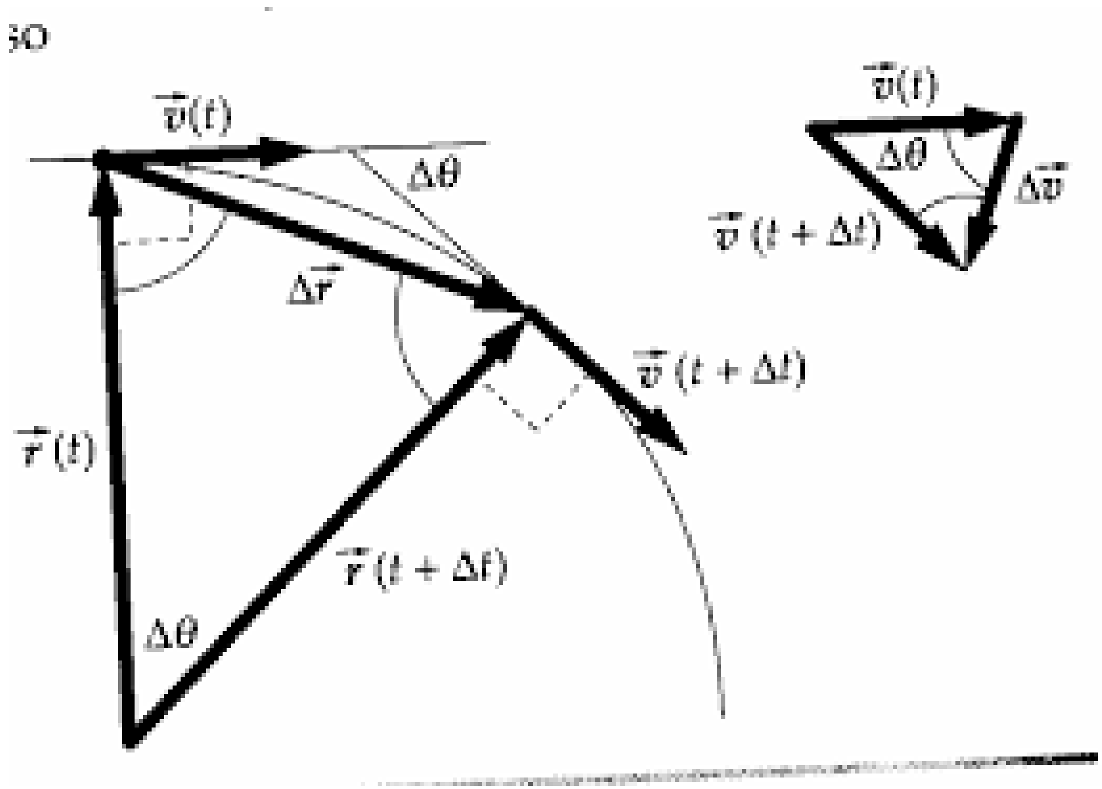
(a) La direzione orientata del vettore velocità all'istante t differisce dell'angolo θ dalla direzione orientata all'istante t_0. (b) Quando il punto materiale si muove lungo la traiettoria circolare da O a P, il raggio r descrive lo stesso angolo θ. Nel limite di un intervallo di tempo impiegato Δt molto breve, i due triangoli sono simili.

L’accelerazione: modulo

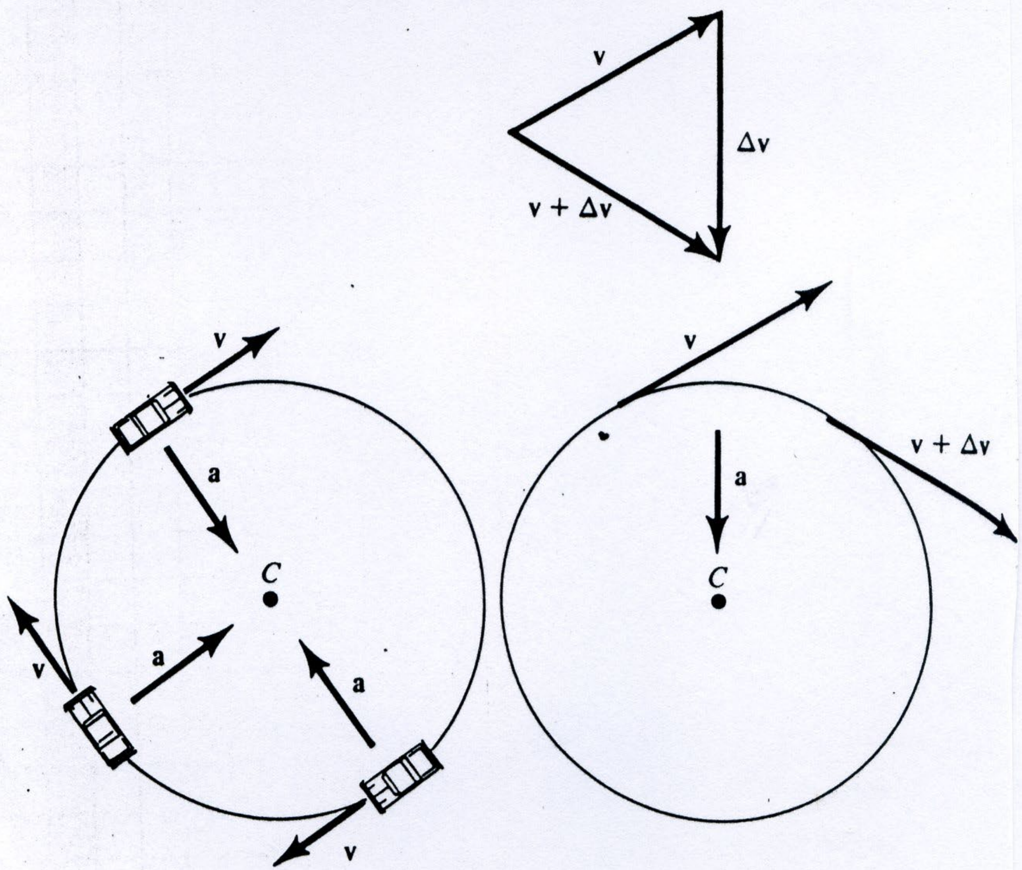
Il modulo dell’accelerazione radiale è costante e vale:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 = \omega v$$

L'accelerazione: direzione orientata



Dunque l'accelerazione istantanea in un moto circolare uniforme è diretta lungo la direzione radiale e orientata verso il centro della traiettoria circolare

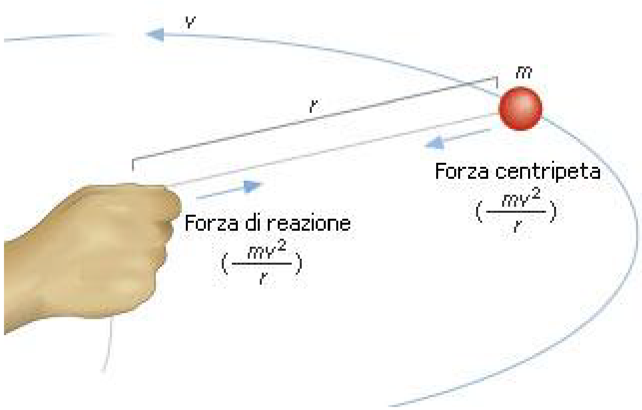


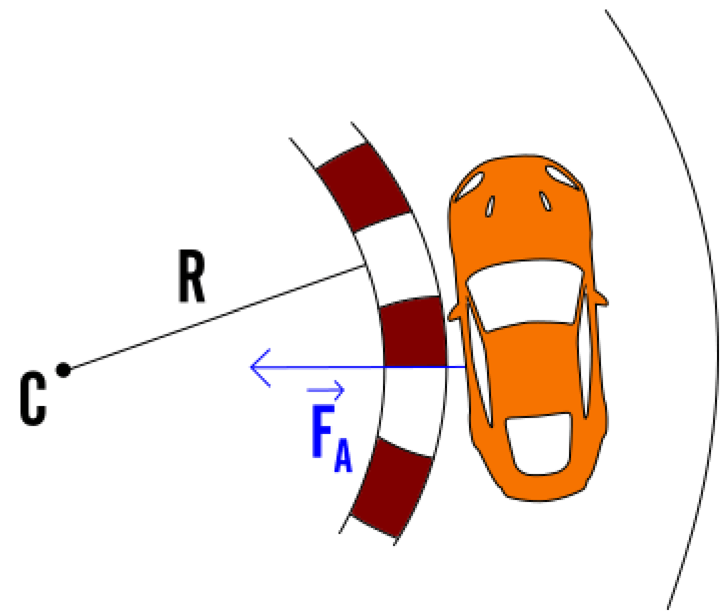
(*a*) (*b*)

Un'automobile che percorre una strada circolare a velocità costante in modulo ha un'accelerazione diretta verso il centro C della circonferenza. La componente tangenziale dell'accelerazione è nulla perché il modulo della velocità è costante.

Forza centripeta

La forza che tiene il corpo in rotazione uniforme è, quindi, costante in modulo e diretta verso il centro, ed è chiamata forza centripeta.





Riassumendo ….

- Un oggetto che si muove di moto circolare è SEMPRE soggetto ad una forza.

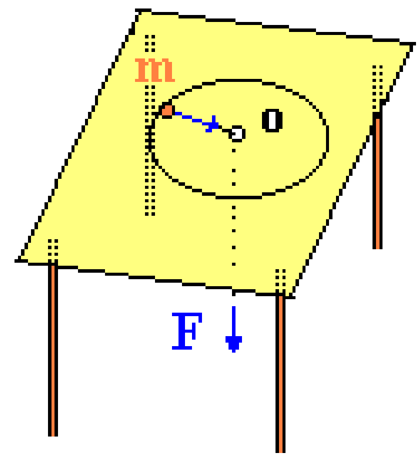
- Il moto è ben descritto dalle variabili angolari prendendo un sistema di riferimento con centro nella circonferenza che rappresenta la traiettoria del corpo.

- L'accelerazione radiale ha la forma $a_r = v^2/r$ ed è l'unica accelerazione se il moto è uniforme. L'accelerazione radiale è legata alla variazione nel tempo della direzione orientate del vettore **v.**

- Se il moto non è uniforme (cioè il modulo del vettore **v** cambia nel tempo, allora c'è anche una componente non nulla di accelerazione tangenziale.

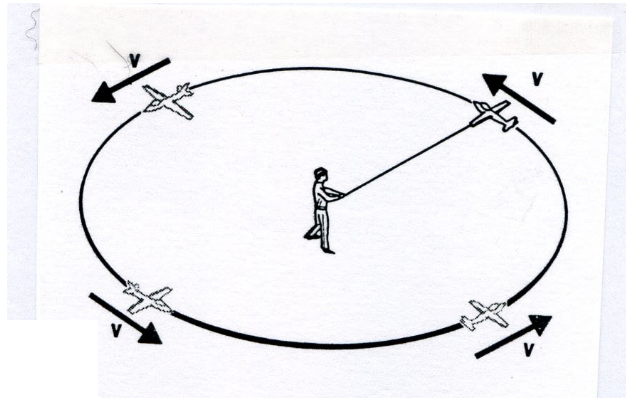
Una palla di 150 g legata all'estremità di una corda rotea uniformemente lungo una circonferenza orizzontale di raggio 0.6 m. La palla compie due rivoluzioni in un secondo.
Quanto valgono l' accelerazione e la forza radiale?

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r f)^2}{r} = 94{,}8\ \frac{m}{s^2}$$



$$F_r = m a_r = 14{,}22\ N$$

Si supponga che il filo di guida usato nella figura sia lungo 14 m e sia capace di resistere alla tensione massima di 85 N senza rompersi. Quanto vale il modulo della velocità che un aeromodello di 0,90 Kg può avere ?



$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

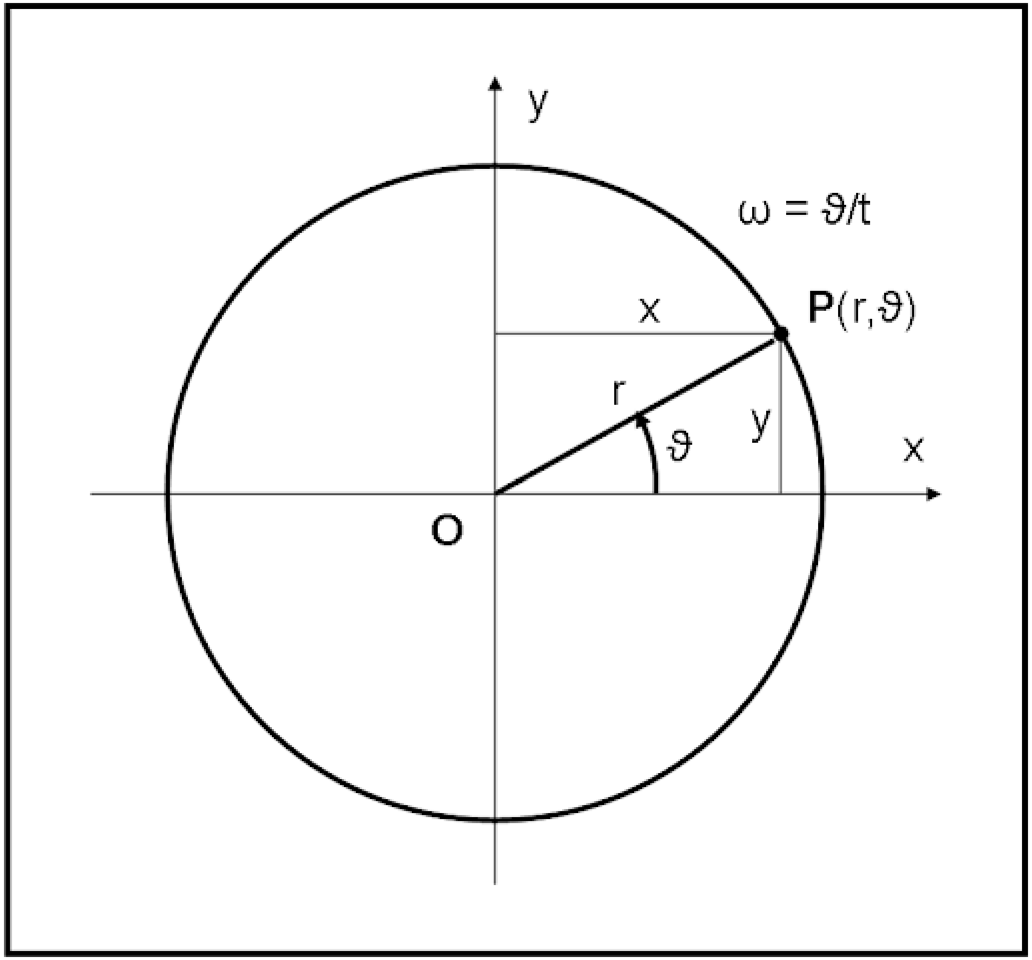
$kg \cdot \frac{m}{s^2}$

$$v = \sqrt{\frac{rF_c}{m}} = \sqrt{\frac{(14\ \text{m})(85\ \text{N})}{0{,}90\ \text{kg}}} = \boxed{36\ \text{m/s}}$$

Il moto circolare uniforme come composizione di due moti armonici semplici

Il moto circolare uniforme avviene in due dimensioni. Possiamo studiarlo come composizione di due moti 1D sotto un diverso «punto di vista»….

https://www.youtube.com/watch?v=rXzQ_wC5wiY



$$x(t) = r\cos(\theta(t)) = r\cos(\omega t)$$

$$y(t) = r\sin(\theta(t)) = r\sin(\omega t)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$