

Manuale - Analisi 1

Ingegneria Informatica

25 settembre 2025

Indice

I	Concetti di base	1
1	Derivate	2
1.1	Derivate fondamentali	2
1.2	Regole di derivazione	2
2	Integrali	2
2.1	Indefiniti	2
	Pils	3
II	Studio di Funzione	3
3	Studio di Funzione	3
3.1	Dominio, simmetrie e segno	3
	Dominio	3
	Simmetrie	4
3.2	Punti di accumulazione, limiti e asintoti	4
3.3	Studio della continuità e derivabilità, monotonia	4
3.4	Derivata seconda e convessità	4
3.5	Grafico qualitativo di $f(x)$	4
	$f(x) = x$	4
	$f(x) = x^2$	4
	$f(x) = x^3$	5
	$f(x) = x $	5
	$f(x) = \ln x$	5
	$f(x) = \frac{1}{\ln x }$	5
	$f(x) = \sqrt{x}$	6
	$f(x) = \sin x$	6
	$f(x) = \cos x$	6
	$f(x) = \tan x$	7
	$f(x) = \arcsin x$	7
	$f(x) = \arccos x$	7
	$f(x) = \arctan x$	8
III	Studio della convergenza	8

Parte I

Concetti di base

1 Derivate

1.1 Derivate fondamentali

1. $D[x^n] = nx^{n-1}$
2. $D[x] = 1$
3. $D[\frac{1}{x}] = -\frac{1}{x^2}$
4. $D[\sqrt{x}] = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
5. $D[a^x] = a^x * \ln|a|$
6. $D[e^x] = e^x$
7. $D[\log_a x] = \frac{1}{x * \ln a}$
8. $D[\ln x] = \frac{1}{x}$
9. $D[\sin x] = \cos x$
10. $D[\cos x] = -\sin x$
11. $D[\tan x] = \frac{1}{\cos^2 x}$
12. $D[\cotan x] = -\frac{1}{\sin^2 x}$
13. $D[\arcsin x] = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
14. $D[\arccos x] = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
15. $D[\arctan x] = \frac{1}{1+x^2}$

1.2 Regole di derivazione

1. $D[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$
2. $D[k * f(x)] = k * f'(x)$
3. $D[f(x) * g(x)] = f'(x) * g(x) + f(x) * g'(x)$
4. $D[\frac{f(x)}{g(x)}] = \frac{f'(x)*g(x)-f(x)*g'(x)}{g(x)^2}$

2 Integrali

2.1 Indefiniti

1. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c$
2. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$
3. $\int e^x dx = e^x + c$
4. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$
5. $\int \sin x dx = -\cos x + c$
6. $\int \cos x dx = \sin x + c$
7. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$
8. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$

9. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + c$
10. $\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx = \arctan x + c$
11. $\int f(x)^\alpha * f'(x) dx = \frac{f(x)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c$
12. $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$
13. $\int e^{f(x)} * f'(x) dx = e^{f(x)} + c$
14. $\int a^{f(x)} * f'(x) dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + c$
15. $\int \sin f(x) * f'(x) dx = -\cos f(x) + c$
16. $\int \cos f(x) * f'(x) dx = \sin f(x) + c$
17. $\int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} dx = \tan f(x) + c$
18. $\int \frac{f'(x)}{\sin^2 f(x)} dx = -\cot f(x) + c$
19. $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}} dx = \arcsin f(x) + c$
20. $\int \frac{f'(x)}{1+f(x)^2} dx = \arctan f(x) + c$
21. $\int f(x) * g'(x) dx = f(x) * g(x) - \int f'(x) * g(x) dx$
22. $\int \frac{f'(x)}{k^2+f(x)^2} dx = \frac{1}{k} \arctan(\frac{f(x)}{k}) + c$

Pils

Durante lo svolgimento potrei trovarmi i seguenti casi che sono più complessi, riassunti in 3 macro-casi possono essere risolti in modo più semplice.

Caso:

- Grado D < Grado N: Uso la divisione.
- Denominatore: 1° Grado: $\frac{f'(x)}{f(x)}$
- Denominatore 2° Grado: Dopo aver calcolato il Δ ho i tre seguenti casi:
 - $\Delta = 0$:
 - * $\int f'(x) * f(x)^\alpha dx = \frac{f(x)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c$
 - * Divisione A/B
 - $\Delta < 0$:
 - * $\int \frac{f'(x)}{k^2+f(x)^2} dx = \frac{1}{k} \arctan(\frac{f(x)}{k}) + c$
 - * $\int \frac{\text{numeratore}+a-a}{\text{denominatore}} dx$
 - $\Delta > 0$:
 - * Divisione A/B
 - * $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$

Parte II

Studio di Funzione

3 Studio di Funzione

3.1 Dominio, simmetrie e segno

Dominio

Per dominio si intende l'insieme dei valori di x per cui la funzione è definita.

Casi tipici:

- Frazioni \rightarrow denominatore $\neq 0$.
- Radici pari \rightarrow argomento ≥ 0 .
- Logaritmi \rightarrow argomento > 0 .
- Funzioni goniometriche con $Df(x) \neq \mathbb{R}$ (Esclusi frazioni con seni e coseni ad es. tangente):

$$- f(x) = \arcsin x \rightarrow Df(x) = [-1, 1]$$

$$- f(x) = \arccos x \rightarrow Df(x) = [-1, 1]$$

Esempio: $f(x) = \frac{x-3}{x+1} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0 & \text{se } x = 3 \\ f(x) > 0 & \text{se } x < -1 \text{ o } x > 3 \\ f(x) < 0 & \text{se } -1 < x < 3 \end{cases}$

Simmetrie

- Parità:
 - $f(-x) = f(x) \rightarrow$ Funzione pari (simmetria rispetto all'asse y)
 - $f(-x) = -f(x) \rightarrow$ Funzione dispari (simmetria rispetto all'origine)

Esempio: $f(x) = x^2 \Rightarrow f(-x) = (-x)^2 = x^2 \Rightarrow f$ pari.

NB. Per le funzioni fratte basta che numeratore e denominatore abbiano segno discorde.

3.2 Punti di accumulazione, limiti e asintoti

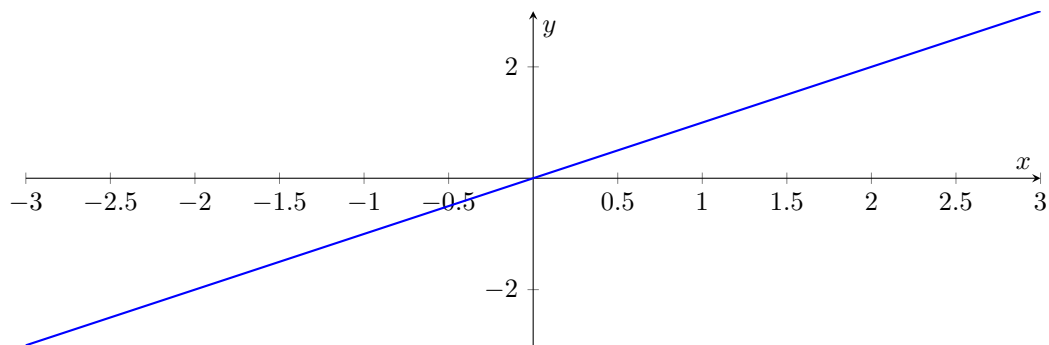
3.3 Studio della continuità e derivabilità, monotonia

3.4 Derivata seconda e convessità

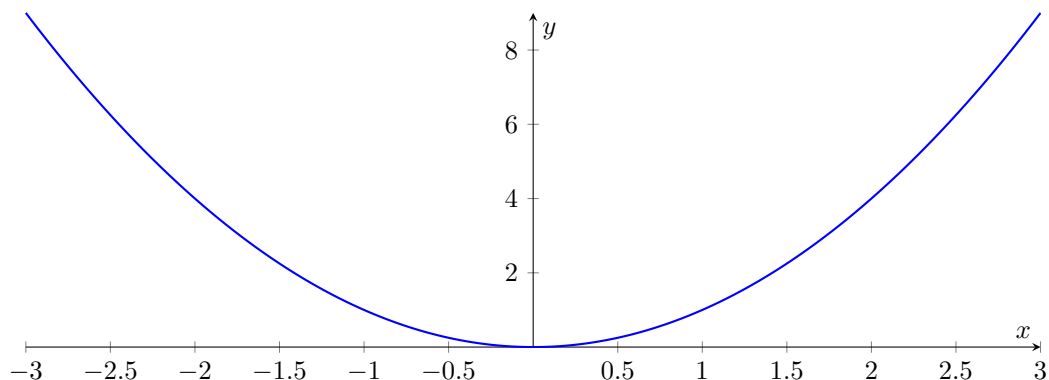
3.5 Grafico qualitativo di $f(x)$

Alla fine dei calcoli svolti fino ad ora dovrebbe esser possibile tracciare un grafico qualitativo della funzione, di seguito si trovano le funzioni fondamentali.

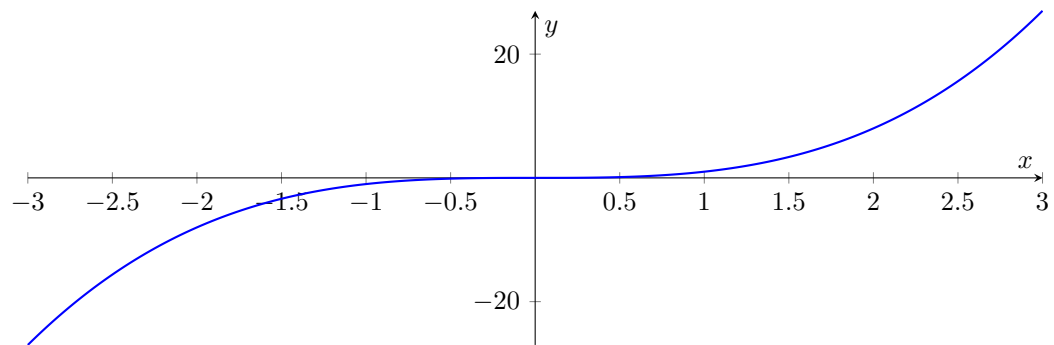
$$f(x) = x$$



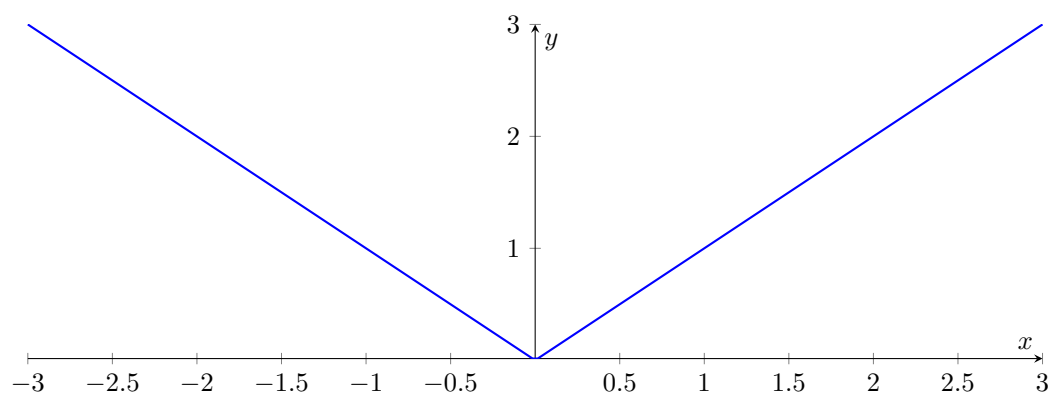
$$f(x) = x^2$$



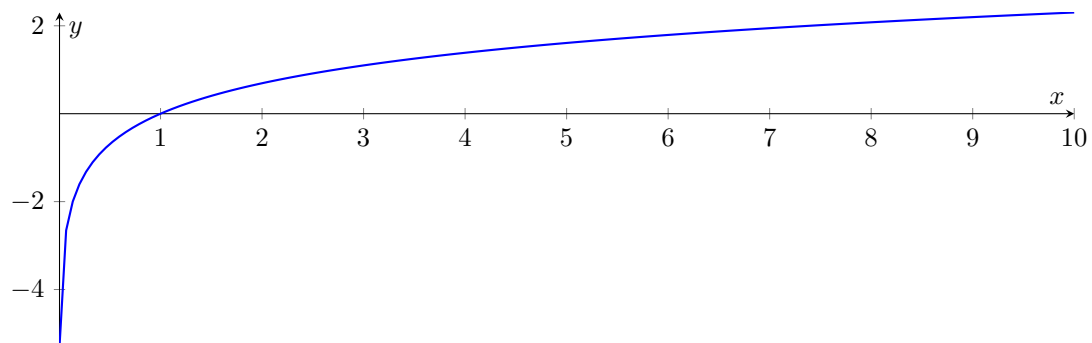
$$f(x) = x^3$$



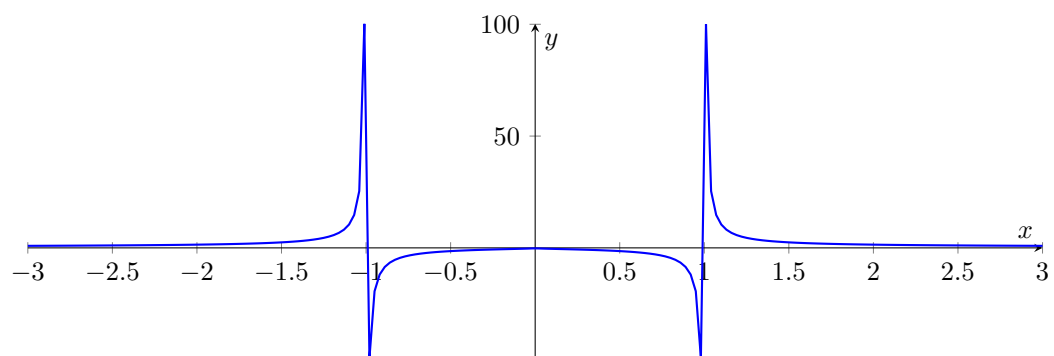
$$f(x) = |x|$$



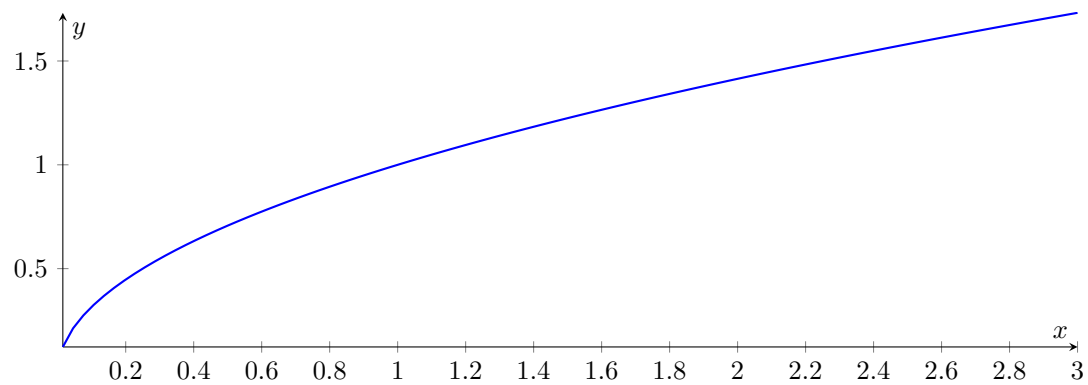
$$f(x) = \ln x$$



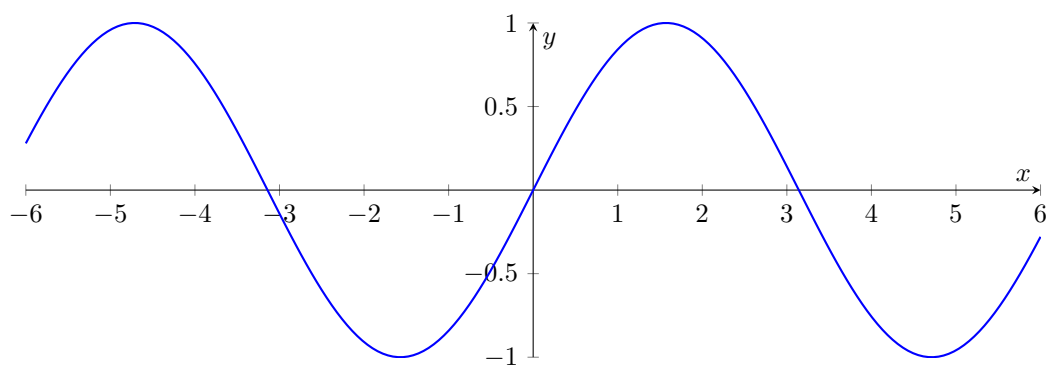
$$f(x) = \frac{1}{\ln|x|}$$



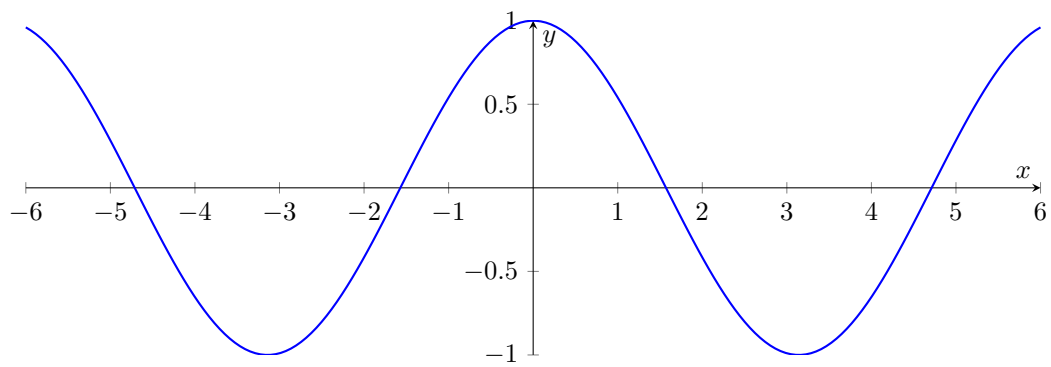
$$f(x) = \sqrt{x}$$



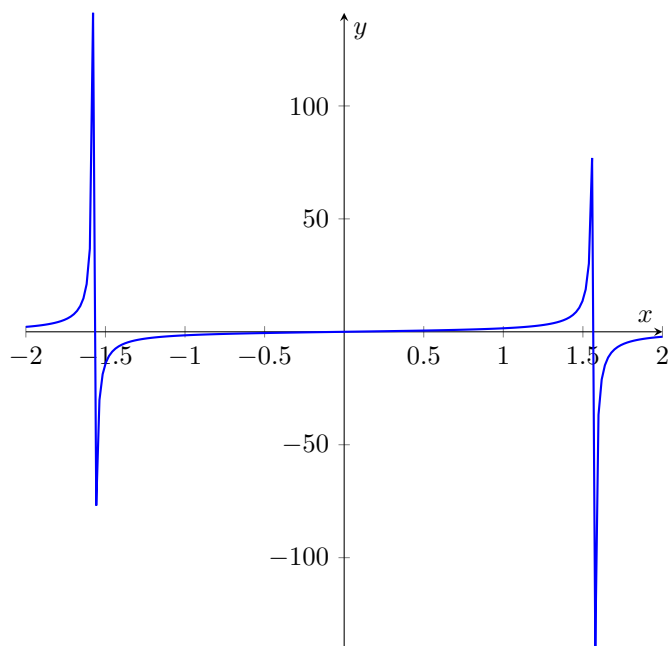
$$f(x) = \sin x$$



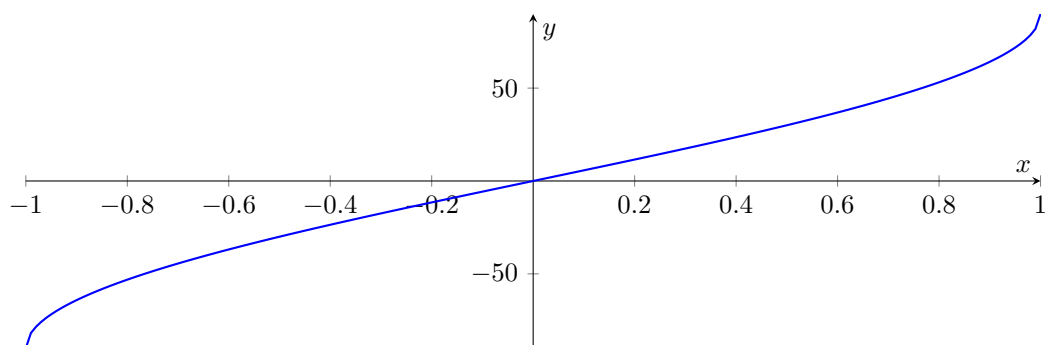
$$f(x) = \cos x$$



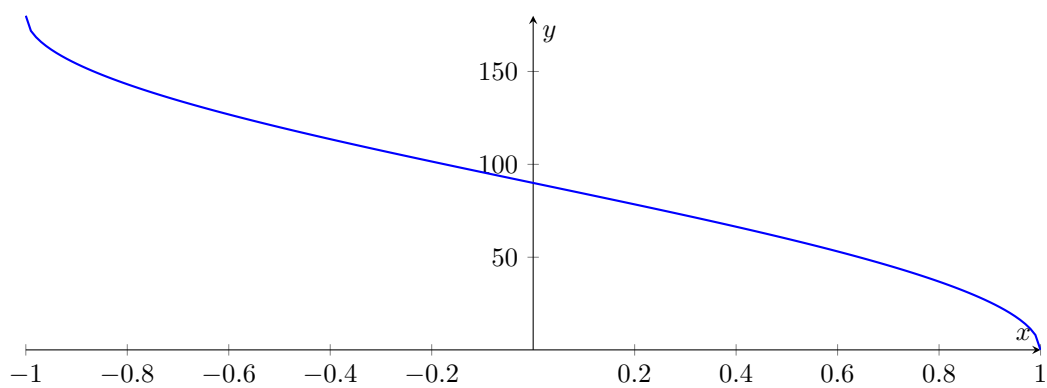
$$f(x) = \tan x$$



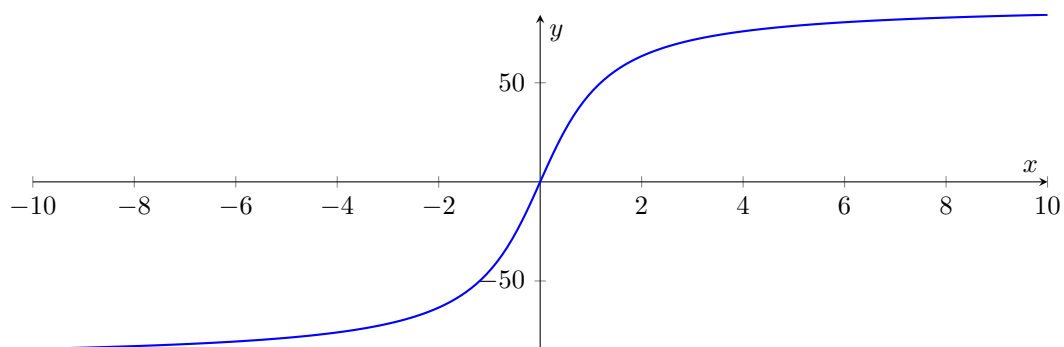
$$f(x) = \arcsin x$$



$$f(x) = \arccos x$$



$$f(x) = \arctan x$$



Parte III

Studio della convergenza