

# Manuale - Analisi 1

## Ingegneria Informatica

25 settembre 2025

## Indice

<b>I</b>	<b>Concetti di base</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Derivate</b>	<b>1</b>
1.1	Derivate fondamentali . . . . .	1
1.2	Regole di derivazione . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Integrali</b>	<b>2</b>
2.1	Indefiniti . . . . .	2
	Pils . . . . .	3
<b>II</b>	<b>Studio di Funzione</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Studio di Funzione</b>	<b>3</b>
3.1	Dominio, simmetrie e segno . . . . .	3
	Dominio . . . . .	3
	Simmetrie . . . . .	4
3.2	Punti di accumulazione, limiti e asintoti . . . . .	4
3.3	Studio della continuità e derivabilità, monotonia . . . . .	4
3.4	Derivata seconda e convessità . . . . .	4
3.5	Grafico qualitativo di $f(x)$ . . . . .	4
	$f(x) = x$ . . . . .	4
	$f(x) = x^2$ . . . . .	4
	$f(x) = x^3$ . . . . .	4
	$f(x) = \ln x$ . . . . .	5
	$f(x) = \frac{1}{\ln x }$ . . . . .	5

## Parte I

## Concetti di base

### 1 Derivate

#### 1.1 Derivate fondamentali

1.  $D[x^n] = nx^{n-1}$
2.  $D[x] = 1$
3.  $D[\frac{1}{x}] = -\frac{1}{x^2}$
4.  $D[\sqrt{x}] = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
5.  $D[a^x] = a^x * \ln|a|$
6.  $D[e^x] = e^x$

7.  $D[\log_a x] = \frac{1}{x \ln a}$
8.  $D[\ln x] = \frac{1}{x}$
9.  $D[\sin x] = \cos x$
10.  $D[\cos x] = -\sin x$
11.  $D[\tan x] = \frac{1}{\cos^2 x}$
12.  $D[\cotan x] = -\frac{1}{\sin^2 x}$
13.  $D[\arcsin x] = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
14.  $D[\arccos x] = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
15.  $D[\arctan x] = \frac{1}{1+x^2}$

## 1.2 Regole di derivazione

1.  $D[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$
2.  $D[k * f(x)] = k * f'(x)$
3.  $D[f(x) * g(x)] = f'(x) * g(x) + f(x) * g'(x)$
4.  $D\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x) * g(x) - f(x) * g'(x)}{g(x)^2}$

## 2 Integrali

### 2.1 Indefiniti

1.  $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c$
2.  $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$
3.  $\int e^x dx = e^x + c$
4.  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$
5.  $\int \sin x dx = -\cos x + c$
6.  $\int \cos x dx = \sin x + c$
7.  $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$
8.  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$
9.  $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + c$
10.  $\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx = \arctan x + c$
11.  $\int f(x)^\alpha * f'(x) dx = \frac{f(x)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c$
12.  $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$
13.  $\int e^{f(x)} * f'(x) dx = e^{f(x)} + c$
14.  $\int a^{f(x)} * f'(x) dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + c$
15.  $\int \sin f(x) * f'(x) dx = -\cos f(x) + c$
16.  $\int \cos f(x) * f'(x) dx = \sin f(x) + c$
17.  $\int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} dx = \tan f(x) + c$
18.  $\int \frac{f'(x)}{\sin^2 f(x)} dx = -\cot f(x) + c$

19.  $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}} dx = \arcsin f(x) + c$
20.  $\int \frac{f'(x)}{1+f(x)^2} dx = \arctan f(x) + c$
21.  $\int f(x) * g'(x) dx = f(x) * g(x) - \int f'(x) * g(x) dx$
22.  $\int \frac{f'(x)}{k^2+f(x)^2} dx = \frac{1}{k} \arctan(\frac{f(x)}{k}) + c$

## Pils

Durante lo svolgimento potrei trovarmi i seguenti casi che sono più complessi, riassunti in 3 macro-casi possono essere risolti in modo più semplice.

Caso:

- Grado D < Grado N: Uso la divisione.
- Denominatore: 1° Grado:  $\frac{f'(x)}{f(x)}$
- Denominatore 2° Grado: Dopo aver calcolato il  $\Delta$  ho i tre seguenti casi:
  - $\Delta = 0$ :
    - \*  $\int f'(x) * f(x)^\alpha dx = \frac{f(x)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c$
    - \* Divisione A/B
  - $\Delta < 0$ :
    - \*  $\int \frac{f'(x)}{k^2+f(x)^2} dx = \frac{1}{k} \arctan(\frac{f(x)}{k}) + c$
    - \*  $\int \frac{\text{numeratore}+a-a}{\text{denominatore}} dx$
  - $\Delta > 0$ :
    - \* Divisione A/B
    - \*  $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$

## Parte II

# Studio di Funzione

## 3 Studio di Funzione

### 3.1 Dominio, simmetrie e segno

#### Dominio

Per dominio si intende l'insieme dei valori di  $x$  per cui la funzione è definita.

Casi tipici:

- Frazioni  $\rightarrow$  denominatore  $\neq 0$ .
- Radici pari  $\rightarrow$  argomento  $\geq 0$ .
- Logaritmi  $\rightarrow$  argomento  $> 0$ .
- Funzioni goniometriche con  $Df(x) \neq \mathbb{R}$  (Esclusi frazioni con seni e coseni ad es. tangente):
  - $f(x) = \arcsin x \rightarrow Df(x) = [-1, 1]$
  - $f(x) = \arccos x \rightarrow Df(x) = [-1, 1]$

$$\text{Esempio: } f(x) = \frac{x-3}{x+1} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0 & \text{se } x = 3 \\ f(x) > 0 & \text{se } x < -1 \text{ o } x > 3 \\ f(x) < 0 & \text{se } -1 < x < 3 \end{cases}$$

## Simmetrie

- Parità:

- $f(-x) = f(x) \rightarrow$  Funzione pari (simmetria rispetto all'asse  $y$ )

- $f(-x) = -f(x) \rightarrow$  Funzione dispari (simmetria rispetto all'origine)

Esempio:  $f(x) = x^2 \Rightarrow f(-x) = (-x)^2 = x^2 \Rightarrow f$  pari.

NB. Per le funzioni fratte basta che numeratore e denominatore abbiano segno discorde.

### 3.2 Punti di accumulazione, limiti e asintoti

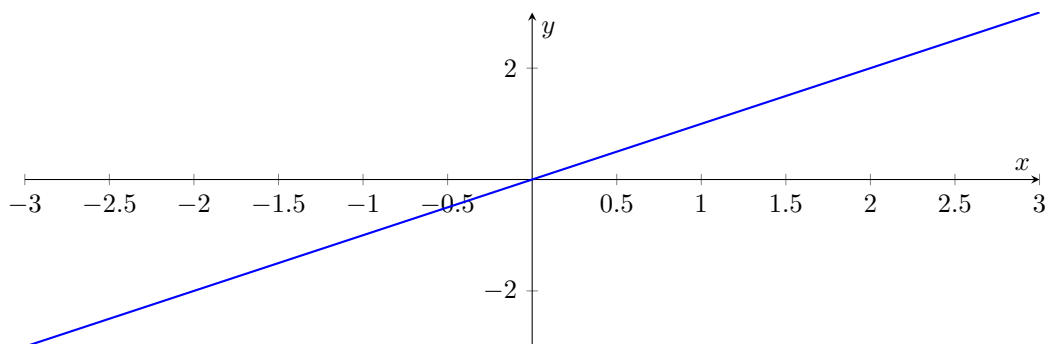
### 3.3 Studio della continuità e derivabilità, monotonia

### 3.4 Derivata seconda e convessità

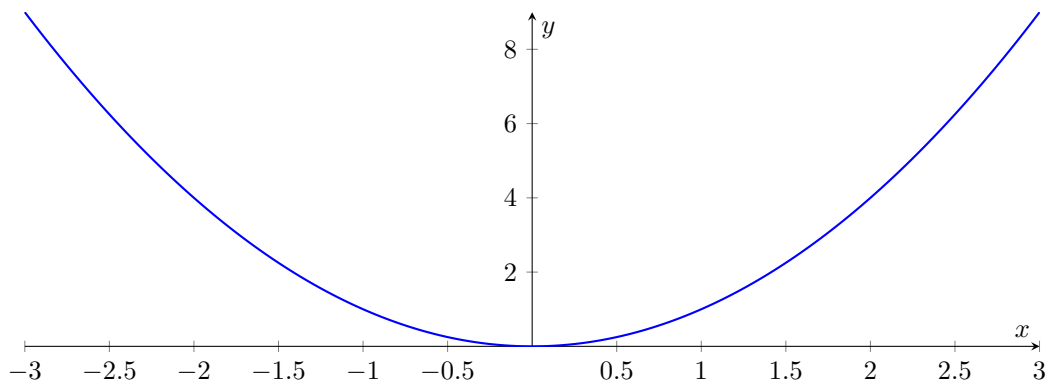
### 3.5 Grafico qualitativo di $f(x)$

Alla fine dei calcoli svolti fino ad ora dovrebbe esser possibile tracciare un grafico qualitativo della funzione, di seguito si trovano le funzioni fondamentali.

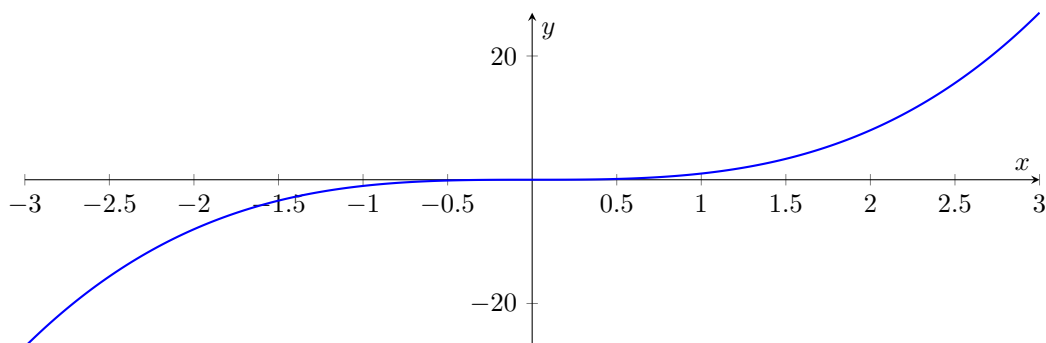
$$f(x) = x$$



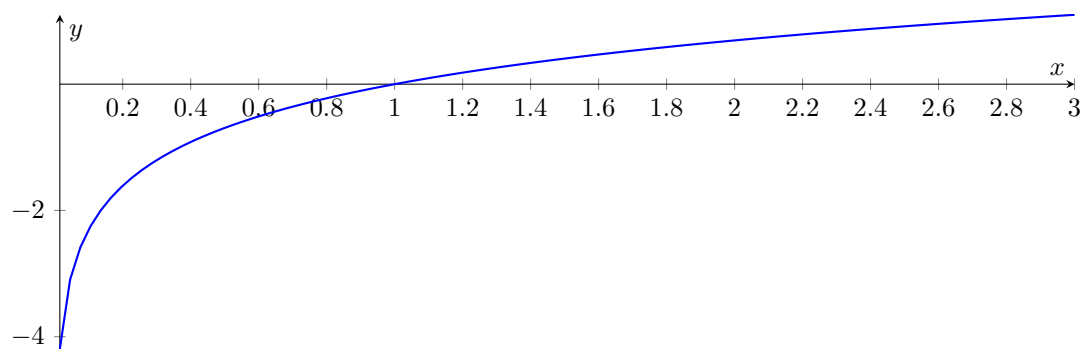
$$f(x) = x^2$$



$$f(x) = x^3$$



$$f(x) = \ln x$$



$$f(x) = \frac{1}{\ln|x|}$$

